

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ ЧИСЛЕННОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НЕБЛАГОПРИЯТНЫХ ОРНИТОЛОГИЧЕСКИХ И МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ ВЫПОЛНЕНИЯ АВИАЦИОННЫХ ПОЛЕТОВ

Д. В. Кахановский✉

*ФГКВОУ ВО «Краснодарское высшее военное авиационное училище летчиков  
имени Героя Советского Союза А. К. Серова», uava73@bk.ru; Краснодар, Россия*

**Ключевые слова:** верификация модели; относительная влажность воздуха; пространственный процесс Пуассона; риск столкновения с птицами; ряд Фурье; точка росы; условия внешней среды.

**Аннотация:** Представлены результаты исследования математических моделей и алгоритмов численного прогнозирования возникновения неблагоприятных условий внешней среды. Предложен алгоритмический подход к идентификации параметров регрессионной комбинированной функции риска и группировки независимых переменных. Сделан акцент на разработку модели прогнозирования рисков столкновения воздушных судов с птицами, основанной на применении пространственного процесса Пуассона. Представлены три варианта модели с различной степенью детализации исходных данных. Проведено прогнозирование метеорологических условий, влияющих на возникновение неблагоприятных явлений внешней среды с верификацией результатов.

---

### Введение

Предлагаемые модели базируются на использовании пространственных точечных процессов, в частности пространственного процесса Пуассона, для определения вероятности столкновения воздушного судна (ВС) с птицами с учетом высотного распределения птиц, геометрических параметров воздушного судна и других факторов. Разработанные алгоритмы позволяют оценить вероятность столкновения и рассчитать связанные с этим риски для различных условий выполнения полетов.

### Постановка задачи

#### *Модель и алгоритм прогнозирования рисков столкновения с птицами*

Разработка модели прогнозирования рисков столкновения с птицами в районе аэродрома обусловлена тем, что 74 % всех зарегистрированных столкновений произошли на этапе взлета, набора высоты, снижения и посадки [1]. Пусть  $X \subseteq \mathbb{R}^d$ , при этом  $X$  будет представлять собой  $d$ -мерный прямоугольник или все  $\mathbb{R}^d$ . Точки являются стохастически независимыми, и вероятность количества точек  $N(A)$  в области  $A$  определяется распределением Пуассона [2 – 4]. Пусть

$$\Omega^X = \left\{ \omega - (x_i)_{i=1}^N \subset X, N \in N \cup \{\infty\} \right\} \quad (1)$$

обозначает пространство конфигураций  $X = Y^d$ ,  $d \geq 1$ .

Мера вероятности Пуассона  $P_\sigma$  с интенсивностью  $\rho(x)dx$  на  $X$ :

$$P_\sigma = (\omega^X \in \Omega^X : \omega(A) = n) = e^{(-\sigma|A|)} \frac{(\sigma|A|)^n}{n!}, n \in N. \quad (2)$$

Функция интенсивности  $\rho(x)$  будет постоянной (однородной), то есть  $\rho(x) = \lambda \geq 0, x \in X$ , где  $\lambda > 0$  называется *параметром интенсивности*

$$\sigma|A| = \lambda \int_A dA. \quad (3)$$

Полагаем, что функция интенсивности постоянна, что дает пространственное распределение процесса Пуассона для вероятности  $n$  объектов в ограниченной области  $A$  (с площадью/объемом/и т.д.  $|A|$ ) и функцией интенсивности  $\lambda$  как

$$p_n = P(\omega \in \Omega^X : \omega(A) = n) = \frac{(\lambda|A|)^n}{n!} e^{-\lambda|A|}. \quad (4)$$

Пространство встречи  $|A|$  – объем воздушного пространства вокруг ВС, равный радиусу размаха крыльев и пройденного расстояния, которое ВС пролетает в воздушном пространстве. Распределение вероятности для числа встреч в воздушном пространстве для конкретного  $|A|$  равно

$$p_0 = \{1, 0, 0, \dots, 0\}, \quad (5)$$

где  $p_0 = \{1, 0, 0, \dots, 0\}$  – начальное условие отсутствия (0) столкновений и вероятность  $p_i$ , при которой количество столкновений  $i$  ( $i = 0, 1, \dots, N$ ) является  $(i + 1)$  элементом  $p$ .

Пространственный процесс Пуассона в трехмерном пространстве будет использоваться для определения вероятности удара птицы. Эллипс вокруг ВС имеет большую площадь, чем его лобовая площадь и может быть заменен фактической лобовой площадью для обеспечения более точного расчета (рис. 1) [5 – 7].

Существуют три различные модели, которые можно использовать для определения удара птицы и связанной с ним оценки риска, основываясь на количестве и типе известных входных параметров.

*Вариант 1.* Общая модель взаимодействия. Вероятность встречи для всех птиц в воздушном пространстве рассчитывается с использованием пространственного процесса Пуассона. Такой вариант дает вероятность встречи только с основными параметрами размера воздушного пространства, размера ВС, расстояния до ВС и общего количества известных птиц. Оценка риска, связанная с этим случаем, отсутствует, поскольку процентное соотношение конкретных видов неизвестно.

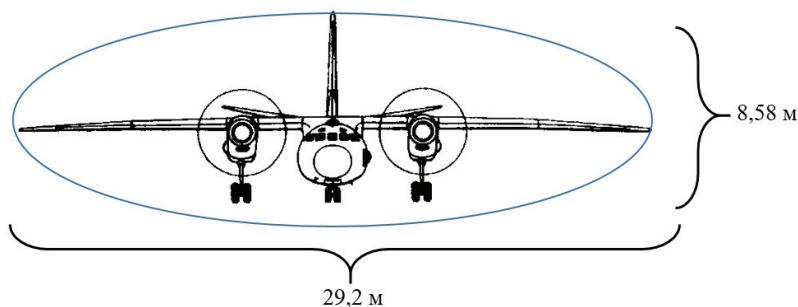


Рис. 1. Эллипс вокруг воздушного судна

*Вариант 2.* Общая модель столкновения с добавленной оценкой риска. Вероятность встречи для конкретного вида птиц рассчитывается с использованием пространственного процесса Пуассона с модифицированным параметром интенсивности  $\lambda^*$

$$p_*(n) = e^{(-\lambda|A|)} \frac{(\lambda|A|)^n}{n!} . \quad (6)$$

Оценка риска (по видам) рассчитывается путем агрегирования по конкретным видам птиц, исключая двойной подсчет

$$R_* = \sum_{n=0}^N np(n)RH_* . \quad (7)$$

Общая оценка риска рассчитывается путем суммирования по всем видам.

Данный вариант модели дает вероятность встречи для каждого конкретного вида и оценку уровня риска.

*Вариант 3.* Общая модель столкновения с оценкой риска для заданного диапазона высот. Этот случай добавляет к набору задач еще один элемент – гамма распределение птиц по высоте. Вероятность встречи в пределах диапазона высот определяется с использованием модифицированного двойным стохастическим процессом параметра интенсивности  $\lambda^*$ :

$$p_{*Alt}(n) = e^{(-\lambda^*Alt|A|)} \frac{(\lambda^*Alt|A|)^n}{n!} . \quad (8)$$

Оценка риска (по видам птиц) рассчитывается аналогично выражению (7) с учетом распределения птиц по высоте

$$R_{*Alt} = \sum_n np_{*Alt}(n)RH_* . \quad (9)$$

Общая оценка риска рассчитывается путем суммирования по всем видам

$$R = \sum R_{*Alt} . \quad (10)$$

Данная модель вычисляет вероятность столкновения (исключая двойной подсчет) и оценку риска для конкретного диапазона высот в рамках общего воздушного пространства. Чтобы стандартизировать оценку риска, необходимо сгенерировать масштабированную оценку риска

$$f(x) = \frac{(b-a)(x - \min(x))}{\max(x) - \min(x)} , \quad (11)$$

где  $b$ ,  $a$  – масштабированные максимум и минимум соответственно;  $\min(x)$ ,  $\max(x)$  – исходные минимум и максимум соответственно.

#### *Исследование модели прогнозирования рисков столкновения с птицами*

Управление рисками при выполнении полетов является неотъемлемым аспектом управления безопасностью процесса подготовки летного состава для информационной системы военного авиационного училища в условиях постоянно изменяющейся воздушной (орнитологической) обстановки. Определим вероятность только одного столкновения с птицами как

$$P_{m,n} = C_n^m p^m q^{n-m}. \quad (12)$$

где  $C_n^m$  – число сочетаний из  $n$  элементов по  $m$ ;  $p^m$ ,  $q^{n-m}$  – вероятности соответственно наступления и не наступления события в одном испытании.

Вероятность нахождения  $n$  птиц в выделенном пространстве

$$W(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n}. \quad (13)$$

Вероятность попадания  $n$  птиц в пространство, занимаемое ВС объемом  $v^*$ ,

$$p = n \frac{v^*}{V}, \quad (14)$$

где  $V$  – общий объем воздушного пространства;  $n$  – среднее число птиц в выделенном пространстве объемом  $v^*$ .

Вероятность хотя бы одного столкновения с птицей

$$P_{1,n} = (1-p)^n. \quad (15)$$

Для вероятности нахождения в области движения воздушного судна, равной 0,20966, производящая функция выглядит следующим образом:

$$\varphi_7 = (0,79034 + 0,20966z)^7.$$

Раскрывая скобки, получим

$$\begin{aligned} \varphi_7 = & 0,19262 + 0,35768z + 0,28466z^2 + 0,12568z^3 + \\ & + 0,033387z^4 + 0,005314z^5 + 0,0004699z^6 + 0,000017808z^7. \end{aligned}$$

Тогда, вероятность хотя бы одного столкновения воздушного судна с птицами для разного количества птиц (0 – 7):

$$\begin{aligned} P_{0,7} = 0,19262; P_{1,7} = 0,35758; P_{2,7} = 0,28466; P_{3,7} = 0,12568; \\ P_{4,7} = 0,033387; P_{5,7} = 0,005314; P_{6,7} = 0,0004699; P_{7,7} = 0,000017808. \end{aligned}$$

Матрица рисков для воздушных судов, в зависимости от количества птиц в пространстве взлета-посадки, представлена в виде табл. 1, которая рассчитывается для каждого календарного месяца года.

Таблица 1

**Матрица рисков для воздушных судов  
в зависимости от количества птиц в пространстве взлета-посадки (пример)**

Количество птиц	Ил-76	Ан-26	Су-27	Л-39
0	0	0	0	0
1	0,030	0,010	0,005	0,002
2	0,116	0,039	0,019	0,007
3	0,246	0,085	0,042	0,016
...	...	...	...	...
37	1	1,000	0,999	0,922
38	1	1,000	0,999	0,932
39	1	1,000	1,000	0,941
40	1	1,000	1,000	0,950

### **Модель прогнозирования возникновения неблагоприятных метеорологических условий**

Предметная область для прогнозирования возникновения неблагоприятных метеорологических условий представлена в виде значений среднесуточных температур и относительной влажности воздуха по Липецкой области за 2005 – 2020 гг., также получены данные о наступлениях точки росы за период 2017 – 2020 гг. Фрагмент данных приведен на рис. 2, из которого видно, что среднесуточная температура воздуха имеет высокую колеблемость, причем носит циклический характер с периодичностью пять месяцев.

Для случайно распределенной во времени колеблемости вычислим коэффициенты автокорреляции отклонений от тренда первого порядка, для чего используем метод поворотных точек Кэндела

$$r_u^{a1} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} u_i u_{i+1}}{\frac{u_1^2}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} u_i^2 + \frac{u_n^2}{2}}, \quad (16)$$

где  $u_i$  – отклонения от тренда.

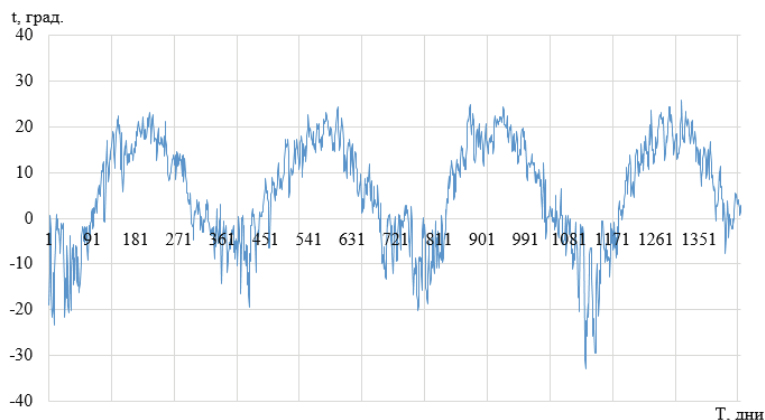
Колебания характеризуются показателями силы и интенсивности, которые аналогичны по построению, форме, показателям силы и интенсивности вариации признака в пространственной совокупности. Амплитуда (размах) колебаний – разность между наибольшим и наименьшим по абсолютной величине отклонениями от тренда. Среднее по модулю абсолютное отклонение от тренда равно

$$a(t) = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|}{n - p}, \quad (17)$$

где  $y_i$  – фактический уровень;  $\hat{y}_i$  – выравненный уровень, тренд;  $n$  – число уровней;  $p$  – число параметров тренда.

Среднее квадратическое отклонение (СКО) уровней ряда от тренда

$$s(t) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}}. \quad (18)$$



**Рис. 2. Среднесуточная температура воздуха по Липецкой области**

Аналогично коэффициенту пространственной вариации отношение среднего квадратического отклонения от тренда к среднему уровню временного ряда называют коэффициентом колеблемости, который вычисляется по формуле

$$v(t) = \frac{s(t)}{\bar{y}}. \quad (19)$$

Необходимо подчеркнуть, что любая погрешность в определении типа тренда или при расчете его параметров приводит к преувеличению показателей силы и интенсивности колебаний.

*Представление синусоидальных колебаний анализируемых параметров в форме тригонометрического уравнения Фурье*

Исходным рядом для преобразования Фурье примем не первичный ряд за несколько лет, а усредненный ряд месячных уровней, в котором исключен тренд и(или) в основном погашены случайные колебания. Тригонометрическое уравнение ряда Фурье для его первой гармоники имеет вид

$$\hat{y} = a + b_1 \cos t_i + b_2 \sin t_i, \quad (20)$$

где  $a = \bar{y}$ ;  $t_i$  – угол, получаемый для каждого месяца нарастающим итогом ( $t_i = 0^\circ$  в январе, а месяц составляет  $30^\circ$  дуги).

Параметры  $b_1$  и  $b_2$  вычисляются по формулам:

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{12} y_i \cos t_i}{6}, \quad b_2 = \frac{\sum_{i=1}^{12} y_i \sin t_i}{6}. \quad (21)$$

Если отклонения фактических уровней от расчетных по ряду Фурье малы, то далее может строиться прогноз и другие расчеты. Если же отклонения оказались значительными, следует на основании ряда отклонений повторить расчет, то есть рассчитать вторую гармонику, и тогда окончательные уровни модели (ряда Фурье) будут представлять собой сумму всех гармоник

$$\hat{y} = a + \sum_{k=1}^m b_{1k} \cos t_i + \sum_{k=1}^m b_{2k} \sin t_i, \quad (22)$$

где  $m$  – число гармоник;  $k$  – номер гармоники.

Наличие случайных колебаний уровней в отдельные моменты времени вносит неизбежный элемент случайности во все показатели динамики, вычисленные для данного временного ряда.

Для того чтобы проверить надежность тренда, следует проверить надежность для его основного параметра: среднегодового абсолютного изменения при линейном тренде, ускорения при параболе II порядка, коэффициента роста при экспоненте. Средняя ошибка репрезентативности выборочного коэффициента определяется по формуле

$$m_b = \frac{s(t)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n t_i^2}}, \quad (23)$$

где  $\sum_{i=1}^n t_i^2$  – рассчитывается при отсчете  $t_i$  от середины ряда или  $\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2$  – при отсчете  $t_i$  от начала ряда;  $n$  – число уровней ряда.

Величина критерия сравнивается с табличной величиной критерия Стьюдента при заданной вероятности и числе степеней свободы. Если исходный ряд достаточно велик, и применялось многократное скользящее определение среднего изменения уровней, формула средней ошибки параметра тренда видоизменяется

$$m_b = \frac{s(t)}{\sqrt{l \sum_{i=1}^n t_i^2}}, \quad (24)$$

где  $l$  – число баз расчета среднего параметра.

Для основного параметра параболы II порядка средняя ошибка репрезентативности выборочной оценки параметра вычисляется по формуле

$$m_c = \frac{s(t)}{\sqrt{\bar{t}_l^4 - (\bar{t}_l^2)^2}}, \quad (25)$$

где  $\bar{t}_l^4 - (\bar{t}_l^2)^2$  – рассчитывается при отсчете  $t_i$  от середины ряда или  $(\overline{t_l - t})^2 - \left[ \left( \overline{t_l - t} \right)^2 \right]^2$  – при отсчете  $t_i$  от начала ряда.

Формула средней ошибки логарифма коэффициента изменения  $k$  имеет следующий вид:

$$m_{\ln k} = \frac{s(t) \ln k}{\sum_{i=1}^n t_i^2}. \quad (26)$$

Для кривых, не имеющих постоянного основного параметра, вышеизложенный метод проверки надежности неприменим. Если различие средних уровней в более поздний период надежно (нулевая гипотеза отвергается), значит тренд существует, а форма его уравнения определяется по соответствующим методикам и показателям [8, 9]. Прогноз, построенный по тренду, также нуждается в оценке. Оценка надежности прогноза осуществляется несколькими способами:

– для того чтобы оценить общее качество прогнозной модели, вычисляют среднюю ошибку аппроксимации по формуле

$$A = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{(y_i - y_{\text{инп}})}{y_i} \right| 100, \quad (27)$$

где  $y_{\text{инп}}$  – прогнозные значения уровней ряда;

– вычисляют среднюю ошибку аппроксимации с учетом тренда

$$A = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{(y_i - \hat{y}_i) - (y_{\text{инп}} - \hat{y}_i)}{(y_i - \hat{y}_i)} \right| 100. \quad (28)$$

Рассмотрим прогнозирование доверительных границ для линейного тренда. Оба его параметра – свободный член  $a$  и среднее изменение за единицу времени  $b$  – имеют ошибки репрезентативности выборочных оценок. Свободный член уравнения – это выборочная средняя величина уровней временного ряда, средняя ошибка репрезентативности которой вычисляется по формуле

$$m_a = \frac{s(t)}{\sqrt{n}}. \quad (29)$$

Средняя ошибка репрезентативности параметра  $b$  вычисляется по формуле (24). Объединяя эти ошибки как независимые по правилу для дисперсий независимых переменных, получаем формулу средней ошибки прогноза для линии тренда на период  $t_k$  с удалением от середины базы прогноза:

– при *однократном* выравнивании ряда за  $n$  периодов

$$m_{\hat{y}_i} = s(t) \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{t_k^2}{\sum_{i=1}^n t_i^2}}; \quad (30)$$

где  $\sum_{i=1}^n t_i^2$  – сумма квадратов номеров лет  $t_i$  от  $-\frac{n-1}{2}$  до  $+\frac{n-1}{2}$ ;

– при *многократном* скользящем выравнивании

$$m_{\hat{y}_i} = s(t) \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{t_k^2}{\sum_{i=1}^n t_i^2}}, \quad (31)$$

где  $n$  – длина каждой базы расчета;  $N$  – общая длина временного ряда.

Для получения достаточно надежных границ прогноза положения тренда с заданной вероятностью следует среднюю ошибку умножить на величину  $t$ -критерия Стьюдента при указанной вероятности (значимости) и при числе степеней свободы, равном для линейного тренда  $n - 2$ . Получаем предельную с данной вероятностью ошибку

$$\alpha = m_{\hat{y}_i} t, \quad (32)$$

где  $t$  –  $t$ -критерий Стьюдента с заданной вероятностью и числом степеней свободы.

Рассмотрим прогнозирование доверительного интервала для уровня отдельного периода (момента). Определив величину показателя колеблемости для прогнозируемого периода, подставляем его вместе с ошибкой прогноза конкретного отдельного уровня в единую формулу средней ошибки прогноза конкретного отдельного уровня

$$m_{Y_k} = \sqrt{m_{y_k}^2 + (s(t)_k)^2}. \quad (33)$$

Эта формула является общей для любых типов линии тренда. Для каждого типа различны первые слагаемые – ошибки тренда на период  $t_k$ . Для линейного тренда при однократном его расчете средняя ошибка прогноза для уровня отдельного момента  $t_k$  имеет вид

$$m_{y_k} = \sqrt{\frac{(s(t))^2}{n} + \frac{(s(t))^2 t_i^2}{\sum t_i^2} + (s(t)_k)^2}. \quad (34)$$

Данная формула должна применяться, если приведен расчет величины  $s(t)_k$  на прогнозируемый период, так как в этом случае в первых двух дробях в числителе входит величина  $s(t)$  за период-базу, а третье слагаемое подкоренного выражения – это прогнозируемая величина колеблемости на прогнозный период.



Если же на период прогноза принята та же величина показателя колеблемости, как и за период-базу расчета тренда, то она выносится из-под корня

$$m_{y_i} = s(t) \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{t_k^2}{\sum_{i=1}^n t_i^2}}. \quad (35)$$

Соответственно при многократном скользящем выравнивании средняя ошибка прогноза уровня отдельного момента  $t_k$

$$m_{y_i} = s(t) \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{t_k^2}{l \sum_{i=1}^n t_i^2}}. \quad (36)$$

Аналогично построению доверительных границ для тренда, для получения границ прогноза уровня отдельного момента с заданной вероятностью следует среднюю ошибку умножить на величину  $t$ -критерия Стьюдента.

Сравнивая интервальный прогноз уровней среднемесячных температур с использованием уравнения Фурье с реальными значениями данных показателей с января по декабрь 2022 г., получаем, что 80 % реальных данных находятся в доверительных границах прогноза.

Тренд месячных уровней относительной влажности воздуха по Липецкой области за 2017 – 2020 гг. имеет вид:  $\hat{y}_i = 76,6458 - 0,0111t_i$ ,  $t = 0,5$  в январе 2020 г.

Мера случайной колеблемости  $s(t_{\text{случ}}) = 3,51$  %.

Модель, учитывающая тренд и сезонность, имеет вид

$$\hat{y}_{ij} = (a + bt_i) \bar{l}_{\text{сез}}. \quad (37)$$

Рассчитаем прогноз среднемесячной относительной влажности воздуха на 2022 г. Для января 2022 г. получаем  $i = 24,5$ ,  $j = 1$ ,

$$\hat{y}_{ij} = (a + bt_i) \bar{l}_{\text{сез}} = (76,6458 - 0,0111 \times 24,5) \times (1,1154) = 85 \text{ \%}.$$

Средняя ошибка прогноза месячного уровня, вызванная наличием случайной колеблемости, для января 2022 г.

$$m_y = 3,51 \sqrt{1 + \frac{1}{48} + \frac{600,25}{9212}} = 3,6578 \text{ \%}.$$

Доверительные границы прогноза среднемесячных температур в январе 2007 г. составят с вероятностью 0,05 ( $t$ -критерий Стьюдента  $t = 2,086$ )

$$85 \pm 2,086 \times 3,6578 \text{ или от } 77 \text{ до } 93 \text{ \%}.$$

Сравнивая интервальный прогноз уровней среднемесячной относительной влажности воздуха с использованием средних индексов сезонности с реальными значениями данных показателей с января по май 2022 г., получаем, что 80 % реальных данных находятся в доверительных границах прогноза.

Зная прогноз среднемесячной влажности и температуры по Липецкой области на 2022 г., можно с вероятностью 0,95 предсказать наступление точки росы в определенные месяцы данного года. Отообразим случаи наступления точки росы на графике, который показывает, что наибольшая вероятность наступления точки

росы в 2002 г. в ноябре, декабре, марте, феврале (рис. 3). Верификация модели проводится с использованием статистических данных о наступлении туманов, приведенных в качестве ежедневной справки за период 2015 – 2019 гг. (табл. 2).

Сравнивая расчетные данные о наступлении точки росы с полученными вероятностями, видим, что прогноз наступления точки росы достоверен для ноября – марта (см. рис. 3).

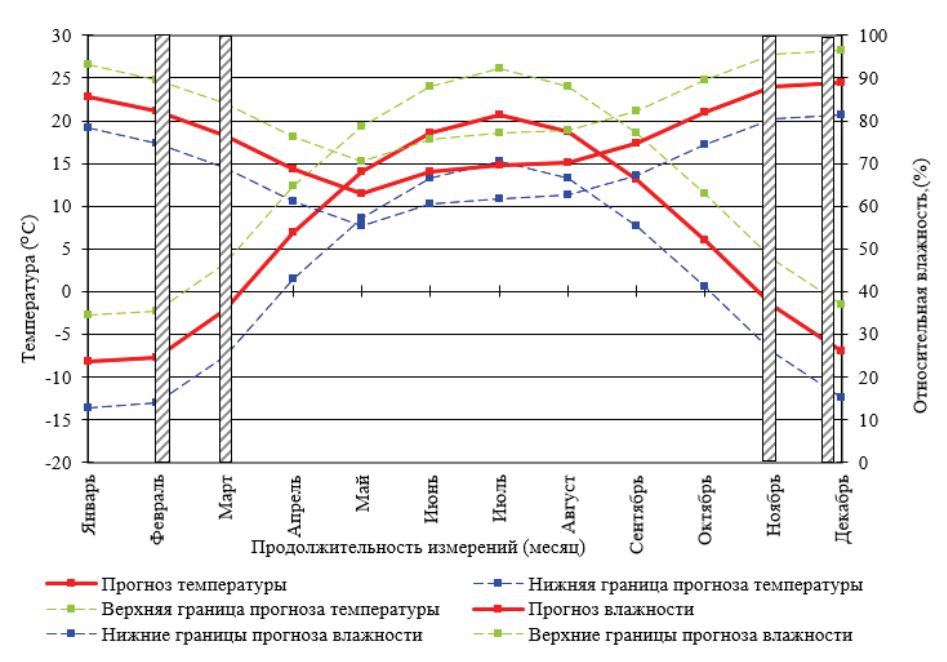


Рис. 3. Прогноз наступления точки росы в 2022 г.

Таблица 2

Вероятность наступления точки росы для каждого месяца года

Месяц	Вероятность, %
Январь	95,2
<b>Февраль</b>	<b>93,4</b>
<b>Март</b>	<b>90,27</b>
Апрель	23,48
Май	12,78
Июнь	6,09
Июль	3,65
Август	5,98
Сентябрь	10,25
Октябрь	16,87
<b>Ноябрь</b>	<b>90,32</b>
<b>Декабрь</b>	<b>94,12</b>

Таким образом, сопоставление результатов моделирования с фактическими данными подтверждает, что разработанные математические модели адекватно отражают динамику исследуемых показателей и могут быть использованы для долгосрочного прогнозирования условий безопасного выполнения полетов с учетом вероятности возникновения неблагоприятных условий внешней среды.

### Заключение

Предложенные математические модели прогнозирования среднемесячных температур с использованием уравнения Фурье демонстрируют высокую точность прогноза – 80 % реальных данных находятся в доверительных границах прогнозируемых значений. Аналогичный уровень точности достигнут при прогнозировании среднемесячной относительной влажности воздуха с использованием модели, учитывающей тренд и сезонность.

Разработанная модель прогнозирования рисков столкновения с птицами, основанная на пространственном процессе Пуассона, позволяет количественно оценить вероятность столкновения воздушных судов с птицами в трехмерном пространстве с учетом высотного распределения птиц. Модель учитывает как геометрические параметры воздушного судна, так и особенности распределения орнитофауны в районе аэродрома, что повышает точность прогнозирования риска столкновений.

Комплексное применение разработанных моделей для прогнозирования наступления точки росы позволило с вероятностью 0,95 определить периоды наибольшего риска возникновения неблагоприятных метеорологических условий. Верификация модели на основе статистических данных о наступлении туманов за период 2015 – 2019 гг. подтвердила достоверность прогноза для ноября, декабря, февраля и марта.

### Список литературы

1. Мамаев, В. Я. Воздушная навигация и элементы самолетовождения : учебное пособие / В. Я. Мамаев, А. Н. Синяков, К. К. Петров. – Санкт-Петербург : Университет ГА, 2019. – 256 с.
2. Елисеева, И. И. Общая теория статистики : учебник / И. И. Елисеева, М. М. Юзбашев. – Москва : Финансы и статистика, 2017. – 368 с.
3. Dolbeer, R. A. Wildlife Strikes to Civil Aircraft in the United States 1990 – 2019 / R. A. Dolbeer, M. J. Begier // Federal Aviation Administration National Wildlife Strike Database. – 2020. – No. 26. – 124 p.
4. Yuan, M. Model selection and estimation in regression with grouped variables / M. Yuan, Y. Lin // Journal of the Royal Statistical Society, Series B. – 2016. – Vol. 68. – P. 49 – 67.
5. Sparsity and smoothness via the fused lasso / R. Tibshirani, M. Saunders, S. Rosset [et al.] // Journal of the Royal Statistical Society, Series B. – 2017. – Vol. 67. – P. 91 – 108.
6. Moller, J. Statistical inference and simulation for spatial point processes / J. Moller, R. P. Waagepetersen. – Boca Raton : Chapman & Hall/CRC, 2003. – 320 p.
7. Kingman, J. F. C. Poisson Processes / J. F. C. Kingman. – Oxford : Oxford University Press, 1993. – 104 p.
8. Salas E., Maurino D. E. (Eds.) Human Factors in Aviation. – 3rd ed. – Amsterdam: Elsevier, 2020. – 908 p.
9. Jordan, R. A statistical learning approach to the modeling of aircraft taxi time / R. Jordan, M. A. Ishutkina and T. G. Reynolds // 29th Digital Avionics Systems Conference, Salt Lake City, UT, USA. – 2010. – P. 1.B.1-1–1.B.1-10. doi: 10.1109/DASC.2010.5655532

# Mathematical Models and Algorithms for Numerical Forecasting of Emergence of Adverse Ornithological and Meteorological Conditions Performance of State Aviation

D. V. Kakhanovsky✉

*Krasnodar Higher Military Aviation School of Pilots  
named after Hero of the Soviet Union A.K. Serov, yava73@bk.ru; Krasnodar, Russia*

**Keywords:** model verification; relative air humidity; spatial Poisson process; bird strike risk; Fourier series; dew point; environmental conditions.

**Abstract:** The article presents the results of a study of mathematical models and algorithms for numerical forecasting of the occurrence of adverse environmental conditions. An algorithmic approach to identifying the parameters of a regression combined risk function and grouping independent variables is proposed. Special attention is paid to the development of a model for forecasting the risk of aircraft collision with birds based on the application of a spatial Poisson process. Three model versions with varying levels of detail of the initial data are presented. Forecasting of meteorological conditions influencing the occurrence of adverse environmental conditions is carried out, with the results being verified.

## References

1. Mamayev V.Ya., Sinyakov A.N., Petrov K.K. *Vozdushnaya navigatsiya i elementy samoletovozhdeniya: uchebnoye posobiye* [Navigation and Elements of Aircraft Piloting: A Textbook], St. Petersburg: Universitet GA, 2019, 256 p. (In Russ.)
2. Yeliseyeva I.I., Yuzbashev M.M. *Obshchaya teoriya statistiki: uchebnik* [General Theory of Statistics: A Textbook], Moscow: Finansy i statistika, 2017, 368 p. (In Russ.)
3. Dolbeer R.A., Begier M.J. *Wildlife Strikes to Civil Aircraft in the United States 1990-2019*, Federal Aviation Administration National Wildlife Strike Database, Serial Report Number 26, 2020.124 p.
4. Yuan M., Lin Y. Model selection and estimation in regression with grouped variables, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 2016, vol. 68, pp. 49-67.
5. Tibshirani R., Saunders M., Rosset S. [et al.], Sparsity and smoothness via the fused lasso, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B.*, 2017, vol. 67, pp. 91-108.
6. Moller J., Waagepetersen R.P. *Statistical inference and simulation for spatial point processes*, Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2003, 320 p.
7. Kingman J.F.C. *Poisson processes*. Oxford: Oxford University Press, 1993. 104 p.
8. Salas E., Maurino D.E. (Eds.), *Human Factors in Aviation*. 3rd ed. Amsterdam: Elsevier, 2020, 908 p.
9. Jordan R., Ishutkina M.A., Reynolds T.G., A statistical learning approach to the modeling of aircraft taxi time, *29th Digital Avionics Systems Conference*, Salt Lake City, UT, USA, 2010, pp. 1.B.1-1-1.B.1-10, doi: 10.1109/DASC.2010.5655532

## **Mathematische Modelle und Algorithmen zur numerischen Vorhersage ungünstiger astronomischer und meteorologischer Bedingungen während Luftfahrten**

**Zusammenfassung:** Es sind die Ergebnisse der Untersuchung mathematischer Merkmale und numerischer Algorithmen zur Vorhersage des Auftretens ungünstiger Umgebungsbedingungen vorgestellt. Es ist ein algorithmischer Ansatz zur Identifizierung der Parameter der Regressions-kombinierten Risikofunktion und der Gruppierung unabhängiger Variablen vorgeschlagen. Der Schwerpunkt liegt auf der Entwicklung eines Modells zur Vorhersage von Kollisionsrisiken von Flugzeugen mit Vögeln, das auf der Anwendung des räumlichen Poisson-Prozesses basiert. Es gibt drei Modellvarianten mit unterschiedlichen Detailgraden der Quelldaten. Die meteorologischen Bedingungen, die das Auftreten ungünstiger Umgebungsbedingungen beeinflussen, sind mit der Überprüfung der Ergebnisse prognostiziert.

---

## **Modèles et algorithmes mathématiques de prévision numérique des conditions ornithologiques et météorologiques défavorables des vols aériens**

**Résumé:** Sont présentés les résultats de l'étude des modèles mathématiques et des algorithmes de la prévision numérique des conditions environnementales défavorables. Est proposée une approche algorithmique pour identifier les paramètres de la fonction de risque combinée de régression et les groupes des variables indépendantes. L'accent est mis sur l'élaboration d'un modèle de prévision des risques de collision d'aéronefs avec des oiseaux, basé sur l'application du processus spatial de Poisson. Sont présentés trois modèles avec des degrés variables de détail des données de base. Les conditions météorologiques qui influent sur l'apparition de conditions environnementales défavorables sont prévisionnées avec la vérification des résultats.

---

**Автор:** *Кахановский Денис Владимирович* – заместитель начальника училища по летной подготовке, ФГКВОУ ВО «Краснодарское высшее военное авиационное училище летчиков имени Героя Советского Союза А. К. Серова», Краснодар, Россия.