

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ
ПОВЕРХНОСТНОЙ МЕДЛЕННОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ
ВОЛНЫ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОКРЫТИИ
НА МЕТАЛЛИЧЕСКОМ ОСНОВАНИИ.
СЛУЧАЙ ОТСЛОЕНИЯ ПОКРЫТИЯ***

В. А. Манин, А. И. Казьмин, П. А. Федюнин

*Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил
«Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского
и Ю. А. Гагарина», г. Воронеж; alek-kazmin@ya.ru*

Ключевые слова: дефект; коэффициент ослабления поля; математическая модель; отслоение; поверхностная электромагнитная волна; радиопоглощающее покрытие.

Аннотация: Разработана математическая модель распространения поверхностной медленной электромагнитной волны в диэлектрическом покрытии при отслоении его от металлического основания. Выведены характеристические уравнения, позволяющие оценить зависимость основного информативного параметра поля поверхностной волны – коэффициента нормального ослабления α от величины отслоения покрытия от металлического основания. Проведена проверка адекватности математической модели путем численного моделирования распространения поверхностной волны в диэлектрическом покрытии в среде электродинамического моделирования CST Studio suit. Показано, что разработанная математическая модель может служить основой радиоволновых способов обнаружения и оценки дефектов диэлектрических и магнитодиэлектрических радиопоглощающих покрытий вооружения и военной техники.

Снижение радиолокационной заметности в настоящее время рассматривается как один из действенных путей повышения живучести и боевой эффективности вооружения и военной техники в целом и образцов авиационных комплексов (АК) в частности. Одним из распространенных и эффективных способов снижения радиолокационной заметности АК является применение радиопоглощающих материалов (РПМ) и покрытий (РПП). Наилучшие результаты по снижению радиолокационной заметности на основе РПМ и РПП достигаются при индивидуальном по элементам поверхности образца АК применении с заданными радиофизическими характеристиками от трех-четырёх до нескольких десятков различных РПМ и РПП и многочисленных конструкционных материалов [1, 2].

При проектировании АК для получения заданного уровня эффективной поверхности рассеяния (ЭПР) РПМ и РПП имеют строго заданные параметры: переменную по профилю толщину b , сложную структуру с меняющимися значениями диэлектрической ϵ' и магнитной μ' проницаемостей.

* По материалам доклада на конференции «Актуальные проблемы энергосбережения и энергоэффективности в технических системах» (см. 2015. Т. 21, № 3).

Реализовать свойства современных покрытий возможно только при строгом соблюдении технологических режимов и допусков при их нанесении. Например, толщина слоя РПП, как правило, не должна отклоняться от заданной более чем на 0,05...0,1 мм [1]. Такие же жесткие ограничения накладываются и на допуск по значениям диэлектрической и магнитной проницаемостей РПП.

Задача обеспечения надежной адгезии РПП к обшивкам самолета, выполненным из различных материалов и подвергнутых разнообразной поверхностной обработке достаточно сложна. При недостаточной адгезии высокие внутренние напряжения приводят к отслоению, а при высокой адгезии – к растрескиванию РПП [1].

Кроме того, в ходе эксплуатации образцов АК, особенно в сложных условиях и при предельных механических и температурных нагрузках, неизбежны ситуации, когда в РПП будут возникать различные дефекты в виде отслоений, растрескиваний, сколов, царапин и т. п., что приводит к увеличению ЭПР объекта и снижению его боевых возможностей. Вместе с тенденцией удорожания самолетов растут и требования к ресурсам и срокам службы всех систем и агрегатов. Это относится и к системам покрытий, используемым на самолетах, так как стоимость оснащения самолета данными системами достаточно высока.

Таким образом, основным условием обеспечения заданного уровня ЭПР АК является контроль и поддержание параметров РПМ и РПП в заданных пределах при его создании и в процессе эксплуатации.

Вместе с тем существующие способы контроля не обеспечивают точное определение электрофизических параметров и надежное обнаружение дефектов РПМ и РПП, в том числе дефектов в виде отслоения (адгезии) покрытия. Большинство известных способов реализованы по принципу «на прохождение» электромагнитных волн через материал и не обеспечивают возможность измерения и контроля требуемого состава параметров РПП, нанесенных на металлические поверхности.

Все приведенное выше определяет актуальность проведения исследований и разработок новых и повышение эффективности известных бесконтактных методов и устройств дефектоскопии широкого класса диэлектрических и магнитодиэлектрических покрытий.

Разработан радиоволновый метод контроля параметров покрытий, использующий явление «разлития» поверхностной электромагнитной волны (ЭМВ) по плоскости и быстродействующего сканирования результатов взаимодействия поля со слоем покрытия в функциях комплекса электрофизических и геометрических параметров [3]. Установлено, что коэффициент ослабления поля поверхностной ЭМВ α по нормали к поверхности функционально зависит от измеряемых параметров слоя РПП ε' , μ' , b и длины волн генератора λ_r , то есть величина ослабления поля $\alpha = f(\varepsilon', \mu', b, \lambda_r)$ является их мерой.

Представляется перспективной адаптация данного метода на возможность контроля дефектов типа «отслоение покрытия от металлической подложки». Подобные дефекты и их параметры схематично показаны на рис. 1, а. В качестве модели подобного дефекта можно принять слой покрытия, расположенный на некотором расстоянии от металлического основания (рис. 1, б).

Для построения электродинамической модели такой системы воспользуемся методом вектора Герца [4]. Электромагнитное поле в данной системе может быть представлено в виде суперпозиции электрических и магнитных волн, порождаемых электрическим и магнитным векторами Герца, имеющими только по одной z -компоненте,

$$\vec{\Pi} = \Pi_z \vec{i}_z,$$

где Π_z – составляющая вектора Герца по оси Z ; \vec{i}_z – единичный вектор оси Z .

Геометрия исследуемой задачи показана на рис. 1, б.

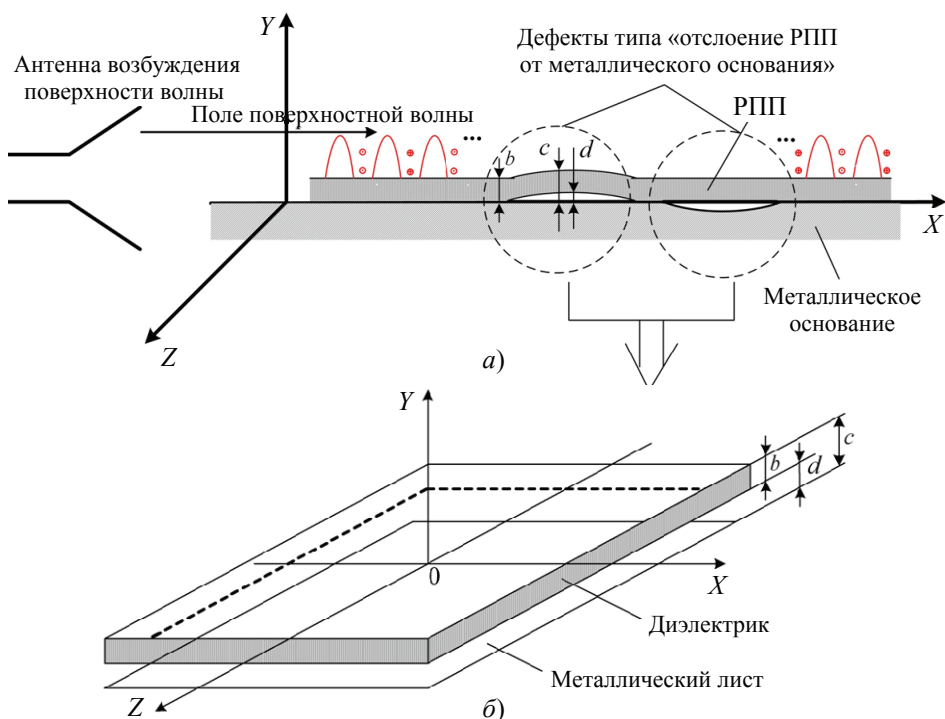


Рис. 1. Геометрия математической модели отслоения покрытия:
 а – общая картина дефектов типа «отслоение РПП от металлического основания» и их параметры; б – геометрия модели дефекта типа «отслоение РПП от металлического основания (диэлектрическая пластина над металлическим листом)

Учитывая, что на металле $E_\tau = 0$, векторы Герца полей можно представить в следующем виде:

$$\Pi_z = \begin{cases} Ae^{-\alpha y - i\chi z}, & y \geq c & \text{(над диэлектриком)} \\ (Be^{i\beta y} + Ce^{-i\beta y})e^{-i\chi z}, & d \leq y \leq c & \text{(в диэлектрике)} \\ \left. \begin{matrix} D_E \text{sh} \alpha y e^{-i\chi z} \\ D_H \text{ch} \alpha y e^{-i\chi z} \end{matrix} \right\} & 0 \leq y \leq d & \text{(между диэлектриком и металлом)} \end{cases} \quad (1)$$

где α – коэффициент нормального ослабления поля поверхностной электромагнитной волны, $\alpha = \sqrt{\chi^2 - k^2}$; χ – коэффициент распространения; k – волновое число свободного пространства; β – коэффициент фазы, $\beta = \sqrt{k_1^2 - \chi^2}$; k_1 – волновое число в слое диэлектрика; b – толщина слоя диэлектрика, м; d – расстояние от диэлектрического покрытия до металлического листа (величина отслоения покрытия), м; A, B, D_E, D_H, C – постоянные безразмерные коэффициенты, необходимые для «сшивания» полей на границах раздела сред.

Для волн, распространяющихся в такой системе, должны выполняться условия непрерывности касательных компонент векторов \vec{E} и \vec{H} на поверхности диэлектрика. Так как диэлектрик параллелен плоскости XOZ декартовой системы координат, то эти условия примут вид:

$$\begin{aligned} (E_z)_1 &= (E_z)_2; & (E_x)_1 &= (E_x)_2; \\ (H_z)_1 &= (H_z)_2; & (H_x)_1 &= (H_x)_2, \end{aligned} \quad (2)$$

где индексами 1 и 2 обозначены предельные значения полей при подходе к поверхности диэлектрика извне и изнутри.

Компоненты векторов электрического и магнитного полей выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} E_z &= (k^2 - \chi^2) \Pi_e; & H_z &= (k^2 - \chi^2) \Pi_\mu; \\ H_x &= \frac{ik}{Z_0} \frac{\partial \Pi_e}{\partial y}; & E_x &= -ikZ_0 \frac{\partial \Pi_\mu}{\partial y}; \end{aligned} \quad (3)$$

где Π_e , Π_μ – электрический и магнитный векторы Герца соответственно; i – мнимая единица.

Граничные условия (2) после подстановки в них выражений (3) приобретают в случае E -волн следующий вид:

– при $y = d$:

$$\begin{aligned} D_E \text{sh} \alpha d (k^2 - \chi^2) &= (B e^{i\beta d} + C e^{-i\beta d}) (k_1^2 - \chi^2); \\ \frac{ik}{Z_0} D_E \alpha \text{ch} \alpha d &= \frac{ik_1}{Z_1} (B e^{i\beta d} - C e^{-i\beta d}) i\beta; \end{aligned} \quad (4)$$

– при $y = c$:

$$\begin{aligned} A (k^2 - \chi^2) e^{-\alpha c} &= (B e^{i\beta c} + C e^{-i\beta c}) (k_1^2 - \chi^2); \\ -\frac{ik}{Z_0} \alpha A e^{-\alpha c} &= \frac{ik_1}{Z_1} (B e^{i\beta c} - C e^{-i\beta c}) i\beta. \end{aligned} \quad (5)$$

Разделив уравнения (4) и (5) попарно одно на другое и исключив из этих двух уравнений B/C , получим трансцендентное уравнение для определения коэффициента нормального ослабления α E -волн для случая отслоения покрытия от подложки:

$$\text{th} \alpha d = \frac{\sqrt{k_1^2 - k^2 - \alpha^2} \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_a} \text{tg} \sqrt{k_1^2 - k^2 - \alpha^2} b - 1}{\alpha \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_0} \text{tg} \sqrt{k_1^2 - k^2 - \alpha^2} b + 1}, \quad (6)$$

где ε_0 – электрическая постоянная; ε_a – абсолютная диэлектрическая проницаемость.

Действуя аналогично вышеизложенному подходу, можно получить уравнение для H -волн

$$\text{cth} \alpha d = \frac{\sqrt{k_1^2 - k^2 - \alpha^2} \frac{\mu_0}{\mu_a} \text{tg} \sqrt{k_1^2 - k^2 - \alpha^2} b - 1}{\alpha \frac{\mu_a}{\mu_0} \text{tg} \sqrt{k_1^2 - k^2 - \alpha^2} b + 1}, \quad (7)$$

где μ_0 – магнитная постоянная; μ_a – абсолютная магнитная проницаемость.

Решение характеристических уравнений (6) и (7) для случая отслоения покрытия представим в виде зависимости коэффициента ослабления поля поверхностной волны от величины отслоения покрытия d . Считаем, что уравнения (6) и (7) являются действительными уравнениями. Корень уравнения также будет действительной величиной – коэффициентом ослабления поля поверхностной волны α .

Графическое решение уравнения (6) для нескольких мод поверхностной E -волны показано на рис. 2. Параметры

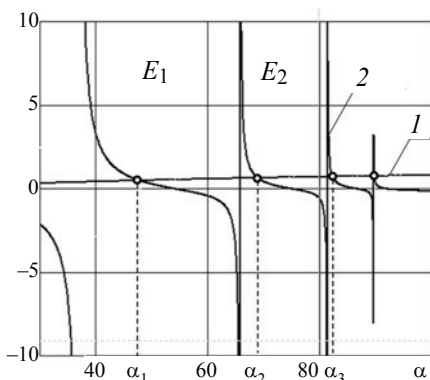


Рис. 2. Графическое решение характеристического уравнения (6)

покрытия: $b = 0,15$ мм; $d = 0,01$ мм; $\epsilon = 2,5$; длина волны генератора $\lambda = 0,08347$ м. Кривая 1 соответствует зависимости левой части уравнения (6), кривая 2 – правой части от величины коэффициента ослабления α . Очевидно, что кривые пересекаются в нескольких точках, и имеется несколько решений (несколько коэффициентов α , которые соответствуют различным модам поверхностной волны).

Достоверность и точность разработанной модели можно оценить, сравнивая результаты теоретических расчетов коэффициентов ослабления α поля поверхностной волны в зависимости от величины отслоения покрытия d с результатами, полученными с использованием стандартных систем электродинамического моделирования, таких как, например, CST Studio suit.

В качестве источника возбуждения электромагнитного поля поверхностной волны выбран прямоугольный волновод, установленный на металлическую подложку со слоем исследуемого покрытия. Общий вид разработанной электродинамической модели приведен на рис. 3, а.

Оценка напряженности поля поверхностной медленной электромагнитной волны проводилась в дальней зоне волновода по линии максимума диаграммы направленности. После завершения расчета для заданных значений покрытия можно оценить общую трехмерную картину распределения поля поверхностной ЭМВ и закон изменения напряженности поля в конкретной точке измерения (см. рис. 3, а). Пример распределения электрического поля поверхностной волны при параметрах модели $\epsilon = 4$, $b = 2$ мм и $f = 8$ ГГц показан на рис. 3, б.

В ходе исследований моделирование осуществлялось при различных параметрах покрытия ($\epsilon = 2 \dots 12$, $b = 1 \dots 10$ мм, $d = 0 \dots 1,1$ мм). В качестве примера рассмотрим более подробно результаты сравнения электромагнитного поля поверхностной волны для покрытия с толщиной $b = 2$ мм, возбуждаемой на частоте $f = 8$ ГГц, при этом исследования проводились для шести значений относительной диэлектрической проницаемости: 2, 4, 6, 8, 10, 12 (рис. 4). Анализ графиков показывает, что отличие коэффициентов ослабления α , полученных теоретически

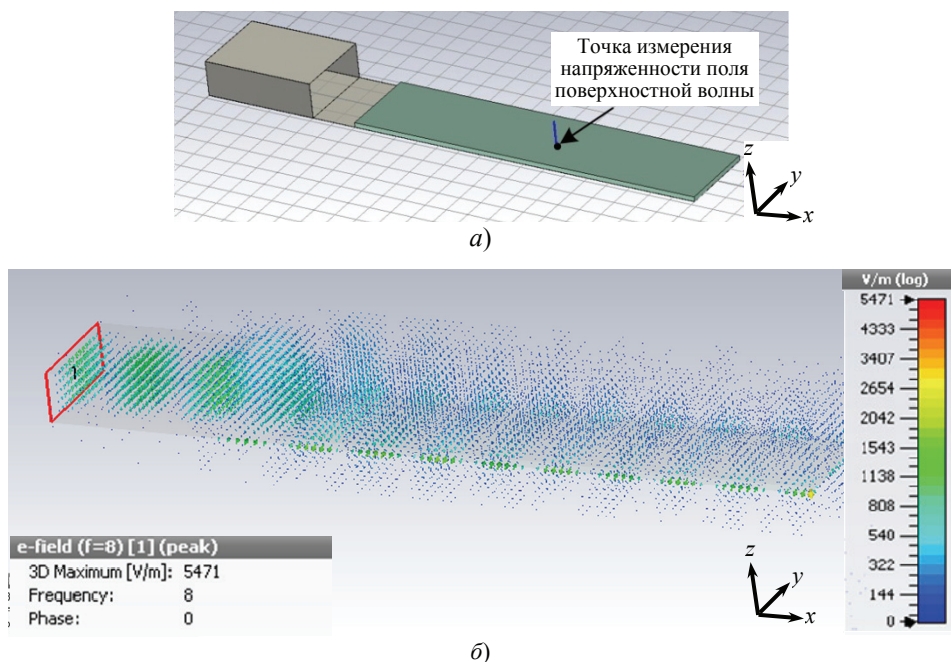


Рис. 3. Модель для оценки степени отслоения покрытия от металлической подложки:
а – геометрия модели; б – распределение электрического поля

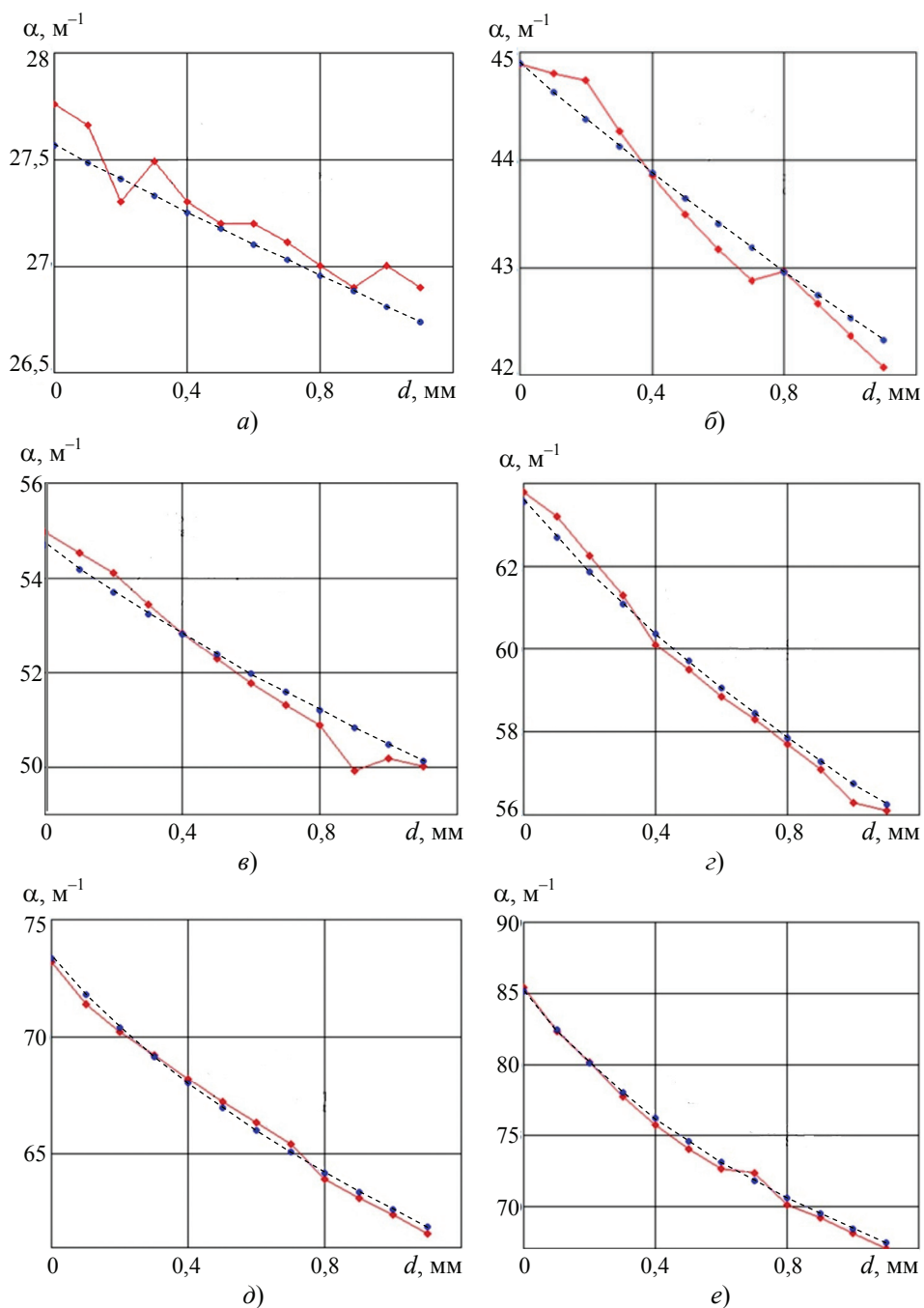


Рис. 4. Зависимости $\alpha = f(d)$:

пунктир – теоретические;
 сплошная линия – результаты моделирования в CST Studio suit;
 ϵ : а – 2; б – 4; в – 6; г – 8; д – 10; е – 12

и с помощью CST Studio suit, не превышает 2 %, что можно оценить как вполне хороший результат. Расхождения в расчетах вызваны несинфазностью поля поверхностной волны, возбуждаемой волноводом.

Проведенный анализ подобных зависимостей для всех исследуемых интервалов ($\epsilon = 2 \dots 12$, $b = 1 \dots 10$ мм, $d = 0 \dots 1,1$ мм) показал удовлетворительное совпадение теоретических результатов с результатами, полученными на математической модели в CST Studio suit.

Таким образом, разработана обобщенная математическая модель, которая позволяет оценить зависимость основного информативного параметра поля поверхностной волны – коэффициента нормального ослабления α от величины отслоения покрытия от основания. Проведенная проверка достоверности и точности модели показала хорошее совпадение теоретических зависимостей $\alpha = f(d)$ и полученных в ходе электродинамического моделирования в CST Studio suit. Предложенная математическая модель может служить основой разработки радиоволновых способов обнаружения и оценки дефектов РПП в виде отслоения их от металлического основания.

Список литературы

1. Актуальные задачи стелс-технологии [Электронный ресурс] / А. Н. Лагарьков [и др.] // Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук : офиц. сайт. – Режим доступа : [http://www.itae.ru/science/topics/№4%20\(стелс\).pdf](http://www.itae.ru/science/topics/№4%20(стелс).pdf) (дата обращения: 06.06.2015).
2. Лагарьков, А. Н. Фундаментальные и прикладные проблемы стелс-технологий / А. Н. Лагарьков, М. А. Погосян // Вестн. Рос. акад. наук. – 2003. – Т. 73, № 9. – С. 779 – 787.
3. Федюнин, П. А. Способы радиоволнового контроля параметров защитных покрытий авиационной техники / П. А. Федюнин, А. И. Казьмин. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2013. – 190 с.
4. Вайнштейн, Л. А. Электромагнитные волны / Л. А. Вайнштейн. – М. : Радио и связь, 1988. – 440 с.

A Mathematical Model of Surface Electromagnetic Wave Propagation in Dielectric Coatings on the Metal Base. Case of Coating Delamination

V. A. Manin, A. I. Kazmin, P. A. Fedyunin

*Air Force Academy named after Professor N.E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin, Voronezh;
alek-kazmin@ya.ru*

Keywords: defect; delamination; field attenuation coefficient; mathematical model; radio-absorbing coatings; surface electromagnetic waves.

Abstract: The paper describes a mathematical model of propagation of a slow surface electromagnetic wave in the dielectric coating under its delamination from the metal base. We derive the characteristic equation to assess the relationship of the main informative parameter field of surface waves – normal attenuation coefficient α on the value of the coating delamination from the metal base. The adequacy of the mathematical model was verified by numerical simulation of propagation of surface waves in the dielectric coating in the environment of electrodynamic simulation of CST Studio suit. It is shown that the developed mathematical model can serve as a basis for radio-wave methods of detection and evaluation of defects in the dielectric and magnetic dielectric radio-absorbing coatings for weapons and military equipment.

References

1. Lagar'kov A.N., Fedorenko A.I., Kisel' V.N., Kibets S.G, Semenenko V.N., available at: [http://www.itae.ru/science/topics/№4%20\(стелс\).pdf](http://www.itae.ru/science/topics/№4%20(стелс).pdf) (accessed: 6 June 2015).

2. Lagar'kov A.N., Pogosyan M.A. *Vestnik Rossiiskoi akademii nauk*, 2003, vol. 73, no. 9, pp. 779-787.

3. Fedyunin P.A., Kaz'min A.I. *Sposoby radiovolnovogo kontrolya parametrov zashchitnykh pokrytii aviatsionnoi tekhniki* (Methods radiowaves controls parameters protective coatings of aviation technics), Moscow: Fizmatlit, 2013, 190 p.

4. Vainshtein. *Elektromagnitnye volny* (Electromagnetic waves), Moscow: Radio i svyaz', 1988, 440 p.

Mathematische Modell des Vertriebes der oberflächlichen langsamen elektromagnetischen Welle in der dielektrischen Deckung auf der metallischen Gründung. Der Fall der Deckungsschichtung

Zusammenfassung: Es ist das mathematische Modell des Vertriebes der oberflächlichen langsamen elektromagnetischen Welle in der dielektrischen Deckung bei ihrer Schichtung von der metallischen Gründung entwickelt. Es sind die charakteristischen Gleichungen, die die Abhängigkeit des wesentlichen informativen Parameters des Feldes der oberflächlichen Welle – des Koeffizienten der normalen Abschwächung α von der Größe der Deckungsschichtung von der metallischen Gründung zu bewerten erlauben, ausgeführt. Es ist gezeigt, dass das erarbeitete mathematische Modell als der Grund der Radiowellenweisen des Entdeckens und der Einschätzung der Defekte der dielektrischen und der magnetdielektrischen radioabsorbierenden Deckungen der Ausrüstung und der technischen Kampfmittel zugrundeliegen kann.

Modèle mathématique de la propagation de la vague électromagnétique lente dans le revêtement diélectrique sur le métal de base. Cas de décollement de la couverture

Résumé: Est élaboré un modèle mathématique de propagation de la vague électromagnétique lente de surface dans le revêtement diélectrique lors de son décollement de la base métallique. Sont données des équations caractéristiques permettant d'évaluer la dépendance du paramètre principale informatique du champs de la vague de surface – équation de l'affaiblissement normal α à partir de la valeur du décollement de la couverture de la base métallique. Est testée l'adéquation du modèle mathématique par la voie de la simulation numérique de la propagation de la vague de surface dans le revêtement diélectrique dans le milieu électrodynamique de la simulation CST Studio suit. Est montré que le modèle mathématique développé peut servir de base des méthodes des ondes radio pour la détection et l'évaluation des défauts diélectriques et magnétodiélectriques des revêtements d'armement et du matériel militaire.

Авторы: *Манин Василий Александрович* – адъюнкт кафедры «Управление воинскими частями связи и радиотехническое обеспечение авиации»; *Казьмин Александр Игоревич* – кандидат технических наук, преподаватель кафедры «Управление воинскими частями связи и радиотехническое обеспечение авиации»; *Федюнин Павел Александрович* – доктор технических наук, профессор, начальник кафедры «Управление воинскими частями связи и радиотехническое обеспечение авиации», Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина», г. Воронеж.

Рецензент: *Шатовкин Роман Родионович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Боевое маневрирование», Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина», г. Воронеж.
