

ОПТИМАЛЬНОЕ АГРЕГИРОВАНИЕ ИНТЕРВАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ НА ОСНОВЕ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА ПРИ ПРИНЯТИИ ГРУППОВЫХ РЕШЕНИЙ

© Е. А. Мажайцев¹, Е. Г. Семенова¹, В. М. Балашов²✉

¹ Кафедра «Информационные системы и программная инженерия»,
ФГБОУ ВО «Балтийский государственный технический университет
«ВОЕНМЕХ» им. Д. Ф. Устинова», Санкт-Петербург, Российская Федерация;

² АО «Научно-производственное предприятие «Радар ммс»,
balashov_ym@radar-mms.com; Санкт-Петербург, Российская Федерация

Ключевые слова: генетический алгоритм; групповое принятие решений; интервальное число; мера расстояния.

Аннотация: Проблема согласования индивидуальных представлений экспертов для выработки коллективного и обоснованного решения является ключевой в задачах группового принятия решений. В условиях неопределенности мнения экспертов предлагается представить в виде интервальных чисел, так как это позволяет более гибко отразить неточность количественных оценок. Предложен метод оптимального агрегирования интервальных оценок, основанный на минимизации суммы квадратов расстояний от результирующего интервала до оценок всех экспертов. Для решения этой оптимизационной задачи применен генетический алгоритм. Разработанный метод позволяет найти интервальное число, которое наилучшим образом обобщает разрозненные мнения группы, обеспечивая высокую степень консенсуса. Работоспособность и эффективность метода продемонстрированы на численном примере, в котором обобщаются оценки шести экспертов.

Введение

В многокритериальной системе принятия решений (*англ.* Multi-Criteria Decision Making (MCDM)) каждый эксперт оценивает альтернативу по определенным критериям и выставляет ей свой рейтинг или оценку. Лицо, принимающее решение, может предпочесть неточные представления предполагаемым точным оценкам. Именно из-за неточности или расплывчатости, присущей субъективным оценкам различных лиц, принимающих решения, используется теория нечетких множеств и интервальный анализ для принятия решения [1].

Эксперты могут использовать нечеткие числа или интервальные числа для представления своих мнений. Интервальное число будем рассматривать как расширение понятия действительного числа, а также как подмножество действительного ряда. Разработка метода оптимального агрегирования интервальных чисел очень важна при принятии групповых решений. В контексте данной работы под оптимальным понимается такой агрегированный интервал, который минимизирует суммарную «цену отклонения» от мнений всех экспертов. Математически это выражается в минимизации суммы квадратов расстояний от результирующего интервала до каждого из экспертных интервалов.

Для решения задачи наиболее подходящим является генетический алгоритм (ГА), основанный на принципах естественного отбора и генетики [2]. Выбор в пользу генетического алгоритма основан на том, что в решаемой задаче вводятся реальные ограничения или нечеткие интервалы, что сопровождается множеством локальных минимумов в пространстве поиска. Генетический алгоритм позволяет эффективно избегать «застывания» в локальных оптимумах, что критически важно в нахождении наилучшего решения [3]. Кроме того, в перспективе работы со сложными недифференцируемыми метриками состояния (например, на основе теории возможностей) данный метод позволит избежать высоких вычислительных затрат, так как достаточно найти значения целевой функции без необходимости определения ее градиента. Исходными данными для ГА в данной задаче являются целевая функция (минимизируемая сумма квадратов расстояний) и пространство допустимых решений (все возможные интервалы $[x_1, x_2]$, где $a \leq x_1 < x_2 \leq b$). Суть алгоритма заключается в работе с популяцией «особей» (в данном случае – закодированных интервалов), которые эволюционируют через операции селекции (отбор наиболее приспособленных, то есть дающих меньшее значение целевой функции), кроссовера и мутации [4, 5]. Выходом алгоритма является наилучшая найденная особь – интервал $[x_1, x_2]$, который доставляет минимум целевой функции.

Предлагаемый метод оптимального агрегирования

Новизна метода заключается в том, что нечеткие числа интегрируются путем поиска специального интервального числа $([x_1, x_2], a \leq x_1 \leq x_2 \leq b)$, расстояние которого является усредненным значением от всех других нормализованных интервальных чисел, с помощью метода генетических алгоритмов. Целевая функция $f(x_1, x_2)$ строится суммированием всех расстояний между $[x_1, x_2]$ и каждым нормированным интервальным числом.

Пусть имеется: M – множество альтернатив ($m = 1, 2, \dots, M$); K – множество критериев ($k = 1, 2, \dots, K$); E – множество экспертов ($e = 1, 2, \dots, E$); O – интервальная оценка, данная экспертом e для альтернативы m по критерию k в диапазоне

$[a, b]$; w_e – вес эксперта e , отражающий его компетентность ($\sum_{e=1}^E w_e = 1$);

v_k – вес критерия k , отражающий его важность ($\sum_{k=1}^K v_k = 1$).

Суть подхода заключается в нахождении к каждой альтернативе m такой интегральный интервал $O_m^* = x_{m1}, x_{m2}$, который бы наилучшим образом обобщал все экспертные оценки по всем критериям с учетом их весов.

Математическая модель

Целевая функция для альтернативы m имеет вид (1)

$$\min F_m(x_{m1}, x_{m2}) = \sum_{k=1}^K v_k \sum_{e=1}^K w_e D^2(O, O_m)$$

при условии:

$$\begin{cases} O = x_{m1} \cdot x_{m2}; \\ L_m \leq x_{m1} \leq U_m; \\ L_m \leq x_{m2} \leq U_m; \\ x_{m1} < x_{m2}, \end{cases} \quad (1)$$

где $D^2(O, O_m)$ – евклидово расстояние между интервалами; $L_m(\min)$ и $U_m(\max)$ – границы области поиска для альтернативы m .

Выбор евклидовой метрики основан на его прямой связи с методом наименьших квадратов, который реализуется в генетическом алгоритме для нахождения среднего значения (в нашем случае – среднего интервала) [6, 7].

Основная процедура агрегирования интервальных чисел представлена следующим образом[7]:

- определение стратегии кодирования;
- определение метода декодирования;
- построение начальной популяции;
- определение адаптивной функции и адаптивного значения;
- определение критериев отбора;
- определение генетических операторов.

Для проверки предлагаемого метода сформирована выборка значений на основе оценок четырех экспертов для трех разных альтернатив по трем критериям.

В таблице 1 представлен набор интервальных экспертных оценок.

Целевая функция $f(x_1, x_2)$ будет представлять собой сумму квадратов расстояний между агрегированным интервалом $O = (x_1, x_2)$ и интервалами оценок каждого эксперта [3, 9]. Формула для расстояния между интервалами $O = (x_1, x_2)$ и $O_i = (a_i, b_i)$ может быть выражена по формуле

$$D(O, O_i) = \sqrt[2]{(x_1 - a_i)^2 + (x_2 - b_i)^2} . \tag{2}$$

Установим, что точность кодирования $p_{\text{rec}} = 0,0001$, вероятность кроссовера $p_{\text{cro}} = 0,8$, вероятность мутации $p_{\text{mut}} = 0,05$, а длина хромосомы может быть вычислена как $\log_2[(9 - 4)/0,0001 + 1] = 16$. Тогда длина кодировки x_1 и x_2 равна 32.

Для получения эмпирического результата проведен вычислительный эксперимент с использованием программной реализации генетического алгоритма [8]. На рисунке 1 представлен реальный процесс сходимости алгоритма для трех альтернатив, который служит эмпирическим доказательством его работоспособности и эффективности.

Таблица 1

Набор интервальных экспертных оценок

Альтернатива	Критерий	Эксперт 1	Эксперт 2	Эксперт 3	Эксперт 4
Проект А	Критерий 1	[6, 8]	[7, 9]	[5, 7]	[6, 8]
	Критерий 2	[7, 9]	[8, 10]	[6, 8]	[7, 9]
	Критерий 3	5, 7]	[6, 8]	[4, 6]	[5, 7]
Проект В	Критерий 1	[8, 10]	[7, 9]	[9, 10]	[8, 9]
	Критерий 2	[4, 6]	[5, 7]	[3, 5]	[4, 6]
	Критерий 3	[8, 10]	[7, 9]	[9, 10]	[8, 9]
Проект С	Критерий 1	[5, 7]	[4, 6]	[6, 8]	[5, 7]
	Критерий 2	[5, 7]	[6, 8]	[4, 6]	[5, 7]
	Критерий 3	[6, 8]	[7, 9]	[5, 7]	[6, 8]

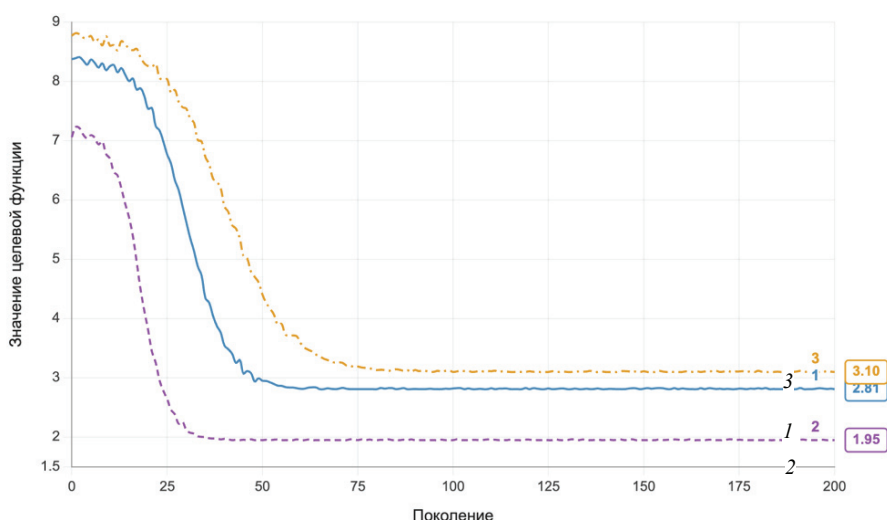


Рис. 1. Эволюция приспособленности мнений экспертов
(сходимость результатов минимальной приспособленности):
1 – проект А, 2 – проект В, 3 – проект С

После 200 итераций получены интегральные интервалы для каждой альтернативы:

- проект А = [6,24; 8,15] – значение целевой функции $F = 2,81$;
- проект В = [7,92; 9,05] – значение целевой функции $F = 1,95$;
- проект С = [5,31; 7,22] – значение целевой функции $F = 3,10$.

Для сравнения альтернатив использовался метод центра точек [9]. Центр интервала $O = (x_1, x_2)$ вычисляется как

$$C = (x_1 + x_2)/2.$$

В результате получаем значения для проектов: А = 7,2; В = 8,49; С = 6,27. Наивысший интегральный рейтинг у проекта В, который и будет являться предпочтительной альтернативой.

Заключение

Предложен и реализован метод оптимального агрегирования интервальных чисел на основе генетического алгоритма для задач группового принятия решений. В перспективе дальнейших исследований предполагается расширить метод работы с нечеткими интервальными числами, учитывать весовые коэффициенты экспертов в процессе агрегирования, а также провести оптимизацию вычислительной сложности алгоритма для обработки больших объемов данных.

Список литературы

1. Дюбуа, Д. Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике / Д. Дюбуа, А. Прад ; пер. с фр. В. Б. Тарасова ; под ред. С. А. Орловского. – Москва : Радио и связь, 1990. – 288 с.
2. Holland, J. H. Adaptation in Natural and Artificial Systems-An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence / J. H. Holland. – Cambridge : MIT Press, 1992. – 232 p.

3. Гладков, Л. А. Генетические алгоритмы : учеб. пособие для студентов вузов / Л. А. Гладков, В. В. Курейчик, В. М. Курейчик ; под ред. В. М. Курейчика. – 2-е изд., исправл. и доп. – Москва : Физматлит, 2010. – 368 с.
4. Миркин, Б. Г. Агломеративный консенсусный кластер-анализ с автоматическим выбором числа кластеров / Б. Г. Миркин, А. А. Паринов // Автоматика и телемеханика. – 2024. – № 3. – С. 6–22. doi: 10.31857/S0005231024030014
5. Орлов, А. И. Прикладной статистический анализ : учебник / А. И. Орлов. – Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2022. – 813 с.
6. Подиновский, В. В. Многокритериальные задачи принятия решений: теория и методы анализа: учебник для вузов / В. В. Подиновский. – Москва : Изд-во Юрайт, 2024. – 486 с.
7. Бычков, И. А. Метод обобщенных интервальных оценок для поддержки групповых экспертных решений в условиях неопределенности / И. А. Бычков, М. М. Благовещенская, А. С. Носенко, И. Г. Благовещенский // Хранение и переработка сельхозсырья. – 2015. – № 4. – С. 63–65.
8. Методы обработки первичных данных в задачах прогнозирования технического состояния больших технических систем / Е. Г. Семенова, В. Ф. Дмитриев, Е. А. Мажайцев, М. С. Смирнова, И. И. Дементьев // Гидроакустика. – 2024. – Т. 60, № 4. – С. 87–93.
9. Многоуровневая обработка данных в информационно-управляющих системах на основе концепции слияния информации / П. В. Филиппов, Я. А. Ивакин, Е. Г. Семенова, М. С. Смирнова // Наука и бизнес: пути развития. – 2022. – Вып. 1(127). – С. 78–80.

Optimal Aggregation of Interval Numbers Based on a Genetic Algorithm for Group Decision Making

© E. A. Mazhaitsev¹, E. G. Semenov¹, V. M. Balashov²✉

¹ *Department of Information Systems and Software Engineering,
Baltic State Technical University VOENMEKH named after D. F. Ustinov,
St. Petersburg, Russian Federation;*

² *JSC Research and Production Enterprise Radar MMS,
balashov_ym@radar-mms.com; St. Petersburg, Russian Federation*

Keywords: genetic algorithm; group decision making; interval number; distance measure.

Abstract: The problem of coordinating individual expert opinions to develop a collective and informed decision is key to group decision-making. Under conditions of uncertainty, expert opinions are proposed to be represented as interval numbers, as this allows for a more flexible reflection of the imprecision of quantitative estimates. A method for optimal aggregation of interval estimates is proposed, based on minimizing the sum of squared distances from the resulting interval to the estimates of all experts. A genetic algorithm is used to solve this optimization problem. The developed method allows one to find an interval number that best summarizes the disparate opinions of the group, ensuring a high degree of consensus. The efficiency and effectiveness of the method are demonstrated using a numerical example that summarizes the estimates of six experts.

References

1. Dyubua D., Prad A. *Teoriya vozmozhnostey. Prilozheniya k predstavleniyu znaniy v informatike* [Possibility Theory. Applications to Knowledge Representation in Computer Science], Moscow: Radio i svyaz', 1990, 288 p. (In Russ.)
2. Holland J.H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems-An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*, Cambridge: MIT Press, 1992, 232 p.
3. Gladkov L.A., Kureychik V.V., Kureychik V.M. (Ed.) *Geneticheskiye algoritmy* [Genetic Algorithms], Moscow: Fizmatlit, 2010, 368 p. (In Russ.)
4. Mirkin B.G., Parinov A.A. [Agglomerative consensus cluster analysis with automatic cluster number selection], *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Telemechanics], 2024, no. 3, pp. 6-22. (In Russ., abstract in Eng.)
5. Orlov A.I. *Prikladnoy statisticheskiy analiz : uchebnik* [Applied Statistical Analysis: a Textbook], Moscow: IP R Media, 2022, 813 p. (In Russ.)
6. Podinovskiy V.V. *Mnogokriterialnye zadachi prinyatiya resheniy: teoriya i metody analiza: uchebnik dlya vuzov* [Multicriteria Decision-Making Problems: Theory and Methods of Analysis: A Textbook for Universities], Moscow: Yurait, 2024, 486 p. (In Russ.)
7. Bychkov I.A., Blagoveshchenskaya M.M., Nosenko A.S., Blagoveshchensky I.G. [A method of generalized interval estimates for supporting group expert decisions under uncertainty], *Khranenie i pererabotka selkhozsyrya* [Storage and processing of agricultural raw materials], 2015, no. 4, pp. 63-65. (In Russ., abstract in Eng.)
8. Semenova Ye.G., Dmitriyev V.F., Mazhaytsev Ye.A., Smirnova M.S., Dement'yev I.I. [Methods for Processing Primary Data in Problems of Forecasting the Technical Condition of Large Technical Systems], *Gidroakustika* [Hydroacoustics], 2024, vol. 60, no. 4, pp. 87-93. (In Russ., abstract in Eng.)
9. Filippov P.V., Ivakin Ya.A., Semenova Ye.G., Smirnova M.S. [Multilevel data processing in information management systems based on the concept of information fusion], *Nauka i biznes: puti razvitiya* [Science and business: development paths], 2022, issue 1(127), pp. 78-80. (In Russ., abstract in Eng.)

Optimale Aggregation von Intervallzahlen mittels eines genetischen Algorithmus bei Gruppenentscheidungen

Zusammenfassung: Die Koordination individueller Expertenmeinungen zur Erarbeitung einer fundierten, kollektiven Lösung ist ein zentrales Problem der Gruppenentscheidung. Unter Bedingungen der Unsicherheit wird vorgeschlagen, Expertenmeinungen als Intervallzahlen darzustellen, da dies eine flexiblere Abbildung der Ungenauigkeit quantitativer Schätzungen ermöglicht. Es ist eine Methode zur optimalen Aggregation von Intervallschätzungen vorgestellt, die auf der Minimierung der Summe der quadrierten Abstände des resultierenden Intervalls zu den Schätzungen aller Experten basiert. Zur Lösung dieses Optimierungsproblems ist ein genetischer Algorithmus eingesetzt. Die entwickelte Methode ermöglicht es, eine Intervallzahl zu finden, die die unterschiedlichen Meinungen der Gruppe optimal zusammenfasst und einen hohen Konsensgrad gewährleistet. Die Effizienz und Effektivität der Methode sind anhand eines numerischen Beispiels demonstriert, in dem die Schätzungen von sechs Experten zusammengefasst sind.

Агрегация оптимальных чисел интервала на основе алгоритма генетического принятия решений группы

Резюме: Проблема согласования индивидуальных восприятий экспертов с целью принятия коллективного и обоснованного решения является важной в задачах принятия решений группы. В условиях неопределенности предлагается, чтобы мнения экспертов представлялись в виде интервалов, что позволяет более гибко учитывать неопределенность количественных оценок. Предлагается метод оптимальной агрегации оценок интервала, основанный на минимизации суммы квадратов расстояний между результатом и оценками всех экспертов. Для решения задачи оптимизации используется генетический алгоритм. Предложенная методика позволяет найти чисел интервалов, которые наилучшим образом обобщают мнения группы, обеспечивая при этом высокий уровень согласия. Приведены доказательства способности и эффективности метода на примере численного обобщения оценок шести экспертов.

Авторы: *Мажайцев Евгений Александрович* – аспирант кафедры «Информационные системы и программная инженерия»; *Семенова Елена Георгиевна* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Информационные системы и программная инженерия», ФГБОУ ВО «Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д. Ф. Устинова», Санкт-Петербург, Российская Федерация; *Балашов Виктор Михайлович* – доктор технических наук, профессор, заместитель генерального конструктора по программно-целевому развитию, АО «Научно-производственное предприятие «Радар ммс», Санкт-Петербург, Российская Федерация.