

## МЕТОДИКА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ СИСТЕМ НАГРЕВА ПРЕССОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Е. Н. Малыгин, С. В. Карпушкин, К. С. Корнилов

*Кафедра «Компьютерно-интегрированные системы в машиностроении»,  
ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия; karp@mail.gaps.tstu.ru*

**Ключевые слова:** гидравлический пресс; нагревательная плита; оптимизация конструкции; стабилизация температуры; температурное поле; теплоизоляция.

**Аннотация:** Представлена методика технологических расчетов систем нагрева прессового оборудования: формулировка задачи оптимизации конструкции нагревательной плиты пресса; подходы к расчету и оценке температурных полей рабочих поверхностей плит в процессе автоматической стабилизации температуры; способ расчета плит теплоизоляции, основанный на использовании фиктивных граничных условий. Адекватность предлагаемого математического описания тепловых процессов в нагревательных плитах прессов подтверждается сравнением результатов решения математических моделей с данными промышленных экспериментов. Метод решения математических моделей процессов автоматической стабилизации температуры нагревательной плиты в системе конечно-элементного анализа ANSYS, предусматривающий изменения величины шага по времени, позволяет сократить продолжительность вычислений без потери точности. Применение специальных граничных условий третьего рода при подборе материалов и толщин плит теплоизоляции позволяет существенно упростить математическое описание и снизить объем вычислений с нескольких часов до нескольких секунд без ухудшения качества результатов.

---

### Введение

Системы нагрева гидравлических прессов, применяемых для вулканизации резинотехнических изделий (**РТИ**) и термообработки изделий из пластмасс, металлов и сплавов, включают:

- нагревательные плиты, число которых равно  $n_3 + 1$ , где  $n_3$  – число этажей пресса (обычно от одного до четырех);
- нагревательные элементы, размещенные внутри плит: каналы для подачи греющего пара, индукторы либо термосопротивления, уложенные в пазы;
- плиты теплоизоляции, расположенные выше верхней и ниже нижней нагревательных плит.

Технологические расчеты систем нагрева прессов включают выбор способа нагрева плит, числа и мощности нагревателей (индукторов либо термосопротивлений), конфигурации пазов для их размещения, а при использовании парового нагрева – необходимого давления пара и конфигурации паровых каналов. Кроме того, проводится выбор материалов и определение толщин плит теплоизоляции, обеспечивающих рекомендуемые температуры стола и рамы пресса.

Наиболее популярным способом нагрева плит промышленных прессов при рабочих температурах до 250 °С является индукционный, так как индукционные нагреватели просты в изготовлении, экономичны и долговечны. При больших рабочих температурах применение индукционного нагрева связано с необходимостью использования генераторов электрического тока частотой более 50 Гц, поэтому более эффективным считается использование омических нагревателей (термосопротивлений). Что касается использования для нагрева плит прессов насыщенных паров, то данный способ уступает индукционному по энергоэффективности [1] и возможностям формирования на рабочих поверхностях плит температурных полей требуемой конфигурации, а также более сложен в реализации. Однако выбор оптимального способа нагрева плит гидравлических прессов в конкретной ситуации может быть неочевиден: паровая плита может оказаться более пригодной для обработки изделий из резины и пластмасс малой массы и несложной формы.

В предлагаемой работе рассматриваются вопросы выбора оптимальных параметров конструкции нагревательных плит, моделирования температурных полей в элементах системы нагрева пресса, определения характеристик плит теплоизоляции.

### Задача технологического расчета нагревательной плиты

Перед проектно-конструкторскими подразделениями промышленных предприятий, как правило, ставится задача обеспечения заданной степени неравномерности температурных полей рабочих поверхностей одиночных неизолированных нагревательных плит проектируемых прессов (от  $\pm 5$  до  $\pm 1$  °С). Предполагается, что при использовании таких плит будет обеспечен равномерный прогрев пресс-форм и обрабатываемых изделий и, как следствие, возможность выпуска продукции широкого ассортимента. Поэтому задача технологического расчета нагревательной плиты пресса формулируется следующим образом: определить число и мощности нагревателей или давление греющего пара, геометрию пазов для размещения нагревателей или каналов для подачи греющего пара, при которых обеспечивается требуемый темп нагрева плиты до рабочей температуры, а степень неравномерности температурного поля ее рабочей поверхности не превышает допустимой.

В качестве критерия оптимальности предлагается использовать разность между максимальной и минимальной температурами рабочей поверхности плиты

$$\Delta = \max_{x,y} T(x, y, w, \tau_z) - \min_{x,y} T(x, y, w, \tau_z), \quad (1)$$

где  $\delta \leq x \leq (l - \delta)$ ;  $\delta \leq y \leq (s - \delta)$ ;  $l, s$  – длина и ширина плиты соответственно, м;  $\delta$  – ширина края плиты, который не включается в рабочую поверхность, м;  $w$  – высота плиты, м,  $w = h$  – рабочая поверхность верхняя,  $w = 0$  – нижняя;  $\tau_z$  – заданная продолжительность нагрева рабочей поверхности плиты от температуры окружающего воздуха  $T_0$  до заданной температуры  $T_z$ , с.

Необходимо найти число нагревателей или паровых каналов  $n$ , требуемую мощность каждого из них, геометрию паровых каналов или пазов для размещения нагревателей  $G^{(i)}$ , при которых функция (1) достигает минимального значения и выполняются следующие ограничения.

1. Ограничение на перепад температур по рабочей поверхности плиты:

$$|T(x, y, w, \tau_z) - T_z| \leq \Delta T_z \quad \forall (x, y) \in S_p, \quad (2)$$

где  $\Delta T_z$  – заданное значение допустимого перепада температур по рабочей поверхности плиты, °С;  $S_{пл}$  – множество координат точек рабочей поверхности плиты (за точку (0, 0) принимается левый нижний угол плиты).

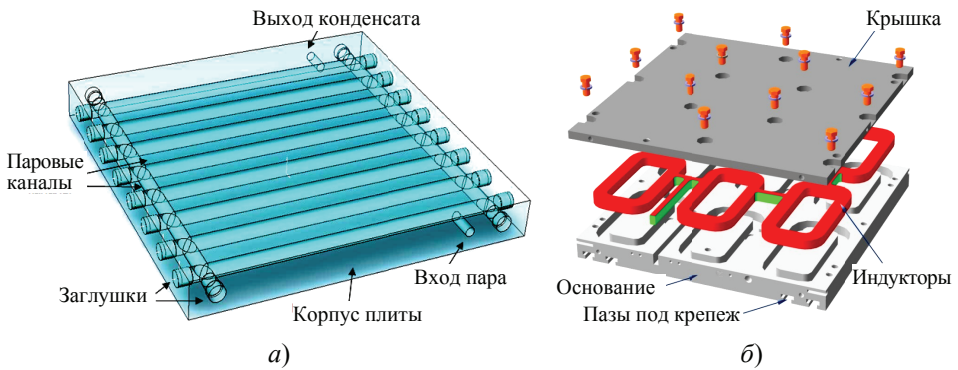


Рис. 1. Конструкции нагревательных плит прессов парового (а) и индукционного (б) нагрева

2. Ограничение на геометрические размеры пазов под нагреватели или паровых каналов и их положение в плите:

$$\mathbf{G}_{\min}^{(i)} \leq \mathbf{G}^{(i)} < \mathbf{G}_{\max}^{(i)}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (3)$$

где  $\mathbf{G}^{(i)}$  – вектор параметров паза  $i$ -го нагревателя или парового канала.

Конфигурация паровых каналов промышленных нагревательных плит, как правило, соответствует изображенной на рис. 1, а, поэтому компонентами векторов  $\mathbf{G}^{(i)}$ ,  $i = 1, \dots, n$ , являются внутренний диаметр канала  $d_{ki}$  и расстояния между его осью и осями соседних каналов (расположенного слева –  $b_{ли}$  и справа –  $b_{при}$ ), либо осью соседнего канала и границей рабочей поверхности плиты.

Индукционные нагреватели промышленных нагревательных плит, как правило, представляют собой катушки из провода в форме прямоугольников, (см. рис. 1, б). Компонентами вектора  $\mathbf{G}^{(i)}$  в данном случае являются глубина  $g_i$  и ширина  $b_i$  паза под  $i$ -й индуктор, длина  $l_i$  и ширина  $s_i$  индуктора, абсцисса  $x_{цi}$  и ордината  $y_{цi}$  его геометрического центра, значения которых должны обеспечивать выполнение ограничений на расстояние между пазами соседних индукторов, между пазом индуктора и границами рабочей поверхности плиты.

Омические нагреватели (термосопротивления) представляют собой провод из материала с высоким электросопротивлением (нихром, ферраль), свернутый в спираль. Форма пазов для их размещения, в принципе, может быть произвольной, поэтому компонентами вектора  $\mathbf{G}^{(i)}$  для омического нагревателя являются глубина  $g_i$  и ширина  $b_i$  поперечного сечения паза, а также радиус изгиба его оси  $R_i$ , значение которого лимитируется ограничением на радиус изгиба спирали:

соседние витки не должны соприкасаться (рис. 2).

Минимально допустимый радиус изгиба оси паза  $R_{\min}$  определяется из условия

$$h_0 > 2d, \quad (4)$$

где  $h_0 = h - \frac{hD}{2R}$  – расстояние между витками спирали по внутреннему радиусу, м (см. рис. 2);  $d$  – диаметр провода нагревателя, м;  $h$  – шаг намотки прямой спирали, м;  $D$  – диаметр намотки спирали по средней линии, м;  $R$  – радиус изгиба спирали по осевой линии, м.

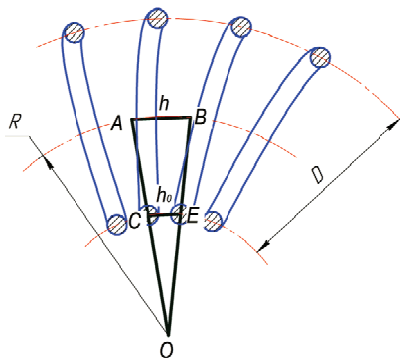


Рис. 2. Разрез фрагмента изогнутой спирали

Положение пазов под термосопротивления в объеме нагревательной плиты лимитируется ограничением

$$V_i \cap V_j = \emptyset, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad i \neq j, \quad (5)$$

где  $V_i, V_j$  – соответственно объемы пазов  $i$ -го и  $j$ -го нагревателей с включением окрестности, определяемой ограничениями на расстояние между пазами соседних нагревателей, пазом нагревателя и границами рабочей поверхности плиты,  $\text{м}^3$ .

3. Ограничение на длину провода индукционного или омического нагревателя. Для индукционного нагревателя данное ограничение на число витков  $n_{\text{в}i}$  провода заданного диаметра с учетом изоляции  $d_{\text{и}i}$ :

$$n_{\text{в}i} \leq \frac{4b_i g_i \chi_i}{\pi d_{\text{и}i}^2}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (6)$$

где  $\chi_i$  – коэффициент заполнения паза проводом.

Для омического нагревателя:

$$\gamma_i \frac{U_i^2 \pi d_i^2}{4P_i} \leq L_i \leq \frac{L_{\text{паз}i}}{t_i} \sqrt{(\pi D_i)^2 + t_i^2}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (7)$$

где  $L_i$  – длина провода  $i$ -го нагревателя, м;  $D_i, t_i$  – средний диаметр и шаг навивки провода  $i$ -го нагревателя соответственно, м;  $L_{\text{паз}i}$  – длина паза для размещения

$i$ -го нагревателя, м;  $d_i = \sqrt[3]{\frac{4Q_i^2}{\gamma_i U_i^2 W_i \pi^2}}$  – необходимый диаметр его провода, м [2];

$\gamma_i$  – удельная электрическая проводимость материала нагревателя,  $\text{Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$ );  $U_i$  – подаваемое на нагреватель напряжение, В;  $Q_i, W_i$  – номинальная, Вт, и поверхностная  $\text{Вт}/\text{м}^2$ , мощности  $i$ -го нагревателя соответственно [3].

4. Ограничение на суммарную мощность, при которой обеспечивается требуемый темп нагрева плиты и компенсируются потери тепла в окружающий воздух:

$$\sum_{i=1}^n Q_i \geq \frac{l s h \rho}{\tau_z} \int_{T_0}^{T_z} c(T) dT + \sum_{r=1}^6 \alpha_r S_{\text{пл}r} (T_r - T_0), \quad (8)$$

где  $c, \rho$  – удельная теплоемкость,  $\text{Дж}\cdot\text{кг}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$ , и плотность,  $\text{кг}/\text{м}^3$ , материала плиты соответственно;  $S_{\text{пл}r}$  – площадь  $r$ -й поверхности нагревательной плиты: рабочая поверхность, крышка, торцы,  $\text{м}^2$ ;  $\alpha_r$  – коэффициент теплоотдачи от  $r$ -й поверхности плиты,  $\text{Вт}\cdot\text{м}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$  [4];  $T_r$  – средняя температура  $r$ -й поверхности плиты,  $^\circ\text{C}$ , в течение периода времени  $[0, \tau_z]$ .

Заметим, что мощность, выделяемую за период времени  $[0, \tau_z]$ , в каждом из каналов плиты парового нагрева можно определить согласно [4]:

$$Q_i = \frac{G_i r(t_{\text{п}})}{\tau_z}, \quad i = 1, \dots, n,$$

где  $G_i$  – расход пара через  $i$ -й канал,  $\text{кг}/\text{с}$ ;  $r(t_{\text{п}})$  – удельная теплота конденсации пара при температуре  $t_{\text{п}}$ ,  $\text{Дж}/\text{кг}$ .

Для определения температурного поля рабочей поверхности плиты необходимо решить уравнение теплопроводности с внутренними источниками тепла [5]

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T + \frac{q}{c\rho}, \quad (9)$$

где  $T = T(x, y, z, \tau)$  – температура в точке объема плиты с координатами  $(x, y, z)$  в момент времени  $\tau$ , °C;  $a = \lambda/(c\rho)$ ,  $\lambda$  – коэффициенты соответственно теплопроводности, м<sup>2</sup>/с, и теплопроводности, Вт·м<sup>-1</sup>К<sup>-1</sup>, материала плиты;  $\nabla^2$  – оператор Лапласа;  $q = q(x, y, z, T_{cp})$  – удельное тепловыделение в точке  $(x, y, z)$ , Вт/м<sup>3</sup>,  
 $T_{cp} = T_{cp}(\tau) = \frac{1}{hst} \int_0^h \int_0^s \int_0^l T(x, y, z, \tau) dx dy dz$  – средняя температура, °C, плиты в момент времени  $\tau$ .

Начальное условие для решения уравнения (9)

$$T(x, y, z, 0) = T_0. \quad (10)$$

Теплоотдача от внешних поверхностей неизолированной нагревательной плиты описывается граничными условиями третьего рода

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{S_{плr}} = \alpha_r (T_r - T_0), \quad r = 1, \dots, 6. \quad (11)$$

Способ определения интенсивности внутренних тепловыделений в плите  $q(x, y, z, T_{cp})$  зависит от способа ее нагрева. Для паровой плиты (см. рис. 1, а), при допущении о равномерности и идентичности тепловыделения во всем объеме каждого парового канала, получим

$$q(x, y, z, T_{av}) = \begin{cases} \frac{4\alpha_{п}(t_{п} - T_{cp})}{d_{ки}}, & \text{если } (x, y, z) \in v_{ки}, \quad i = 1, \dots, n; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (12)$$

где  $\alpha_{п}$  – коэффициент теплоотдачи от конденсирующегося пара в горизонтальных цилиндрических каналах [4];  $t_{п}$  – температура конденсации пара, °C;  $v_{ки}$  – объем  $i$ -го канала в плите, м<sup>3</sup>.

Для плиты индукционного нагрева (см. рис. 1, б) при допущении, что тепловыделение каждого индуктора осуществляется равномерно в объеме паза под него, причем характеристики материала этого объема, заполняемого катушкой индуктора и специальной пастой [6], соответствуют характеристикам материала плиты, получим

$$q(x, y, z) = \begin{cases} q_{срi}, & \text{если } (x, y, z) \in v_i, \quad i = 1, \dots, n; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (13)$$

где  $q_{срi}$  – средняя удельная мощность  $i$ -го индуктора за период  $[0, \tau_z]$ , Вт/м<sup>3</sup>;  $v_i$  – объем, в котором выделяется мощность  $i$ -го индуктора, м<sup>3</sup>.

Наличие скруглений углов индукторов (см. рис. 1, б) существенно усложняет решение уравнения (9), поэтому будем считать индукторы прямоугольными, причем общая длина прямоугольного индуктора равна длине реального. Тогда  $(x, y, z) \in v_i$ , если

$$\begin{aligned} & (h_{кр} \leq z \leq h_{кр} + g_j) \wedge ((y_{цj} - 0,5s_j \leq y \leq y_{цj} + 0,5s_j) \wedge \\ & \wedge ((x_{цj} - 0,5l_j \leq x \leq x_{цj} - 0,5l_j + b_j) \vee (x_{цj} + 0,5l_j - b_j \leq x \leq x_{цj} + 0,5l_j))) \vee \\ & \vee ((x_{цj} - 0,5l_j + b_j \leq x \leq x_{цj} + 0,5l_j - b_j) \wedge ((y_{цj} - 0,5s_j \leq y \leq y_{цj} - 0,5s_j + b_j) \vee \\ & \vee (y_{цj} + 0,5s_j - b_j \leq y \leq y_{цj} - 0,5s_j))), \end{aligned}$$

где  $h_{кр}$  – высота крышки плиты, м (см. рис. 1, б). Следовательно

$$q_{срi} = \frac{Q_{срi}}{2b_i g_i (s_i + l_i - 2b_i)}, \quad (14)$$

где  $Q_{срi}$  – средняя мощность  $i$ -го индуктора за период  $[0, \tau_z]$ , Вт [7].

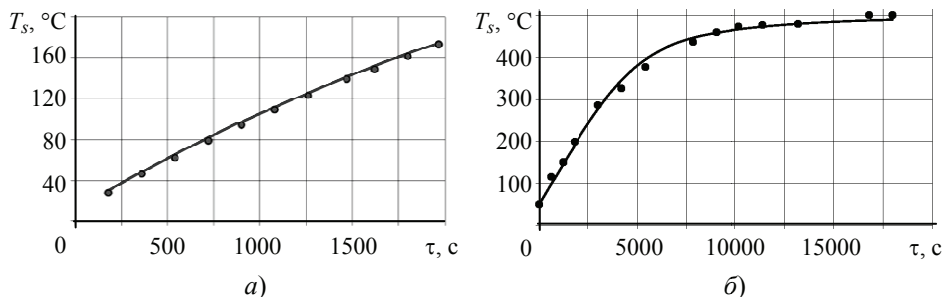
Для плиты омического нагрева при допущении о равномерном выделении тепла в объеме паза, где размещен нагреватель,

$$q(x, y, z) = \begin{cases} \frac{Q_i}{v_i}, & \text{если } (x, y, z) \in v_i, \quad i = 1, \dots, n, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (15)$$

Для решения уравнения (9) при условиях (10) – (12) или (13), (14) или (15) использована система конечно-элементного анализа ANSYS [8]. Адекватность предложенного математического описания процессов нагрева промышленных плит индукционного и омического нагрева подтверждена сравнением результатов расчетов и экспериментов, проведенных в АО «АРТИ-завод», г. Тамбов (рис. 3, а) и АО «Завод Тамбовполимермаш» (рис. 3, б).

На рисунке 3, а представлены результаты расчета и измерения температурного поля в месте установки контрольной термопары плиты размерами  $500 \times 410$  мм с четырьмя прямоугольными индукторами в процессе ее разогрева. Среднее абсолютное отклонение результатов расчета от данных эксперимента составило 2,6 °С, относительное отклонение – 0,7 %. Условия и результаты данного эксперимента представлены в работе [9]. Рисунок 3, б иллюстрирует сравнение результатов расчета и измерения температуры в центре рабочей поверхности нагревательной плиты омического нагрева размерами  $800 \times 800$  мм, обеспечивающей рабочую температуру 550 °С. Среднее отклонение расчетных значений и данных эксперимента составило 8,9 °С или 1,5 %.

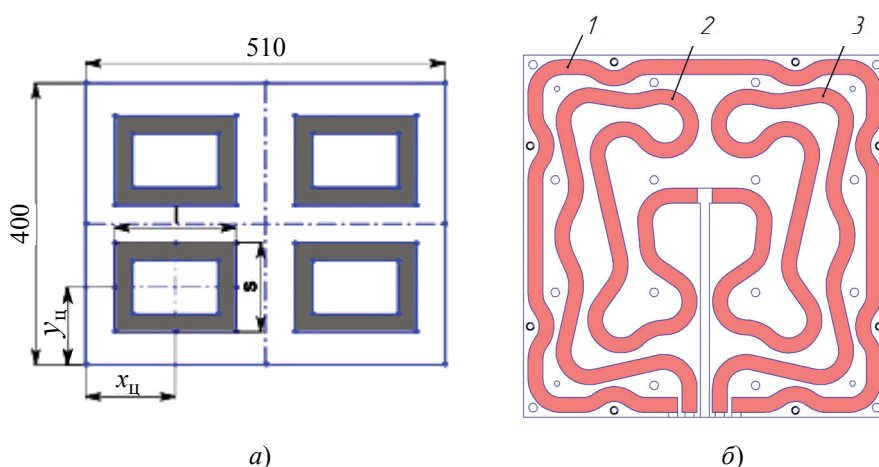
Для решения задачи минимизации критерия (1) при условиях (2), (3), (5), (6) или (7) и (8) разработан алгоритм, основанный на применении методики планирования вычислительного эксперимента [10]. С применением данного алгоритма для двух промышленных плит индукционного нагрева (с прямоугольными (рис. 4, а) и концентрическими нагревателями) оптимизированы размеры, размещение и значения мощностей нагревателей [10], а также определены мощности омических спиральных нагревателей 1 – 3 и конфигурация пазов для их размещения в нагревательной плите, обеспечивающей рабочую температуру 550 °С (рис. 4, б).



**Рис. 3. Сравнение результатов решения уравнения (9) с экспериментами:**

а – плита индукционного нагрева; б – плита омического нагрева;

сплошная линия – расчет; точки – эксперимент



**Рис. 4. Нагревательные плиты, для которых решена задача оптимизации**  
*a* – индукционная плита; *б* – плита омического нагрева

### Стабилизация температуры рабочей поверхности плиты

Основным режимом работы гидравлических прессов, применяемых для реализации тепловых процессов, является режим автоматической стабилизации температуры нагревательных плит путем изменения мощности нагревателей или изменения расхода греющего пара. Для проведения нестационарного теплового расчета плиты в режиме автоматической стабилизации температуры необходимо определить значение шага по времени, которое позволит адекватно смоделировать дискретность изменения граничных условий. Завышенные значения шага приведут к запаздыванию срабатывания регулятора и, как следствие, неадекватному описанию поведения объекта исследования. Использование мелкого шага увеличит продолжительность расчета.

Для управления мощностью нагревательных элементов плит с индукционными нагревателями чаще всего используется двухпозиционный регулятор, то есть значение тока через  $i$ -й индуктор  $I_i$  изменяется следующим образом:

$$I_i(\tau) = \frac{I_i}{2} \left( 1 + (-1)^{I_{с.н}(\tau)+1} \right), \quad i = 1, \dots, n_{\text{инд}}, \quad (16)$$

где  $I_{с.н}(\tau) = \begin{cases} 1, & \text{если } T_s(\tau) < T_n \\ 0, & \text{если } T_s(\tau) > T_v \end{cases}$  – состояние нагревателей («1» – включены, «0» –

выключены);  $T_s(\tau)$  – температура плиты в месте установки контрольной термопары, °C;  $T_n, T_v$  – нижний и верхний пороги срабатывания регулятора соответственно, °C;  $n_{\text{инд}}$  – число индукторов.

Таким образом, для получения температурного поля рабочей поверхности плиты индукционного нагрева в течение какого-либо периода времени необходимо решать уравнение (9) при условиях (10), (11), (13), (14), (16) с шагом по времени, значение которого предлагается определять с учетом того, что срабатывание двухпозиционного регулятора сопровождается резкими изменениями тепловых потоков в плитах пресса. Следовательно, в моменты срабатывания необходимо обеспечить максимальную точность расчетов, то есть использовать минимальный шаг по времени. В промежутках между моментами срабатывания регулятора шаг по времени может быть увеличен.

Для отслеживания моментов времени, соответствующих переключениям регулятора, предлагается осуществлять возврат к предыдущей итерации и вычисление нового значения шага по времени с использованием линейной интерполяции (рис. 5). В момент времени  $\tau_i$  температура в месте установки контрольной термопары  $T_s^i$  превышает верхний порог срабатывания регулятора  $T_B$ . Способ определения момента  $\tau_{i+1}$ , для которого  $T_s^{i+1} = T_B$  основан на предположении о линейном изменении температуры контрольной термопары:

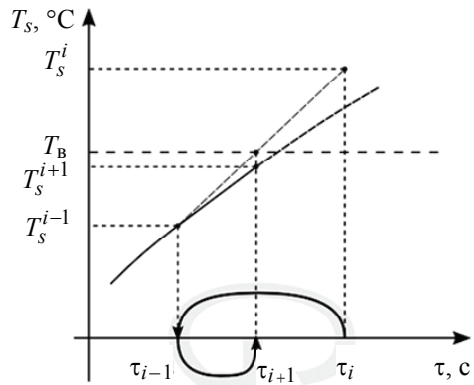


Рис. 5. Схема определения момента переключения регулятора

$$\tau_{i+1} = (\tau_i - \tau_{i-1}) \frac{T_B - T_s^{i-1}}{T_s^i - T_s^{i-1}} + \tau_{i-1}, \quad (17)$$

то есть выполняется возврат к моменту времени  $\tau_{i-1}$  и расчет с шагом  $\delta\tau = \tau_{i+1} - \tau_{i-1}$  (показано на рис. 5 дугами на оси времени). Поскольку зависимость температуры контрольной термопары от времени нелинейна, будет наблюдаться некоторая погрешность определения значения  $\tau_{i+1}$ . Практические расчеты показали, что величина  $\delta = |T_B - T_s^{i+1}|$  не превышает 0,1 °C.

На рисунке 6 представлены зависимости от времени температуры плиты в месте установки контрольной термопары и ее второй производной в процессе стабилизации температуры рабочей поверхности плиты. Анализ данных зависимостей позволил сделать вывод, что в качестве индикатора резких изменений тепловых потоков в плитах пресса может быть использовано абсолютное значение второй производной температуры плиты в месте установки контрольной термопары. В моменты резкого увеличения значения  $|T_s''|$  целесообразно уменьшать значение расчетного шага по времени, например, обеспечить линейное уменьшение значения шага соответственно увеличению значения  $|T_s''|$ .

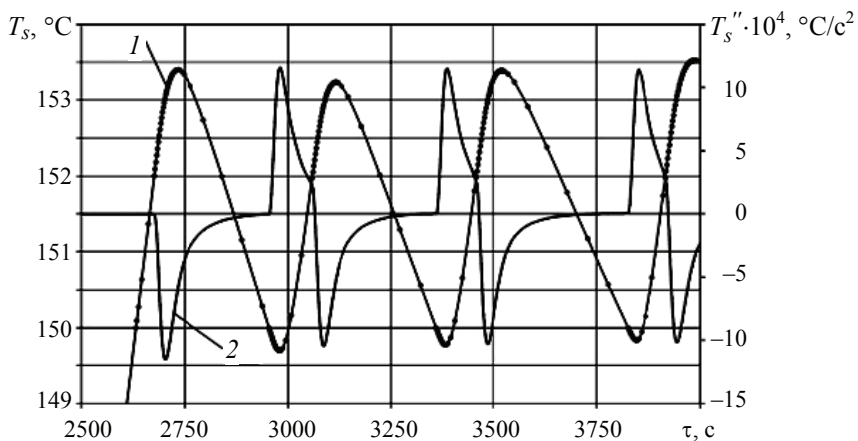


Рис. 6. Схема изменения шага по времени:

1 – температура в месте установки контрольной термопары;  
2 – ее вторая производная

Управление мощностью плит с омическими нагревателями чаще всего осуществляется с применением ПИД-регулятора. В качестве уставки на срабатывание используется заданное значение температуры  $T_3$ , которое сравнивается с текущей температурой  $T_s$  в месте установки контрольной термопары (возможно, средним значением показаний нескольких термопар). Выходной сигнал ПИД-регулятора формируется в виде

$$Y(\tau) = K_P e(\tau) + K_I \int_0^{\tau} e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(\tau)}{d\tau}, \quad (18)$$

где  $K_P, K_I, K_D$  – коэффициенты усиления пропорциональной, интегральной и дифференциальной составляющих сигнала регулятора соответственно;  $e(\tau) = T_s(\tau) - T_3$  – отклонение температуры в месте установки контрольной термопары от значения  $T_3$ , °С.

В зависимости от типа исполнительного устройства выходной сигнал регулятора преобразуется к требуемому виду. Например, при использовании широтно-импульсного регулирования выходной сигнал  $Y$  представляет собой долю максимальной продолжительности импульса включения твердотельного реле и характеризует долю максимальной мощности нагревателей. Таким образом, для широтно-импульсного регулирования справедливо выражение

$$Y(\tau) = Q(\tau)/Q_{\max}, \quad (19)$$

где  $Q(\tau)$  – средняя на протяжении импульса мощность плиты, Вт;  $Q_{\max}$  – максимальная мощность плиты, Вт.

Минимальный период обновления управляющего сигнала ПИД-регулятора ограничивается быстродействием контроллеров и может составлять 50...500 мс. Для адекватного воспроизведения поведения системы, при решении необходимо осуществлять решение уравнения (9) при условиях (10), (11), (15) со столь же малым постоянным расчетным шагом по времени.

Для сокращения затрат времени предлагается изменять величину расчетного шага по времени пропорционально абсолютной величине производной управляющего воздействия: величина расчетного шага с порядковым номером  $n$  определяется следующим образом:

$$\Delta_n = \min \{ \Delta_{\text{пер}}, \Delta_s, \Delta_{QY} \}, \quad \Delta_{\min} \leq \Delta_n \leq \Delta_{\max}, \quad (20)$$

где  $\Delta_{\text{пер}} = \Delta_{\max} \left( 1 - \frac{|Q'|}{K_{\Delta}} \right) + \Delta_{\min}$  – значение шага, рассчитанное из условия про-

порциональности производной управляющего воздействия  $Q$ ;  $K_{\Delta}$  – коэффициент «масштабирования» управляющего воздействия, в качестве которого принимается абсолютная величина производной выходного сигнала регулятора в расчетной точке  $n^*$ , для которой выполняются условия:

$$Y_{n^*} > 1, \quad Y_{n^*+1} \leq 1; \quad (21)$$

$\Delta_s = 2\Delta_{n-1}$  – значение шага, рассчитанное из условия плавного увеличения (новое значение не должно превышать двукратной величины предыдущего);  $\Delta_{QY}$  – значение шага, рассчитанное из равенства выходного сигнала регулятора максимальному управляющему воздействию,  $\Delta_{QY} = \frac{1-Y}{Y'}$ ,  $Y > 1$ ,  $Y' < 0$ .

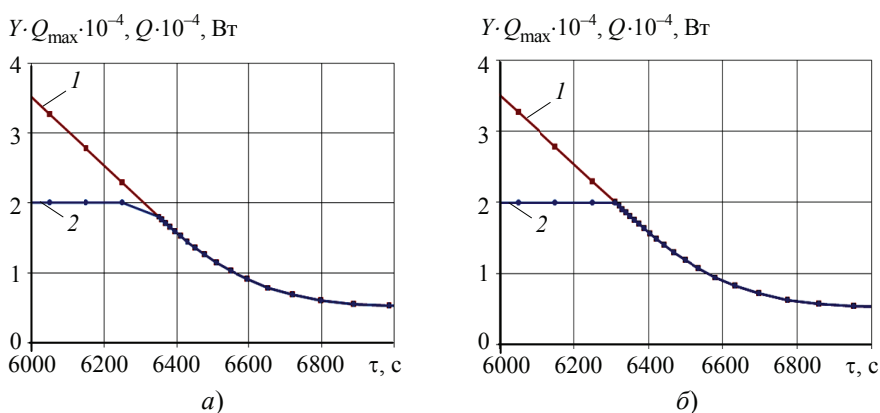


Рис. 7. Выходные сигналы регулятора и управляющего воздействия:  
 $1 - Y \cdot Q_{\max}$ ;  $2 - Q$

Последнее условие требуется для отслеживания методом экстраполяции момента времени, начиная с которого необходимо снижать уровень управляющего воздействия. Для пояснения на рис. 7 приведены расчетные графики выходного сигнала регулятора и управляющего воздействия без учета данного условия (см. рис. 7, *a*) и при его наличии (см. рис. 7, *б*).

Как видно из представленных графиков, максимальное управляющее воздействие  $Q_{\max}$  ограничено значением 20 кВт. На рисунке 7, *a* расчетный шаг меняется с опозданием, которое может стать причиной возникновения дополнительной погрешности. На рисунке 7, *б* задан такой шаг, при котором прогнозируется пересечение кривой выходного сигнала регулятора  $Y$  с линией, соответствующей максимальному управляющему воздействию.

На основе соотношения (17) и рис. 6, соотношений (19) – (21) и рис. 7 разработаны алгоритмы определения переменного шага по времени, реализованные на ADPL – встроенном языке системы ANSYS. Сравнительные тепловые расчеты промышленных нагревательных плит показали, что применение этих алгоритмов снижает затраты машинного времени компьютера производительностью 36 Гфлопс в 7 – 10 раз по сравнению с использованием постоянного шага по времени при той же точности: в среднем, затраты машинного времени уменьшались с 30 до 4 ч.

Регулирование температуры рабочей поверхности плит парового нагрева чаще всего осуществляется согласно пропорциональному закону на основании показаний контрольной термопары. Управляющим воздействием является расход греющего пара постоянного давления, исполнительным устройством – регулирующим клапан. На рисунке 8 представлен график изменения температуры промышленной паровой плиты размерами 600 × 600 мм (см. рис. 1, *a*) в течение 5500 с (около 1,5 ч непрерывной работы с момента подачи греющего пара).

Как видно, в данном случае резкие (в том числе, дискретные) изменения граничных условий отсутствуют, поэтому можно решать уравнение (9) при условиях (10) – (12) с постоянным шагом по времени, причем для периода стабилизации температуры он может быть существенно увеличен.

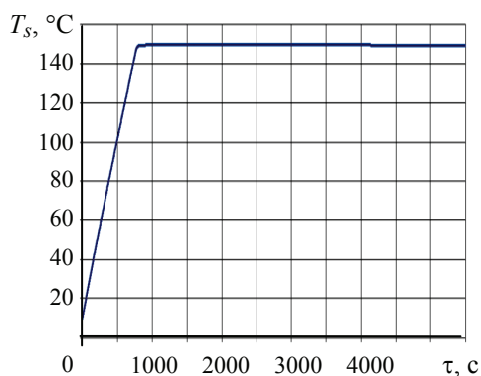


Рис. 8. Нагрев и стабилизация температуры паровой плиты

## Определение характеристик плит теплоизоляции

Нагревательные плиты контактируют с рамой и столом пресса через плиты теплоизоляции, которые должны обеспечивать температуру стола пресса  $\leq 90$  °С, что гарантирует безопасную работу гидравлической системы. Для определения температурных полей плит теплоизоляции и стола пресса предложенную математическую модель нагрева одиночной плиты необходимо дополнить уравнениями распространения тепла в теплоизоляции и элементах пресса с граничными условиями четвертого рода для поверхностей соприкосновения и третьего рода для внешних поверхностей. Конструкции гидравлических прессов сложны с точки зрения математического описания геометрии, поэтому такое дополнение многократно увеличит объем вычислений. Предлагается оценивать влияние элементов конструкции пресса на тепловые процессы в системе его нагрева с помощью специальных граничных условий.

Рассмотрим процесс стационарной теплопроводности для нижней плиты теплоизоляции, которую, пренебрегая неоднородностями температурного поля в горизонтальных сечениях, можно представить в виде плоской стенки (рис. 9). Тепловой поток  $q$  через плоскую стенку с теплопроводностью  $\lambda$  определяется согласно выражению

$$q = \lambda \frac{(T_1 - T_2)}{h}. \quad (22)$$

Поскольку процесс стационарный, вся мощность, подводимая к элементам пресса, рассеивается в окружающую среду. При этом очевидно, что рассеиваемая в стационарном режиме мощность будет увеличиваться при повышении температуры пресса в целом и температуры стола  $T_2$  в частности. Для моделирования влияния элементов пресса на тепловые процессы в нагревательных плитах предлагается использовать фиктивные граничные условия 3-го рода, где фиктивный коэффициент теплоотдачи  $\alpha_{\text{фикт}}$  можно определить как отношение теплового потока  $q$  к разности температур стола пресса  $T_2$  и окружающего воздуха  $T_0$

$$\alpha_{\text{фикт}} = \frac{\lambda(T_1 - T_2)}{h(T_2 - T_0)}. \quad (23)$$

Для расчета значений фиктивных коэффициентов теплоотдачи на АО «Завод Тамбовполимермаш» проведен эксперимент по определению стационарной температуры  $T_2$  для плиты мощностью 6 кВт с размером рабочей поверхности  $600 \times 600$  мм

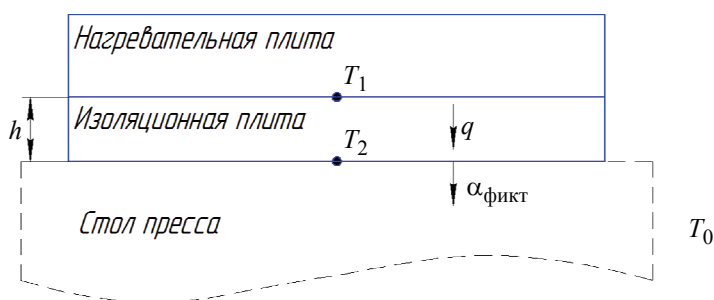


Рис. 9. Имитация пресса

(см. рис. 1, б). Нагревательную плиту и стол пресса разделяла плита из ацида [11] толщиной 40 мм. Результаты эксперимента представлены в табл. 1.

Примем допущение, что производная температуры стола пропорциональна разности его стационарной  $T_2$  и текущей  $T_{2т}$  температур:

$$\frac{dT_2}{d\tau} = k(T_2 - T_{2т}), \quad (24)$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности,  $c^{-1}$ . Решением дифференциального уравнения (24) является экспонента

$$T_{2т}(\tau) = T_2 - Ce^{kt}. \quad (25)$$

Функцию (25) можно рассматривать как экспериментально-аналитическую модель изменения температуры стола пресса, поэтому предложено использовать ее в качестве аппроксимирующей. Таким образом, задача состоит в нахождении значений констант  $T_2$ ,  $C$ ,  $k$ , для чего использован метод Левенберга–Марквардта [12], реализуемый системой MathCAD.

Найденные значения коэффициентов функции (25), фиктивный коэффициент теплоотдачи, рассчитанный по формуле (23), и результаты экстраполяции экспериментальных данных представлены на рис. 10. Как видно, график аппроксимирующей функции удовлетворительно воспроизводит экспериментальные данные. Значение констант:  $T_{2ст} = 79,76$  °C;  $C = 69,7$ ;  $k = -0,011$   $c^{-1}$ ; при этом  $\alpha_{\text{фискт}} = 18,3$  Вт·м<sup>-2</sup>·К<sup>-1</sup>. В качестве фиктивного коэффициента теплоотдачи принято округленное до целого значение  $\alpha_{\text{фискт}} = 18$  Вт·м<sup>-2</sup>·К<sup>-1</sup>.

Полученные результаты могут быть использованы и для предварительного расчета многослойного теплоизоляционного пакета плит. Общее термическое сопротивление слоев теплоизоляции определяется по формуле

$$R_T = \frac{h_1}{\lambda_1} + \frac{h_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{h_{n_i}}{\lambda_{n_i}}, \quad (26)$$

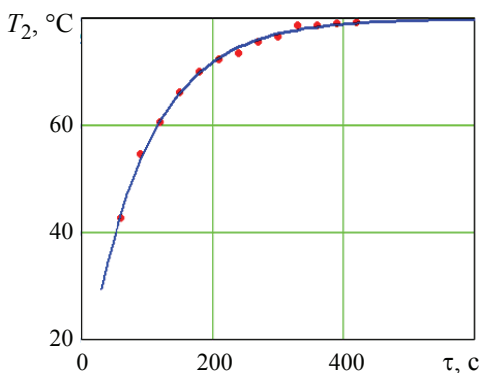


Рис. 10. Экстраполяция данных эксперимента: сплошная линия – расчет; точки – эксперимент

где  $n_i$  – число слоев теплоизоляции.

Для стационарного режима справедливо равенство теплового потока через многослойную плоскую стенку тепловому потоку, определяемому фиктивным коэффициентом теплоотдачи,

$$\frac{T_1 - T_2}{R_T} = \alpha_{\text{фискт}}(T_2 - T_0). \quad (27)$$

Решая уравнение (27) относительно  $T_2$ , получим

$$T_2 = \frac{T_1 + \alpha_{\text{фискт}} R_T T_0}{1 + \alpha_{\text{фискт}} R_T}. \quad (28)$$

Таблица 1

Результаты эксперимента по определению температуры стола пресса

τ, мин	T <sub>2</sub> , °C
60	43
90	55
120	61
150	66
180	70
210	72
240	74
270	76
300	77
330	79
360	79
390	79
420	79

Таким образом, с помощью фиктивного коэффициента теплоотдачи можно определить температуру элементов конструкции пресса в стационарных условиях, в частности, температуру его стола, которая не должна превышать допустимого значения (90 °С). Выражение (28) позволяет снизить объем вычислений при подборе материалов и толщины теплоизоляторов с нескольких часов до нескольких секунд.

### Заключение

Предлагаемая методика технологических расчетов систем нагрева промышленных гидравлических прессов включает:

– постановку задачи оптимизации параметров конструкции (геометрических размеров нагревателей и их положения в плите, длины провода каждого индукционного и омического нагревателей) и режима функционирования нагревательных плит прессов: мощностей нагревателей, при которой обеспечивается требуемый темп нагрева плиты и степень неравномерности температурного поля ее рабочей поверхности, компенсируются потери тепла в окружающий воздух;

– методы расчета температурных полей рабочих поверхностей нагревательных плит в режиме автоматической стабилизации, предусматривающие изменения величины шага по времени в процессе расчета полей с применением системы ANSYS, которые позволяют на порядок сократить продолжительность расчетов по сравнению с использованием максимально возможного постоянного шага по времени при сохранении требуемой точности;

– способ подбора материалов и толщины плит теплоизоляции, основанный на использовании для расчета значений температур на границах между плитами теплоизоляции, теплоизоляцией и элементами конструкции пресса специальных граничных условий 3-го рода и позволяющий снизить объем вычислений с нескольких часов до нескольких секунд без ухудшения качества результатов.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках базовой части (проект 8.7082.2017/8.9).*

### Список литературы

1. Карпушкин, С. В. Оценка эффективности нагревательных плит прессов для изготовления резинотехнических изделий / С. В. Карпушкин, С. В. Карпов, А. О. Глебов // Хим. и нефтегазовое машиностроение. – 2015. – № 6. – С. 12 – 18. doi: 10.1007/s10556-015-0057-5
2. Расчет и конструирование нагревателей электропечей сопротивления / И. А. Фельдман [и др.]. – М.-Л. : Энергия, 1966. – 104 с.
3. Тепловой расчет плит гидравлических прессов с омическими нагревателями / Е. Н. Малыгин [и др.] // Вестн. машиностроения. – 2016. – № 6. – С. 14 – 18.
4. Методы расчета процессов и аппаратов химической технологии / П. Г. Романков [и др.]. – СПб. : Химия, 1998. – 496 с.
5. Кошляков, Н. С. Уравнения в частных производных математической физики / Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. – М. : Высшая школа, 1970. – 712 с.
6. ОС-82-05 : Композиция органосиликатная : ТУ 84-725-78 [Электронный ресурс] // Морозовский химический завод : офиц. сайт. – Режим доступа : <http://tdmhz.ru/archives/1217/os-82-05/> (дата обращения: 19.12.2016).

7. Глебов, А. О. Методика определения мощности индукционных нагревательных устройств / А. О. Глебов, А. В. Стрижков // Математические методы в технике и технологиях. – 2014. – № 3 (62). – С. 9 – 11.

8. Басов, К. А. ANSYS: Справочник пользователя / К. А. Басов. – М. : ДМК Пресс, 2005. – 640 с.

9. Karpushkin, S. V. Modeling of Induction Heating Devices in Example of Induction Heating Platens of Vulcanization Presses / Karpushkin S. V., Karpov S. V., Glebov A. O. // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2011. – Т. 17, № 1. – С. 110 – 120.

10. Глебов, А. О. Методика оптимизации режимных и конструктивных характеристик нагревательной плиты вулканизационного пресса / А. О. Глебов, С. В. Карпов, С. В. Карпушкин // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2013. – Т. 19, № 1. – С. 137 – 151.

11. ГОСТ 4248–92. Доски асбестоцементные электротехнические дугостойкие. Технические условия. – Взамен ГОСТ 4248–78 ; введ. 1993–01–01. – М. : Изд-во стандартов, 1992. – 6 с.

12. Демиденко, Е. З. Линейная и нелинейная регрессии / Е. З. Демиденко. – М. : Финансы и статистика, 1981. – 304 с.

---

## Method of Technological Calculation for Heating Systems of Press Equipment

E. N. Malygin, S. V. Karpushkin, K. S. Kornilov

*Department of Computer-Integrated Systems in Mechanical Engineering,  
TSTU, Tambov, Russia; karp@mail.gaps.tstu.ru*

**Keywords:** design optimization; heating plate; hydraulic press; temperature field; temperature stabilization; thermal insulation.

**Abstract:** The paper describes the methods of technological calculations for heating systems of press equipment. The problem of design optimization of the press heating plates is set; the approaches to the calculation and evaluation of the temperature fields of the plates' working surfaces in the automatic temperature stabilization are described; the method of calculating the thermal insulation boards, using fictitious boundary conditions, is proposed. The adequacy of the proposed mathematical description of the thermal process in heating of the press plates is verified through the comparison of the solution of mathematical models with the data of industrial experiments. The method for solving mathematical models of automatic stabilization of the heating plate temperature in ANSYS finite-element analysis system, which provides changes in the value of the time step, can significantly reduce the duration of the computations without accuracy loss. The use of special boundary conditions of the third kind in the selection of materials and thicknesses for insulation boards can greatly simplify the mathematical description and reduce the amount of calculations from a few hours to a few seconds without deteriorating the quality of the results.

### *References*

1. Karpushkin S.V., Karpov S.V., Glebov A.O. Estimating the Efficiency of the Heating Plates of Presses Used in the Fabrication of Rubber-Mechanical Products, *Chemical and Petroleum Engineering*, 2015, vol. 51, issue 5, pp. 388-395, doi: 10.1007/s10556-015-0057-5

2. Feldman I.A., Gutman M.B., Rubin G.K., Shadrich N.I. *Raschet i konstruirovaniye nagrevateley elektropechey soprotivleniya* [Calculation and design of the heaters with electric resistance], Moscow-Leningrad: Energiya, 1966, 104 p. (In Russ.)
3. Malyigin E.N., Karpushkin S.V., Glebov A.O., Karpov S.V. Plates in Hydraulic Presses with Ohmic Heaters, Russian Engineering Research, 2016, vol. 36, no. 9, pp. 708-712, doi 10.3103/S1068798X16090136
4. Romankov P.G., Frolov V.F., Flisyuk O.M., Kurochkina M.I. *Metody rascheta protsessov i apparatov himicheskoy tekhnologii* [Methods for calculating the processes and apparatuses of chemical technology]. St. Petersburg: Himiya, 1998, 496 p. (In Russ.)
5. Koshlyakov N.S., Gliner E.B., Smirnov M.M. *Uravneniya v chastnykh proizvodnykh matematicheskoy fiziki* [Equations in partial derivatives of mathematical physics], Moscow: Vysshaya shkola, 1970, 712 p. (In Russ.)
6. Morozovsky Chemical Plant, OS-82-05 [Organosilicate composition OS-82-05], available at: <http://tdmhz.ru/archives/1217/os-82-05/> (accessed: 19 December 2016).
7. Glebov A.O., Strizhkov A.V. [Method for determining the power of induction heating devices] *Matematicheskie metody v tekhnike i tekhnologiyah* [Mathematical Methods in Engineering and Technology], 2014, no. 3 (62), pp. 9-11. (In Russ., abstract in Eng.)
8. Basov K.A. *ANSYS: Spravochnik polzovatelya* [ANSYS: User's Reference], Moscow: DMK Press, 2005, 640 p. (In Russ.)
9. Karpushkin, S.V., Karpov, S.V., Glebov, A.O. Modeling of induction heating devices in example of induction heating platens of vulcanization presses, *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2011, vol. 17, no. 1, pp. 110-120.
10. Glebov A.O., Karpov S.V., Karpushkin S.V. [Method of Optimization of Design and Performance Characteristics of Heating Plate of Vulcanizing Press], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2013, vol. 19, no. 1, pp. 137-151. (In Russ., abstract in Eng.)
11. Committee for Standardization and Metrology of the USSR, *GOST 4248-92. Dосki asbestocementnye ehlektrotekhnicheskie dugostojkie. Tekhnicheskie usloviya* [Russian Interstate Standard 4248-92. Asbestos cement non-arcing boards for electrical purposes. Specifications], Moscow: Izdatel'stvo standartov, 1992. (In Russ.)
12. Demidenko E.Z. *Lineynaya i nelineynaya regressii* [Linear and nonlinear regression], Moscow: Finansyi i statistika, 1981, 304 p. (In Russ.)

## **Methodik der technologischen Berechnungen der Systeme des Erwärmens der Pressentechnik**

**Zusammenfassung:** Es ist die Methodik der technologischen Berechnungen der Systeme des Erwärmens der Pressentechnik dargelegt: die Formulierung der Aufgabe der Optimierung der Konstruktion der Heizplatte der Presse, die Herangehen an die Berechnung und die Einschätzung der Temperaturfelder der Arbeitsoberflächen der Platten im Laufe der automatischen Stabilisierung der Temperatur, die auf der Nutzung der fiktiven Randbedingungen gegründete Weise der Berechnung der Platten der Wärmeisolierung. Die Adäquatheit der angebotenen mathematischen Beschreibung der thermischen Prozesse in den Heizplatten der Pressen wird durch den Vergleich der Ergebnisse der Lösung der mathematischen Modelle mit den Angaben der industriellen Experimente bestätigt. Die Methode der Lösung der mathematischen Modelle der Prozesse der automatischen Stabilisierung der Temperatur der Heizplatte im System der Endelementanalyse ANSYS, die die Veränderungen der Größe des Schrittes nach der Zeit voraussieht, erlaubt es, die Dauer der Berechnungen ohne Verlust der Genauigkeit zu verringern. Die Anwendung der speziellen Randbedingungen der dritten Sorte bei

der Auswahl der Materialien und der Dicken der Platten der Wärmeisolierung erlaubt es, die mathematische Beschreibung wesentlich zu vereinfachen und den Umfang der Berechnungen von einigen Stunden bis zu einigen Sekunden ohne Verschlechterung der Qualität der Ergebnisse zu verringern.

---

### **Méthodologie des calculs technologiques des systèmes du chauffage de l'équipement des presses**

**Résumé:** Est présentée la méthodologie des calculs technologiques des systèmes du chauffage de l'équipement des presses: formulation du problème d'optimisation de la conception de la plaque chauffante de la presse, méthodes de calcul et d'évaluation de la température de champs de panneaux des surfaces de travail dans le processus de la stabilisation automatique de la température, mode de calcul des plaques d'isolation thermique basé sur l'utilisation des conditions aux limites fausses. L'adéquation de la description mathématique des procédés thermiques dans les plaques des presses est confirmée par la comparaison des résultats des modèles mathématiques avec les données des expériences industriels. La méthode de la résolution des modèles mathématiques des processus de la stabilisation automatique de la température de la plaque chauffante dans le système de l'analyse des éléments finis ANSYS prévoyant le changement de la valeur du pas dans le temps, permet de réduire sensiblement le temps du calcul sans perte de précision. L'application des conditions spéciales aux limites du troisième genre lors de la sélection des matériaux et des épaisseurs des panneaux isolants permet de simplifier la description mathématique et de réduire le nombre des calculs.

---

**Авторы:** *Малыгин Евгений Николаевич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Компьютерно-интегрированные системы в машиностроении»; *Карпушкин Сергей Викторович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Компьютерно-интегрированные системы в машиностроении»; *Корнилов Кирилл Сергеевич* – аспирант кафедры «Компьютерно-интегрированные системы в машиностроении», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

**Рецензент:** *Туголуков Евгений Николаевич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Техника и технологии производства нанопродуктов», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

---