

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В СИСТЕМЕ ДВУХ ТЕЛ ОТ ЛИНЕЙНОГО ИСТОЧНИКА ТЕПЛА

О. Н. Попов✉, Н. Ф. Майникова, И. В. Рогов

*Кафедра «Энергообеспечение предприятий и теплотехника»,
porov_oleeg@mail.ru; ФГБОУ ВО «ТГТУ», Тамбов, Россия*

Ключевые слова и фразы: линейный источник тепла; математическая модель; система двух тел; теплоперенос; теплофизические свойства; численное исследование.

Аннотация: Представлены результаты численного исследования теплопереноса при зондовом неразрушающем контроле теплофизических свойств объектов из твердых материалов, подвергающихся тепловому воздействию с постоянной подачей мощности от линейного нагревателя в виде полосы. Рассмотрена возможность применения базовой математической модели для определения теплопроводности твердых материалов без введения поправок. Для решения вопросов градуировки измерительного устройства, реализующего рассматриваемый метод, использован регрессионный анализ.

Обозначения

α, β – постоянные измерительного устройства;	H – ширина, м;
ε – тепловая активность, Вт·с ^{0.5} /(м ² ·К);	l – длина, м;
ρ – плотность, кг/м ³ ;	\bar{q}_0 – плотность теплового потока, Вт/(м ²);
λ – теплопроводность, Вт/(м·К);	T – температура, °С.
τ – время, с;	
γ – число Эйлера.	
a – температуропроводность, м ² /с;	
b_0, b_1 – коэффициенты модели;	
c – удельная теплоемкость, Дж/(кг·К);	
d – толщина, м;	
h – половина ширины полосы, м;	

Индексы

1 – исследуемое тело;
2 – подложка измерительного зонда;
о – образцовая мера;
расч – расчетное значение.

Введение

При теплофизических измерениях широко используют систему из двух тел, которая нагревается линейным источником тепла в виде узкой полосы, как с импульсной, так и с постоянной подачей мощности [1 – 3].

Локальные импульсные тепловые воздействия по свободной поверхности объекта исследования достаточно часто применяют при неразрушающем контроле (НК) теплофизических свойств (ТФС) вследствие достаточно простых реализаций в опыте [2].

Применение сложных алгоритмов теплового импульсного воздействия нежелательно при исследовании объектов из полимерных материалов (ПМ) со сложной молекулярной структурой из-за влияния фазовых и релаксационных переходов на результат измерения. Полимерные материалы характеризуются сравнительно низкой теплопроводностью ($\lambda < 0,5$ Вт/(м·К)) [4].

Применение линейного источника тепла с постоянной подачей мощности в методах НК ТФС с учетом влияния структурных переходов в объектах из полимерных материалов рассматривается в работе [5]. Измерительный зонд (ИЗ) в данном методе оснащен линейным нагревателем в виде цилиндрической нити [5]. Учитывая сложность изготовления полуцилиндрических пазов в теле подложки ИЗ и в плоскости контакта объекта исследования, часто прибегают к «раскатыванию» нити в полосу.

В данной работе использована модель нестационарного теплопереноса от бесконечного линейного нагревателя в виде узкой полосы, расположенного в контактной поверхности подложки ИЗ [3]. Аналитическое решение, представленное в работе [5], позволяет определить границы стадии регуляризации тепловых потоков и реализовать на практике НК ТФС [6].

Описание метода НК

Рассматривается контактный теплоперенос в системе двух тел, реализующий метод неразрушающего определения ТФС. Схема тепловой системы представлена на рис. 1. В ходе эксперимента термоприемник (ТП) регистрирует термограмму (зависимость значений температуры от времени) на центральной линии нагревателя (ось Z) [6]. Практическая реализация метода НК ТФС предусматривает выделение на экспериментальной термограмме рабочего участка, соответствующего режиму локальной регуляризации тепловых потоков [3].

Расчетное соотношение для определения ТФС [7]

$$T(0, 0, \tau) = \frac{\bar{q}_0 h}{\lambda \pi} \{ \ln(4a\tau) - \ln h^2 + 2 - \gamma \}. \quad (1)$$

Ряд величин определяется режимными (\bar{q}_0 , τ) и конструктивными (h) особенностями применяемого ИЗ.

Уравнение (1) в виде линейной зависимости имеет вид

$$T(t_{\text{л}}) = b_1 t_{\text{л}} + b_0, \quad (2)$$

где $t_{\text{л}} = \ln[\tau]$.

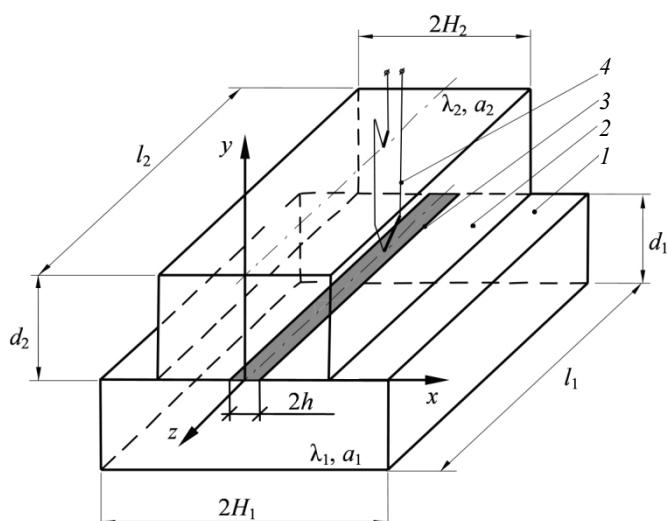


Рис. 1. Тепловая система:

1 – тело 1 (исследуемый объект); 2 – тело 2 (подложка измерительного зонда);

3 – нагреватель; 4 – термоэлектрический преобразователь

Выражения для расчета постоянных измерительного устройства и ТФС:

$$\alpha = \lambda_0 b_{10}; \quad (3)$$

$$\beta = \ln[a_0] - \frac{b_{00}}{b_{10}}; \quad (4)$$

$$\lambda = \alpha \left(\frac{1}{b_1} \right), \quad (5)$$

где b_1 – коэффициент модели, который определяется непосредственно из экспериментальной термограммы;

$$a = \exp \left[\frac{b_0}{b_1} + \beta \right]. \quad (6)$$

Численное исследование теплопереноса

Математическая модель (1) – (6) не учитывает ряд факторов: потери теплоты в подложку ИЗ, термические сопротивления, перераспределение теплового потока на нагревателе и др. Данные факторы оказывают непосредственное влияние на результаты эксперимента.

Для определения теплопроводности материала тела 1 используем выражение (5), из которого следует, что теплопроводность прямопропорциональна комплексу $1/b_1$.

Для проведения исследования, целью которого является определение зависимости теплопроводности от соответствующего комплекса (на основании анализа различных функциональных зависимостей), в качестве объектов контроля выбран ряд твердых материалов (табл. 1).

На рисунке 2 представлена часть тепловой системы с учетом симметричности объекта относительно оси Y . Визуализация температурных полей в системе двух тел получена численным решением в программном пакете ELCUT [8]; тело 1 – объект исследования из полиэтилена высокой плотности марки П4020-Э ($\lambda_1 = 0,5$ Вт/(м·К); $c_1 = 2400$ Дж/(кг·К); $\rho_1 = 938$ кг/м³); тело 2 – подложка ИЗ выполнена из полиуретана марки «Рипор» ($\lambda_2 = 0,028$ Вт/(м·К); $c_2 = 1270$ Дж/(кг·К); $\rho_2 = 50$ кг/м³). При имитационном исследовании размеры H_1, H_2, d_1, d_2, h соответствовали размерам тела 1 и тела 2 (объекта и ИЗ), которые были использованы в реальном эксперименте [7]. Численное исследование выполнено для горизонтально расположенных контактных поверхностей тел 1 и 2.

Распределение температуры двух тел соответствует одномерным полуцилиндрическим полям от нагревателя с постоянной подачей мощности в системе (рис. 3).

Данные, полученные численным моделированием, позволили построить зависимость $T = f(\ln[\tau])$, по которой определены постоянные измерительного устройства ($\alpha = 3,3977$, $\beta = -14,5744$) (рис. 4). На зависимости $T = f(\ln[\tau])$ определяется участок (рабочий), на котором обеспечивается совпадение с результатами экспериментов по математической модели (1) – (6). На рабочем участке реализуется тепловой режим, соответствующий стадии локальной регуляризации тепловых потоков [3].

Рабочий участок термограммы описывается уравнением

$$y = 6,7954x - 5,1321,$$

где $y = T$; $x = \ln[\tau]$; коэффициенты модели $b_{00} = -5,1321$; $b_{10} = 6,7954$.

Таблица 1

Теплофизические свойства материалов (справочные данные) [4]

Наименование	λ , Вт/(м·К)	ρ , кг/м ³	c , Дж/(кг·К)	ε , Вт·с ^{0,5} /(м ² ·К)
Полиуретан марки «Рипор»	0,028	50	1270	42,17
Полиметилметакрилат (ПММА)	0,195	258	1349	260,5
Полиэтилентерефталат (ПЭТФ)	0,205	1315	990	516,6
Политетрафторэтилен (ПТФЭ)	0,270	2200	1050	789,75
Нейлон-6,6	0,364	986	1660	771,87
Полиэтилен низкой плотности (П2015-К)	0,420	3200	872	1082,57
Полиэтилен высокой плотности (П4020-Э)	0,500	938	2400	1060,94
Органическое стекло (ТФ)	0,674	2300	441,8	806,43
Фарфор	1,04	2400	1090	1649,44
Кварцевое стекло (КВ)	1,341	2224	728	1473,49

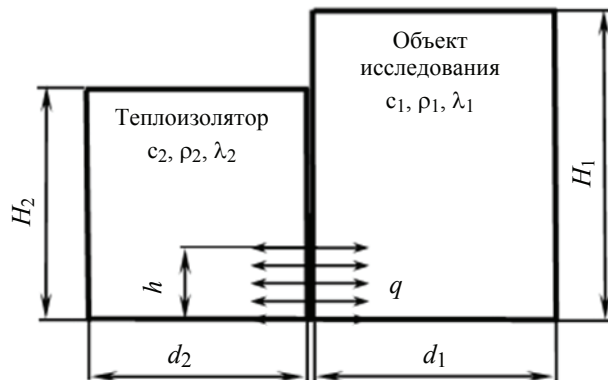


Рис. 2. Тепловая схема

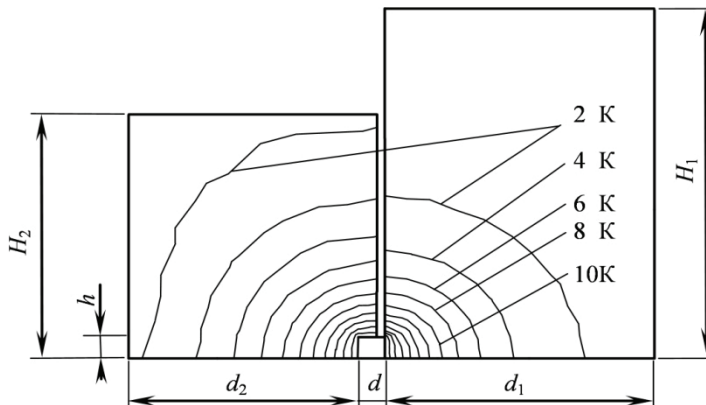


Рис. 3. Распределение температуры

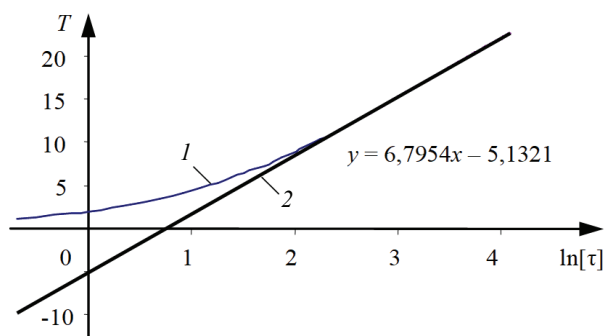


Рис. 4. Зависимость $T = f(\ln[\tau])$:

1 – кривая, полученная численным моделированием; 2 – линия тренда

В целях повышения точности обработки данных с использованием системы аналитических вычислений Maple написана программа, которая позволила для каждого исследуемого материала (см. табл. 1), построить термограмму, выделить рабочий участок, рассчитать коэффициенты математической модели (b_0 , b_1), теплофизические свойства и статистические характеристики (доверительный интервал, стандартную ошибку). Результаты представлены в табл. 2. Значение $\lambda_{\text{расч}}$ получено по выражению (7). Выделение рабочих участков на термограммах осуществляли, используя критерий Дарбина–Ватсона [9].

По результатам численного моделирования построена зависимость $\lambda = f(1/b_1)$, которая имеет практически линейный характер для ряда рассматриваемых в исследовании твердых неметаллических материалов в диапазоне теплопроводности $\lambda = 0,02 \dots 1,3$ Вт/(м·К) (рис. 5). Для зависимости $\lambda = f(1/b_1)$ выполнен регрессионный анализ, который позволил установить связь между факторами и результирующим показателем и получить показатели, представленные в табл. 3. Из данных следует, что коэффициент регрессии имеет значение, свидетельствующее о тесной связи теплопроводности с комплексом $1/b_1$, а коэффициент

Таблица 2

Результаты обработки данных имитационного исследования

Наименование	b_0	b_1	$\lambda_{\text{расч}}$, Вт/(м·К)
Полиуретан марки «Рипор»	-203,034	75,588	0,045
ПММА	-38,858	22,644	0,15
ПЭТФ	-24,76	16,522	0,206
ПТФЭ	-15,113	11,77	0,289
Нейлон-6,6	-9,977	9,667	0,352
Полиэтилен низкой плотности (П2015-К)	-7,045	7,661	0,444
Полиэтилен высокой плотности (П4020-Э)	-5,132	6,795	0,5
Органическое стекло (ТФ)	-2,511	5,841	0,582
Фарфор	-0,105	3,235	1,05
Кварцевое стекло (КВ)	0,72	2,727	1,246

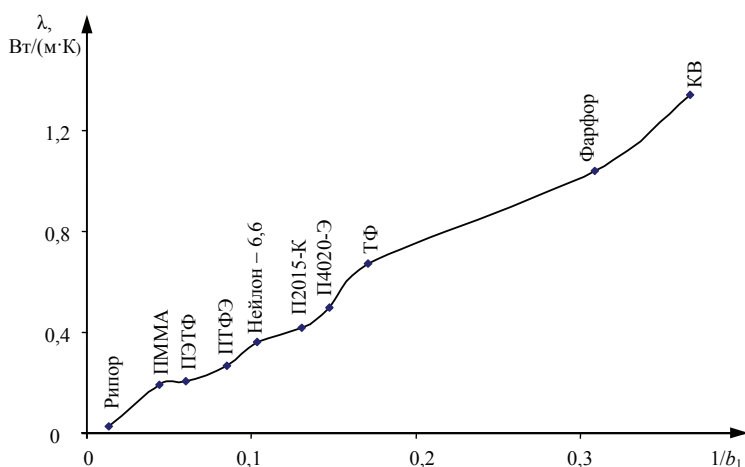


Рис. 5. Зависимость $\lambda = f(1/b_1)$

Таблица 3

Результат регрессионного анализа

Материал	Коэффициент	
	корреляционной зависимости	детерминации
Твердые неметаллические материалы $\lambda = 0,02 \dots 1,3 \text{ Вт/(м·К)}$	0,995	0,99
Полимерные материалы $\lambda = 0,02 \dots 0,5 \text{ Вт/(м·К)}$	0,989	0,979

детерминации показывает, что достоверность исходных данных очень высокая, моделью можно пользоваться для прогноза значений теплопроводности.

На рисунке 6 представлены результаты оценки параметров уравнения регрессии. Точками на зависимостях отмечены полученные в процессе численного исследования значения теплопроводности, пунктиром – геометрическое место доверительных пределов (для уровня значимости 0,05) [9].

Некоторые отдельные экспериментальные точки выходят за 95%-ные доверительные пределы. Однако следует помнить, что доверительные пределы действительны для выборочных средних значений теплопроводности при заданном значении соответствующего комплекса ($\lambda = f(1/b_1)$).

Заключение

Численное исследование метода показало, что при использовании линейного источника тепла с постоянной подачей мощности, расположенного в контактной поверхности подложки ИЗ (тело 2), в исследуемом объекте (тело 1) реализуется одномерное полуцилиндрическое поле.

Показана возможность использования базовой математической модели (1) – (6) для определения теплопроводности без введения поправок, которые бы учитывали потери теплоты в подложку ИЗ, термические сопротивления, перераспределение теплового потока на нагревателе и др.

Установлена возможность применения линейной зависимости при определении ТФС рассмотренных твердых неметаллических материалов.

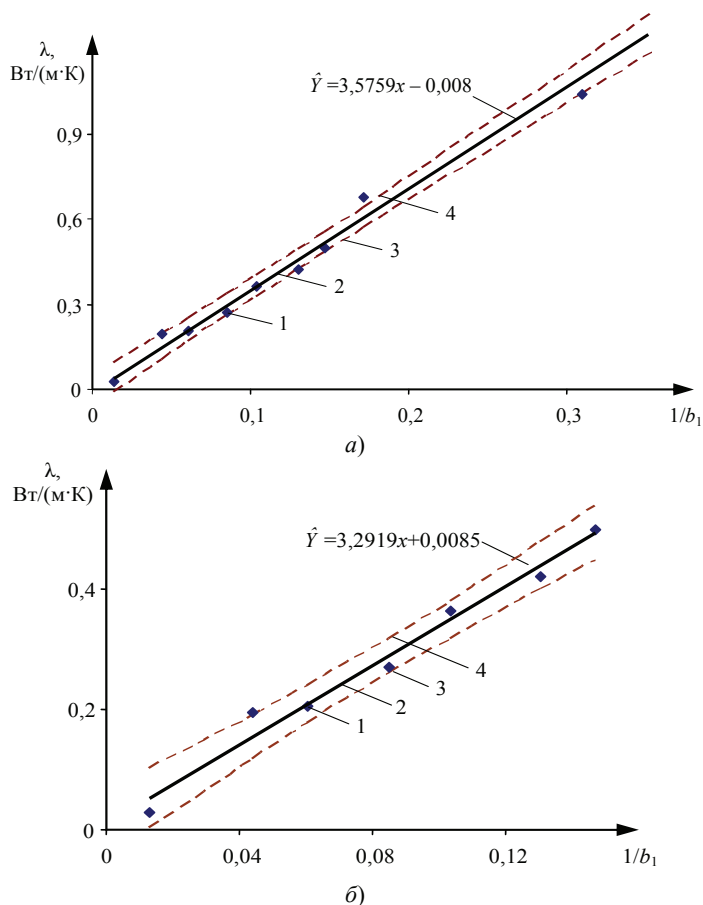


Рис. 6. Зависимости $\lambda = f(1/b_1)$ для твердых неметаллических материалов (а) и ряда полимерных материалов, свойства которых представлены в табл. 1 (б):
 1 – значение теплопроводности; 2 – оценка линии регрессии; 3, 4 – геометрическое место для точек соответственно нижних и верхних доверительных пределов

Результаты регрессионного анализа позволили рассмотреть вопросы градуировки средства измерения, реализующего рассматриваемый метод. Для градуировки прибора при использовании ПМ с $\lambda < 0,5$ Вт/(м·К) необходимо два образца, а при использовании твердых неметаллических материалов с $\lambda > 0,5$ Вт/(м·К) – достаточно одного.

Список литературы

1. Неразрушающий контроль и диагностика : справочник / В. В. Клюев, Ф. Р. Соснин, А. В. Ковалев [и др.] ; под ред. В. В. Клюева. – 3-е изд., испр. и доп. – М. : Машиностроение, 2005. – 656 с.
2. Чернышов, В. Н. Методы и информационно-измерительные системы неразрушающего контроля теплофизических свойств материалов и изделий : монография / В. Н. Чернышов, Т. И. Чернышова. – СПб. : Экспертные решения, 2016. – 384 с.
3. Жуков, Н. П. Многомодельные методы и средства неразрушающего контроля теплофизических свойств твердых материалов и изделий : монография / Н. П. Жуков, Н. Ф. Майникова. – М. : Машиностроение-1, 2004. – 288 с.
4. Технические свойства полимерных материалов : учеб.-справ. пособие / В. К. Крыжановский, В. В. Бурлов, А. Д. Панيماتченко, Ю. В. Крыжановская. – 2-е изд., испр. и доп. – СПб. : Профессия, 2005. – 248 с.

5. Метод и измерительная система неразрушающего теплофизического контроля / Н. Ф. Майникова, Д. Г. Бородавкин, И. В. Рогов, А. Н. Грибков. – Тамбов : ФГБОУ ВО «ТГТУ», 2019. – 84 с.

6. Многомодельные методы в микропроцессорных системах неразрушающего контроля теплофизических характеристик материалов / С. В. Мищенко, Ю. Л. Муромцев, Н. П. Жуков, Н. Ф. Майникова, И. В. Рогов, О. Н. Попов. – Тамбов : ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2012. – 112 с.

7. Теоретическое обоснование метода неразрушающего контроля теплофизических свойств материалов / Н. П. Жуков, Н. Ф. Майникова, И. В. Рогов, О. Н. Попов // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2010. – Т. 16, № 2. – С. 296 – 302.

8. ELCUT: Моделирование электромагнитных, тепловых и упругих полей методом конечных элементов. Версия 6.6. Руководство пользователя / ООО «Тор». – СПб. : Издательские решения, 2023. – 290 с.

9. Химмельблау, Д. М. Анализ процессов статистическими методами / Д. М. Химмельблау ; пер. с англ. В. Д. Скаржинского. – М. : Мир, 1973. – 960 с.

A Numerical Study of Heat Transfer in a Two-Body System from a Linear Heat Source

O. N. Popov✉, N. F. Mainikova, I. V. Rogov

*Department of Energy Supply of Enterprises and Heat Engineering,
popov_oleeg@mail.ru; TSTU, Tambov, Russia*

Keywords: linear heat source; mathematical model; two-body system; heat transfer; thermophysical properties; numerical study.

Abstract: The results of a numerical study of heat transfer during probe non-destructive testing of the thermophysical properties of objects made of solid materials exposed to heat with constant power supply from a linear heater in the form of a strip are presented. The possibility of using a basic mathematical model to determine the thermal conductivity of solid materials without introducing corrections is considered. Regression analysis was used to solve the calibration issues of the measuring device implementing the method in question.

References

1. Klyuyev V.V. (Ed.); Sosnin F.R., Kovalev A.V. [et al.], *Nerazrushayushchiy kontrol i diagnostika: spravochnik* [Non-destructive testing and diagnostics: a reference guide], Moscow: Mashinostroenie, 2005, 656 p. (In Russ.).

2. Chernyshov V.N., Chernyshova T.I. *Metody i informatsionno-izmeritel'nyye sistemy nerazrushayushchego kontrolya teplofizicheskikh svoystv materialov i izdeliy: monografiya* [Methods and information-measuring systems for non-destructive testing of thermophysical properties of materials and products: monograph], St. Petersburg: Izdatel'stvo Expert solutions, 2016, 384 p. (In Russ.).

3. Zhukov N.P., Maynikova N.F. *Mnogomodelnyye metody i sredstva nerazrushayushchego kontrolya teplofizicheskikh svoystv tverdykh materialov i izdeliy: monografiya* [Multimodel methods and means of non-destructive testing of thermophysical properties of solid materials and products: monograph], Moscow: Mashinostroenie-1, 2004, 288 p. (In Russ.).

4. Kryzhanovskiy V.K., Burlov V.V., Panimatchenko A.D., Kryzhanovskaya Yu.V. *Tekhnicheskiye svoystva polimernykh materialov: uchebno-spravochnoye posobiye* [Technical properties of polymer materials: educational and reference manual], St. Petersburg: Professiya, 2005, 248 p. (In Russ.).

5. Maynikova N.F., Borodavkin D.G., Rogov I.V., Gribkov A.N. *Metod i izmeritel'naya sistema nerazrushayushchego teplofizicheskogo kontrolya* [Method and measuring system of non-destructive thermophysical control], Tambov: TGTU, 2019, 84 p. (In Russ.).

6. Mishchenko S.V., Muromtsev Yu.L., Zhukov N.P., Maynikova N.F., Rogov I.V., Popov O.N. *Mnogomodelnyye metody v mikroprotsessornykh sistemakh nerazrushayushchego kontrolya teplofizicheskikh kharakteristik materialov* [Multimodel methods in microprocessor systems for non-destructive testing of thermophysical characteristics of materials], Tambov: TGTU, 2012, 112 p. (In Russ.).

7. Zhukov N.P., Maynikova N.F., Rogov I.V., Popov O.N. [Theoretical substantiation of the method of non-destructive testing of thermophysical properties of materials], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2010, vol. 16, no. 2, pp. 296-302 (In Russ., abstract in Eng.)

8. ELCUT: *Modelirovaniye elektromagnitnykh, teplovykh i uprugikh poley metodom konechnykh elementov. Versiya 6.6. Rukovodstvo polzovatelya* [ELCUT: Modeling of electromagnetic, thermal and elastic fields by the finite element method. Version 6.6. User's Guide], St. Petersburg: Izdatelskiye resheniya, 2023, 290 p. (In Russ.).

9. Himmelblau D.M. *Analysis of processes by statistical methods*. New York; London; Sydney; Toronto: Elsevier John Wiley and Sons, 1970, 960 p.

Numerische Untersuchung der Wärmeübertragung in einem Zweikörpersystem aus einer linearen Wärmequelle

Zusammenfassung: Es sind die Ergebnisse der numerischen Untersuchung des Wärmeübergangs bei der zerstörungsfreien Prüfung der thermophysikalischen Eigenschaften von Objekten aus festen Werkstoffen vorgestellt, die einer thermischen Beeinflussung mit konstanter Energiezufuhr durch einen linearen Heizer in Form eines Bandes ausgesetzt sind. Es ist die Möglichkeit der Anwendung des grundlegenden mathematischen Modells zur Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit fester Materialien ohne Einführung von Korrekturen betrachtet. Die Regressionsanalyse ist verwendet, um die Probleme der Kalibrierung des Messgeräts zu lösen, mit dem die untersuchte Methode durchgeführt war.

Étude numérique du transfert de chaleur dans un système à deux corps à partir d'une source de chaleur linéaire

Résumé: Sont présentés les résultats de l'étude numérique du transfert de chaleur dans le contrôle non destructif par sonde des propriétés thermiques des objets de matériaux solides exposés à la chaleur avec une alimentation constante d'un appareil de chauffage linéaire sous forme de bande. Est envisagé un modèle mathématique de base pour déterminer la conductivité thermique des matériaux solides sans introduire de corrections. Pour résoudre les problèmes de graduation du dispositif de mesure mettant en œuvre la méthode considérée; est utilisée une analyse de régression.

Авторы: *Попов Олег Николаевич* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Энергообеспечение предприятий и теплотехника»; *Майникова Нина Филипповна* – доктор технических наук, профессор кафедры «Энергообеспечение предприятий и теплотехника»; *Рогов Иван Владимирович* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Энергообеспечение предприятий и теплотехника», ФГБОУ ВО «ТГТУ», Тамбов, Россия.