

УДК 519.873  
DOI: 10.17277/vestnik.2025.04.pp.538-551

**КОМПЛЕКС ПРОГРАММ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССА  
МЕХАНИЧЕСКОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ ЖИДКОСТИ  
В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ЕМКОСТИ**

**С. В. Карпушкин<sup>1</sup>✉, Е. И. Мартынов<sup>2</sup>**

*Кафедра «Компьютерно-интегрированные системы в машиностроении» (1),  
karp@mail.tstu.ru; ФГБОУ ВО «ТГТУ», Тамбов, Россия;  
SciTex Group (2), Тамбов, Россия*

**Ключевые слова:** вычислительный эксперимент; комплекс программ; модель турбулентности; оптимизация процесса механического перемешивания; равномерность поля скоростей перемешиваемой жидкости; уравнения Навье–Стокса.

**Аннотация:** Рассмотрены структура и функции комплекса программ, реализующего методику оптимизации процесса механического перемешивания (ПМП) гомогенной жидкости в вертикальном емкостном аппарате, которая включает: математическую модель ПМП, разработанную на основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса и RNG  $k$ – $\varepsilon$ -модели турбулентности; постановку задачи оптимизации параметров конструкции и режима функционирования механических перемешивающих устройств (МПУ) с точки зрения дисперсии вектора скорости перемешиваемой жидкости; алгоритм решения задачи оптимизации, разработанный на основе теории многофакторного вычислительного эксперимента. Представлены результаты сравнения эффективности разработанного комплекса программ с популярными системами инженерного анализа, его применения для модификации параметров МПУ промышленного аппарата АО «Пигмент» (Тамбов).

---

**Введение**

В публикациях [1, 2] предложена методика оптимизации процесса механического перемешивания (ПМП) жидкости в вертикальной емкости, включающая математическую модель ПМП, постановку задачи оптимизации параметров конструкции и режима функционирования механических перемешивающих устройств (МПУ) вертикальных емкостных аппаратов и алгоритм ее решения.

Основными параметрами конструкции МПУ являются: диаметр мешалки  $D_m$ , ширина ее лопасти  $H_m$  и высота установки над дном аппарата  $h_{hm}$ . Режим функционирования МПУ характеризуется частотой вращения вала мешалки  $n$ .

Исследуется установившееся движение гомогенной жидкости в вертикальной цилиндрической емкости, поэтому разработанная математическая модель ПМП включает осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса, дополненные полуэмпирической RNG  $k$ – $\varepsilon$ -моделью турбулентности, в цилиндрической системе координат.

При ее разработке приняты допущения об изотермичности ПМП и симметричности поля скоростей перемешиваемой жидкости относительно оси вращения мешалки, совпадающей с вертикальной осью симметрии емкостного аппарата.

Как следствие, моделируется двумерное поле скоростей перемешиваемой жидкости (по высоте  $l$  и радиусу  $r$  аппарата). Для решения разработанной математической модели ПМП использовалась кросс-компилированная версия blueCFD (Computational Fluid Dynamics) свободно распространяемого комплекса программ OpenFOAM [3]. Адекватность модели подтверждена результатами лабораторных экспериментов.

В качестве критерия эффективности ПМП использована дисперсия длины вектора скорости перемешиваемой жидкости, выбранная в качестве расчетной характеристики равномерности поля скоростей перемешиваемой жидкости в объеме аппарата, то есть отсутствия застойных зон и зон повышенных скоростей.

Алгоритм решения задачи оптимизации параметров конструкции и режима функционирования МПУ разработан на основе теории планирования многофакторного вычислительного эксперимента. В качестве плана эксперимента выбран ортогональный центральный композиционный план (**ОЦКП**).

В работе [2] приведены результаты применения разработанной методики для оптимизации параметров конструкции лабораторного аппарата, оснащенного двуххлопастной, турбинной открытой и треххлопастной мешалкой с наклонными лопастями. Полученные оптимальные значения ширины лопастей этих мешалок превышают рекомендуемые документом [4] в 1,7 – 2,5 раза. Значения дополнительных параметров конструкций мешалок (число лопастей и диаметр диска турбинной открытой мешалки, угол наклона лопастей треххлопастной мешалки к горизонту) определены методом перебора при оптимальных значениях основных.

В данной работе рассматривается структура, функции и результаты практического применения комплекса программ, реализующего предложенную методику оптимизации ПМП гомогенной жидкости в вертикальном емкостном аппарате. Представлению комплекса предшествует описание модификаций процедуры проверки адекватности математической модели, способа расчета значений критерия оптимальности и обоснования выбора вида полинома регрессии, формируемого по результатам вычислительного эксперимента.

### **Подтверждение адекватности предложенной математической модели ПМП**

Адекватность математической модели ПМП, представленной в [1, 2], подтверждается сравнением значений затрат мощности на перемешивание  $N$ , рассчитанных по результатам решения модели, измерений напряжения питания и силы тока, потребляемого электродвигателем привода мешалки лабораторного аппарата, при перемешивании гомогенной жидкости ( $U_{ж}$  и  $I_{ж}$ ) и вращении мешалки в пустом аппарате ( $U_{п}$  и  $I_{п}$ ).

Значения  $N$  рассчитываются по найденным в результате решения модели значениям компонент вектора скорости перемешиваемой жидкости по высоте и радиусу аппарата  $\bar{u}_{li}, \bar{u}_{ri}$ ,  $i = 1, \dots, z$ , где  $z$  – число конечных элементов (**КЭ**), сформированных в объеме перемешиваемой жидкости, следующим образом:

$$N = M_{kp} 2\pi n, \quad (1)$$

где  $M_{kp} = \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z F_{bt,i} r_i$  – осредненный крутящий момент, необходимый для преодоления сил внутреннего трения в перемешиваемой жидкости;  $r_i$  – радиус расположения  $i$ -го КЭ, м;  $F_{bt,i} = \mu_{eff} \text{grad}(\bar{u}_i) s_i$  – сила внутреннего трения в  $i$ -м КЭ, Н;  $s_i$  – поверхность соприкосновения  $i$ -го КЭ с соседним по радиусу аппаратом,  $\text{м}^2$ ;  $\text{grad}(\bar{u}_i) = \sqrt{\left(\frac{\partial \bar{u}_{li}}{\partial l}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{u}_{li}}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{u}_{ri}}{\partial l}\right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{u}_{ri}}{\partial r}\right)^2}$  – длина вектора градиента скорости жидкости в  $i$ -м КЭ.



Рис. 1. Промышленный аппарат для проведения экспериментов

Адекватность разработанной математической модели ПМП подтверждена и результатами эксперимента на промышленном аппарате ВЭЭ2-3-0,63-0,6У объемом 0,63 м<sup>3</sup>, диаметром корпуса  $D_r = 1$  м и высотой  $H_r = 0,875$  м, открытая турбинная мешалка которого, установленная на высоте  $h_{hm} = 0,22$  м от днища, имеет диаметр  $D_m = 0,25$  м, ширину лопасти  $H_m = 0,12$  м (рис. 1). Аппарат заполнялся артезианской водой (0,47 м<sup>3</sup>), подогретой до температуры 20 °C, плотностью 1027 кг/м<sup>3</sup>, кинематической вязкостью  $1,006 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с.

Отличие экспериментов на промышленном аппарате от лабораторного – использование привода МПУ, оснащенного электродвигателем переменного тока с короткозамкнутым ротором. Номинальное напряжение питания двигателя 380 В, номинальная частота вращения ротора 750 мин<sup>-1</sup>, номинальный ток 2,4 А, коэффициент мощности  $\cos\phi = 0,6$ , мощность 550 Вт. Расчет затрат мощности на перемешивание проводился по формуле [5]

$$N = \frac{\sqrt{3}(I_{\text{ж}}U_{\text{ж}} - I_{\text{п}}U_{\text{п}})\cos\phi}{K_{\text{п}}}. \quad (3)$$

Аппарат (см. рис. 1) функционирует в одном из цехов АО «Пигмент» (Тамбов), поэтому изменения типа и геометрии мешалки были невозможны. Частота ее вращения изменялась с применением частотного преобразователя от 100 до 360 мин<sup>-1</sup> с шагом 20 мин<sup>-1</sup>. В таблице 1 сведены значения затрат мощности на перемешивание, рассчитанные по (1), согласно (3) по результатам измерений значений  $U_{\text{ж}}$  и  $I_{\text{ж}}$ ,  $U_{\text{п}}$  и  $I_{\text{п}}$ , а также по методике, рекомендуемой [4]. Сравнение результатов расчетов значений  $N$  по (1) и по (3) подтверждает адекватность используемой модели ПМП: отклонение не превышает 3 %.

Расчет затрат мощности на перемешивание в лабораторном аппарате, оснащенном электродвигателем постоянного тока, производился по формуле [5]:

$$N = \frac{I_{\text{ж}}U_{\text{ж}} - I_{\text{п}}U_{\text{п}}}{K_{\text{п}}}, \quad (2)$$

где  $K_{\text{п}}$  – коэффициент пусковых перегрузок, значения которого принимались согласно рекомендациям [4].

Отклонение значений  $N$ , рассчитанных по (1) и согласно (2), не превышает 5 %, что свидетельствует об адекватности предложенной в [1, 2] математической модели ПМП. Отмечены существенные отличия результатов расчетов значений затрат мощности на перемешивание по методике, рекомендуемой [4], от результатов экспериментов и расчетов по (1), (2) для открытой турбинной и трехлопастной мешалок.

Таблица 1  
Результаты расчетов мощности перемешивания

Частота вращения мешалки, мин <sup>-1</sup>	Значение $N$ , Вт		
	по (1)	по (3)	по [4]
100	6,316	6,188	7,430
120	7,016	6,978	12,045
140	9,067	8,953	18,129
160	10,95	10,719	25,841
180	11,834	11,719	35,333
200	15,873	15,928	46,751
220	18,353	18,030	60,237
240	19,575	19,082	75,926
260	21,391	21,189	93,952
280	30,444	30,800	114,444
300	36,503	35,543	137,528
320	42,197	41,202	163,329
340	50,461	49,760	191,966
360	53,149	52,262	223,559

Заметим, что результаты расчетов значений затрат мощности на перемешивание открытой турбинной мешалкой, согласно [4], существенно превышают результаты расчетов, согласно (1), (3): при  $n = 360$  мин<sup>-1</sup> более, чем на 400 %.

### Критерий эффективности ПМП

Расчет критерия эффективности ПМП осуществляется по формуле

$$K_{\text{SVS}} = \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z \left( U_i - \bar{U}_i \right)^2, \quad (4)$$

где  $U_i = \sqrt{\bar{u}_{li}^2 + \bar{u}_{ri}^2}$  – длина вектора скорости перемешиваемой жидкости для  $i$ -го узла конечно-элементной расчетной модели, м/с;  $\bar{u}_{li}, \bar{u}_{ri}$  – компоненты вектора скорости перемешиваемой жидкости по высоте и радиусу аппарата для  $i$ -го узла, м/с;  $\bar{U}_i = \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z U_i$  – среднее арифметическое значение  $U_i$  по объему перемешиваемой жидкости, м/с.

Минимальное значение критерия (4), равное нулю, соответствует абсолютной равномерности поля скоростей перемешиваемой жидкости, в том числе и отсутствию перемешивания, то есть  $n = 0$ . С другой стороны, в промышленной практике обычно увеличивают частоту вращения механических мешалок до максимально возможных значений, так как при этом возрастают скорости реализуемых технологических процессов (тепломассообмена, химических превращений). Следовательно, критерий (4) необходимо дополнить ограничением

$$n = \min \{n_{\text{max}}, n_{\text{p}}\}, \quad (5)$$

где  $n_{\max}$  – максимально допустимое значение  $n$ ,  $\text{с}^{-1}$ , определяемое конструкцией мешалки и свойствами перемешиваемой среды [4];  $n_p$  – значение  $n$ , определяемое мощностью привода МПУ,  $\text{с}^{-1}$ .

Анализ опыта промышленной эксплуатации вертикальных емкостей с МПУ показывает, что мощность двигателя привода мешалки  $P_{\text{дв}}$  обычно не превышает значения  $P_{\text{дв.доп}}$ , определяемого величиной рабочего объема аппарата (1 кВт на каждый  $\text{м}^3$ ), то есть значение  $n_p$  можно определить из ограничения

$$N \leq P_{\text{дв.доп}} / K_n .$$

С учетом возможности определения значения  $N$  согласно (1)

$$n_p \leq \frac{P_{\text{дв.доп}}}{2\pi M_{\text{кр}} K_n} . \quad (6)$$

Таким образом, значение  $n$  для МПУ конкретного вертикального емкостного аппарата однозначно определяется соотношениями (5), (6), и задача оптимизации ПМП в этом аппарате сводится к поиску значений  $D_m$ ,  $H_m$  и  $h_{hm}$ , которым соответствует поле скоростей перемешиваемой жидкости, минимизирующее значение критерия (4).

### Выбор вида полинома регрессии

Вычисление значения критерия (4), соответствующего комбинации фиксированных значений параметров  $D_m$ ,  $H_m$  и  $h_{hm}$ , осуществляется по результатам расчета поля скоростей в объеме жидкости, перемешиваемой в исследуемом аппарате, то есть затраты времени на решение задачи оптимизации зависят в основном от необходимого количества расчетов поля скоростей. Минимальное число комбинаций фиксированных значений  $D_m$ ,  $H_m$  и  $h_{hm}$ , при которых необходимо рассчитывать значения  $\bar{u}_{i_1}, \bar{u}_{i_2}, \dots, \bar{u}_{i_z}$ ,  $i = 1, \dots, z$ , формируется согласно методике планирования многофакторного вычислительного эксперимента [6]. Критерий (4) аппроксимируется степенным полиномом, результатом поиска минимума которого являются оптимальные значения параметров МПУ.

Предлагаемый алгоритм решения задачи предусматривает реализацию трехфакторного эксперимента: фиксирование значений  $D_m$ ,  $H_m$  и  $h_{hm}$  на уровнях, соответствующих матрице плана эксперимента. Результирующая зависимость значения  $K_{\text{SVS}}$  от значений факторов должна иметь выраженный минимум, поэтому выбран план эксперимента второго порядка – ОЦКП [6].

При трех факторах ОЦКП предусматривает проведение 15 экспериментов на пяти уровнях варьирования каждого фактора, то есть формируемый полином регрессии может включать до 14 слагаемых. Это может быть как полный полином регрессии второго порядка, содержащий 11 слагаемых, так и неполный полином регрессии третьего порядка, дополнительно включающий слагаемые с факторами в третьей степени.

Процедуру обоснования выбора вида полинома регрессии рассмотрим на примере решения задач оптимизации для аппарата, который использовался для проведения лабораторного эксперимента: задач поиска оптимальных параметров конструкции МПУ, оснащенного двухлопастной, турбинной открытой и трехлопастной мешалками. Натуральные значения факторов  $D_m$ ,  $H_m$  и  $h_{hm}$ , соответствующие их кодированным значениям, предусмотренным матрицей ОЦКП, а также значения дополнительных параметров конструкций мешалок были зафиксированы согласно рекомендациям [4].

Таблица 2  
Относительные ошибки полиномов регрессии

Мешалка	Полный полином второй степени	Неполный полином третьей степени
Двухлопастная		
	Ошибки: средняя 4 %, максимальная 25,8 %	Ошибки: средняя 1 %, максимальная 8,8 %
Турбинная открытая		
	Ошибки: средняя 2,7 %, максимальная 19,2 %	Ошибки: средняя 0,36 %, максимальная 4,9 %
Трехлопастная		
	Ошибки: средняя 2,7 %, максимальная 18,3 %	Ошибки: средняя 0,37 %, максимальная 5,1 %,

Показателем степени соответствия значения полинома регрессии при фиксированных значениях факторов значению критерия (4), полученному в результате решения математической модели, служит относительная ошибка полинома регрессии [6]

$$\varepsilon = \frac{\frac{1}{N_{\Pi}} \sqrt{\sum_{i=1}^{N_{\Pi}} (y_i - y_{r_i})^2}}{y_{\max} - y_{\min}}, \quad (7)$$

где  $y_i$ ,  $yr_i$  – значение критерия (4) в  $i$ -й точке плана, полученное в результате решения математической модели ПМП, и значение полинома регрессии в той же точке;  $y_{\max}$ ,  $y_{\min}$  – максимальное и минимальное значения  $yr_i$  в точках плана;  $N_{\Pi}$  – число точек плана.

Если при выбранном порядке полинома регрессии значение  $\varepsilon > 5\%$ , рекомендуется переход к формированию полинома более высокого порядка.

В таблице 2 представлены графические интерпретации относительной ошибки (7) полиномов регрессии: полных полиномов второй и неполных полиномов третьей степени. Формально сформированные полиномы регрессии второго порядка для всех типов мешалок приемлемы (относительная ошибка меньше 5 %), однако максимальные отклонения значений  $yr_i$  от  $y_i$  весьма существенны. Также следует отметить совпадение оптимальных значений ширины лопасти и высоты установки всех трех мешалок с границами интервалов варьирования их кодированных значений. Относительные ошибки полиномов третьего порядка существенно меньше и, кроме того, оптимальные значения параметров  $D_m$ ,  $H_m$  и  $h_{hm}$  входят в интервалы их варьирования, выбранные для проведения вычислительных экспериментов [2]. Следовательно, неполные полиномы регрессии третьей степени более приемлемы для аппроксимации критерия (4).

### Комплекс программ оптимизации ПМП

В основе комплекса программ, реализующего представленную методику оптимизации ПМП гомогенной жидкости в вертикальном емкостном аппарате [7], лежит набор библиотек, предоставляющих инструменты для решения систем дифференциальных уравнений в частных производных (как стационарных, так и нестационарных). В программе конечно-элементного анализа OpenFOAM большинство дифференциальных и тензорных операторов в программном коде (до трансляции в исполняемый файл) может быть представлено в удобочитаемой форме, а метод дискретизации и решения для каждого оператора выбран пользователем в процессе расчета. Таким образом, полностью разделяются формирование расчетной сетки КЭ (метод дискретизации), дискретизация основных уравнений и их решение.

Комплекс программ включает модули:

- 1 – ввода данных;
- 2 – формирования матрицы ОЦКП;
- 3 – построения конечно-элементной модели аппарата и МПУ;
- 4 – решения математической модели;
- 5 – определения параметров МПУ и вывода результатов (рис. 2).

В качестве основного языка программирования выбран Python, к преимуществам которого можно отнести [8]:

- использование высокоуровневых типов данных, причем их динамическая типизация короче, чем в программах на других языках того же уровня;
- поддержка общих методологий программирования: проектирования структур данных, объектно-ориентированного программирования;
- большой набор структур данных, внутренних функций, улучшенная обработка пространства имен;
- использование модулей и итераторов, поддержка множественного наследования;
- поддержка основных структур графического интерфейса пользователя (GUI);
- самый короткий код среди однотипных языков программирования.



Рис. 2. Состав и структура комплекса программ оптимизации ПМП

В модуле 1 осуществляется ввод значений диаметра  $D_r$  и высоты  $H_r$  корпуса аппарата, объема  $V$  перемешиваемой жидкости, ее плотности  $\rho$  и кинематической вязкости  $\nu$ , указывается тип и число мешалок, типы, размеры и расположение внутренних устройств, определяется высота  $L$  заполнения аппарата без перемешивания и проверяется условие отсутствия переполнения при перемешивании

$$L \leq H_r / 1,2.$$

В модуле 2 осуществляется расчет частоты вращения вала МПУ согласно (5), (6), задаются уровни натуральных значений параметров  $D_m$ ,  $H_m$  и  $h_{hm}$ , определяются их кодированные значения, формируется матрица ОЦКП.

Модуль 3 предназначен для генерации трехмерной геометрической модели аппарата и мешалки.

Для разбиения модели на КЭ применяется библиотека параметрического 3D-моделирования ZenCAD, использующая геометрическое ядро граничного представления OpenCascade и язык общего назначения Python [9]. ZenCAD может использоваться как самостоятельная система быстрого прототипирования для целей макетирования или 3D-печати, так и в комплексе с библиотеками Python для построения 3D-моделей.

В модуле 4 осуществляется решение математической модели ПМП с применением программы, разработанной на основе OpenFOAM, для каждой комбинации кодированных значений параметров, предусмотренной матрицей ОЦКП, расчет соответствующих значений критерия (4).

Модуль 5 осуществляет формирование полинома регрессии, поиск его минимума, расчет оптимальных натуральных значений параметров  $D_m$ ,  $H_m$  и  $h_{hm}$ , выбор оптимальных значений дополнительных параметров и вывод результатов в окне комплекса программ (рис. 3).

Проведено сравнение разработанного комплекса программ с популярными системами инженерного анализа ANSYS Fluent [10] и COMSOL Multiphysics [11] по точности получаемых результатов и быстродействию. В качестве тестовой задачи использовалась задача расчета поля скоростей и затрат мощности на перемешивание в лабораторном аппарате [1, 2] с двухлопастной мешалкой при тех же параметрах перемешиваемой жидкости, что и при проверке адекватности математической модели ПМП.

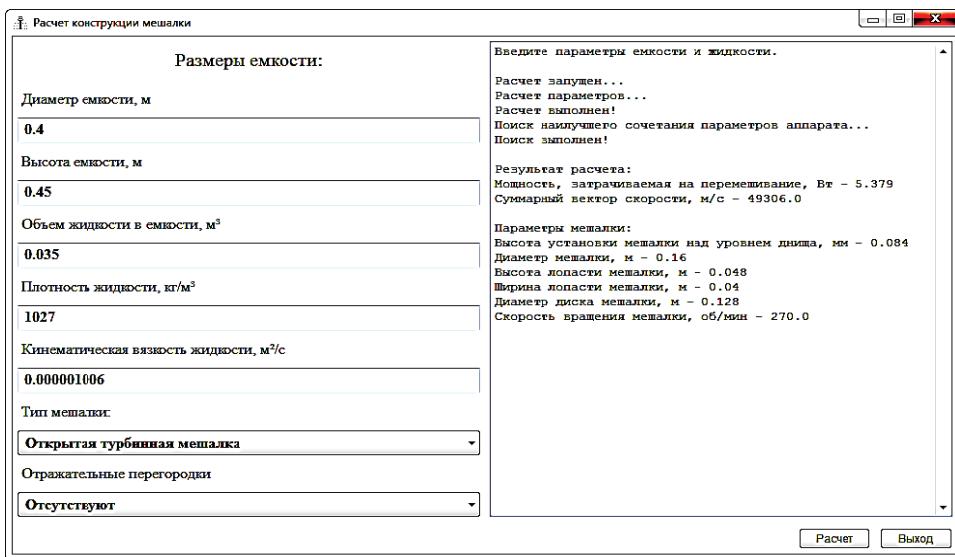


Рис. 3. Скриншот окна комплекса программ

Таблица 3

Сравнение программ расчета поля скоростей ПМП

Программа	Частота вращения мешалки $n$ , об/мин	Мощность $N$ , мВт	Отклонение значения мощности от расчета в разработанной системе, %	Число конечных элементов в модели	Продолжительность расчета, мин	Отклонение по времени от расчета в разработанной системе, %
ANSYS Fluent	20	9,12	+3	220 103	178	+12
	40	17,18	+4		178	+15
	60	27,69	+4		180	+15
	80	36,63	+3		184	+14
	100	42,16	+3		179	+16
COMSOL Multiphysics	20	9,00	+2	213 692	199	+24
	40	16,98	+3		196	+25
	60	27,32	+3		196	+24
	80	36,77	+4		199	+24
	100	42,08	+3		196	+24
Разработанный комплекс программ оптимизации ПМП	20	8,82	-	210 401	162	-
	40	16,49			166	
	60	26,52			168	
	80	35,36			171	
	100	40,85			169	

Значения мощности, затрачиваемой на перемешивание, полученные разными программами, различаются менее чем на 5 %, что свидетельствует о корректности используемой модели и выбранного уровня густоты сетки конечных элементов (табл. 3).

При сравнимом количестве КЭ, формируемых в 3D-модели аппарата и мешалки, очевидно преимущество разработанного комплекса программ с точки зрения продолжительности расчета с учетом затрат времени на разработку и переработку 3D-модели аппарата и мешалки при изменении значений  $D_m$ ,  $H_m$  и  $h_{hm}$ .

### Результаты практического применения комплекса программ

Разработанный комплекс программ оптимизации ПМП применен для модификации конструкции МПУ промышленного аппарата, оснащенного якорной мешалкой, который установлен в цехе № 15 АО «Пигмент» (Тамбов) и реализует процесс репульпации пасты фталоцианина меди в водном растворе серной кислоты при температуре 200 °C и атмосферном давлении. При существующей конструкции МПУ наблюдается неравномерное начальное распределение частиц пасты в объеме перемешиваемой жидкости и, как следствие, их прилипание к стенкам корпуса и спекание.

Цель работ по модификации существующего МПУ – повышение степени равномерности начального распределения пасты фталоцианина меди по объему аппарата и устранение прилипания ее частиц к стенкам аппарата, сокращение продолжительности стадии репульпации и снижение энергопотребления аппарата.

Поле скоростей жидкости, перемешиваемой мешалкой существующей конструкции, представлено на рис. 4, а. Как видно, скорости жидкости в центральной и периферийной зонах объема аппарата существенно различаются (значение критерия (4)  $K_{SVS} = 5,46$ ), что, очевидно, и приводит к неравномерному начальному распределению частиц пасты фталоцианина меди по объему аппарата.

В результате решения задачи оптимизации ПМП установлено, что минимальному значению дисперсии длины вектора скорости жидкости в аппарате  $K_{SVS} = 1,34$  соответствуют значения параметров конструкции МПУ, представленные в табл. 4. Оптимальное значение дополнительного параметра конструкции мешалки – высоты ее лопасти  $B_m$  – определено методом перебора при оптимальных значениях  $D_m$ ,  $H_m$  и  $h_{hm}$ .

Как видно, результаты оптимизации параметров конструкции МПУ отличаются от рекомендаций [4] по конструкциям МПУ с якорными мешалками.

Таким образом, за счет модификации конструкции МПУ удалось существенно повысить степень равномерности поля скоростей жидкости в аппарате (см. рис. 4, б): значение критерия (4) уменьшилось более чем в 4 раза. Дополнительная поперечная перемычка установлена для обеспечения необходимой прочности лопастей модифицированной мешалки.

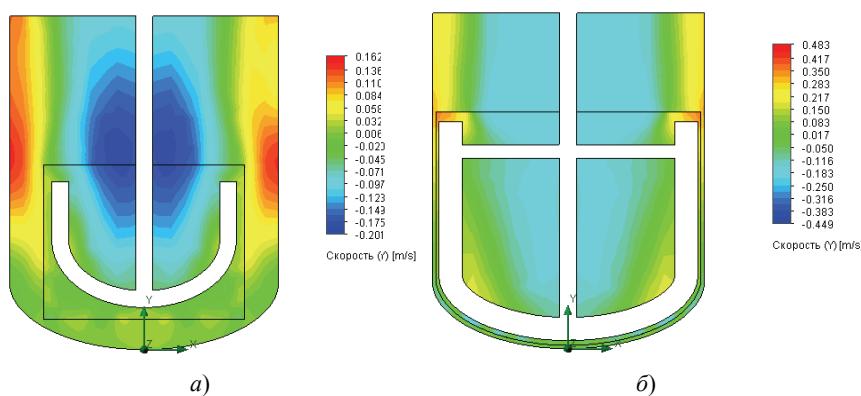


Рис. 4. Поле скоростей жидкости в аппарате для репульпации при начальной (а) и итоговой (б) конструкциях МПУ

Таблица 4  
Результаты оптимизации ПМП в промышленном аппарате

Значения параметров конструкции МПУ			
Диаметр мешалки	Высота установки мешалки	Ширина лопасти	Высота лопасти
<i>Результаты оптимизации</i>			
$D_m = 0,95D_r$	$h_{hm} = 0,05D_m$	$H_m = 0,15D_m$	$B_m = 0,85D_m$
<i>Рекомендации [4] для якорных мешалок</i>			
$D_m / D_r = 0,7 \dots 0,9$	$h_{hm} \geq 0,5(D_r - D_m)$	$H_m / D_m = 0,1$	$B_m / D_m = 0,7$

Для подтверждения эффективности модифицированной конструкции и измененной высоты расположения мешалки над днищем аппарата была реализована обработка нескольких пробных партий пасты фталоцианина меди. По ее результатам сделаны следующие выводы:

- образование отложений на стенках корпуса аппарата практически отсутствует;
- необходимую продолжительность стадии репульпации можно сократить с 20 до 18 ч, а поскольку она является лимитирующей по времени в процессе производства фталоцианина меди, то мощность производства можно увеличить с 1188 до 1320 т/год;
- мощность привода МПУ можно уменьшить на 16 %.

### Заключение

Затраты мощности на перемешивание гомогенной жидкости в вертикальной емкости с МПУ рассчитываются по значениям осредненного крутящего момента, необходимого для преодоления сил внутреннего трения в перемешиваемой жидкости, найденным по результатам решения математической модели ПМП.

Адекватность разработанной математической модели ПМП подтверждена результатами эксперимента на промышленном аппарате, установленном в одном из цехов АО «Пигмент» (Тамбов): отклонение значений затрат мощности на перемешивание, рассчитанных по результатам решения модели и результатам изменений напряжения питания и силы тока, потребляемого электродвигателем привода мешалки при перемешивании гомогенной жидкости и вращении мешалки в пустом аппарате, не превышает 3 %.

Значение частоты вращения вала МПУ конкретного вертикального емкостного аппарата однозначно определяется конструкцией мешалки и свойствами перемешиваемой среды, а также значением затрат мощности на перемешивание, то есть задача оптимизации ПМП сводится к поиску значений диаметра и ширины лопасти мешалки, высоты ее расположения над днищем аппарата, которым соответствует поле скоростей перемешиваемой жидкости, минимизирующее дисперсию длины вектора ее скорости.

Выбор вида полинома регрессии, аппроксимирующего зависимость дисперсии длины вектора скорости перемешиваемой жидкости от параметров конструкции МПУ, осуществляется не только по значению относительной ошибки полинома регрессии, но и по максимальным отклонениям значений критерия оптимальности ПМП от значений полинома регрессии в тех же точках плана вычислительного эксперимента.

Разработанный комплекс программ оптимизации ПМП включает модули ввода данных и формирования матрицы ОЦКП, написанные на языке Python, построения конечно-элементной модели аппарата и МПУ, разработанного в среде параметрического 3D-моделирования ZenCAD, решения математической модели ПМП, разработанного в среде конечно-элементного моделирования OpenFOAM, определения параметров МПУ и вывода результатов, написанного на языке Python. Сравнение результатов применения комплекса с результатами применения популярных систем инженерного анализа ANSYS Fluent и COMSOL Multiphysics подтвердило его эффективность.

В результате применения комплекса программ для решения задачи оптимизации параметров МПУ промышленного аппарата АО «Пигмент» (Тамбов) предложены модификации его конструкции, позволившие устраниить образование отложений на стенках аппарата, сократить на 10 % продолжительность стадии репульпации пасты фталоцианина меди, уменьшить на 16 % затраты мощности на перемешивание.

#### *Список литературы*

1. Мартынов, Е. И. Оптимизация процесса перемешивания жидкости в вертикальных емкостных аппаратах с механическими перемешивающими устройствами / Е. И. Мартынов, С. В. Карпушкин // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2023. – Т. 29, № 2. – С. 280 – 293. doi: 10.17277/vestnik.2023.02.pp.280-293
2. Карпушкин, С. В. Оптимизация параметров механических перемешивающих устройств вертикальных емкостных аппаратов / С. В. Карпушкин, Е. И. Мартынов // Химическая промышленность сегодня. – 2024. – № 6. – С. 41 – 48.
3. OpenFOAM – открытая интегрируемая платформа для численного моделирования задач механики сплошных сред. – URL : <http://fsweb.info/caecad/openfoam.html> (дата обращения: 10.06.2024).
4. Руководящий нормативный документ РД 26-01-90-85: Механические перемешивающие устройства, метод расчета. – Введ. 1986-01-01. – Л. : РТП ЛенинИИХиммаша, 1985. – 257 с.
5. Скорняков, В. А. Общая электротехника и электроника : учебник для вузов / В. А. Скорняков, В. Я. Фролов. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 176 с.
6. Сидняев, Н. И. Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных : учебное пособие / Н. И. Сидняев. – Москва : Юрайт, 2012. – 399 с.
7. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023613829. Программа оптимизации конструктивных параметров и режима функционирования механических перемешивающих устройств : № 2023612580 : заявл. 09.02.2023 : опубл. 20.02.2023 / Мартынов Е. И., Карпушкин С. В. ; заявитель и правообладатель ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет». – 1 с.
8. Гид по языкам программирования: решения для конкретных задач. – URL : <https://www.techinsider.ru/technologies/758873-gid-po-yazykam-programmirovaniya-resheniya-dlya-konkretnykh-zadach> (дата обращения: 15.05.2024).
9. Система скриптового 3D моделирования ZenCad. – URL : <https://habr.com/ru/post/443140> (дата обращения: 15.05.2024).
10. Шаблий, Л. С. Компьютерное моделирование типовых гидравлических и газодинамических процессов двигателей и энергетических установок в ANSYS Fluent : учебное пособие / Л. С. Шаблий, А. В. Кривцов, Д. А. Колмакова. – Самара : Изд-во Самар. ун-та, 2017. – 108 с.
11. Красников, Г. Е. Моделирование физических процессов с использованием пакета COMSOL Multiphysics : учебное пособие / Г. Е. Красников, О. В. Нагорнов, Н. В. Старостин. – Москва : НИЯУ МИФИ, 2012. – 184 с.

# A Software Package to Optimize the Mechanical Mixing of Liquids in a Vertical Tank

S. V. Karpushkin<sup>1</sup>✉, E. I. Martyanov<sup>2</sup>

Department of Computer-Integrated Systems in Mechanical Engineering (1),  
karp@mail.tstu.ru; TSTU, Tambov, Russia;  
SciTex Group (2), Tambov, Russia

**Keywords:** computational experiment; software package; turbulence model; mechanical mixing process optimization; uniformity of the mixed fluid velocity field; Navier-Stokes equations.

**Abstract:** The article considers the structure and functions of a software package implementing a methodology for optimizing the mechanical mixing process (MMP) of a homogeneous liquid in a vertical tank apparatus. The package includes: a mathematical model of the MMP developed on the basis of the Reynolds-averaged Navier-Stokes equations and the RNG  $k-\epsilon$  turbulence model; a formulation of the problem of optimizing the design parameters and operating mode of mechanical mixing devices (MMD) from the point of view of the dispersion of the velocity vector of the mixed liquid; an algorithm for solving the optimization problem developed based on the theory of a multifactorial computational experiment. The article presents the results of a comparison of the effectiveness of the developed software package with popular engineering analysis systems, and its application to modify the MMD parameters of the industrial apparatus of Pigment JSC (Tambov).

## References

1. Mart'yanov Ye.I., Karpushkin S.V. [Optimization of the liquid mixing process in vertical tank apparatuses with mechanical mixing devices], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2023, vol. 29, no. 2, pp. 280-293. doi: 10.17277/hestnik.2023.02.pp.280-293 (In Russ., abstract in Eng.)
2. Karpushkin S.V., Mart'yanov Ye.I. [Optimization of the parameters of mechanical mixing devices of vertical tank apparatuses], *Khimicheskaya promyshlennost' segodnya* [Chemical Industry Today], 2024, no. 6, pp. 41-48. (In Russ., abstract in Eng.)
3. Available at: <http://fsweb.info/caecad/openfoam.html> (accessed 10 June 2024).
4. Rukovodyashchiy normativnyy dokument RD 26-01-90-85: *Mekhanicheskiye peremeshi-vayushchiye ustroystva, metod rascheta* [Mechanical mixing devices, calculation method], Leningrad: RTP LenNIIkhimmasha, 1985, 257 p. (In Russ.)
5. Skornyakov V.A., Frolov V.Ya. *Obshchaya elektrotehnika i elektronika: uchebnik dlya vuzov* [General electrical engineering and electronics: a textbook for universities], St. Petersburg: Lan', 2021, 176 p. (In Russ.).
6. Sidnyayev N.I. *Teoriya planirovaniya eksperimenta i analiz statisticheskikh dannykh: uchebnoye posobiye* [Theory of Experimental Planning and Analysis of Statistical Data: a tutorial], Moscow: Yurayt, 2012, 399 p. (In Russ.)
7. Mart'yanov Ye.I., Karpushkin S.V. *Programma optimizatsii konstruktivnykh parametrov i rezhma funktsionirovaniya mekhanicheskikh peremeshivayushchikh ustroystv* [Program for Optimizing the Design Parameters and Operating Mode of Mechanical Mixing Devices], No. 2023613829. (In Russ.).
8. Available at: <https://www.techinsider.ru/technologies/758873-gid-po-yazykam-programmirovaniya-resheniya-dlya-konkretnyh-zadach> (accessed 15 May 2024).
9. Available at: <https://habr.com/ru/post/443140> (accessed 15 May 2024).

10. Shabliy L.S., Krivtsov A.V., Kolmakova D.A. *Komp'yuternoye modelirovaniye tipovykh gidravlicheskikh i gazodinamicheskikh protsessov dvigateley i energeticheskikh ustavovok v Ansys Fluent: uchebnoe posobiye* [Computer modeling of typical hydraulic and gas-dynamic processes of engines and power plants in Ansys Fluent: a tutorial], Samara: Izdatel'stvo Samar. un-ta, 2017, 108 p. (In Russ.).
11. Krasnikov G.Ye., Nagornov O.V., Starostin N.V. *Modelirovaniye fizicheskikh protsessov s ispol'zovaniyem paketa COMSOL Multiphysics: uchebnoye posobiye* [Modeling of physical processes using the COMSOL Multiphysics package: a tutorial], Moscow: NIYAU MIFI, 2012, 184 p. (In Russ.)
- 

## **Softwarekomplex zur Optimierung des Prozesses des mechanischen Mischens von Flüssigkeiten in einem vertikalen Behälter**

**Zusammenfassung:** Es sind die Struktur und Funktionen eines Softwarekomplexes betrachtet, der die Methodik zur Optimierung des Prozesses der mechanischen Durchmischung (Mischprozess) einer homogenen Flüssigkeit in einem vertikalen Behälterapparat realisiert. Dieser umfasst: ein mathematisches Modell des Mischprozesses, das auf den Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen und dem RNG  $k-\epsilon$  Turbulenzmodell basiert; die Formulierung der Aufgabe zur Optimierung der Konstruktionsparameter und des Betriebsregimes mechanischer Rührgeräte (MRG) aus der Perspektive der Dispersion des Geschwindigkeitsvektors der durchmischten Flüssigkeit; einen Lösungsalgorithmus für das Optimierungsproblem, der auf der Theorie des multifaktoriellen computergestützten Experiments entwickelt worden ist. Die Ergebnisse des Vergleichs der Effizienz des entwickelten Softwarekomplexes mit beliebten Systemen der Ingenieuranalyse sowie dessen Anwendung zur Modifizierung der Parameter von MRG in der Industrieanlage der AO „Pigment“ (Tambow) sind präsentiert.

---

## **Ensemble de programmes d'optimisation du processus d'agitation mécanique du liquide dans la cuve verticale**

**Résumé:** Sont examinées la structure et les fonctions de l'ensemble de programmes qui régissent la méthode d'optimisation du processus du mélange mécanique (PMM) d'un liquide homogène dans un dispositif capacitif vertical, qui comprend: un modèle mathématique de PMM développé à la base des équations de Navier-Stokes, moyennes de Reynolds, et RNG  $k-\epsilon$  du modèle de turbulence; le problème d'optimisation des paramètres de la conception et du mode du fonctionnement des dispositifs du mélange mécanique (DMM) du point de vue de la dispersion du vecteur de la vitesse du liquide mélangé; l'algorithme de la résolution des problèmes d'optimisation développé à la base de la théorie de l'expérience de calcul multifactorielle. Sont présentés les résultats de la comparaison de l'efficacité de l'ensemble des programmes mis au point avec les systèmes populaires d'analyse en ligne, leur utilisation pour la modification des paramètres de DMM de l'appareil industriel de la société anonyme de type ouvert «Pigment» (Tambov).

---

**Авторы:** *Карпушкин Сергей Викторович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Компьютерно-интегрированные системы в машиностроении», ФГБОУ ВО «ТГТУ», Тамбов, Россия; *Мартыянов Евгений Игоревич* – кандидат технических наук, руководитель SciTex Group (ИП Мартыянов Е. И.), Тамбов, Россия.