

МЕТОДИКА РАСЧЕТА БАРАБАННО-ЛОПАСТНОГО СМЕСИТЕЛЯ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ

М. Ю. Таршис¹, Л. В. Королев², С. Н. Черпицкий¹

*Кафедры: «Теоретическая и прикладная механика» (1),
«Информационные системы и технологии» (2),
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет»,
mutarshis@yahoo.com; Ярославль, Россия*

Ключевые слова: алгоритм расчета; коэффициент неоднородности; процесс смешивания; смеситель; сыпучие материалы.

Аннотация: Предложен метод расчета барабанно-лопастного смесителя сыпучих материалов. В основу расчета положено математическое описание процесса смешивания с помощью метода дискретных элементов. Сыпучий материал представлен в виде совокупности модельных частиц, взаимодействующих друг с другом и с элементами смесителя. Разработан алгоритм расчета движения частиц, и построены поля их скоростей в аппарате с радиальными и наклонными перемешивающими лопастями.

Введение

Смесители сыпучих материалов широко применяются в различных отраслях химической промышленности и целом ряде отраслей для получения однородных по составу смесей. Разработка эффективных конструкций таких аппаратов должна быть обеспечена надежными методами их расчета. В данной статье представлена методика инженерного расчета барабанно-лопастного смесителя сыпучих материалов [1] с радиальными и наклонными перемешивающими лопастями. В основе расчета – исследования [2, 3], а также рекомендации, изложенные в работе [4].

Разработка алгоритма расчета смесителя

Расчетная схема барабанно-лопастного смесителя показана на рис. 1. Он содержит корпус 1, внутри которого размещены ступени 2 с лопастями, кольцевые перегородки 3 и торцевые стенки 4, а также патрубок 5 загрузки компонентов. Сыпучие материалы из патрубка 5 поступают в корпус 1, где происходит их смешивание при пересыпании и под действием лопастей.

Исходные данные для расчета смесителя:

- физико-механические свойства компонентов и данные о составе смеси: средние диаметры частиц компонентов $d_{1,2}$, насыпные плотности компонентов $\rho_{1,2}$, углы обрушения сыпучих фракций $\chi_{1,2}$, средняя объемная концентрация контролируемого (ключевого) компонента c_0 ;
- коэффициент неоднородности смеси – $[V_c]$, определяющий ее качество;
- производительность смесителя П.

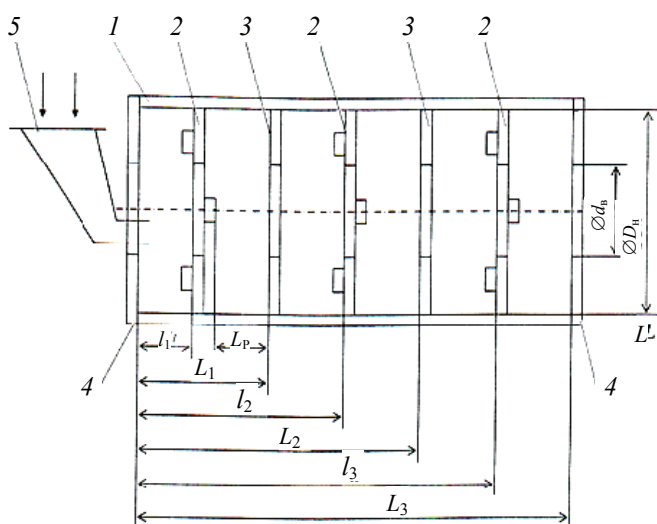


Рис. 1. Расчетная схема барабанно-лопастного смесителя

Размеры смесителя определяются средним временем пребывания $t_{\text{пр}}$ в нем частиц материала (которое определяет критерий качества смеси – $[V_c]$). С одной стороны, оно может определяться расчетом в соответствии с моделью процесса смешивания, с другой – связано с производительностью и загрузкой $Q = K_3 \pi R_k^2 l$; $t_{\text{пр}} = Q/\Pi$, где K_3 – коэффициент загрузки; R_k – радиус внутренней поверхности корпуса смесителя.

Тогда длина рабочей части корпуса L

$$L = t_{\text{пр}} \Pi / K_3 \pi R_k^2. \quad (1)$$

При разработке алгоритма расчета критерия качества смеси используем математическое описание процесса смешивания, в основу которого положен вариант метода дискретных элементов [5, 6]. Сыпучий материал представлен в виде совокупности модельных частиц – объемов, содержащих большое число реальных частиц. Размер R_i представительного объема i кратен размеру содержащихся в нем частиц материала, но является малым по сравнению с размерами элементов смесителя и размерами пробных ячеек для вычисления коэффициента неоднородности смеси. Положение центра модельной частицы i массой m_i и ее скорость в каждый момент времени t задаются векторами \vec{r}_i и \vec{v}_i ($i = 1, \dots, N$). Из системы уравнений движения модельных частиц их ускорения:

$$\vec{a}_i(t) = \vec{g} + \left(\sum_{\substack{j \\ j \neq i}} \vec{F}_{ij} + \sum_k \vec{P}_{ik} \right) / m_i, \quad i = 1, \dots, N, \quad (2)$$

где \vec{g} – ускорение свободного падения; $\vec{F}_{ij} = \vec{F}_{ij}^r + \vec{F}_{ij}^p$ – сила, с которой модельная частица с номером j действует на частицу с номером i ; $\vec{P}_{ik} = \vec{P}_{ik}^r + \vec{P}_{ik}^p$ – сила, с которой на частицу с номером i воздействует k -й элемент установки. Силы взаимодействия разложены на радиальную r и касательную p составляющие:

$$\vec{F}_{ij}^r = |\vec{g}| m_{ij} A(i, j) \vec{n}_{ij} (1 - k_r (\vec{n}_{ij} \cdot \vec{\eta}_{ij})) \theta(\vec{n}_{ij} \cdot \vec{\eta}_{ij} < 0); \quad (3)$$

$$\vec{F}_{ij}^p = -|\vec{g}| m_{ij} A(i, j) k_p (\vec{\eta}_{ij} - \vec{n}_{ij} (\vec{n}_{ij} \cdot \vec{\eta}_{ij})); \quad (4)$$

$$\vec{P}_{ik}^r = |\vec{g}| m_i B(i, k) \vec{n}_{ik}^{(u)} (1 - k_r^{(u)} (\vec{n}_{ik}^{(u)} \cdot \vec{\eta}_{ik}^{(u)})) \theta(\vec{n}_{ik}^{(u)} \cdot \vec{\eta}_{ik}^{(u)} < 0); \quad (5)$$

$$\vec{P}_{ik}^p = -|\vec{g}| m_i B(i, k) k_p^{(u)} (\vec{\eta}_{ik}^{(u)} - \vec{n}_{ik}^{(u)} (\vec{n}_{ik}^{(u)} \cdot \vec{\eta}_{ik}^{(u)})), \quad (6)$$

коэффициенты $A(i, j)$ и $B(i, k)$ выражаются экспоненциальными функциями:

$$A(i, j) = \exp\left(-\frac{|\Delta\vec{r}_{ij}^-| - (R_i + R_j)}{k_d R_{ij}}\right); \quad (7)$$

$$B(i, k) = \exp\left(-\frac{|\Delta\vec{r}_{ik}^{(u)}| - R_i}{k_d^{(u)} R_i}\right). \quad (8)$$

Приведенная масса и радиус модельных частиц равны соответственно:

$$m_{ij} = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}; \quad R_{ij} = \frac{R_i R_j}{R_i + R_j}; \quad (9)$$

направляющие векторы относительного положения $\Delta\vec{r}_{ij}^-$ и скорости $\Delta\vec{v}_{ij}$ i -й и j -й модельных частиц:

$$\vec{n}_{ij} = \frac{\Delta\vec{r}_{ij}^-}{|\Delta\vec{r}_{ij}^-|}; \quad \vec{\eta}_{ij} = \frac{\Delta\vec{v}_{ij}}{|\Delta\vec{v}_{ij}|};$$

единичные векторы положения $\Delta\vec{r}_{ik}^{(u)}$ и скорости $\Delta\vec{v}_{ik}^{(u)}$ i -й модельной частицы относительно ближайшей к ней точки k -го элемента установки:

$$\vec{n}_{ik}^{(u)} = \frac{\Delta\vec{r}_{ik}^{(u)}}{|\Delta\vec{r}_{ik}^{(u)}|}; \quad \vec{\eta}_{ik}^{(u)} = \frac{\Delta\vec{v}_{ik}^{(u)}}{|\Delta\vec{v}_{ik}^{(u)}|};$$

функция $\theta(z)$ определяется выражением

$$\theta(z) = \begin{cases} 0, & z = \text{False}; \\ 1, & z = \text{True}. \end{cases} \quad (10)$$

Значения безразмерных коэффициентов $k_d, k_r, k_p, k_d^{(u)}, k_r^{(u)}, k_p^{(u)}$ в формулах (3) – (6) устанавливаются при сравнении результатов численных расчетов с экспериментом.

Для расчета коэффициента неоднородности смеси необходимо численное решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений движения модельных частиц. Стандартные методы решения такой системы уравнений, реализованные в распространенных математических пакетах, не могут быть непосредственно применены. Во-первых, учет взаимодействий модельной частицы со всеми остальными приводит к росту числа операций (пропорциональному квадрату числа частиц) и соответственно недопустимому росту времени вычислений. Во-вторых, наблюдаемый в экспериментах и воспроизводимый в расчетах пе-

реход траекторий частиц в стохастический режим порождает вопрос об адекватности для данной задачи обычных методов контроля точности вычислений.

Для решения *первой* проблемы необходимо принять во внимание, что силы, определяющие ускорение частицы, являются короткодействующими. Поэтому в уравнении (2) достаточно учесть взаимодействия частицы только с теми, которые в текущий момент образуют ее ближайшее окружение и контактируют с ней. При этом время нахождения ближайших соседей данной частицы не должно зависеть от полного числа частиц N . Процедура определения частиц, составляющих ближайшее окружение данной частицы, реализована следующим образом. Весь рабочий объем смесителя разделен на кубические контрольные ячейки размером $3R_{\max}$, где R_{\max} – радиус самой крупной модельной частицы. Состоящий из трех целых чисел номер ячейки, в которой частица находится в данный момент времени, определяется как целое частное от деления ее текущих координат на размер ячейки. С каждой контрольной ячейкой связан список, в который помещены номера частиц, находящиеся в данный момент в этой ячейке. Если частица переходит из одной ячейки в другую, ее номер вычеркивается из списка, связанного с первой ячейкой, и записывается в список, связанный со второй ячейкой. Таким образом, на каждом временном шаге вычислений в списках оказываются актуальные номера частиц, находящихся в соответствующих контрольных ячейках. Для определения ближайшего окружения частицы достаточно взять номера частиц, находящихся в той же ячейке, что и сама частица, и в непосредственно примыкающих ячейках.

Контроль точности вычислений определяется выбором конечно-разностной аппроксимации оператора производной по времени и временного шага Δt . Будем считать, что на каждом малом временном промежутке $[t, t + \Delta t]$ каждая частица движется равноускоренно. Тогда, зная координаты и скорости частиц в момент t , можно вычислить их значения в момент $t + \Delta t$ по формулам:

$$\begin{cases} \vec{r}_i(t + \Delta t) = \vec{r}_i(t) + \vec{v}_i(t)\Delta t + \vec{a}_i(t)(\Delta t)^2/2; \\ \vec{v}_i(t + \Delta t) = \vec{v}_i(t) + \vec{a}_i(t)\Delta t, \end{cases} \quad i = 1, \dots, N, \quad (11)$$

где ускорения $\vec{a}_i(t)$ определяются согласно (2).

При контакте частиц силы отталкивания и ускорения резко возрастают на пространственных масштабах порядка $k_d R_{\min}$, где R_{\min} – радиус самой мелкой частицы. Для корректного определения траектории частиц на участках взаимного сближения необходимо выбирать величину шага Δt , чтобы выполнялось условие

$$|\vec{r}_i(t + \Delta t) - \vec{r}_i(t)| = |\vec{v}_i(t)\Delta t + \vec{a}_i(t)(\Delta t)^2/2| < k_d R_{\min}, \quad i = 1, \dots, N. \quad (12)$$

Для численного расчета движения частиц разработан следующий алгоритм.

1. Определение размеров, масс, начальных положений и скоростей модельных частиц, соответствующих разным фракциям сыпучего материала.
2. Формирование массива контрольных ячеек и составление списков номеров частиц, находящихся в каждой из ячеек.
3. Текущее значение времени протекания процесса t полагалось равным нулю. Устанавливается начальное значение шага по времени $\Delta t = \sqrt{R_{\min}/g}$.
4. Для каждой частицы формируется список частиц, составляющих ее ближайшее окружение. Вычисляются вклады от взаимодействия с этими частицами в ускорение $\vec{a}_i(t)$.
5. Для каждой частицы вычисляются точки контакта с элементами смесителя $\Delta r_{ik}^{(u)}$, которые определяются его геометрическими параметрами.

6. Определяются скорости точек контакта по формуле $\Delta \vec{v}_{ik}^{(u)} = [\vec{\omega} \cdot \Delta \vec{r}_{ik}^{(u)}]$.
 7. Вычисляются вклады в ускорение частиц $\vec{a}_i(t)$ (3) от воздействия на них элементов установки с учетом (6), (7).
 8. Суммированием результатов, полученных на шагах 4 и 7, определяется полное ускорение частиц $\vec{a}_i(t)$, $i = 1, \dots, N$.
 9. Пробный расчет новых положений частиц $\vec{r}_i(t + \Delta t)$ по формуле (11).
 10. Проверяется условие (12).
- Если данное условие выполняется, то полученные значения $\vec{r}_i(t + \Delta t)$ сохраняются, вычисляются скорости частиц $\vec{v}_i(t + \Delta t)$ и текущее время t увеличивается на Δt . Если условие не выполняется, величина шага Δt уменьшается в 2 раза и программа возвращается к шагу 9.
11. Обновляется информация о нахождении частиц в контрольных ячейках.
 12. Если текущее время t достигло заданного максимального значения, работа алгоритма прекращается, а данные о траекториях частиц выводятся в файл. В противном случае исполнение алгоритма продолжается с шага 4.

Время работы данного алгоритма пропорционально числу частиц N . Алгоритм реализован с помощью программных средств компьютерной системы Mathematica. На рисунке 2 показаны поля скоростей частиц в цилиндрическом корпусе аппарата с радиальными перемешивающими и наклонными лопастями, составляющими угол 45° с его радиусом. Как видно из рисунков, воздействие лопаток приводит к разрежению потока обрушения сыпучего материала, в котором происходит смешивание частиц, что препятствует сегрегации смеси [2]. Кроме того, увеличение угла наклона лопаток к радиусу цилиндра приводит к разделению потока смешивания сыпучего материала на две части. Одна, более плотная часть потока, направляется вниз по поверхности транспортирующей зоны, как это имеет место при отсутствии наклона лопаток. Другая часть потока материала, увлекаемого наклонными лопатками в верхнюю часть цилиндра, падает отвесно в нижнюю часть зоны обрушения. Такое разделение потоков является дополнительным фактором, способствующим повышению качества смеси.

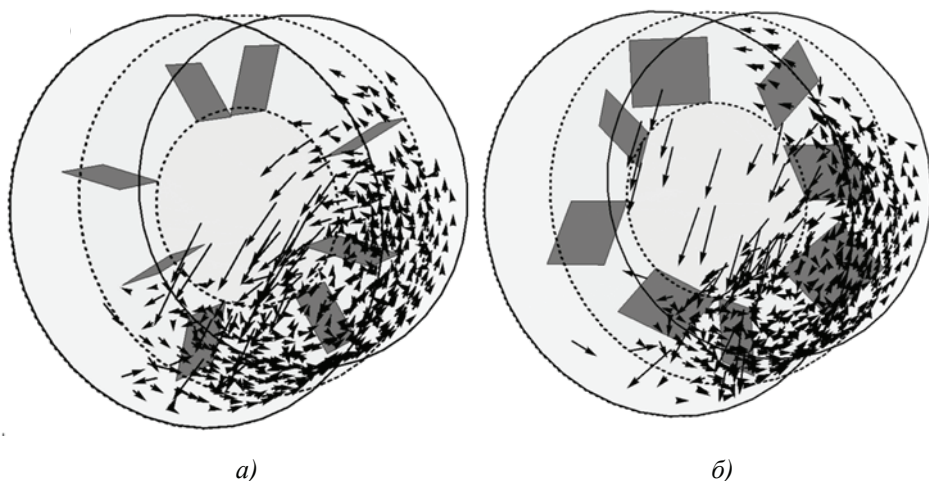


Рис. 2. Поля скоростей частиц в барабанно-лопастном смесителе сыпучих материалов с радиальными (а) и наклонными (б) перемешивающими лопастями

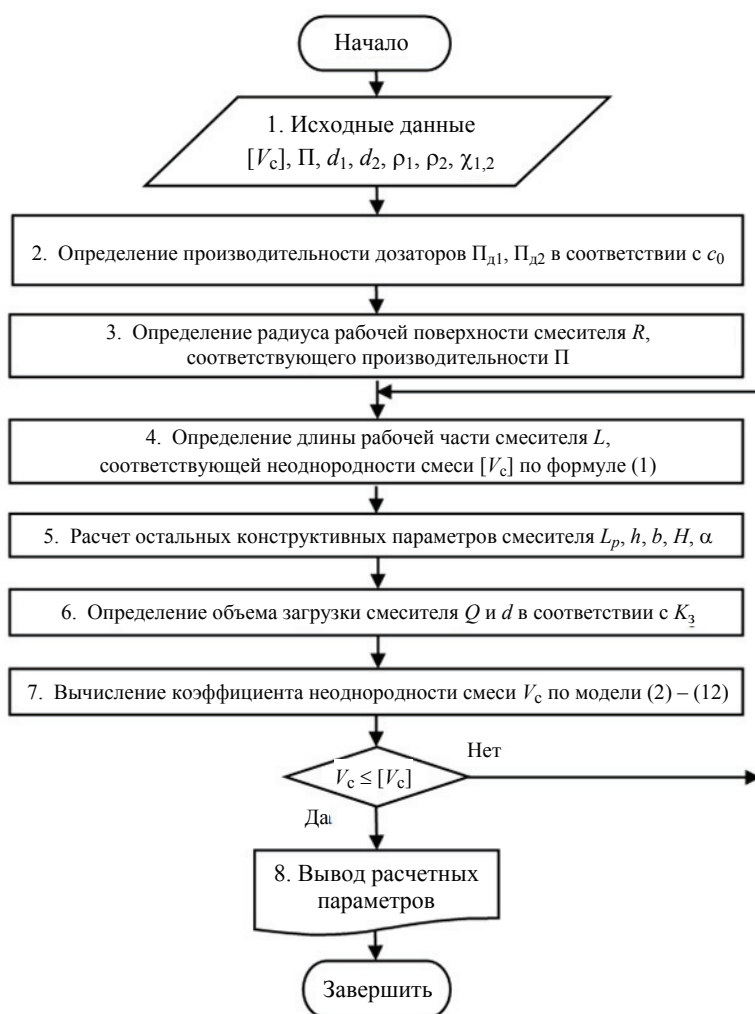


Рис. 3. Блок-схема расчета конструктивных и технологических параметров смесителя

По вычисленному пространственному распределению модельных частиц, соответствующих ключевому и несущему компонентам смеси, определяется коэффициент неоднородности смеси V_c .

На базе представленного алгоритма разработаны программы расчета движения и смешивания частиц в корпусе барабанно-лопастного смесителя, которые положены в основу инженерного метода расчета конструктивных и технологических параметров смесителя, блок-схема которого приведена на рис. 3.

Заключение

Таким образом, представленный в работе метод расчета барабанно-лопастного смесителя сыпучих материалов, основанный на математическом моделировании движения сыпучего материала методом дискретных элементов, позволяет не только определить конструктивные и технологические параметры смесителя, при которых будет достигаться заданная производительность и качество смеси, но и провести анализ потоков частиц, возникающих в аппарате в любой области рабочего объема на всех стадиях процесса смешивания.

Список литературы

1. Пат. 2 626 203 Российская Федерация, МПК В01F 9/02, В01F 3/18. Смеситель / М. Ю. Таршис, С. Н. Черпицкий, Л. В. Королев, А. И. Зайцев ; заявитель и патентообладатель : ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет». – № 2016126747 ; заявл. 04.07.2016 ; опубл. : 24.07.2017, Бюл. № 21. – 6 с.
2. Черпицкий, С. Н. Исследование процесса смешивания сыпучих материалов в барабанно-лопастном смесителе / С. Н. Черпицкий, М. Ю. Таршис, Л. В. Королев, А. Б. Капранова // Химическое и нефтегазовое машиностроение. – 2020. – № 1. – С. 3 – 10.
3. Таршис, М. Ю. Экспериментальные исследования барабанно-лопастного смесителя сыпучих материалов / М. Ю. Таршис, С. Н. Черпицкий, Л. В. Королев, А. Б. Капранова // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2019. – Т. 25, № 4. – С. 589 – 594. doi:
4. Машины и аппараты химических производств : учебное пособие для вузов / под ред. А. С. Тимонина. – Калуга : Изд-во Н. Ф. Бочкаревой, 2008. – 872 с.
5. Черпицкий, С. Н. Математическое моделирование процесса смешивания сыпучих материалов в барабанно-лопастном смесителе / С. Н. Черпицкий, Л. В. Королев, М. Ю. Таршис // Изв. вузов. Химия и хим. технология. – 2022. – Т. 65, Вып. 9. С. 112 – 120. doi: 10.6060/ivkkt.20226509.6504
6. Таршис, М. Ю. К расчету барабанно-лопастного смесителя сыпучих материалов / М. Ю. Таршис, Л. В. Королев, С. Н. Черпицкий // Математические методы в технологиях и технике. – 2022. – № 3. – С. 30 – 33. doi: 10.52348/2712-8873_MMTT_2022_3_30

A Method for Calculation of a Drum-Blade Mixer for Bulk Materials

M. Yu. Tarshis¹, L. V. Korolev², S. N. Cherpitskiy¹

*Departments: Theoretical and Applied Mechanics (1),
Information systems and technologies (2),*

Yaroslavl State Technical University, mutarshis@yahoo.com; Yaroslavl, Russia

Keywords: calculation algorithm; coefficient of heterogeneity; mixing process; mixer; bulk materials.

Abstract: A method for calculating a drum-blade mixer of bulk materials is proposed. The calculation is based on a mathematical description of the mixing process using the method of discrete elements. Bulk material is presented as a set of model particles interacting with each other and with the elements of the mixer. An algorithm for calculating the motion of particles has been developed, and their velocity fields have been constructed in an apparatus with radial and inclined mixing blades.

References

1. Tarshis M.Yu., Cherpitskiy S.N., Korolev L.V., Zaitsev A.I. *Smesitel* [Mixer], Russian Federation, 2017, Pat. 2626203. (In Russ.).
2. Cherpitskiy S.N., Tarshis M.Yu., Korolev L.V., Kapranova A.B. [An Investigation of the Process of Mixing of Bulk Materials in a Drum-Blade Mixer], *Khim. Neftegas. Mashinostr* [Chem. Petrol. Eng.], 2020, no 1, pp. 3-10. Doi: 10.1007/s10556-020-00731-w (In Russ., abstract in Eng.).

3. Tarshis M.Yu., Cherpitsky S.N., Korolev L.V., Kapranova A.B. [Experimental studies of a drum-blade mixer of bulk materials], *Vestn. Tamb. Gos. Tekhn. Un-ta.* [Transactions TSTU], 2019, vol. 25, no 4, pp. 589-594, doi: 10.17277/vestnik.2019.04 (In Russ., abstract in Eng.).

4. Timonin A.S. *Mashiny i apparaty khimicheskikh proizvodstv: uchebnoe posobie dlya vusov* [Machines and apparatuses of chemical production: handbook for universities], Kaluga: N.F. Bochkareva Publishing House, 2008, 872 p. (In Russ.).

5. Cherpitskiy S.N., Korolev L.V., Tarshis M.Yu. [Mathematical modeling of the bulk materials mixing process in a drumblade mixer], *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol.* [Chem. Chem. Tech.], 2022, vol. 65, no 9, pp. 112-120, doi: 10.6060/ivkkt.20226509.6504 (In Russ., abstract in Eng.).

6. Tarshis M.Yu., Korolev L.V., Cherpitsky S.N. [To the calculation of the drum-blade bulk materials mixer]: *Matematicheskie metody v technologiyah i tehnikе* [Mathematical Methods in Technology and Engineering], 2022, no 3, pp. 30-33, doi 10.52348/2712-8873_MMTT_2022_3_30 (In Russ., abstract in Eng.).

Berechnungsmethode des Trommelschaufelmischers des Schüttgutes

Zusammenfassung: Es ist ein Verfahren zur Berechnung eines Trommelschaufelmischers für Schüttgüter vorgeschlagen. Die Berechnung basiert auf einer mathematischen Beschreibung des Mischvorgangs mit der Methode der diskreten Elemente. Schüttgut ist als eine Reihe von Modellpartikeln dargestellt, die miteinander und mit den Elementen des Mischers interagieren. Es ist ein Algorithmus zur Berechnung der Bewegung von Partikeln entwickelt und ihre Geschwindigkeitsfelder in einer Vorrichtung mit radialen und geneigten Mischflügeln sind konstruiert.

Méthode de calcul du mélangeur à tambour et à lames des matériaux en vrac

Résumé: Est proposée la méthode de calcul du mélangeur à tambour et à palettes des matériaux en vrac. Le calcul est basé sur une description mathématique du processus de mélange à l'aide de la méthode des éléments discrets. Le matériau en vrac est représenté sous la forme d'un ensemble de particules modèles qui interagissent les unes avec les autres et avec les éléments du mélangeur. Est élaboré un algorithme pour calculer le mouvement des particules et sont construits les champs de leurs vitesses dans l'appareil avec des lames d'agitation radiales et inclinées.

Авторы: *Таршис Михаил Юльевич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Теоретическая и прикладная механика»; *Королев Леонид Владимирович* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Информационные системы и технологии»; *Черницкий Сергей Николаевич* – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры «Теоретическая и прикладная механика»; ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет», Ярославль, Россия.