УДК 536.2
DOI: 10.17277/vestnik.2025.03.pp.401-410

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ПОРИСТОЙ ПЛАСТИНЕ С УЧЕТОМ ЗАВИСИМОСТИ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

С. А. Зинина✉, А. И. Попов, А. В. Еремин

*Кафедра «Промышленная теплоэнергетика», sofazinina4@gmail.com,
ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет»,
Самара, Россия*

Ключевые слова: коэффициент пористости; метод минимального репрезентативного объема; нелинейная задача теплопроводности; трижды периодические минимальные поверхности; численные методы; ячейка Шварца P.

Аннотация: Рассмотрено численное решение нелинейной задачи теплопроводности в пористой пластине, образованной трижды периодическими минимальными поверхностями. Краевая задача учитывает зависимость теплофизических свойств материала (теплопроводности, теплоемкости, плотности) пластины от температуры. Представленная математическая постановка задачи также учитывает зависимость теплофизических свойств пористой пластины от геометрических особенной элементарных ячеек. Решение краевой задачи получено двумя методами: конечных разностей и конечных элементов. Представлены графики распределения температуры по пространственной координате и во времени.

Введение

В последние десятилетия в связи с развитием аддитивных технологий широко применяются пористые материалы с прогнозируемыми свойствами, например, пористые материалы, образованные трижды периодическими минимальными поверхностями (**ТПМП**). Использование их в различных областях промышленности обусловлено рядом преимуществ: малым весом; высокой прочностью; возможностью варьирования термического сопротивления материала в зависимости от геометрических размеров выбранной элементарной ячейки ТПМП.

Исследованию процессов теплопереноса в пористых материалах посвящено множество работ [1 – 4], однако авторы не учитывали зависимость теплофизических свойств материала от температуры. Учет этой зависимости при математическом моделировании теплопереноса в пористых телах приводит к существенному усложнению решаемых дифференциальных уравнений, однако позволяет приблизиться к описанию реальных процессов. Зависимость теплофизических свойств от температуры позволит более точно определять распределение температурных полей в теле, например, в процессах, где важно соблюдать технологические ограничения (по термонапряжениям и деформациям).

При математическом моделировании нелинейных задач теплопереноса возможно использование как численных, так и аналитических методов. Так, в работах [5 – 7] с использованием аналитических методов получены решения нелинейных задач теплопроводности, обладающие удовлетворительной точностью во всем диапазоне времени. Несмотря на преимущества использования аналитических методов, более широкое распространение при решении нелинейных задач теплопроводности в настоящее время получили численные методы, которые позволяют свести решение к выполнению конечного числа арифметических действий над числами, что упрощает решение сложных краевых задач [8 – 12].

Математическая постановка задачи

В настоящей работе рассматривается нелинейная задача теплопроводности в пористой стенке, структура которой основана на ТПМП типа Шварца P с толщиной стенки $2L$ (рис. 1). При постановке краевой задачи в середине пластины вводится условие симметрии, вследствие чего рассматривается половина пластины с толщиной L.

Принимаются следующие зависимости теплопроводности, теплоемкости и плотности материала от температуры:

$$\lambda_m = \lambda_m^0[1+\beta(T-T_0)]\,; \tag{1}$$

$$c_m = c_m^0[1+\gamma(T-T_0)]\,; \tag{2}$$

$$\rho_m = \rho_m^0[1+\psi(T-T_0)]\,, \tag{3}$$

где λ_m^0, c_m^0, ρ_m^0 – коэффициенты теплопроводности, теплоемкости и плотности соответственно при значении начальной температуры T_0; β, γ, ψ – коэффициенты, определяемые опытным путем. В качестве материала пористой пластины принимается алюминий [13]. Для алюминия: $\beta = 0{,}0001266$, $\gamma = 0{,}000526723$, $\psi = -0{,}0000816$.

Температуропроводность с учетом (1) – (3) примет вид

$$a_m = \frac{\lambda_m}{c_m\rho_m} = \frac{\lambda_m^0[1+\beta(T-T_0)]}{c_m^0[1+\gamma(T-T_0)]\rho_m^0[1+\psi(T-T_0)]} =$$

$$= a_m^0\frac{1+\beta(T-T_0)}{[1+\gamma(T-T_0)][1+\psi(T-T_0)]}\,. \tag{4}$$

В целях дальнейшего осреднения теплофизических свойств материала используется метод минимального репрезентативного объема [14].

Согласно методу минимального репрезентативного объема, вместо истинного значения коэффициента теплопроводности принимается эффективный коэффициент

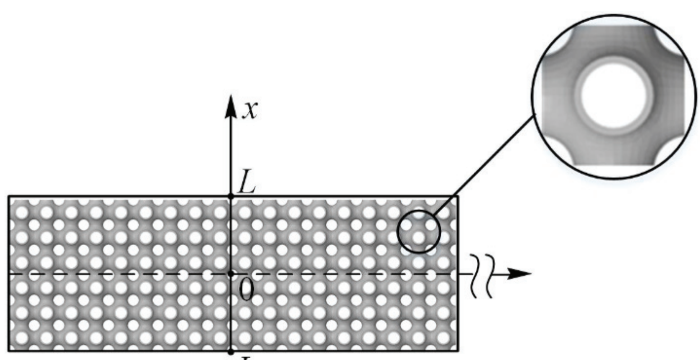

Рис. 1. Модель пластины на основе ТПМП Шварца P

теплопроводности λ_{eff}. Для элементарной ячейки Шварц P эффективная теплопроводность определяется следующей зависимостью:

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda_m \frac{\pi\chi}{2}, \tag{5}$$

где λ_m – коэффициент теплопроводности материала твердотельного каркаса; χ – относительная толщина, $\chi = \delta / l$; δ – толщина стенки элементарной ячейки; l – линейный размер ячейки (длина ребра куба).

Эффективная плотность пористого материала ρ_{eff} зависит от пористости и определяется линейной зависимостью вида

$$\rho_{\text{eff}} = \rho_m [1 - \varphi(\chi)], \tag{6}$$

где ρ_m – истинное значение плотности материала каркаса, из которого изготовлена пористая структура; $\varphi(\chi)$ – коэффициент пористости, определяемый в зависимости от геометрических параметров элементарной ячейки.

Пористость ячейки Шварц P зависит лишь от геометрических параметров самой ячейки и определяется следующим выражением [15]:

$$\varphi(\chi) = -2{,}3067\chi + 1. \tag{7}$$

Выражение (4) с учетом (1) – (3), (5), (6) примет вид

$$a_{\text{eff}} = \frac{\lambda_{\text{eff}}^0 [1 + \beta(T - T_0)]}{c_{\text{eff}}^0 [1 + \gamma(T - T_0)] \rho_{\text{eff}}^0 [1 + \psi(T - T_0)]} = a_{\text{eff}}^0 \frac{1 + \beta(T - T_0)}{[1 + \gamma(T - T_0)][1 + \psi(T - T_0)]}. \tag{8}$$

При этом

$$a_{\text{eff}}^0 = \frac{\lambda_{\text{eff}}^0}{c_{\text{eff}}^0 \rho_{\text{eff}}^0} = \frac{\pi\chi}{2} \frac{\lambda_m^0}{c_m^0 \rho_m^0 [1 - \varphi(\chi)]} = \frac{\pi\chi}{2[1 - \varphi(\chi)]} a_m^0 = A(\chi) a_m^0, \tag{9}$$

где $A(\chi)$ – коэффициент, зависящий только от геометрических размеров элементарной ячейки,

$$A(\chi) = \frac{a_{\text{eff}}}{a_m} = \frac{a_{\text{eff}}^0}{a_m^0} = \frac{\pi\chi}{2[1 - \varphi(\chi)]}.$$

Математическая постановка одномерной задачи, с учетом гомогенизации среды и зависимости теплофизических свойств материала каркаса от температуры, принимает вид (рис. 2):

$$A(\chi) \frac{(1 + \gamma\Delta T\Theta)(1 + \psi\Delta T\Theta)}{1 + \beta\Delta T\Theta} \frac{\partial\Theta}{\partial \text{Fo}} = \frac{\partial^2\Theta}{\partial\xi^2} + \frac{\beta\Delta T}{1 + \beta\Delta T\Theta} \left(\frac{\partial\Theta}{\partial\xi} \right)^2, \tag{10}$$

$$\Theta(\xi, 0) = 0; \tag{11}$$

$$\Theta(0, \text{Fo}) = 1; \tag{12}$$

$$\frac{\partial\Theta(1, \text{Fo})}{\partial\xi} = 0, \tag{13}$$

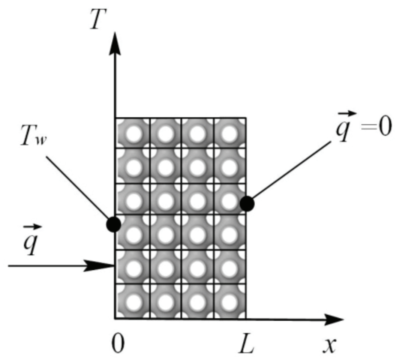

Рис. 2. Схема теплообмена

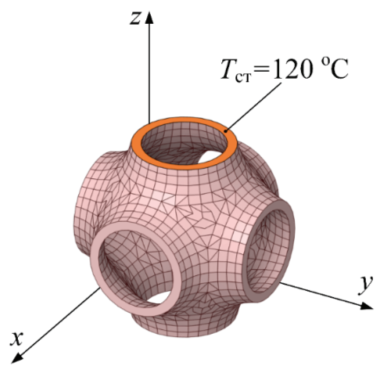

Рис. 3. Исходная геометрия

где $\Delta T = T_w - T_0$, $T_w > T_0$, T_w – температура на поверхности стенки; $\Theta = (T - T_0)/(T_w - T_0)$ – безразмерная температура; $\xi = x/L$ – безразмерная пространственная координата; $L = k\,l$, $k = \{1,2,3...\}$, l – линейный размер ячейки (длина ребра куба); $\mathrm{Fo} = a_m^0 \tau / \delta^2$ – число Фурье.

Численное решение

Решение поставленной краевой задачи (10) – (13) осуществлялось методом конечных разностей (**МКР**) [16,17] в программном комплексе MathCAD. Согласно данному методу принимается пространственно-временная сетка с шагами по пространственной координате Δx и по времени $\Delta\tau$. При этом

$$\xi_i = i\Delta\xi, \quad i = \overline{0, I}; \ \mathrm{Fo}_k = k\,\Delta\mathrm{Fo}, \quad k = \overline{0, K}, \tag{14}$$

где I, K – число шагов по пространственной и временной координатам соответственно.

На данной пространственно-временной сетке (14) вводятся сеточные функции $\Theta_i^k = \Theta(\xi_i, \mathrm{Fo}_k)$. Используется явная схема аппроксимации.

Численное моделирование

В рамках работы выполнено численное моделирование нестационарного процесса теплопроводности в пористой ТПМП-пластине с использованием метода конечных элементов (**МКЭ**).

Для решения данной задачи применялся модуль Transient Thermal программного комплекса ANSYS. Исходная геометрия для численного моделирования показана на рис. 3. Изображенная ячейка трижды периодической минимальной поверхности Шварца P является минимальным репрезентативным объемом, который обладает такими же теплофизическими свойствами, как и пористая пластина, состоящая из любого числа ячеек (см. рис.1). Таким образом, для определения распределения температуры в пористом ТПМП-материале достаточным является решение задачи теплопроводности в минимальном репрезентативном объеме.

При решении данной задачи в ANSYS Transient Thermal задавались следующие краевые условия: начальная температура (функция Initial Temperature) 30 °С; постоянная температура стенки на кольце, отмеченном на рис. 3 (функция Temperature) 120 °С. Взаимодействия ячейки с материалом, заполняющим полости, не учитывались.

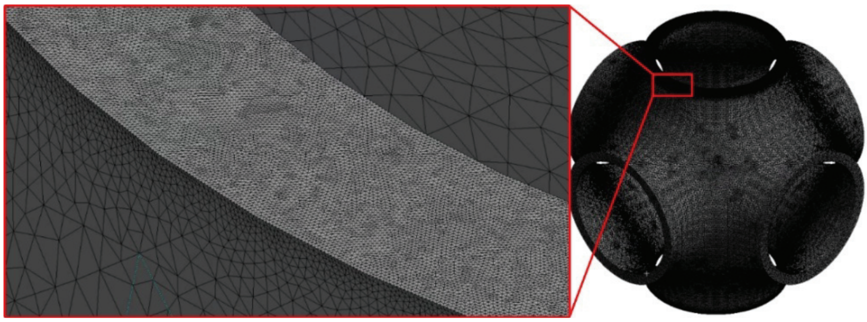

Рис. 4. Конечно-элементная сетка

Сетка для решения задачи методом конечных элементов изображена на рис. 4 и состоит из 4 млн элементов. Для анализа качества конечно-элементной сетки оценивались такие параметры, как Element Quality, Aspect Ratio, Skewness и Orthogonal Quality.

В результате решения задачи построены графики изменения температуры в ячейке по координате z. Для этого с некоторым шагом построены сечения, перпендикулярные оси OZ, в которых определялась средняя температура. Следует отметить, что значения температуры и координаты приведены к безразмерному виду для сопоставления полученного решения с результатами решения задачи (10) – (13) методом конечных разностей.

Результаты

На рисунке 5 представлено распределение безразмерной температуры в пористой пластине по пространственной координате. Показанный график учитывает зависимость теплоемкости, плотности и теплопроводности каркаса плоской пористой пластины от температуры. Пористая пластина образована элементарными ячейками типа Шварца P. В качестве материала каркаса пластины используется алюминий. Свойства алюминия приняты согласно [13]. Отметим, что при сравнении решений, полученных МКР и МКЭ, расхождение не превышает 5 %.

На рисунке 6 показан график распределения безразмерной температуры во времени в пористой пластине. Из анализа кривых следует, что с течением времени наблюдается выход безразмерной температуры на стационарное значение.

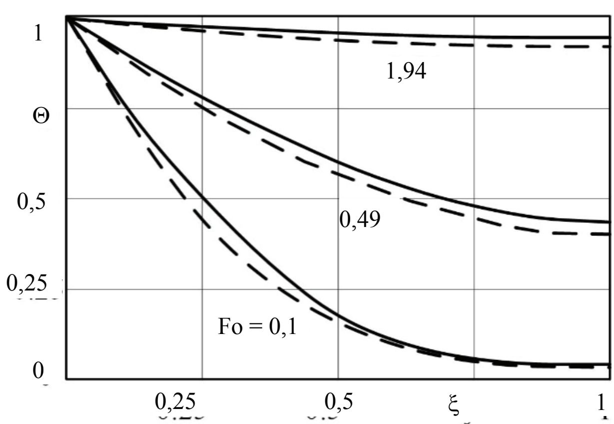

Рис. 5. Распределение температуры по координате
(сплошная линия – МКР, пунктир – МКЭ (Ansys))

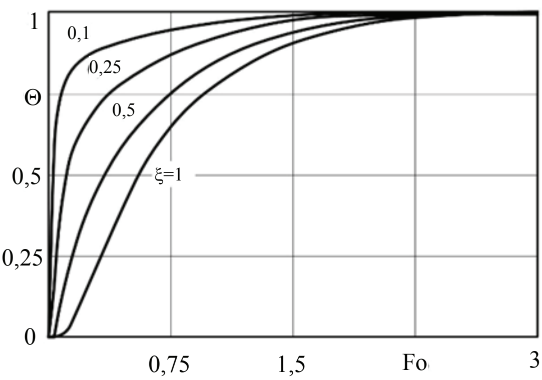

Рис. 6. Распределение температуры во времени

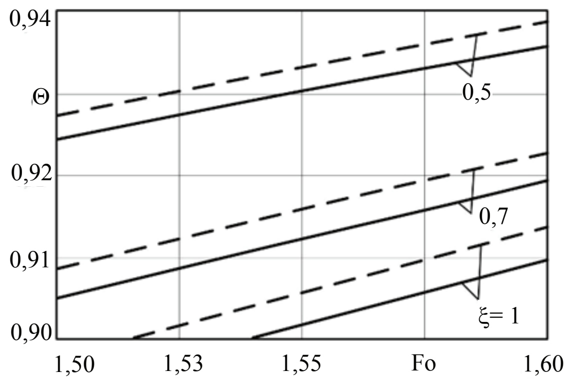

Рис. 7. Учет влияния зависимости теплофизических свойств материала от температуры на распределение температурного профиля в пористой пластине во времени
(сплошная линия – с учетом зависимости; пунктир – без учета)

На рисунке 7 представлены графики распределения безразмерной температуры во времени в пористой пластине, образованной элементарными ячейками Шварц P, учитывающие влияние зависимости теплофизических свойств материала от температуры. При построении данных кривых учитывались линейные зависимости теплопроводности, теплоемкости и плотности материала пористой пластины от температуры. Из анализа представленного графика следует, что учет зависимости теплофизических свойств от температуры приводит к поправке значений безразмерной температуры, при этом полученное распределение температуры во времени приближается к описанию протекающего процесса в действительности.

Заключение

В настоящей работе рассмотрена краевая задача нелинейной теплопроводности в пористой плоской пластине, образованной элементарными ячейками Шварц P. Математическая постановка данной задачи учитывает линейную зависимость теплофизических свойств материала пластины от температуры, а именно теплопроводности, теплоемкости, плотности. В работе получены графики распределения безразмерной температуры по пространственной координате и во времени. Проведен сравнительный анализ решений, полученных методом конечных разностей и методом конечных элементов. Расхождение между результатами не превышает 5 %.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-79-10044, https://rscf.ru/project/23-79-10044/.

Список литературы

1. Effective Thermal Conductivity and Heat Transfer Characteristics of a Series of Ceramic Triply Periodic Minimal Surface Lattice Structure / Z. Zhou, L. Chen, W. Wang [et al.] // Advanced Engineering Materials. – 2023. – Vol. 25, No. 17. – P. 2300359. doi:10.1002/adem.202300359

2. Numerical study on the anisotropy in thermo-fluid behavior of triply periodic minimal surfaces (TPMS) / T. Zhang, F. Liu, K. Zhang [et al.] // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2023. – Vol. 215. – P. 124541. doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2023.124541

3. Xu, D. Design controllable TPMS structures for solar thermal applications : A pore-scale *vs*. volume-averaged modeling approach / D. Xu, M. Lin // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2023. – Vol. 201. – P. 123625. doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2022.123625

4. Брагин, Д. М. Исследование тепловых свойств пористых полимерных материалов на основе минимальных поверхностей Шварца / Д. М. Брагин, А. В. Еремин // Инженерный вестник Дона. – 2023. – № 9(105). – С. 619 – 634.

5. Казаков, А. Л. О точных решениях краевой задачи о движении тепловой волны для уравнения нелинейной теплопроводности / А. Л. Казаков // Сибирские электронные математические известия. – 2019. – Т. 16. – С. 1057 – 1068. doi: 10.33048/semi.2019.16.073. URL : http://semr.math.nsc.ru/v16/p1057-1068.pdf (дата обращения: 16.06.2025).

6. Рубина, Л. И. Об одном методе решения уравнения нелинейной теплопроводности / Л. И. Рубина, О. Н. Ульянов // Сибирский математический журнал. – 2012. – Т. 53, № 5(315). – С. 1091 – 1101.

7. Кудинов, И. В. Получение аналитических решений нелинейных задач теплопроводности на основе введения дополнительных граничных условий / И. В. Кудинов, В. П. Радченко // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. – 2010. – № 1(20). – С. 162 – 170.

8. Кудряшов, Н. А. Приближенные решения одной задачи нелинейной теплопроводности / Н. А. Кудряшов // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2005. – Т. 45, № 11. – С. 2044 – 2051.

9. Четверушкин, Б. Н. Явная схема для решения нелинейного уравнения теплопроводности / Б. Н. Четверушкин, О. Г. Ольховская, В. А. Гасилов // Математическое моделирование. – 2022. – Т. 34, № 12. – С. 3 – 19. doi: 10.20948/mm-2022-12-01

10. Численное решение задачи определения температурной зависимости теплофизических параметров твердых сред / А. А. Обухов, Т. А. Новикова, В. Г. Лебедев [и др.] // Журнал технической физики. – 2020. – Т. 90, № 12. – С. 2013 – 2021. doi: 10.21883/JTF.2020.12.50115.50-20

11. Бейбалаев, В. Д. Численное решение краевой задачи для нелинейного уравнения теплопроводности с производными дробного порядка / В. Д. Бейбалаев, Ф. Ф. Давудова, А. Г. Ламетов // Вестник Дагестанского государственного университета. Серия 1 : Естественные науки. – 2013. – № 6. – С. 86 – 92.

12. Спевак, Л. Ф. Численное решение двумерного нелинейного уравнения теплопроводности с использованием радиальных базисных функций / Л. Ф. Спевак, О. А. Нефедова // Компьютерные исследования и моделирование. – 2022. – Т. 14, № 1. – С. 9 – 22. doi: 10.20537/2076-7633-2022-14-1-9-22

13. Зиновьев, В. Е. Теплофизические свойства металлов при высоких температурах : справочник / В. Е. Зиновьев. – М. : Металлургия, 1989. – 382 с.

14. Метод определения коэффициента эффективной теплопроводности пористого материала на основе минимальной поверхности типа Schoen’sI-WP(R) /

Д. М. Брагин, А. В. Еремин, А. И. Попов, А. С. Шульга // Вестник Ивановского государственного энергетического университета. – 2023. – № 2. – С. 61 – 68. doi: 10.17588/2072-2672.2023.2.061-068

15. Зинина, С. А. Численное решение нелинейной задачи теплопроводности в пористой пластине с упорядоченной макроструктурой / С. А. Зинина, А. И. Попов, А. В. Еремин // Вестник Тверского государственного университета. Серия: Прикладная математика. – 2024. – № 1. – С. 53 – 67. doi: 10.26456/vtpmk702

16. Амосов, А. А. Вычислительные методы для инженеров : учеб. пособие / А. А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н. В. Копченова. – М. : Высш. шк., 1994. – 544 с.

17. Дегтярев, А. А. Метод конечных разностей : электрон. учеб. пособие / А. А. Дегтярев. – Самара : Изд-во СГАУ, 2011.– 83 с. – URL : https://repo.ssau.ru/bitstream/Uchebnye-posobiya/Metod-konechnyh-raznostei-Elektronnyi-resurs-elektron-ucheb-posobie-54144/1/Дегтярев А.А. Метод конечных.pdf (дата обращения: 16.06.2025).

Numerical Solution of a Heat Conductivity Problem in a Porous Plate Given the Temperature Dependence of Thermophysical Properties

S. A. Zinina✉, A. I. Popov, A. V. Eremin

Department of Industrial Heat Power Engineering, sofazinina4@gmail.com,
Samara State Technical University, Samara, Russia

Keywords: porosity coefficient; minimum representative volume method; nonlinear heat conduction problem; triply periodic minimal surfaces; numerical methods; Schwarz cell.

Abstract: A numerical solution of a nonlinear heat conduction problem in a porous plate formed by triply periodic minimal surfaces is considered. The boundary value problem takes into account the temperature dependence of the material's thermophysical properties (thermal conductivity, heat capacity, density) of the plate. The presented mathematical formulation of the problem also takes into account the dependence of the porous plate's thermophysical properties on the geometric features of its unit cells. The solution to the boundary value problem is obtained using two methods: finite difference and finite element. Graphs of the temperature distribution over space and time are presented.

References

1. Zhou Z., Chen L., Wang W. [et al.] Effective Thermal Conductivity and Heat Transfer Characteristics of a Series of Ceramic Triply Periodic Minimal Surface Lattice Structure, *Advanced Engineering Materials*, 2023, vol. 25, no. 17, pp. 2300359. doi:10.1002/adem.202300359

2. Zhang T., Liu F., Zhang K. [et al.], Numerical study on the anisotropy in thermo-fluid behavior of triply periodic minimal surfaces (TPMS), *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2023, vol. 215, pp. 124541. doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2023.124541

3. Xu D., Lin M. Design controllable TPMS structures for solar thermal applications: A pore-scale vs. volume-averaged modeling approach, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2023, vol. 201, pp. 123625. doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2022.123625

4. Bragin D.M., Yeremin A.V. [Study of thermal properties of porous polymer materials based on Schwartz minimal surfaces], *Inzhenernyy vestnik Dona* [Engineering Bulletin of the Don], 2023, no. 9(105), pp. 619-634. (In Russ., abstract in Eng.)

5. Kazakov A.L. [On exact solutions of the boundary value problem on the motion of a heat wave for the nonlinear heat conduction equation], *Sibirskiye elektronnyye matematicheskiye izvestiya* [Siberian Electronic Mathematical News], 2019, vol. 16, pp. 1057-1068. doi: 10.33048/semi.2019.16.073, available at: http://semr.math.nsc.ru/v16/p1057-1068.pdf (accessed 16 June 2025). (In Russ., abstract in Eng.)

6. Rubina L.I., Ul'yanov O.N. [On one method for solving the nonlinear heat conduction equation], *Sibirskiy matematicheskiy zhurnal* [Siberian Mathematical Journa], 2012, vol. 53, no. 5(315), pp. 1091-1101. (In Russ., abstract in Eng.)

7. Kudinov I.V., Radchenko V.P. [Obtaining analytical solutions of nonlinear heat conduction problems based on the introduction of additional boundary conditions], *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Fiziko-matematicheskiye nauki* [Bulletin of the Samara State Technical University. Series: Physical and Mathematical Sciences], 2010, no. 1(20), pp. 162-170. (In Russ., abstract in Eng.)

8. Kudryashov N.A. [Approximate solutions of one problem of nonlinear heat conduction], *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki* [Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics], 2005, vol. 45, no. 11, pp. 2044-2051. (In Russ., abstract in Eng.)

9. Chetverushkin B.N., Ol'khovskaya O.G., Gasilov V.A. [Explicit scheme for solving the nonlinear heat conduction equation], *Matematicheskoye modelirovaniye* [Mathematical modeling], 2022, vol. 34, no. 12, pp. 3-19. doi: 10.20948/mm-2022-12-01 (In Russ., abstract in Eng.)

10. Obukhov A.A., Novikova T.A., Lebedev V.G. [et al.], [Numerical solution of the problem of determining the temperature dependence of thermophysical parameters of solid media], *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki* [Journal of Technical Physics], 2020, vol. 90, no. 12, pp. 2013-2021. doi: 10.21883/JTF.2020.12.50115.50-20 (In Russ., abstract in Eng.)

11. Beybalayev V.D., Davudova F.F., Lametov A.G. [Numerical solution of a boundary value problem for a nonlinear heat equation with fractional derivatives], *Vestnik Dagestanskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya 1: Yestestvennyye nauki* [Bulletin of Dagestan State University. Series 1: Natural Sciences], 2013, no. 6, pp. 86-92. (In Russ., abstract in Eng.)

12. Spevak L.F., Nefedova O.A. [Numerical solution of a two-dimensional nonlinear heat equation using radial basis functions], *Komp'yuternyye issledovaniya i modelirovaniye* [Computer research and modeling], 2022, vol. 14, no. 1, pp. 9-22. doi: 10.20537/2076-7633-2022-14-1-9-22 (In Russ., abstract in Eng.)

13. Zinov'yev V.Ye. *Teplofizicheskiye svoystva metallov pri vysokikh temperaturakh: spravochnik* [Thermophysical properties of metals at high temperatures: handbook], Moscow: Metallurgiya, 1989, 382 p. (In Russ.)

14. Bragin D.M., Yeremin A.V., Popov A.I., Shul'ga A.S. [Method for determining the effective thermal conductivity coefficient of a porous material based on the minimum surface of the Schoen'sI-WP(R) type], *Vestnik Ivanovskogo gosudarstvennogo energeticheskogo universiteta* [Bulletin of the Ivanovo State Power Engineering University], 2023, no. 2, pp. 61-68. doi: 10.17588/2072-2672.2023.2.061-068 (In Russ., abstract in Eng.)

15. Zinina S.A., Popov A.I., Yeremin A.V. [Numerical solution of a nonlinear heat conduction problem in a porous plate with an ordered macrostructure], *Vestnik Tverskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Prikladnaya matematika* [Bulletin of Tver State University. Series: Applied Mathematics], 2024, no. 1, pp. 53-67. doi: 10.26456/vtpmk702 (In Russ., abstract in Eng.)

16. Amosov A.A., Dubinskiy Yu.A., Kopchenova N.V. *Vychislitel'nyye metody dlya inzhenerov: ucheb. posobiye* [Computational methods for engineers: textbook], Moscow: Vysshaya shkola, 1994, 544 p. (In Russ.)

17. Degtyarev A.A. *Metod konechnykh raznostey: elektron. ucheb. posobiye* [Finite difference method: electronic. tutorial], Samara: Izdatel'stvo SGAU, 2011, 83 p., available at: https://repo.ssau.ru/bitstream/Uchebnye-posobiya/Metod-konechnyh-raznostei-Elektronnyi-resurs-elektron-ucheb-posobie-54144/1/Degtyarev A.A. Metod konechnykh.pdf (accessed 16 June 2025). (In Russ.)

Numerische Lösung des Wärmeleitfähigkeitsproblems in einer porösen Platte unter Berücksichtigung der Abhängigkeit thermophysikalischer Eigenschaften von der Temperatur

Zusammenfassung: Diese Arbeit präsentiert eine numerische Lösung für das nichtlineare Wärmeleitungsproblem in einer porösen Platte, die aus dreifach periodischen Minimalflächen besteht. Das Randwertproblem berücksichtigt die Temperaturabhängigkeit der thermophysikalischen Materialeigenschaften (Wärmeleitfähigkeit, Wärmekapazität, Dichte) der Platte. Die vorgestellte mathematische Formulierung des Problems berücksichtigt zudem die Abhängigkeit der thermophysikalischen Eigenschaften der porösen Platte von den geometrischen Merkmalen ihrer Elementarzellen. Die Lösung des Randwertproblems ist mithilfe zweier Methoden erreicht: Finite-Differenzen und Finite-Elemente. Es sind Graphen der Temperaturverteilung in Bezug auf die räumliche Koordinate und die Zeit präsentiert.

Solution numérique du problème de conductivité thermique dans une plaque poreuse, en tenant comptede la dépendance des propriétés thermophysiques de la température

Résumé: Est considérée la solution numérique du problème non linéaire de la conductivité thermique dans une plaque poreuse formée par trois fois des surfaces minimales périodiques. La tâche de bordtient compte de la dépendance des propriétés thermiques du matériau (conductivité thermique, capacité thermique, densité) de la plaque à la température. Est présenté l'énoncé mathématique du problème qui tient également compte de la dépendance des propriétés thermophysiques de la plaque poreuse sur les cellules élémentaires géométriques. La solution du problème de bord est baséesur deux méthodes: les différences finies et les éléments finis. Sont présentés des graphiques de la répartition de la température en fonction de la coordination spatiale et du temps.

Авторы: ***Зинина Софья Алексеевна*** – аспирант кафедры «Промышленная теплоэнергетика»; ***Попов Андрей Игоревич*** – старший преподаватель кафедры «Промышленная теплоэнергетика»; ***Еремин Антон Владимирович*** – доктор технических наук, доцент кафедры «Промышленная теплоэнергетика», ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет», Самара, Россия.