

СТАТИСТИЧЕСКОЕ СРАВНЕНИЕ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЙ В ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ НОРМАЛЬНЫХ ЭЛЕКТРОКАРДИОГРАММ

М. А. Форгани, А. В. Кожевин

*Кафедра «Информатика и процессы управления»,
ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина»,
г. Екатеринбург, Россия; alexander.kozhevina@g.mail.com*

Ключевые слова: дискретный вейвлет; обработка сигналов; статистический анализ; шумоподавление; электрокардиограмма.

Аннотация: Представлен сравнительный статистический анализ результатов шумоподавления в сигналах нормальной электрокардиограммы с помощью дискретных вейвлетов. Анализ проведен на большом объеме данных. Рассмотрен выбор вейвлета, порога и уровня декомпозиции в зависимости от уровня отношения сигнал/шум. Показано, что вейвлеты Койфлет и Симлет при мягком пороговом методе и строгом пороге несмещенной оценки риска Штайна дают лучшие результаты в шумоподавлении в общем случае. Для вычислений использовалось программное обеспечение MATLAB.

Сигнал электрокардиограммы (ЭКГ) играет определяющую роль при диагностике заболеваний сердца человека. Первичная обработка данных сигнала ЭКГ становится более эффективной в анализе и характеристике, если у сигнала отсутствует зашумленная составляющая, таким образом удаление шума становится его неотъемлемой частью [1, 2]. За последние годы появилось много новых методов шумоподавления. Фильтры Винера и Калмана являются одними из первых работ, направленных на удаление аддитивных шумов [3]. В литературе в области исследования ЭКГ на данный момент описано много методов шумоподавления, например, эмпирический метод модовой декомпозиции [1], вейвлет-преобразование [4], адаптивный фильтр [5], нечеткий порог [6], полосно-заграждающий фильтр [7], нелинейный фильтр [8], фильтр Калмана [9] стационарное вейвлет-преобразование [10] и преобразование Фурье. Однако подход, основанный на вейвлет-преобразовании, дает наиболее обнадеживающие результаты [11].

Способ шумоподавления с использованием вейвлетов основывается на пороговом дискретном вейвлет-преобразовании сигнала и заключается в том, что шум обычно представляет собой очень частые и мелкие по амплитуде колебания, что хорошо моделируется с помощью полученного разложения сигнала по масштабирующим уровням декомпозиции. Таким образом, большая часть шума, как правило, определяется вейвлет-коэффициентами в более мелких масштабах [12].

Определяющую роль в работе метода шумоподавления, основанного на применении вейвлетов, играет выбор самого семейства вейвлетов и параметров шумоподавления, таких как тип порога, уровень декомпозиции и т. д. Целью исследования является статистическое определение параметров шумоподавления на сигнале нормальной ЭКГ.

В статье рассмотрено 56 различных вейвлет-базисов с различными уровнями декомпозиции (до шести включительно), четыре различных порога (с жесткими и мягкими пороговыми функциями) и три мультипликативных пороговых изменений масштаба. Для симуляции измерений использовано программное обеспечение MATLAB. Все образцы сигналов ЭКГ взяты из базы данных MIT/BIH, где представлены ЭКГ нормального синусового ритма.

Теоретические основы вейвлет-преобразования

Одним из преимуществ анализа, основанного на базе вейвлетов, является возможность выполнять локальный анализ. Также сигнал можно локализовать по времени и частоте одновременно (рис. 1). В то же время вейвлет-преобразование позволяет проводить анализ сигнала при разных частотах с различным разрешением. В основе дискретного вейвлет-преобразования лежат синусоиды, как это делается и в преобразовании Фурье. Оконное преобразование Фурье использует фиксированный размер окна в частотно-временной области для нахождения спектрограммы, в то время как вейвлет-преобразование позволяет при высоком временном разрешении предоставлять компоненты низких и высоких частот.

Дискретное вейвлет-преобразование состоит из двух функций: масштабирующей ϕ и вейвлет-функции ψ . Вейвлет-преобразование представляет собой свертку вейвлета $\psi(t)$ с сигналом $x(t)$. Ортонормальные диадические дискретные вейвлеты связаны с масштабирующей функцией $\phi(t)$. Для получения коэффициентов аппроксимации используется свертка масштабирующей функции с сигналом [12].

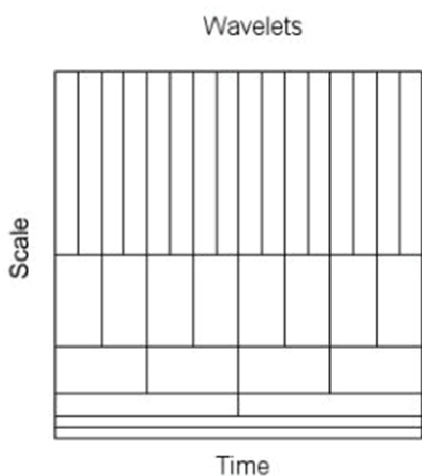


Рис. 1. Масштабно-временное представление

Таким образом, сигнал можно разбить на две составляющие:

$$a_{j,k} = \langle f(t), \phi_{j,k}(t) \rangle;$$

$$d_{j,k} = \langle f(t), \psi_{j,k}(t) \rangle,$$

где $a_{j,k}$ и $d_{j,k}$ – коэффициенты аппроксимации и детальные коэффициенты уровня j . Вейвлет-преобразование разбивает пространство $L^2(\mathbb{R})$ на два вложенных пространства. Последовательность вложенных пространств $V_j \subset V_{j+1}$ образует пространство аппроксимации. При стремлении j к бесконечности пространство V_j обеспечивает лучшее приближение к произвольной функции $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$. Пространство $W_j \subset V_{j+1}$ – пространство деталей.

Если приближать функцию $f_{j+1}(t) \in V_{j+1}$ с помощью функции $f_j(t) \in V_j$, то $g_j(t) \in W_j$ содержит в себе детали, которые можно сложить с $f_j(t)$, чтобы получить $f_{j+1}(t)$ [13]. Таким образом

$$f_{j+1}(t) = f_j(t) + g_j(t).$$

Как правило, в результате вейвлет-преобразования получается большое число малых коэффициентов и небольшое число больших. Дискретное вейвлет-преобразование сигнала вычисляется путем пропускания его через два фильтра (высоких и низких частот) в каждой итерации. Фильтры высоких и низких частот обозначаются $h[n]$ и $g[n]$ соответственно (рис. 2). Дискретность полученных сигналов будет в 2 раза ниже.

Высоко- и низкочастотный фильтры разделяют частотный спектр сигнала, а также порождают два новых сигнала: один содержит в себе высокочастотную составляющую, второй – низкочастотную. Последующая итерация выполняется на низкочастотной части сигнала. Рисунок 3 иллюстрирует дерево декомпозиции вейвлета; А-блоки относятся к низкочастотной части сигнала; D-блоки – к высокочастотной, отвечающей за детали сигнала.

Примерами вейвлетов являются вейвлеты Хаара и Добеши. Вейвлет Хаара представляет собой последовательность масштабированной кусочно-постоянной функции на компактном носителе, которые вместе организуют семейство вейвлетов или базис. Одним из недостатков вейвлета Хаара является его непрерывность, а следовательно недифференцируемость. В-сплайны, например, являются непрерывными и имеют компактный носитель, но они не образуют ортогональный базис. У семейства вейвлетов Добеши масштабирующая функция на компактном носителе непрерывна и ортогональна [13].

В теории всплесков встречаются биортогональные вейвлеты, у которых есть обратное преобразование, но оно не обязательно ортогональное. Проектирование биортогональных вейвлетов имеет больше степеней свободы по сравнению с проектированием ортогональных. Одна из них – возможность создания симметричных вейвлет-функций.

Теория вейвлет-шумоподавления

В общем случае спектр шума может быть интерферирован с интересующими данными. Вейвлет-преобразование позволяет работать со спектром сигнала на разных масштабах, поэтому оно имеет преимущество над другими классическими методами. С помощью вейвлета сигнал можно разбить на несколько друг от друга независимых спектров разных уровней, что невозможно сделать с помощью классической фильтрации, и выделить шум из сигнала. Фильтры частотной области могут привести к искажению формы сигнала в процессе обработки, а в дальней-

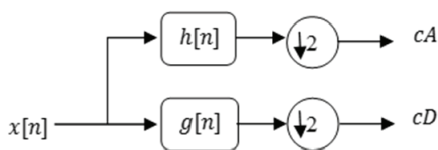


Рис. 2. Представление высоко- и низкочастотных фильтров

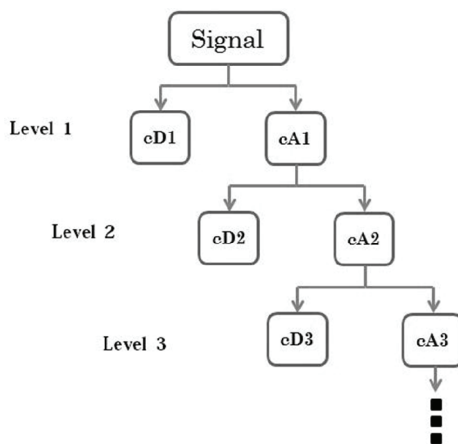


Рис. 3. Дерево вейвлет-декомпозиции

шем к потере важной клинической информации, так как сигнал является нестационарным. В связи с тем что шум находится в высокочастотной составляющей сигнала, то, как правило, он определяется коэффициентами разложения на более низких масштабах. Высокочастотные компоненты отображаются с большим количеством коэффициентов, а низкочастотные – с малым. Те детальные коэффициенты вейвлета, которые меньше порогового значения принимаются за нулевые значения.

Один из способов создания порога – вычисление выборочной дисперсии коэффициентов деталей в диапазоне и установка порога относительно отклонения.

Порог используется в жестких и мягких пороговых функциях для фильтрации коэффициентов. Иногда коэффициенты чистого шума могут не пройти через жесткий порог, что влечет к появлению назойливых импульсов на выходе, в то время как мягкий порог позволяет сократить количество таких ложных срабатываний. С одной стороны, очень большие пороги удалят слишком много детальных коэффициентов, в результате чего восстановленный сигнал будет слишком гладким, с другой – слишком маленький порог пропускает много детальных коэффициентов, что в результате дает более волнистый сигнал. Рассмотрим четыре наиболее известных порога:

1) универсальный (sqrtwolog). Пороговое значение получается как результат вычисления функции

$$T = \hat{\sigma} \sqrt{2 \log(n)},$$

где n – это количество точек данных; $\hat{\sigma}$ – это оценка уровня шума σ . Уровень шума можно оценить по функции

$$\hat{\sigma} = \frac{\text{median}\left(\left|d_{j,k} - \text{median}(d_{j,k})\right|\right)}{0,6475},$$

где $d_{j,k}$ – коэффициент детализации уровня j ;

2) минимаксный (minimax). По сравнению с универсальным, порог minimax является более консервативным и подходящим в тех случаях, когда мелкие детали функции f лежат в диапазоне шума;

3) порог несмещенной оценки риска Штайна (SureShrink) или строгий порог несмещенной оценки риска Штайна (rigrsure), который определяет значение по минимизации оценки объективного риска Штайна для каждого уровня j . Данный порог не подходит для некоторых случаев, когда вейвлет-представление на любом уровне очень разбросано, то есть подавляющее большинство коэффициентов, по существу, нули;

4) сочетание универсального порога и SureShrink, то есть если набор коэффициентов оказался разбросанным, то используется универсальный порог, в противном случае – SureShrink. Функция мягкого порога определяется следующим соотношением

$$y = \begin{cases} x - \text{sgn}(x)T, & \text{если } |x| \geq T; \\ 0, & \text{если } |x| < T, \end{cases}$$

а жесткий порог как

$$y = \begin{cases} x, & \text{если } |x| \geq T; \\ 0, & \text{если } |x| < T. \end{cases}$$

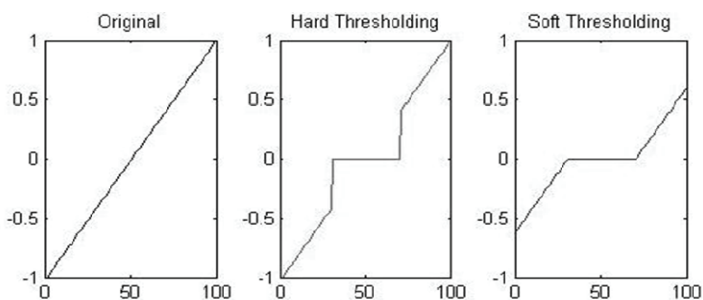


Рис. 4. Функция жесткого и мягкого порогов для значения 0,4

Перед началом шумоподавления важно правильно выбрать сам алгоритм обработки сигнала. Для выбора подходящего семейства вейвлетов и уровня декомпозиции использованы предыдущие исследования.

В результате анализа научных работ по данной тематике сделаны следующие выводы:

- вейвлеты вида Хаара, Добеши 4 и Добеши 6 при четвертом уровне декомпозиции дают лучшие результаты;
- лучшие результаты получаются при использовании вейвлетов семейства Добеши на восьмом уровне декомпозиции;
- лучшим в шумоподавлении является вейвлет Койфлет 5;
- семейство Симлет 4 на пятом уровне декомпозиции является наиболее подходящим для проведения шумоподавления [8 – 9];
- получены определенные результаты в исследовании нахождения оптимальной функции вейвлета для идентификации шума и его удаления из сигнала электромиографии (SEMG) для целей многофункционального миоэлектрического контроля. Результаты показали, что в качестве материнского вейвлета более подходящими являются вейвлеты первого порядка Добеши, В-сплайны и обратные биортогональные. А пятый порядок Койфлета – лучший вейвлет для решения задач реконструкции сигнала. Подходящее число уровней декомпозиции равно четырем, а выбор оптимального вейвлета не зависит от алгоритмов шумоподавления [10];
- представлен метод вейвлет-шумоподавления, в котором использована функция вейвлета Симлет 8 как наиболее подходящая для снижения полученного значения среднеквадратичной ошибки MSE (Mean Squared Error) [11];
- при обнаружении различных признаков в сигнале с использованием двух фильтров на основе Добеши 4 и Добеши 6 данная комбинация показала лучшие результаты, так как вейвлет-фильтр имел масштабирующую функцию, близкую по форме к сигналу ЭКГ [12];
- вейвлет на основе кубического сплайна и Добеши 4 дает лучший результат для обнаружения волн в сигнале ЭКГ;
- для целей проведения предварительной обработки сигналов ЭКГ всплески Добеши 4 и Симлет 4 показывают хорошие результаты, но для извлечения признаков функции вейвлет Добеши 6 и Симлет 6 подходят лучше.

Методология

Последовательность действий, которой придерживалось исследование, состоит из следующих шагов:

а) генерируем шум и добавляем к сигналу. Предполагаемая модель зашумленного сигнала

$$f(i) = s(i) + e(i),$$

где $f(i)$ – исходный зашумленный сигнал; $s(i)$ – сигнал после шумоподавления, $e(i)$ – гауссовый белый шум с нулевым средним значением с дисперсией σ^2 ;

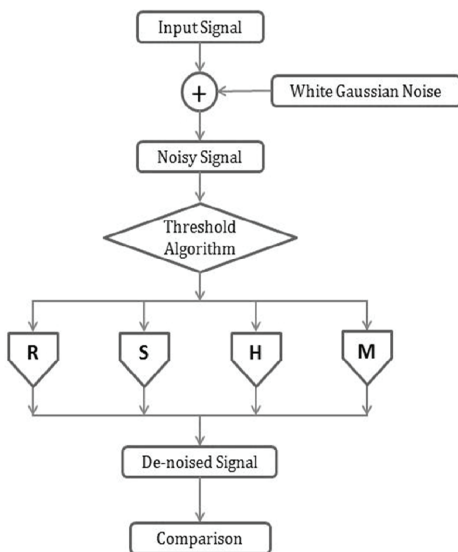


Рис. 5. Представление процедуры шумоподавления:

R, S, H, M – пороги *rigsure*, *sqrtwolog*, *heursure* и *minimax* соответственно

б) выбираем вейвлет и уровень N . Разлагаем сигнал на коэффициенты аппроксимации и детализации;

в) выбираем порог и пороговую функцию (жесткую или мягкую). Применяем их к коэффициентам детализации;

г) восстанавливаем сигнал на основе модифицированных коэффициентов аппроксимации и детализации со всех уровней разложения от 1 до N ;

д) выполняем оценку и сравнение.

В зависимости от значения отношения сигнала к шуму SNR (Signal to Noise Ratio), к чистому исходному сигналу добавляли разный белый шум Гаусса и в конце расчетов по восстановленному сигналу снова вычисляли значение SNR. Пусть $s(n)$ – исходный чистый сигнал ЭКГ, а $\tilde{s}(n)$ – восстановленный. Тогда значение SNR рассчитывается по формуле

$$\text{SNR}_{dB} = 10 \log \frac{\sum_{n=0}^{N-1} s(n)^2}{\sum_{n=0}^{N-1} (s(n) - \tilde{s}(n))^2}.$$

Процедуру шумоподавления иллюстрирует рис. 5.

Симуляция

В исследовании применен алгоритм шумоподавления для всей базы данных нормального синусового ритма MIT/BIH. Каждый файл этой базы данных разделен на десятисекундные фрагменты. Для вычислений использовано программное обеспечение MATLAB. Рассмотрено 56 вейвлетов из семейств Хаара, Добеши, Симлетов, Койфлетов, биортогональных сплайнов, обратных биортогональных сплайнов и Мейера. Количество уровней декомпозиции было от 1 до 6 (в зависимости от длины сигнала и частоты данных). Использованы пороги '*rigsure*', *sqrtwolog*, *heursure* и *minimax* с жесткими и мягкими пороговыми функциями. Для более правильного удаления шума использованы три различных алгоритма масштабирования функций порога для вейвлет-шумоподавления, которые уже определены в одном из пакетов MATLAB. Добавлено 6 разных уровней шума SNR в каждый фрагмент (-10, -5, 0, 5, 10, 15).

В результате чего для каждого фрагмента было 48384 ($56 \times 6 \times 4 \times 2 \times 3 \times 6$) варианта всевозможных комбинаций параметров шумоподавления. Таким образом, время вычисления каждого фрагмента составило около 280 секунд (для одного ядра с частотой 4.42 ГГц). Число фрагментов было около 28000. Вычисление целой базы данных заняло очень много времени, поэтому рекомендуется использовать параллельное программирование. К чистому сигналу добавлен шум с конкретным значением SNR ($\text{SNR}_{\text{input}}$), который после шумоподавления вычислялся снова на восстановленном сигнале ($\text{SNR}_{\text{output}}$). Метод шумоподавления считается эффективным, если выходной SNR больше, чем входной

$$\Delta \text{SNR} = \text{SNR}_{\text{output}} - \text{SNR}_{\text{input}} > 0.$$

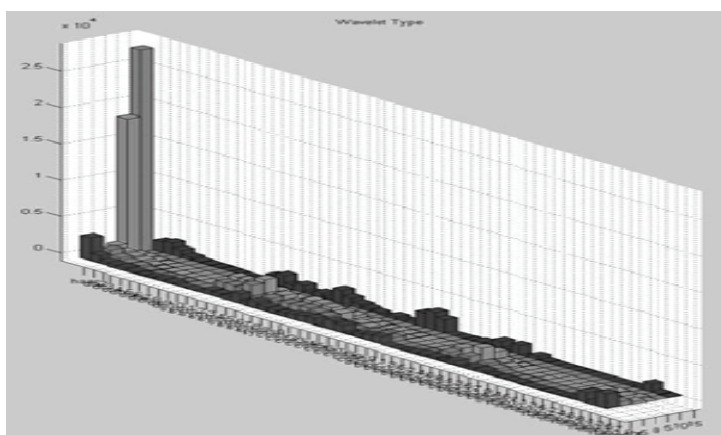


Рис. 6. Типы вейвлетов относительно разных уровней входных SNR

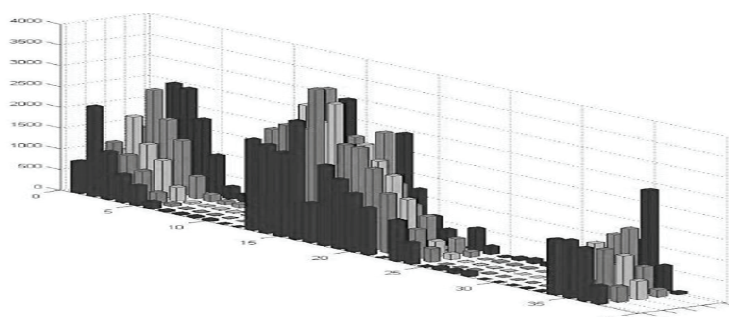


Рис. 7. Результат семейства Койфлет и Симлет

В итоговые результаты берется только максимум из разницы значений SNR для одного фрагмента. Рисунок 6 показывает результаты разных типов вейвлетов в соответствии с шестью разными уровнями входных SNR.

Эффективность применения вейвлетов Добеши уменьшается от 2 до 10 для каждого уровня SNR. Вейвлет Хаара для уровней SNR 5 и 10 более эффективен по отношению к другим уровням SNR. Семейства Симлет и Койфлет в среднем дают хороший результат. Симлет 4 и Койфлет 5 – лучшие из этих семейств на каждом из уровней SNR. Биортогональные вейвлеты *bior2.8*, *bior3.1* и *bior3.3* показывают лучший результат, а их эффективность имеет прямую связь с уровнем SNR. Вейвлеты *rbior3.1*, *rbior3.3* и *rbior3.5* также имеют хорошие результаты в каждом SNR, но их эффективность обратно пропорциональна к уровню SNR. Если игнорировать значения Хаара для входного SNR 5 и 10, то можно увидеть хорошую эффективность Койфлет и Симлет, так как уменьшится эффект шума и будет меньше эффект Гиббса (рис. 7).

Выявлено, что уровень разложения обратно пропорционален к уровню входного SNR. Рисунок 8 показывает эту связь для эксперимента с длинными фрагментами при уровнях разложения вплоть до 10.

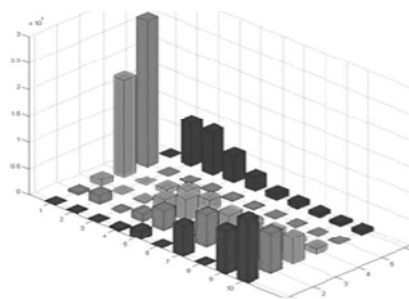


Рис. 8. Уровень декомпозиции по отношению к уровню входного SNR (для больших фрагментов до 10-го уровня декомпозиции)

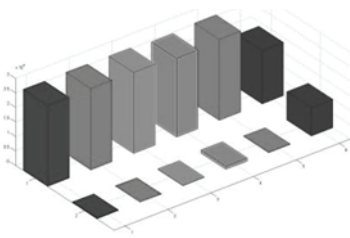


Рис. 9. Функции мягкого и жесткого порогов по отношению к различным входным значениям SNR

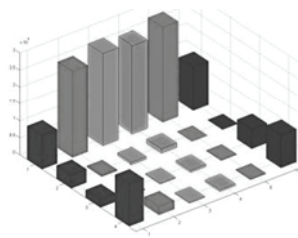


Рис. 10. Тип порога по отношению к уровню различных входных значений SNR

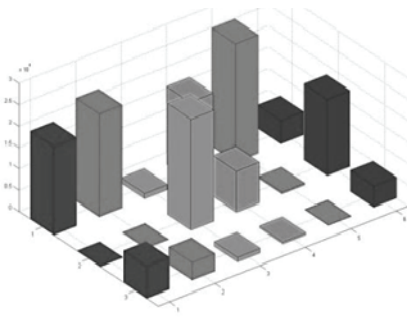


Рис. 11. Мультипликативное пороговое масштабирование для различных уровней SNR исходного сигнала

Функция мягкого порога имеет лучший результат, чем жестко-пороговая. Жестко-пороговая функция становится лучше с увеличением уровня SNR (рис. 9).

Рисунок 10 показывает, что порог `rigsure` более эффективен, чем `sqrtwolog`, `heursure` и `minimax`. Более того, `minimax` также дает хороший результат, как и `rigsure`, когда уровень входного SNR очень низкий или очень высокий (в данном исследовании –10 или +15 соответственно).

Мультипликативное пороговое изменение масштаба здесь – это параметр команды автоматического одномерного шумоподавления в MATLAB. В качестве значения есть возможность выбрать три варианта:

- `one` – без изменения масштаба;
- `sln` – масштабирование с использованием одиночной оценки уровня шума, основанной на коэффициентах первого уровня;
- `mln` – изменение масштаба, использующее уровневую оценку уровня шума.

Рисунок 11 демонстрирует, что значение `one` показывает лучшие результаты. В случае положительного значения SNR значение `sln` тоже может быть использовано.

Для оценки результатов работы шумоподавления с помощью приведенных методов использованы получаемые в итоге значения SNR, MSE.

На рисунке 12 показана разница между исходным и полученным SNR. Для наглядности данные результаты представлены в табл. 1.

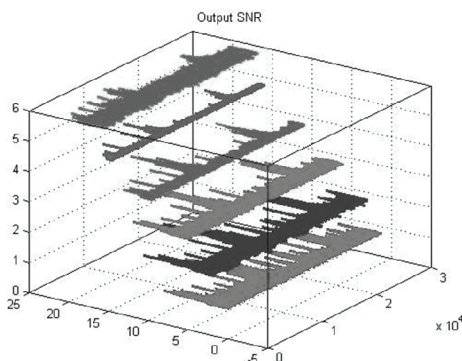


Рис. 12. Уровень полученного значения SNR относительно его различных исходных значений

Таблица 1

Диапазон исходящего SNR

Исходный SNR	Диапазон полученных значений SNR
–10	0...2
–5	2...5
0	5...7
5	Около 10 с небольшим стандартным отклонением
10	Около 15 с небольшим стандартным отклонением
15	16...20

Заключение

Исследование проведено на более чем 28000 фрагментах сигнала ЭКГ. Для сокращения времени при расчетах использовались параллельные вычисления.

В результате данного исследования выделим несколько правил качественной обработки нормального сигнала ЭКГ:

а) когда отношение SNR маленькое или сигнал достаточно искажен, то лучше его раскладывать на более высокие уровни;

б) лучшие семейства вейвлетов для целей шумоподавления – Симлет 4, Койфлет 5. Для некоторых положительных SNR достаточно семейства Хаара;

в) для положительных SNR вейвлет Добеши 4 дает эффективный результат;

г) в среднем наиболее подходящим уровнем декомпозиции является четвертый уровень;

д) при выборе порога лучше использовать порог rigrsure . В наихудшей степени проявил себя порог sqrtwolog . Функция мягкого порога дает лучшие результаты по сравнению с жестким.

Параметр мультипликативного порогового изменения масштаба one (или отсутствие изменения масштаба) показывает себя лучше других.

Список литературы

1. Chacko, A. Denoising of ECG signals using Empirical Mode Decomposition based technique / A. Chacko, S. Ari // *Advances in Engineering, Science and Management (ICAESM)*, 2012 International Conference on. – IEEE, 2012.
2. Sayadi, O. *ECG denoising and compression using a modified extended Kalman filter structure* / O. Sayadi, M. B. Shamsollahi // *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on.* – 2008. – Vol. 55(9). – P. 2240 – 2248.
3. Alfaouri, M. ECG signal denoising by wavelet transform thresholding / M. Alfaouri, K. Daqrouq // *American Journal of Applied Sciences.* – 2008. – Vol. 5(3). – P. 276.
4. Chandrakar, C. Denoising ECG Signals Using Adaptive Filter Algorithm / C. Chandrakar, M. Kowar // *International Journal of Soft Computing and Engineering (IJSCE).* – 2012. – Vol. 2(1). – P. 120 – 123.
5. Adjustable 60Hz Noise Reduction by a Notch Filter for ECG Signals / Y.-W. Bai [et al.] // *Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2004. IMTC 04. Proceedings of the 21st IEEE.* – IEEE, 2004.
6. A nonlinear Bayesian Filtering Framework for ECG Denoising / R. Sameni [et al.] // *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on.* – 2007. – Vol. 54(12). – P. 2172 – 2185.
7. Filtering Noisy ECG Signals Using the Extended Kalman Filter Based on a Modified Dynamic ECG Model / R. Sameni [et al.] // *Computers in Cardiology, 2005.* – IEEE, 2005.
8. Singh, B. N. Optimal Selection of Wavelet Basis Function Applied to ECG Signal Denoising / B. N. Singh, A. K. Tiwari // *Digital Signal Processing.* – 2006. – Vol. 16(3). – P. 275 – 287.
9. Ercelebi, E. Electrocardiogram Signals De-Noising Using Lifting-Based Discrete Wavelet Transform / E. Ercelebi // *Computers in Biology and Medicine.* – 2004. – Vol. 34(6). – P. 479 – 493.
10. Phinyomark, A. Optimal Wavelet Functions in Wavelet Denoising for Multifunction Myoelectric Control / A. Phinyomark, C. Limsakul, P. Phukpattaranont // *ECTI Transactions on Electrical Eng., Electronics, and Communications.* – ECTI, 2010. – Vol. 8(1). – P. 43 – 52.
11. Wavelet Denoising of the Electrocardiogram Signal Based on the Corrupted Noise Estimation / S. Chouakri [et al.] // *Computers in Cardiology, 2005.* – IEEE, 2005.

12. ECG Feature Extraction Based on Multiresolution Wavelet Transform / S. Mahmoodabadi [et al.] // Engineering in Medicine and Biology Society, 2005. IEEE-EMBS 2005. 27th Annual International Conference of the. – IEEE, 2006.

13. Ruch, D. K. Wavelet Theory: An Elementary Approach with Applications / D. K. Ruch, P. J. Van Fleet. – John Wiley & Sons, 2011.

Statistical Comparison of Wavelet Transforms in Signal Processing of Normal Electrocardiograms

M. A. Forgani, A. V. Kozhevnikov

*Department of Computer Science and Management Processes,
Ural Federal University named after First President of Russia B. N. Yeltsin,
Yekaterinburg, Russia; alexander.kozhevnikov@gmail.com*

Keywords: discrete wavelet; signal processing; statistical analysis; noise suppression; electrocardiogram.

Abstract: The paper presents a comparative statistical analysis of noise reduction results in the signals of normal electrocardiogram (ECG) using discrete wavelets. The analysis has been performed on a large amount of data (about 28,000 normal ECG intervals). The choice of wavelet, threshold and level of decomposition, depending on the level of SNR (Signal to Noise Ratio) have been considered. It is shown that the Coiflet and Symlet wavelets in the soft threshold method and the rigsure threshold give the best results in noise reduction in the general case. Matlab software has been used for calculations.

References

1. Chacko, A. and S. Ari. Denoising of ECG signals using Empirical Mode Decomposition based technique. *Advances in Engineering, Science and Management (ICAESM), 2012 International Conference on*. 2012: IEEE.

2. Sayadi, O. and M.B. Shamsollahi, ECG denoising and compression using a modified extended Kalman filter structure. *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*, 2008, vol. 55(9), pp. 2240-2248.

3. Alfaouri, M. and K. Daqrouq, ECG signal denoising by wavelet transform thresholding. *American Journal of applied sciences*, 2008, vol. 5(3), p. 276.

4. Chandrakar, C. and M. Kowar, Denoising ECG signals using adaptive filter algorithm. *International Journal of Soft Computing and Engineering (IJSCE)*, 2012. vol. 2(1), pp. 120-123.

5. Bai, Y.-W., et al. Adjustable 60Hz noise reduction by a notch filter for ECG signals. in *Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2004. IMTC 04. Proceedings of the 21st IEEE*. 2004: IEEE.

6. Sameni, R., et al., A nonlinear Bayesian filtering framework for ECG denoising. *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*, 2007, vol. 54(12), pp. 2172-2185.

7. Sameni, R., et al. Filtering noisy ECG signals using the extended Kalman filter based on a modified dynamic ECG model. in *Computers in Cardiology, 2005*. 2005: IEEE.

8. Singh, B.N. and A.K. Tiwari, Optimal selection of wavelet basis function applied to ECG signal denoising. *Digital Signal Processing*, 2006, vol. 16(3), pp. 275-287.

9. Ercelebi, E., Electrocardiogram signals de-noising using lifting-based discrete wavelet transform. *Computers in Biology and Medicine*, 2004, vol. 34(6), pp. 479-493.
10. Phinyomark, A., C. Limsakul, and P. Phukpattaranont, Optimal wavelet functions in wavelet denoising for multifunction myoelectric control. *ECTI Transactions on Electrical Eng., Electronics, and Communications.–ECTI*, 2010, vol. 8(1), pp. 43-52.
11. Chouakri, S., et al. *Wavelet denoising of the electrocardiogram signal based on the corrupted noise estimation*. in *Computers in Cardiology, 2005*. 2005: IEEE.
12. Mahmoodabadi, S., et al. *ECG feature extraction based on multiresolution wavelet transform*. in *Engineering in Medicine and Biology Society, 2005. IEEE-EMBS 2005. 27th Annual International Conference of the*. 2006: IEEE.
13. Ruch, D.K. and P.J. Van Fleet, *Wavelet theory: An elementary approach with applications*. 2011: John Wiley & Sons.

Statistische Vergleichung der Wavelet-Transformationen in der Bearbeitung der Signale der normalen Elektrokardiogramme

Zusammenfassung: Es ist die vergleichende statistische Analyse der Ergebnisse der Lärmniederhaltung in den Signalen des normalen Elektrokardiogramms (EKG) mit Hilfe der diskreten Waveleten dargelegt. Die Analyse ist auf dem großen Umfang der Angaben (neben 28000 Abschnitten der Aufnahmen der normalen EKG) durchgeführt. Es ist die Auswahl des Waveletes, der Schwelle und des Niveaus der Dekomposition je nach dem Niveau von SNR (Signal to Noise Ratio) betrachtet. Es ist gezeigt, dass die Wavelete Coiflet und Symlet bei der weichen Schwellenmethode und der Schwelle rigsure die besten Ergebnisse in der Lärmniederhaltung für den allgemeinen Fall geben. Für die Berechnungen wurde die Software Matlab verwendet.

Comparaison statistique des ondelettes dans le traitement des signaux des électrocardiogrammes normaux

Résumé: Est présentée une analyse statistique comparative des résultats de la réduction de bruit dans l'électrocardiogramme normal (ECG) à l'aide de la transformation en ondelettes discrètes. L'analyse est effectuée sur un grand volume de données (environ 28000 coupures d'enregistrement des ECG normaux). Est examiné le choix de l'ondelette utilisée, du seuil et du niveau de la décomposition en fonction du niveau de la SNR (Signal to Noise Ratio). Est montré que des ondelettes Coiflet et Symlet lors du niveau du seuil doux donnent de meilleurs résultats dans la réduction du bruit dans le cas général. Pour le calcul est utilisé le logiciel Matlab.

Авторы: *Форгани Маджид Али* – аспирант кафедры «Информатика и процессы управления»; *Кожевин Александр Вячеславович* – аспирант кафедры «Информатика и процессы управления», ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина», г. Екатеринбург, Россия.

Рецензент: *Антонов Николай Юрьевич* – доктор физико-математических наук, заместитель директора ФГБУН «Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук», г. Екатеринбург, Россия.