

**АНАЛИЗ СМЕШЕНИЯ ТВЕРДОГО  
ДИСПЕРСНОГО ПОЛИМЕРНОГО СЫРЬЯ  
ДЛЯ КИБЕР-ФИЗИЧЕСКОЙ ПОДДЕРЖКИ РЕЦИКЛИНГА**

**Д. В. Стенько<sup>1</sup>, А. Б. Капранова<sup>1</sup>, Д. Д. Бахаева<sup>2</sup>,  
Д. В. Федорова<sup>1</sup>, А. Е. Лебедев<sup>3</sup>**

*Кафедры: «Теоретическая и прикладная механика» (1), kapranova\_anna@mail.ru,  
«Информационные системы и технологии» (2),  
«Технологические машины и оборудование» (3),  
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный  
технический университет», Ярославль, Россия*

**Ключевые слова:** вторичное сырье; модель; параметры; процесс; рециклинг; смешение; твердая дисперсная смесь; упругие лопатки.

**Аннотация:** В рамках стохастического подхода к моделированию процесса получения дисперсной смеси с вторичным сырьем в рабочем объеме ротационного устройства выполнен анализ наиболее значимых факторов повышения эффективности операции смешения полимерных компонентов. При этом использован энергетический метод моделирования механизма поведения смешиваемых несферических частиц в разреженных потоках, образуемых двухрядными упругими лопастями, касательными к смесительному барабану. Проведен анализ, учитывающий соответствующие наборы конструктивных и режимных параметров ротационного смесителя, предназначенного для предварительной подготовки работы инжекционно-литьевой машины.

---

**Введение**

Проблема совершенствования кибер-физической поддержки процесса рециклинга в рамках развития цифровых технологий, в том числе на различных этапах 3D-печати, отвечает запросам современного энергоэффективного подхода к вопросам экологии и энергосбережения. Развитие технологий практической реализации процесса 3D-печати в направлении привлечения полимерного вторичного сырья является актуальной проблемой и требует решения ряда задач, относящихся к подготовительным этапам данной операции [1]. Заметим, что использование вторичных продуктов повышает требования к организации самого процесса 3D-печати вследствие необходимости соблюдения тестов не только на стойкость

цвета готового продукта, но и на его прочностные характеристики в различных условиях эксплуатации. К таким дополнительным факторам можно отнести показатели термостойкости, морозоустойчивости. Перепады температурного параметра или его многократные циклические нагрузки не должны отражаться на регламентном эффекте сохранения устойчивости и надежности конструкции, получаемой на 3D-печати. Решение данных задач существенно облегчается с привлечением кибер-физического подхода к вопросам поддержки процесса рециклинга, когда требуется учет множества наборов параметров для организации эффективного процесса получения качественного продукта 3D-печати [2].

Одна из нескольких известных схем практической реализации рециклинга в данной области цифровых технологий предполагает применение двухкомпонентной полимерной дисперсной смеси, состоящей из вторичного и первичного сыпучих материалов [3]. Пропорциональное содержание данных твердых дисперсных материалов в составе смеси контролируется регламентом заказчика и обычно соответствует соотношению 1 : 9 при заданном гранулометрическом составе.

Проблема достижения заданных требований к однородности [4 – 6] указанной полимерной дисперсной смеси может быть решена в рабочем объеме ротационного смесителя [7] на этапе предварительной подготовки [8] работы инжекционно-литьевой машины.

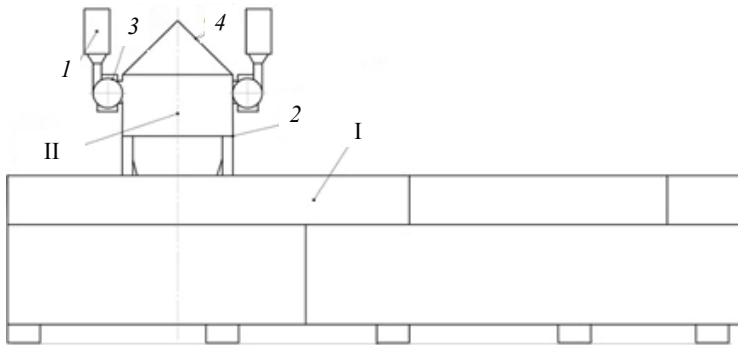
Целью настоящей работы является анализ наиболее значимых факторов повышения эффективности операции смешения полимерных компонентов при формировании их разреженных потоков. Последние образованы с помощью двухрядных упругих лопастей, установленных касательно к поверхностям двух смесительных цилиндрических барабанов в рабочем объеме ротационного смесителя инжекционно-литьевой машины [8].

Освобождение проектируемого процесса смешения полимерных компонентов от негативного влияния последствий сегрегации [9] представляет собой одну из основных задач разработки нового смесительного оборудования ротационного типа. Выделение наборов параметров данного механического процесса по различным признакам (конструктивным, режимным, физико-механическим) и их учет согласно системно-структурному анализу на каждом этапе проектирования носит определяющий характер [10, 11]. При этом в качестве методологической основы моделирования процесса получения двухкомпонентной полимерной дисперсной смеси, состоящей из вторичного и первичного сыпучих материалов, использован стохастический подход в форме энергетического метода Ю. Л. Климонтовича [12]. Указанный энергетический метод апробирован авторами на примерах моделирования формирования разреженных потоков сыпучих компонентов щеточными гибкими элементами различных видов [4 – 6] и упругими лопастями [7].

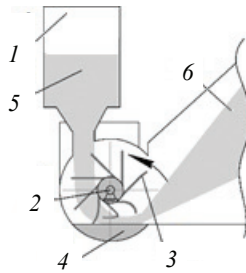
### **Особенности ротационного способа смешения твердого дисперсного полимерного сырья**

Согласно предложенному в работе [8] механическому способу, формирование разреженных потоков полимерных дисперсных компонентов происходит в рабочем объеме ротационного смесителя на двух стадиях его эксплуатации (рис. 1).

Первая стадия относится к получению скрещивающихся потоков вторичного и первичного полимерных сыпучих материалов после их вертикальной загрузки дозирования в зазоры двух барабанов с трехрядными упругими лопастями, установленными касательно к их цилиндрическим поверхностям (рис. 2). Вторая стадия смешения служит для усиления эффективности проектируемого процесса за счет работы отбойных конических поверхностей.



**Рис. 1. Условная схема установки ротационного смесителя вторичного и первичного полимерных сыпучих материалов на инжекционно-литьевой машине 1500-475:**  
 I – инжекционно-литьевая машина; II – ротационный смеситель; 1 – бункер-дозатор; 2 – корпус смесителя; 3 – кожух смесительного барабана; 4 – конический отбойник



**Рис. 2. Условная схема реализации первой стадии смешения полимерных сыпучих материалов в ротационном смесителе:**  
 I – бункер-дозатор; 2 – смесительный барабан; 3 – упругие лопатки; 4 – неподвижная поверхность; 5 – дисперсный компонент; 6 – разрезанный поток

В настоящей работе акцентируется внимание на первой стадии (см. рис. 2) процесса смешения полимерных сыпучих материалов в рабочем объеме ротационного смесителя [8] на этапе предварительной подготовки работы инжекционно-литьевой машины (см. рис. 1). Решение проблемы кибер-физической поддержки рециклинга при получении дисперсной полимерной смеси в присутствии вторичного компонента тесно связано с вопросом выбора параметров процесса смешения, как предварительного этапа работы инжекционно-литьевой машины.

Описание информационных переменных

$$z(t) = \{z_v(t)\} = \{x(t), y(t), a_{i, k_i} = \text{const}, b_{i, l_i} = \text{const}\}, \quad v = \overline{1, s_0}, \quad (1)$$

моделируемого процесса смешения полимерных материалов выполняется с помощью наборов параметров: входных  $x(t) \equiv \{x_{i, m_i}(t)\}$ ,  $m_i = \overline{1, s_{1l}}$ ; выходных  $y(t) \equiv \{y_n(t)\}$ ,  $n = \overline{1, s_2}$ ; конструктивных  $a \equiv \{a_1, a_2\} = \{a_{i, k_i} = \text{const}\}$ ,  $k_i = \overline{1, s_{3l}}$ ; режимных  $b \equiv \{b_1, b_2\} = \{b_{i, l_i} = \text{const}\}$ ,  $l_i = \overline{1, s_{4l}}$ .

Указанные наборы задаются выражениями:

$$\{x_{i, m_i}(t)\} = \{Q_{Vi}, C_{Vi}\}, \quad \{y_{i, n_i}(t)\} = \{x_{i, m_i}(t), V_C^{reg}, \Delta V_C\}, \quad (2)$$

$$\{a_{1, k1}\} = \{r_{ci}, s_{ci}, D_{wi}, l_{bi}, h_{bi}, \eta_{bi}, \varphi_i, u_{ri}, u_{si}\}, \quad \{a_{2, k2}\} = \{\gamma_{bs}, L_{bs}\}; \quad (3)$$

$$\{b_{i, li}\} = \{\omega_i, h_{Li}, h_{0i}\}, \quad q = \{\rho_i, \bar{d}_l, k_f, k_u\}. \quad (4)$$

В выражение (2) входят:  $Q_{Vi}$  – объемный расход полимерного компонента  $i = \overline{1, 2}$ ;  $C_{Vi}$  – объемные доли указанных компонентов;  $V_C^{reg}$ ,  $\Delta V_C$  – регламентные значения коэффициента неоднородности и его абсолютной погрешности для готовой дисперсной полимерной смеси.

Выражение (3) содержит следующие обозначения, относящиеся к наборам конструктивных параметров  $\{a_{1, k1}\}$ ,  $\{a_{2, k2}\}$  для двух этапов процесса смешения полимерных компонентов, согласно рис. 1, 2:

- для цилиндрических барабанов, обеспечивающих образование разреженного потока полимерного компонента  $i = \overline{1, 2}$  ( $s_{ci}$  – длина,  $r_{ci}$  – радиус);
- корпусов указанных барабанов ( $D_{wi}$  – диаметр);
- упругих прямоугольных лопаток, установленных касательно к цилиндрическим поверхностям барабанов ( $l_{bi}$  – длина,  $h_{bi}$  – высота,  $\eta_{bi}$  – ширина,  $\phi_i$  – угол смещения при закреплении,  $u_{ri}$  – число рядов,  $u_{si}$  – число в одном ряду);
- конической отбойной поверхности ( $\gamma_{bs}$  – угол раствора,  $L_{bs}$  – длина образующей).

Набор режимных параметров  $\{b_{i, li}\}$  из выражения (4) для данной технологической операции включает:  $\omega_i$  – угловые скорости вращения смесительных барабанов при образовании разреженного потока компонента  $i = \overline{1, 2}$ ;  $h_{Li}$  – полная высота слоя компонента  $i = \overline{1, 2}$  на входе в зазор между барабаном и неподвижной опорной поверхностью;  $h_{0i}$  – высота данного зазора.

Таким образом, согласно выражениям (1) – (3) общее число информационных переменных изучаемой технологической операции соответствует  $s_0 = 36$ . Последнее значение  $s_0$  указывает на актуальность проблемы кибер-физической поддержки рециклинга в процессе подготовки полимерной смеси с вторичным компонентом полипропилена для эффективной работы инжекционно-литьевой машины (см. рис. 1).

При этом дополнительным набором параметров модели смешения является множество  $q = \{\rho_i, \bar{d}_l, k_f, k_u\}$  из (4), относящееся к характеристикам физико-механических свойств веществ смешиваемых полимерных дисперсных сред и упругих лопастей. Здесь приведены обозначения:  $\rho_i$  – истинная плотность полимерного компонента  $i = \overline{1, 2}$ ;  $\bar{d}_l$  – усредненный по фракциям диаметр частиц данного компонента;  $k_f$  – коэффициент формы;  $k_u$  – угловой коэффициент жесткости упругой лопасти.

Одной из основных задач моделирования процесса смешения полимерных материалов в ротационном аппарате является установление из набора информационных параметров  $\{z_v(t)\}$  или оптимальных значений оптимизируемых параметров, или пределов их изменения с позиций рационального протекания указанной технологической операции. Управление изучаемым процессом становится возможным при формулировании критерия обратной связи между информационными параметрами  $\{z_v(t)\}$ . В частности, критериальным показателем в данном случае может выступать коэффициент неоднородности полимерной дисперсной смеси  $V_C$  при заданных требуемых его значениях  $V_C^{reg}$  из набора (2) для выходных параметров изучаемой технологической операции  $\{y_{i, ni}(t)\}$ . Авторами апро-

бироваы модели движения частиц дисперсных материалов в разреженных потоках, образованных упругими лопастями, установленными касательно к цилиндрическим поверхностям барабана, при различных значениях конструктивного параметра  $u_{ri}$  из набора  $\{a_{1, k1}\}$  согласно (3). В частности, при  $u_{ri} = 1$  наблюдается однорядный случай крепления лопастей [2, 7]; при  $u_{ri} = 2$  – двухрядный; при  $u_{ri} = 3$  – трехрядный [13, 14] и т.д. В настоящей работе рассмотрен второй случай ( $u_{ri} = 2$ ).

### Описание ротационного смещения твёрдого дисперсного полимерного сырья

К особенностям предлагаемой модели смещения полимерных дисперсных материалов относится отличная от сферической форма частиц полипропилена как вторичного, так и первичного компонентов. Согласно (4) набор  $q = \{\rho_i, \bar{d}_l, k_u\}$  включает усредненный по фракциям диаметр частиц данного компонента

$$\bar{d}_l = \sum_{t=1}^{n_t} \bar{d}_{flt} / n_t, \quad (5)$$

где  $\bar{d}_{flt}$  – усредненный диаметр частицы во фракции  $t = \overline{1, n_t}$ .

Введение коэффициента формы  $k_f$  при расчете объема одиночных частиц компонентов позволят количественно учесть их несферичность. Кроме того, предполагаемое стохастическое моделирование для поведения макросистем частиц смешиваемых полимерных компонентов проводится вне макромасштабных флуктуаций состояний указанных макросистем. Данный факт отражается на допущении об отсутствии столкновений частиц во время их разбрасывания упругими лопатками, находящимися на разных рядах  $j = \overline{1, 2}$  одного барабана  $i = \overline{1, 2}$ . Учитывая принимаемые допущения, построение искомого распределения числа частиц каждого полимерного компонента выполняется в рамках случайного процесса А. А. Маркова, как однородного и стационарного.

Пусть выбор элементарного фазового объема

$$d\tau_{ij} = dv_{xij} dv_{yij} = -\omega_i^2 r_{ij} dr_{ij} d\theta_{ij}, \quad (6)$$

определяется фазовыми переменными в виде составляющих скорости центра масс частицы  $(v_{xij}; v_{yij})$  компонента  $i = \overline{1, 2}$  при взаимодействии с лопаткой ряда  $j = \overline{1, 2}$ . Тогда, согласно стационарному решению кинетического уравнения Фоккера–Планка в форме

$$\phi_i = a_{ij} \exp(-E_{ij}/E_{0ij}), \quad (7)$$

при указанном выборе  $d\tau_{ij}$  из (6), имеем следующую экспоненциальную зависимость для уменьшения числа частиц  $dN_{ij}$  в данном элементарном объеме и уравнение нормировки для коэффициента  $a_{ij}$ :

$$dN_{ij} = a_{ij} \exp(-E_{ij}/E_{0ij}) d\tau_{ij}; \quad (8)$$

$$\int_{\tau_{ij}} a_{ij} \exp(-E_{ij}/E_{0ij}) d\tau_{ij} = 1. \quad (9)$$

Выражения (8), (9) содержат энергию стохастического движения  $E_{ij}$  для частицы компонента  $i = \overline{1, 2}$  при работе двухрядных упругих лопастей  $j = \overline{1, 2}$  и параметр  $E_{0ij}$ , как значение этой энергии в момент стохастизации макросистем час-

тиц полимерных компонентов. Параметр  $E_{0ij}$  в выражениях (8), (9) задается уравнением энергетического баланса. Здесь зависимость

$$E_{ij}(r_{ij}, \theta_{ij}) = \sum_{v=1}^3 E_{ijv}(r_{ij}, \theta_{ij}), \quad (10)$$

от фазовых переменных в разных интерпретациях, например,  $(v_{xij}; v_{yij})$  или  $(r_{xij}; \theta_{ij})$ , определяется связью между скоростью центра масс частицы в полярных координатах  $v_{r\theta ij}$  и координатами точек  $D_{ij}(r_{Dij}; \theta_{Dij})$  деформируемых лопаток на концах их проекций в поперечной плоскости барабана. Явный вид зависимости  $E_{ij}(r_{ij}; \theta_{ij})$  не приводится вследствие громоздкости.

Используется способ описания движения лопатки, деформированной в зазоре между барабаном и неподвижной поверхностью (рис. 2), с помощью уравнения спирали Архимеда

$$r_{SAij}(\theta_{ij}) = \mu_{0i} + \mu_{1i}\theta_{ij}, \quad (11)$$

в полярной системе координат  $(r_{ij}, \theta_{ij})$ , предложенного авторами [7, 8], где  $\mu_{0i}$ ,  $\mu_{1i}$  – коэффициенты, определяемые геометрией узла «барабан–лопасти». При этом положение для концов проекций лопастей на поперечную плоскость барабана определяется уравнением  $r_{Dij}(\theta_{ij})$  для движения точки  $D_{ij}$ , соответствующей указанной кривой Архимеда  $r_{SAij}(\theta_{ij})$  из (11), через конструктивные параметры рабочего объема смесителя  $\{a_{1,k1}\}$  из выражения (3).

Учитывая равенство между энергией частиц массой  $m_{ij}$  для макросистем полимерных компонентов  $i = \overline{1, 2}$  при захвате двухрядными упругими лопастями  $j = \overline{1, 2}$  в зазоре барабан – неподвижная поверхность и при разбрасывании лопастями имеем

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^2 N_{ij} m_{ij} \left\{ \mu_{0i}^2 / 2 + \beta_{0i}^{-1} \int_0^{\beta_{0i}} [r_{Dij}(\theta_{ij})]^4 / [K_{ij}(\theta_{ij})] d\theta_{ij} \right\} + \\ & + \sum_{j=1}^2 a_{ij} \int_{\gamma_{0ij}}^{\gamma_{1ij}} d\theta_{ij} \int_{\mu_{0i}}^{r_{Dij}(\theta_{ij})} E_{ij} \exp(-E_{ij}/E_{0ij}) r_{ij} dr_{ij} = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$K_{ij}(\theta_{ij}) = [U_{1ij}(\theta_{ij})]^2 + u_{20ij}^2; \quad U_{1ij}(\theta_{ij}) = u_{0ij} + u_{1ij}\theta_{ij}; \quad (13)$$

$$u_{0ij} = \cos[\psi_i(\theta_{ij})/2]; \quad u_{1ij} = \left\{ \mu_{1i}^2 / [2(\mu_{0i}^2 + \mu_{1i}^2)] \right\} \sin[\psi_i(\theta_{ij})/2], \quad (14)$$

$$u_{20ij} = [u_{0ij}(1 - u_{0ij})]^{1/2}. \quad (15)$$

при значениях  $\gamma_{0ij}$  и  $\gamma_{1ij}$ , соответствующих  $\gamma_{\delta i}$ .

Итак, выражение (8) с учетом нормировки (9) и значения параметра  $E_{0ij}$  из (12) согласно (13) – (15) определяет вид двух дифференциальных распределений числа частиц полимерных компонентов  $i = \overline{1, 2}$  по углу разбрасывания  $\theta_{ij}$ :

– функции  $g_{ij}(\theta_{ij})$  после работы упругих лопастей ряда  $j = \overline{1, 2}$  в зазоре барабан–неподвижная поверхность

$$g_{ij}(\theta_{ij}) = (1/N_{ij}) dN_{ij}/d\theta_{ij}; \quad (16)$$

– полной функции  $G_i(\theta_{ij})$  после работы двухрядных лопастей

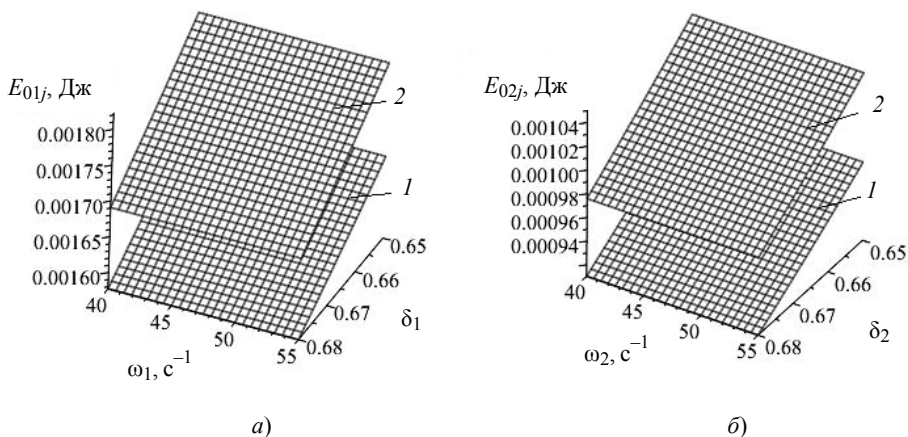
$$G_i(\theta_{ij}) = \prod_{j=1}^2 g_{ij}(\theta_{ij}). \quad (17)$$

### Основные результаты моделирования процесса смешения твёрдого дисперсного полимерного сырья

Рассмотрим пример расчета искомых характеристик для процесса получения двухкомпонентной полимерной дисперсной смеси, состоящей из вторичного ( $i = 1$ ;  $\rho_1 = 0,91 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $\bar{d}_1 = 5,490 \cdot 10^{-3}$  м;  $k_f = 0,28$ ) и первичного ( $i = 2$ ;  $\rho_2 = 0,93 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $\bar{d}_2 = 4,435 \cdot 10^{-3}$  м;  $k_f = 0,30$ ) полипропилена ГОСТ 29996-86. Согласно описанным наборам  $\{a_{1, k1}\}$ ,  $\{b_{i, li}\}$  из (3), (4) уточним соответствующие значения режимных и конструктивных параметров или пределы их изменения:  $\{r_{ci} = 3,0 \cdot 10^{-2}$  м;  $l_{bi} = 4,5 \cdot 10^{-2}$  м;  $\varphi_i = (-0,3927)$  рад;  $u_{ri} = 2$ ;  $u_{si} = 8\} \in \{a_{1, k1}\}$ ;  $\{\omega_i = (41 - 53)$  с<sup>-1</sup>;  $h_{0i} = 3,0 \cdot 10^{-2}$  м;  $h_{Li} = 3,0 \cdot 10^{-2}$  м;  $k_u = 5,4 \cdot 10^{-4}$  кг·м/рад $\} \in \{b_{i, li}\}$ . Полученные зависимости для параметра  $E_{0ij}(\delta_i, \omega_i)$ ,  $i = 1, 2$ , представлены на рис. 3.

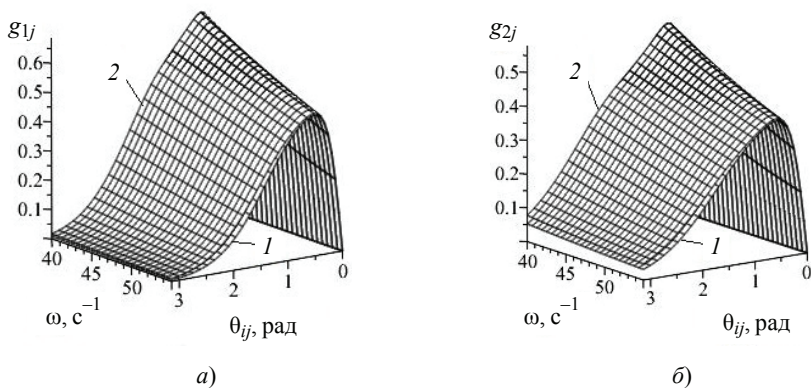
Результаты моделирования функций  $g_{ij}(\theta_{ij})$  и  $G_i(\theta_{ij})$  в зависимости от угловой скорости вращения барабанов  $\omega_i$ , угла разбрасывания частиц макросистем полимерных дисперсных компонентов  $\theta_{ij}$  и угла смещения при закреплении упругих лопаток  $\varphi_i$  согласно (16), (17) приведены на рис. 4, 5.

Таким образом, полученные зависимости (16), (17) для функций  $g_{ij}(\theta_{ij})$  и  $G_i(\theta_{ij})$  позволяют провести анализ наиболее значимых факторов повышения эффективности операции смешения полимерных компонентов (см. рис. 4, 5) при формировании их разреженных потоков двухрядными упругими лопастями (см. рис. 2). Заметим, что данный способ формирования потоков смешиваемых компонентов полипропиленов двух видов реализуется на первой стадии работы ротационного смесителя, используемого для предварительного смешения дисперсных полимерных материалов перед загрузкой в инжекционно-литьевую машину (см. рис. 1).



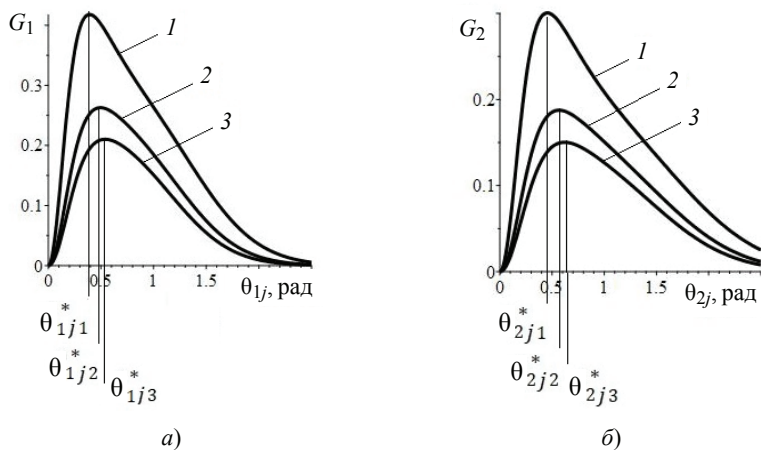
**Рис. 3. Зависимость  $E_{0ij}(\delta_i, \omega_i)$ :**

$a$  – полипропилен вторичный ГОСТ 29996-86 ( $i = 1$ );  $b$  – полипропилен первичный ГОСТ 29996-86 ( $i = 2$ );  $u_{si} = 8$ ;  $u_{ri} = 2$ ;  $1 - j = 1$ ,  $\varphi_i = 0$ ;  $2 - j = 2$ ,  $\varphi_i = 0,3927$  рад



**Рис. 4. Зависимость  $g_{ij}(\theta_{ij}, \omega_i)$ :**

*a* – полипропилен вторичный ГОСТ 29996-86 ( $i = 1$ ); *б* – полипропилен первичный ГОСТ 29996-86 ( $i = 2$ );  $u_{si} = 8$ ;  $u_{ri} = 2$ ;  $\delta_i = 0,67$ ;  $1 - j = 1$ ,  $\varphi_i = 0$ ;  $2 - j = 2$ ,  $\varphi_i = 0,3927$  рад



**Рис. 5. Зависимость  $G_i(\theta_{ij}, \omega_i)$ :**

*a* – полипропилен вторичный ГОСТ 29996-86 ( $i = 1$ ); *б* – полипропилен первичный ГОСТ 29996-86 ( $i = 2$ );  $u_{si} = 8$ ;  $u_{ri} = 2$ ;  $\omega_i = 57,6 \text{ с}^{-1}$ ;  $1 - \delta_i = 0,60$ ;  $2 - \delta_i = 0,67$ ;  $3 - \delta_i = 0,70$

Теоретически установлено, что из наборов параметров (конструктивных  $\{a_{1, k1}\}$  и режимных  $\{b_{i, li}\}$ ) в выражениях (3), (4) особую значимость при оценке требуемого качества смеси имеют следующие характеристики смешения:

1) комбинированный параметр  $\delta_i = r_{ci} / l_{bi}$  (степень деформации упругих прямоугольных лопаток при разбрасывании полимерных компонентов  $i = \overline{1, 2}$ ) аналогично [15];

2) конструктивные параметры:  $u_{ri}$  – число рядов данных деформируемых лопаток ( $j = \overline{1, u_{ri}}$ ;  $u_{ri} = 2$ ) на цилиндрических поверхностях смесительных барабанов для образования разреженных потоков компонентов  $i = \overline{1, 2}$ ;  $\varphi_i$  – углы смещения при закреплении упругих лопаток на поверхности барабанов указанных компонентов  $i = \overline{1, 2}$  [16];

3) режимные параметры:  $\omega_i$  – угловые скорости вращения барабанов при образовании разреженных потоков компонентов  $i = \overline{1, 2}$ .

Согласно рис. 4 поверхности для дифференциальных функций распределения  $g_{ij}(\theta_{ij})$  числа частиц полипропилена вторичного ( $i = 1$ , см. рис. 3, *a*) и первичного ( $i = 2$ , см. рис. 4, *б*) по углу разбрасывания  $\theta_{ij}$  из (6) при деформациях упругих лопаток ряда  $j = \overline{1, u_{ri}}$ ;  $u_{ri} = 2$  имеют один выраженный максимум. При этом в случае как вторичного (графики 1 и 2, см. рис. 4, *a*), так и первичного (графики 1 и 2, см. рис. 4, *б*) полипропилена наблюдаются близкие значения для указанных максимумов, относящихся к разным рядам упругих лопастей.

В частности, для отношений максимальных значений, соответствующих рядам упругих лопастей при  $j = \overline{1, 2}$ , выполняются условия:  $g_{i1}^{\max}/g_{i2}^{\max} \approx 0,99$ ;  $\theta_{i2}^* - \theta_{i1}^* = 0,01$  рад. Возрастание значений угла разбрасывания  $\theta_{ij}$  в 3 раза по сравнению с экстремальными значениями  $\theta_{i1}^*, \theta_{i2}^*$  приводит к падению значений функции  $g_{ij}(\theta_{ij})$  при  $g_{11}/g_{12} \approx 0,88$ ;  $g_{21}/g_{22} \approx 0,81$ . Данный результат показывает, что наличие второго ряда упругих лопастей ( $j = 1$ ), закрепленных на барабане с угловым смещением  $\phi_i$ , отражается на повышении не только значений функций распределения  $g_{ij}(\theta_{ij})$  (см. рис. 4), но и для полных функций распределения  $G_i(\theta_{ij})$  (см. рис. 5).

Сравнение  $G_1(\theta_{1j}), G_2(\theta_{2j})$  при значениях степени деформирования лопатки  $\delta_i = 0,70$  для смешиваемых полимерных компонентов  $i = 1$  и  $i = 2$  (графики 3, см. рис. 5 соответственно *a* и *б*) дает картину сближения экстремальных значений углов разбрасывания  $\theta_{1j}^*, \theta_{2j}^*$ . Выполняются отношения:  $\theta_{1j}^*/\theta_{2j}^* \approx 1,23$ ;  $G_1^{\max}/G_2^{\max} \approx 1,28$ . Аналогичная тенденция прослеживается для данных функций при значениях:  $\delta_i = 0,60$  (графики 1, см. рис. 5, *a, б*), когда  $\theta_{1j}^*/\theta_{2j}^* \approx 1,22$ ;  $G_1^{\max}/G_2^{\max} \approx 1,40$  и  $\delta_i = 0,67$  (графики 2, см. рис. 5, *a, б*), когда  $\theta_{1j}^*/\theta_{2j}^* \approx 1,25$ ;  $G_1^{\max}/G_2^{\max} \approx 1,40$ .

### Заключение

Указанные условия для дифференциальных функций распределения числа частиц полипропилена вторичного и первичного по углу разбрасывания после работы упругих лопастей каждого ряда в отдельности и работы двухрядных лопастей вместе характеризуют эффективность процесса получения дисперсной полимерной смеси на первой стадии работы ротационного аппарата по критерию сближения кривых для смешиваемых компонентов. Дополнительное применение второго ряда упругих лопаток позволяет сместить рассеянные потоки дисперсных полимерных компонентов в более узкий интервал изменения экстремальных значений для углов их разбрасывания. Таким образом, актуальная проблема рециклинга для совершенствования технической поддержки цифровых технологий, в том числе на различных этапах 3D-печати, может быть решена с помощью дополнительно процесса смешения полимерных компонентов вторичного и первичного типов в ротационном аппарате.

### Список литературы

1. Development and Characterisation of 3D Printing Finishing Process Applying Recycled Plastic Waste / M. W. M. Cunico, D. A. Kai, P. M. Cavalheiro, J. de Carvalho // Virtual and Physical Prototyping. – 2019. – Vol. 14, No. 1. – P. 37 – 52. doi: 10.1080/17452759.2018.1521248

2. Моделирование процесса ротационного смешивания сыпучих компонентов на платформе кибер-физических систем / А. Б. Капранова, Д. Д. Бахаева, Д. В. Стенько, И. И. Верлока // *Мат. методы в технике и технологиях.* – 2020. – Т. 4. – С. 20 – 26.
3. Dong, Y. Additive Manufacturing of Mechanical Testing Samples Based on Virgin Poly (Lactic Acid) (PLA) and PLA/Wood Fibre Composites / Y. Dong, J. Milentis, A. Pramanik // *Advances in Manufacturing.* – 2018. – Vol. 6. – P. 71 – 82. doi: 10.1007/s40436-018-0211-3
4. Капранова, А. Б. Стохастическое описание процесса формирования потоков сыпучих компонентов в аппаратах со щеточными элементами / А. Б. Капранова, И. И. Верлока // *Теоретические основы хим. технологии.* – 2018. – Т. 52, № 6. – С. 707 – 721.
5. Капранова, А. Б. Моделирование критерия качества смеси в объеме барабанно-ленточного устройства / А. Б. Капранова, М. Н. Бакин, И. И. Верлока // *Хим. и нефтегазовое машиностроение.* – 2018. – № 5. – С. 3 – 9.
6. Исследование качества смеси на первой стадии работы аппарата гравитационного типа / А. Б. Капранова, И. И. Верлока, П. А. Яковлев, Д. Д. Бахаева // *Российский хим. журнал.* – 2018. – Т. 62, № 4. – С. 48 – 50.
7. Исследование энергетических характеристик процесса смешивания сыпучих компонентов в ротационном аппарате / А. Б. Капранова, Д. Д. Бахаева, Д. В. Стенько, И. И. Верлока // *Вестн. Ивановского гос. энергетического ун-та.* – 2020. – № 3. – С. 70 – 78. doi: 10.17588/2072-2672.2020.3.070-078
8. Пат. 2749510 Российская Федерация, МПК В01F 3/18, В01F 5/04, В01F 7/00, В01F 9/10. Смеситель сыпучих материалов / А. Е. Лебедев, А. Б. Капранова, Д. В. Стенько ; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет». – № 2020123334 ; заявл. 07.07.2020 ; опубл. 11.06.2021, Бюл. № 17. – 8 с.
9. Макаров, Ю. И. Аппараты для смешения сыпучих материалов / Ю. И. Макаров. – М. : Машиностроение, 1973. – 216 с.
10. Кафаров, В. В. Системный анализ процессов химической технологии. Процессы измельчения и смешения сыпучих материалов / В. В. Кафаров, И. Н. Дорохов, С. Ю. Арутюнов ; отв. ред. Н. М. Жаворонков. – М. : Наука, 1985. – 440 с.
11. Першин, В. Ф. Использование численных экспериментов для оптимизации процесса смешения сыпучих материалов / В. Ф. Першин, Ю. Т. Селиванов, А. В. Орлов // *Теоретические основы хим. технологии.* – 2004. – Т. 38, № 2. – С. 209 – 214.
12. Климонтович, Ю. Л. Турбулентное движение и структура хаоса. Новый подход к статистической теории открытых систем / Ю. Л. Климонтович. – М. : ЛЕНАНД, 2014. – 328 с.
13. Stochastic Analysis of Impact Mixing of Bulk Materials in a Rotary Apparatus / A. Kapranova, D. Bahaeva, D. Stenko [et al.] // *E3S Web of Conference.* – 2021. – Vol. 247. – P. 01048. doi: 10.1051/e3sconf/202124701048
14. Стохастический анализ ротационного смешения полимерных компонентов в рамках рециклинга и развития технологий 3D-печати / Д. В. Стенько, А. Б. Капранова, Д. Д. Бахаева [и др.] // *Хим. и нефтегазовое машиностроение.* – 2021. – Т. 57, № 11. – С. 16 – 21.
15. Влияние влажности сыпучих сред на их распределение в рабочем объеме смесителя с подвижной лентой / А. Б. Капранова, М. Н. Бакин, И. И. Верлока, А. И. Зайцев // *Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та.* – 2015. – Т. 21, № 1. – С. 97 – 104. doi: 10.17277/vestnik.2015.01.pp.097-104

16. Анализ получения дисперсной смеси с вторичным сырьем для кибер-физической поддержки рециклинга / Д. В. Стенько, А. Б. Капранова, Д. Д. Бахаева [и др.] // *Мат. методы в технологиях и технике*. – 2021. – № 12. – С. 26 – 32. doi: 10.52348/2712-8873\_MMTT\_2021\_12\_26

---

## Analysis of Mixing the Solid Dispersed Polymer Raw Materials for Cyber-Physical Support of Recycling

D. V. Stenko<sup>1</sup>, A. B. Kapranova<sup>1</sup>, D. D. Bakhaeva<sup>2</sup>, D. V. Fedorova<sup>1</sup>, A. E. Lebedev<sup>3</sup>

*Departments of Theoretical and Applied Mechanics (1), kapranova\_anna@mail.ru; Information Systems and Technologies (2), Technological Machines and Equipment (3), Yaroslavl State Technical University, Yaroslavl, Russia*

**Keywords:** secondary raw materials; model; options; process; recycling; mixing; solid dispersion mixture; elastic blades.

**Abstract:** In the framework of the stochastic approach to modeling the process of preparing a dispersed mixture with secondary raw materials in the working volume of a rotary device, an analysis was made of the most significant factors for increasing the efficiency of the operation of mixing polymer components. In this case, the energy method of modeling the mechanism of behavior of mixed non-spherical particles in rarefied flows formed by double-row elastic blades tangential to the mixing drum was used. An analysis has been carried out that takes into account the corresponding sets of design and operating parameters of a rotary mixer designed for preliminary preparation of the operation of an injection molding machine.

### References

1. Cunico M.W.M., Kai D.A., Cavalheiro P.M., de Carvalho J. Development and Characterisation of 3D Printing Finishing Process Applying Recycled Plastic Waste, *Virtual and Physical Prototyping*, 2019, vol. 14, no. 1, pp. 37-52, doi: 10.1080/17452759.2018.1521248
2. Kapranova A.B., Bakhayeva D.D., Sten'ko D.V., Verloka I.I. [Modeling the process of rotary mixing of bulk components on the platform of cyber-physical systems], *Matematicheskiye metody v tekhnike i tekhnologiyakh* [Mathematical methods in engineering and technologies], 2020, vol. 4, pp. 20-26. (In Russ., abstract in Eng.)
3. Dong Y., Milentis J., Pramanik A. Additive Manufacturing of Mechanical Testing Samples Based on Virgin Poly (Lactic Acid) (PLA) and PLA/Wood Fibre Composites, *Advances in Manufacturing*, 2018, vol. 6, pp. 71-82, doi: 10.1007/s40436-018-0211-3
4. Kapranova A.B., Verloka I.I. [Stochastic description of the process of formation of flows of bulk components in apparatuses with brush elements], *Teoreticheskiye osnovy khimicheskoy tekhnologii* [Theoretical foundations of chemical technology], 2018, vol. 52, no. 6, pp. 707-721. (In Russ., abstract in Eng.)
5. Kapranova A.B., Bakin M.N., Verloka I.I. [Modeling of the mixture quality criterion in the volume of a drum-tape device], *Khimicheskoye i neftegazovoye mashinostroyeniye* [Chemical and oil and gas engineering], 2018, no. 5, pp. 3-9. (In Russ., abstract in Eng.)
6. Kapranova A.B., Verloka I.I., Yakovlev P.A., Bakhayeva D.D. [Study of mixture quality at the first stage of operation of a gravity-type apparatus], *Rossiyskiy*

*khimicheskii zhurnal* [Russian Chemical Journal], 2018, vol. 62, no. 4, pp. 48-50. (In Russ., abstract in Eng.)

7. Kapranova A.B., Bakhayeva D.D., Sten'ko D.V., Verloka I.I. [Study of the energy characteristics of the process of mixing loose components in a rotary apparatus], *Vestnik Ivanovskogo gosudarstvennogo energeticheskogo universiteta* [Bulletin of the Ivanovo State Power Engineering University], 2020, no. 3, pp. 70-78, doi: 10.17588/2072-2672.2020.3.070-078 (In Russ., abstract in Eng.)

8. Lebedev A.Ye., Kapranova A.B., Sten'ko D.V. *Smesitel' sypuchikh materialov* [Mixer of bulk materials], Russian Federation, 2021, Pat. 2749510. (In Russ.)

9. Makarov Yu.I. *Apparaty dlya smesheniya sypuchikh materialov* [Apparatus for mixing bulk materials], Moscow: Mashinostroyeniye, 1973, 216 p. (In Russ.)

10. Kafarov V.V., Dorokhov I.N., Arutyunov S.Yu. *Sistemnyy analiz protsessov khimicheskoy tekhnologii. Protsessy izmel'cheniya i smesheniya sypuchikh materialov* [System analysis of chemical technology processes. Processes of grinding and mixing of bulk materials], Moscow: Nauka, 1985, 440 p. (In Russ.)

11. Pershin V.F., Selivanov Yu.T., Orlov A.V. [The use of numerical experiments to optimize the process of mixing bulk materials], *Teoreticheskiye osnovy khimicheskoy tekhnologii* [Theoretical foundations of chemical technology], 2004, vol. 38, no. 2, pp. 209-214. (In Russ.)

12. Klimontovich Yu.L. *Turbulentnoye dvizheniye i struktura khaosa. Novyy podkhod k statisticheskoy teorii otkrytykh sistem* [Turbulent motion and the structure of chaos. A new approach to the statistical theory of open systems], Moscow: LENAND, 2014, 328 p. (In Russ.)

13. Kapranova A., Bahaeva D., Stenko D., Fedorova D., Vatagin A., Lebedev A. Stochastic Analysis of Impact Mixing of Bulk Materials in a Rotary Apparatus, *E3S Web of Conference*, 2021, vol. 247, p. 01048, doi: 10.1051/e3sconf/202124701048

14. Sten'ko D.V., Kapranova A.B., Bakhayeva D.D., Fedorova D. V., Lebedev A. Ye. [Stochastic analysis of rotational mixing of polymer components in the framework of recycling and development of 3D printing technologies], *Khimicheskoye i neftegazovoye mashinostroyeniye* [Chemical and oil and gas engineering], 2021, vol. 57, no. 11, pp. 16-21. (In Russ.)

15. Kapranova A.B., Bakin M.N., Verloka I.I., Zaytsev A.I. [Influence of humidity of loose media on their distribution in the working volume of a mixer with a movable belt], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2015, vol. 21, no. 1, pp. 97-104, doi: 10.17277/vestnik.2015.01.pp.097-104 (In Russ., abstract in Eng.)

16. Sten'ko D.V., Kapranova A.B., Bakhayeva D.D., Fedorova D.V., Lebedev A.Ye. [Analysis of obtaining a dispersed mixture with secondary raw materials for cyber-physical support of recycling], *Matematicheskkiye metody v tekhnologiyakh i tekhnike* [Mathematical methods in technologies and engineering], 2021, no. 12, pp. 26-32, doi: 10.52348/2712-8873\_MMTT\_2021\_12\_26 (In Russ., abstract in Eng.)

---

## Analyse des Mischens von festen dispergierten Polymerrohstoffen für cyber-physische Recycling-Unterstützung

**Zusammenfassung:** Im Rahmen des stochastischen Ansatzes zur Modellierung des Prozesses der Gewinnung der dispergierten Mischung mit Sekundärrohstoffen im Arbeitsvolumen einer Rotationsvorrichtung ist die Analyse der wichtigsten Faktoren zur Steigerung der Effizienz des Mischvorgangs der Polymerkomponente durchgeführt worden. Dabei ist die energetische Methode zur Modellierung des Verhaltensmechanismus gemischter nicht kugelförmiger Partikel in verdünnten Strömungen verwendet worden, die durch doppelreihige elastische Schaufeln tangential

zur Mischtrommel gebildet werden. Es ist eine Analyse durchgeführt, die die entsprechenden Sätze von Konstruktions- und Betriebsparametern eines Rotationsmischers berücksichtigt, der für die Vorbereitung des Betriebs der Injektions- und Spritzgießmaschine vorgesehen ist.

---

### **Analyse de mélange des polymères solides dispersées pour le support cyber-physique du recyclage**

**Résumé:** Dans le cadre de l'approche stochastique envers la modélisation du processus d'obtention d'un mélange dispersé avec des matières premières secondaires dans le volume de travail du dispositif de rotation, sont analysés les facteurs les plus importants d'augmentation de l'efficacité de l'opération de mélange des composants polymères. Est utilisée une méthode d'énergie pour modéliser le mécanisme du comportement des particules non sphériques mélangées dans des flux clairsemés formés par des lames élastiques à deux rangées tangentes au tambour de mélange. Est réalisée une analyse en tenant compte des ensembles appropriés de paramètres de la conception et du fonctionnement du mélangeur rotatif destiné à la préparation préalable du fonctionnement de la machine d'injection et de moulage par injection.

---

**Авторы:** *Стенько Дмитрий Владимирович* – аспирант кафедры «Теоретическая и прикладная механика»; *Капанова Анна Борисовна* – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Теоретическая и прикладная механика»; *Бахаева Дарья Дмитриевна* – старший преподаватель кафедры «Информационные системы и технологии»; *Федорова Дарья Владимировна* – аспирант кафедры «Теоретическая и прикладная механика»; *Лебедев Антон Евгеньевич* – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Технологические машины и оборудование», ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет», Ярославль, Россия.