УДК 621:681.306

АЛГОРИТМЫ И ПРОГРАММА СИНТЕЗА ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ МНОГОСТАДИЙНЫМИ ПРОЦЕССАМИ

Р.А. Губанов

Кафедра «Конструирование радиоэлектронных и микропроцессорных систем», ТГТУ

Представлена членом редколлегии профессором Ю.Л. Муромцевым

Ключевые слова и фразы: затраты энергии; метод синтезирующих переменных; метод динамического программирования; многостадийные модели; принцип максимума; синтез оптимального управления; фазовые координаты; экспертная система.

Аннотация: Рассматривается решение задачи энергосберегающего управления многостадийными процессами. Предлагается два алгоритма синтеза оптимального управления, которые обеспечивают требуемую точность при стыковке фазовых координат на границах стадий.

Введение

В работе [1] рассматривался модуль экспертной системы применительно к объектам, описываемым дифференциальными уравнениями с разрывной правой частью, т.е. многостадийными моделями [2]. Недостатком модуля являлось то, что при расчете оптимальной траектории в точке стыковки стадий возникал разрыв по отдельным компонентам вектора фазовых координат для дифференциальных уравнений различного порядка вследствие того, что требовалось задать начальное значение второй фазовой координаты, которое точно не известно.

Во многих случаях при решении задачи оптимального управления (**ЗОУ**) с использованием многостадийных моделей в качестве начальной стадии используется модель первого, а затем второго порядков и разрывы компонентов вектора фазовых координат не допускаются. Например, для некоторых тепловых объектов недопустим разрыв как по первой фазовой координате – температуре, так и по второй – скорости изменения температуры. В настоящей статье рассматриваются два алгоритма решения ЗОУ для многостадийных процессов, которые обеспечивают требуемую точность стыковки значений фазовых координат на границах стадий.

1 Постановка задачи

Рассмотрим ЗОУ многостадийным объектом, в котором режимы начальных стадий 1, 2,…, j описываются дифференциальными уравнениями первого порядка, а затем для стадий $(j + 1)$, $(j + 2)$, …, k – дифференциальными уравнениями второго порядка, т.е.:

$$\begin{cases} \dot{z}_1^{(1)} = a^{(1)} z_1^{(1)}(t) + b^{(1)} u(t), & z_1^{(1)} \in \left[z_1{}^0,\ z_1^{\Pi 1} \right), \\ \dots & \\ \dot{z}_1^{(j)} = a^{(j)} z_1^{(j)}(t) + b^{(j)} u(t), & z_1^{(j)} \in \left[z_1{}^{\Pi j},\ z_1^{\Pi (j+1)} \right), \\ \begin{cases} \dot{z}_1^{(j+1)} = z_2^{(j+1)}(t), \\ \dot{z}_2^{(j+1)} = a_1^{(j+1)} z_1^{(j+1)}(t) + a_2^{(j+1)} z_2^{(j+1)}(t) + b^{(j+1)} u(t), \end{cases} & z_1^{(j+1)} \in \left[z_1^{\Pi (j+1)},\ z_1^{\Pi (j+2)} \right), \\ \dots & \\ \begin{cases} \dot{z}_1^{(k)} = z_2^{(k)}(t), \\ \dot{z}_2^{(k)} = a_1^{(k)} z_1^{(k)}(t) + a_2^{(k)} z_2^{(k)}(t) + b^{(k)} u(t), \end{cases} & z_1^{(k)} \in \left[z_1^{\Pi (k-1)},\ z_1^{k} \right], \end{cases} \tag{1}$$

здесь $z_1^{(j)}$, $\dot{z}_1^{(j)}$, $z_1^{(j+1)}$, $z_2^{(j+1)}$, $z_1^{(k)}$, $z_2^{(k)}$ – первые и вторые фазовые координаты для моделей j-й, j+1-й и k-ой стадий соответственно; $a^{(i)}, b^{(i)}$, $i = \overline{1, j}$ – параметры моделей первых стадий; $a_1^{(i)}$, $a_2^{(i)}$, $b^{(i)}$, $i = \overline{j+1, k}$ – параметры моделей вторых стадий; $z_1{}^0$, $z_1^{\Pi i}$,..., z_1^k – значения первой фазовой координаты в моменты времени соответствующие начальному и конечному переключений стадий.

Задача оптимального управления формулируется следующим образом. Объект, описываемый моделью (1), требуется перевести из начального состояния в конечное, т.е.

$$z_1^{(1)}(t_0) = z_1^0; \qquad z_1^k(t_k) = z_1^k, \quad z_2^k(t_k) = z_2^k, \tag{2}$$

где z_1^0, z_1^k – значения первой фазовой координаты в начальный и конечный моменты времени; z_2^k – значение второй фазовой координаты в конечный момент времени.

При этом должны выполнятся ограничения на управление в каждый момент времени

$$\forall t \in [t_0, t_k]: u(t) \in [u_{\text{н}}, u_{\text{в}}], \tag{3}$$

где t_0, t_k – начальный и конечный моменты времени; $u_{\text{н}}$, $u_{\text{в}}$ – нижняя и верхняя границы изменения управляющего воздействия.

Затраты энергии должны быть минимальны, т.е.

$$J_{\text{э}} = \int_{t_0}^{t_k} u^2(t)\, dt \to \min . \tag{4}$$

Оптимальное управление ищется в виде программы

$$u^*(\cdot) = \left(u_1^*(t),\ t \in \left[t_0, t_{\Pi 1} \right) \right); \left(u_2^*(t),\ t \in \left[t_{\Pi 1}, t_{\Pi 2} \right) \right); \dots; \left(u_k^*(t),\ t \in \left[t_{\Pi (k-1)}, t_k \right] \right). \tag{5}$$

Задача синтеза заключается в том, чтобы при заданном массиве исходных данных определить виды функций оптимального управления и их параметры, т.е. по числовым значениям

$$R = (R_1, R_2, \ldots, R_i, R_{i+1}, \ldots, R_k, u_н, u_в),$$

$$R_i = \left(a^{(i)}, b^{(i)}, z_1^{Пi}, z_1^{П(i+1)}, t_{Пi}, t_{П(i+1)}\right), \ i = \overline{1, j},$$

$$R_i = \left(a_1^{(i)}, a_2^{(i)}, b^{(i)}, z_1^{Пi}, z_1^{П(i+1)}, t_{Пi}, t_{П(i+1)}\right), \ i = \overline{j+1, k-1}, \tag{6}$$

$$R_k = \left(a_1^{(k)}, a_2^{(k)}, b^{(k)}, z_1^{П(k-1)}, z_1^{k}, t_{П(k-1)}, t_k\right)$$

за допустимое время рассчитать управление (5). Здесь $R_1, R_2, \ldots, R_k$ – массивы исходных данных для отдельных стадий.

2 Алгоритмы синтеза энергосберегающего управления

В зависимости от требований к точности стыковки фазовых координат при переходе от одной стадии к другой предложены и исследованы два алгоритма синтеза оптимального управления – "жесткий" и "мягкий". При "жестком" алгоритме разрывы по первой и второй фазовым координатам в точке стыковки j-й и j+1-й стадий не допускаются. При "мягком" алгоритме вводится допустимое значение разрыва по второй фазовой координате.

В общем случае при расчете оптимальной программы комбинированным методом [3] с использованием "жесткого" алгоритма значения варьируемых параметров $t^*_{Пj}$ определяются методом динамического программирования, а управления $u^*(j)(t)$ для частных задач получаются с помощью принципа максимума и метода синтезирующих переменных. При использовании "мягкого" алгоритма дополнительно к варьируемым параметрам добавляются значения $z_1^{Пj*}, z_2^{Пj*}$.

Рассмотрим первый алгоритм на примере двухстадийного объекта, в котором на первой стадии имеет место модель вида апериодическое звено (А), а на второй – реальный двойной интегратор (АИ) т.е.

$$\begin{cases} \dot z_1^{(1)} = a^{(1)} z_1^{(1)}(t) + b^{(1)} u(t), \quad z_1^{(1)} \in \left[z_1^{0}, z_1^{П}\right), \\ \begin{cases} \dot z_1^{(2)} = z_2^{(2)}(t), \\ z_2^{(2)} = a^{(2)} z_1^{(2)}(t) + b^{(2)} u(t), \quad z_1^{(2)} \in \left[z_1^{П}, z_1^{k}\right], \end{cases} \end{cases} \tag{7}$$

$$z_1^{(1)}(t_0) = z_1^0, \ z_1^k(t_k) = z_1^k, \ z_2^k(t_k) = z_2^k,$$

$$z_1^{(2)}(t_П) = z_1^{(1)}(t_П), \quad z_2^{(2)}(t_П) = a^{(1)} z_1^{(1)}(t_П) + b^{(1)} u(t_П),$$

$$\forall t \in [t_П, t_k] : u(t) \in [u_н, u_в],$$

$$J_э^ж = \int_{t_П}^{t_k} u^2(t)\,dt \to \min_{U,\, t_П},$$

здесь $z_1^{(1)}$ – фазовая координата модели на первой стадии; $z_1^{(2)}, z_2^{(2)}$ – фазовые координаты модели на второй стадии; $J_э^ж$ – минимизируемый функционал затрат энергии для "жесткого" алгоритма.

При синтезе оптимального управления должны в точке переключения $z_1^{(1)} = z_1^П$ выполняться условия непрерывности для первой и второй фазовой координаты и начальные условия для второй стадии будут иметь вид:

$$z_1^{(2)}(t_П) = z_1^{(1)}(t_П), \quad z_2^{(2)}(t_П) = a^{(1)} z_1^{(1)}(t_П) + b^{(1)} u(t_П). \tag{8}$$

При "мягком" алгоритме допускается незначительное рассогласование для второй фазовой координаты, т.е. в точке переключения стадий должно выполнятся условие

$$\left| z_2^{(2)}(t_П) - \dot{z}_1^{(1)}(t_П) \right| \le \Delta z_2, \tag{9}$$

где Δz_2 – допустимый разрыв по второй фазовой координате.

Начальные условия и минимизируемый функционал для второй стадии в этом случае по аналогии с (7), (8) запишутся следующим образом:

$$z_2^{(2)}(t_П) = a_1^{(1)} z_1^{(1)}(t_П) + b_1^{(1)} u(t_П) \pm \left| \Delta z_2 \right|, \tag{10}$$

$$J_э^м = \int_{t_П}^{t_k} u^2(t) dt \to \min_{U, t_П, z_1^П, z_2^П}, \tag{11}$$

где $J_э^м$ – минимизируемый функционал затрат энергии для "мягкого" алгоритма.

Очевидно, что значения функционалов при использовании "жесткого" и "мягкого" алгоритмов могут различаться, при этом

$$J_э^м \le J_э^ж. \tag{12}$$

Программа синтеза энергосберегающего управления многостадийными процессами как модуль экспертной системы разработана на основе объектно-ориентированной среды программирования на языке Delphi 5 в операционной системе Windows 2000. Реализация экспертной системы в Windows обеспечивает ее дальнейшее развитие за счет модульной организации архитектуры, подключения новых программных модулей и фреймов базы знаний без перекомпиляции всей системы.

3 Численный пример

Рассмотрим пример решения ЗОУ для модели из двух стадий вида (А+АИ):

$$\begin{cases} \dot{z}_1^{(1)} = -0{,}15 z(t) + 0{,}6 u(t), \quad z_1^{(1)} \in [20,\ 40), \\ \begin{cases} \dot{z}_1^{(2)} = z_2^{(2)}(t), \\ z_2^{(2)} = -0{,}1 z_1^{(2)}(t) + 0{,}5 u(t), \quad z_1^{(2)} \in [40,\ 70]. \end{cases} \end{cases}$$

$$z_1^{(1)}(t_0) = z_1^0 = 20; \; z_1^П(t_П) = 40; \; z_1^k(t_k) = 70;$$

$$\forall\, t \in [0;\ 12{,}6],\ u(t) \in [-20;\ 20];$$

$$J_э = \int_0^{12{,}6} u^2(t) dt \to \min.$$

Интерфейсные окна с результатами расчета оптимального управления в случае (А+АИ) до и после модернизации алгоритма представлены на рис. 1 – 3. Как видно из рис. 1, на графике $z_2(t)$ имеется разрыв по 2-й фазовой координате со значением 6,05, на рис. 2 он отсутствует. В таблице дается сравнение значений минимизируемых функционалов при “жестком” и “мягком” алгоритмах с числом итераций n равным 10, а также при алгоритме до модернизации, в котором значение второй фазовой координаты точно не известно. Энергозатраты при “мягком” алгоритме на 11,2 % ниже.

Таблица

Значения функционала	"Жесткий" алгоритм	"Мягкий" алгоритм	Алгоритм до модернизации
	1003,75	937,83	1056,76
Значения времени переключения	4,7 ± 0,5	4,7 ± 0,5	4,7 ± 0,5
Значения 1-й фазовой координаты в точке переключения	40	40 ± 1	40
Значения 2-й фазовой координаты в точке переключения	расчетное		задаваемое
	6	6 ± 0.5	12

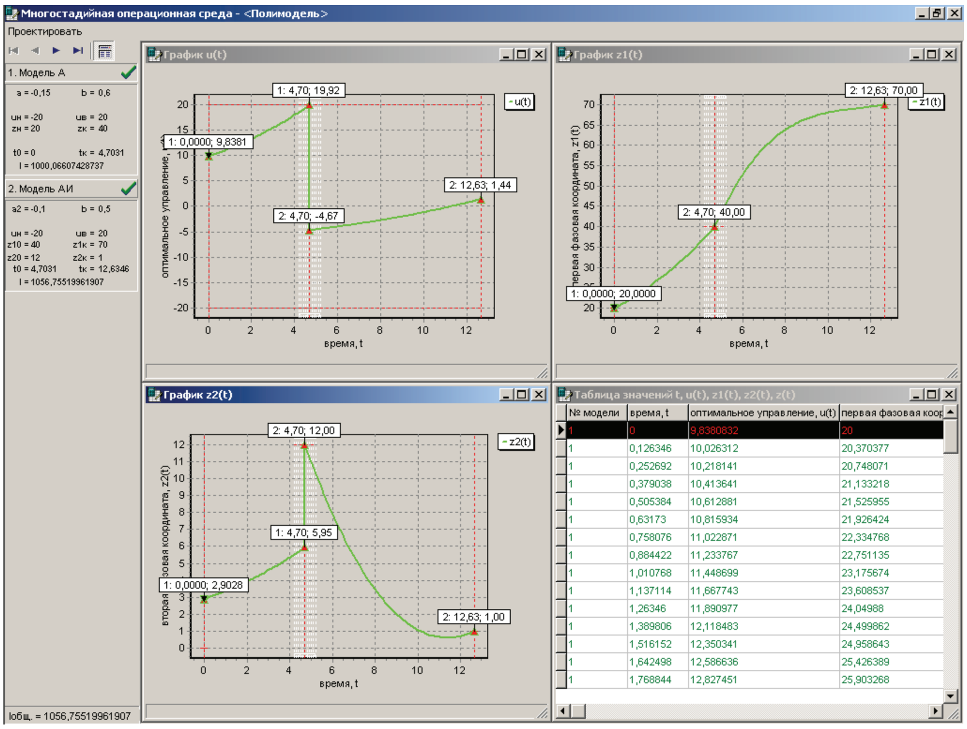

Рис. 1 Результаты расчета оптимального управления при алгоритме до модернизации

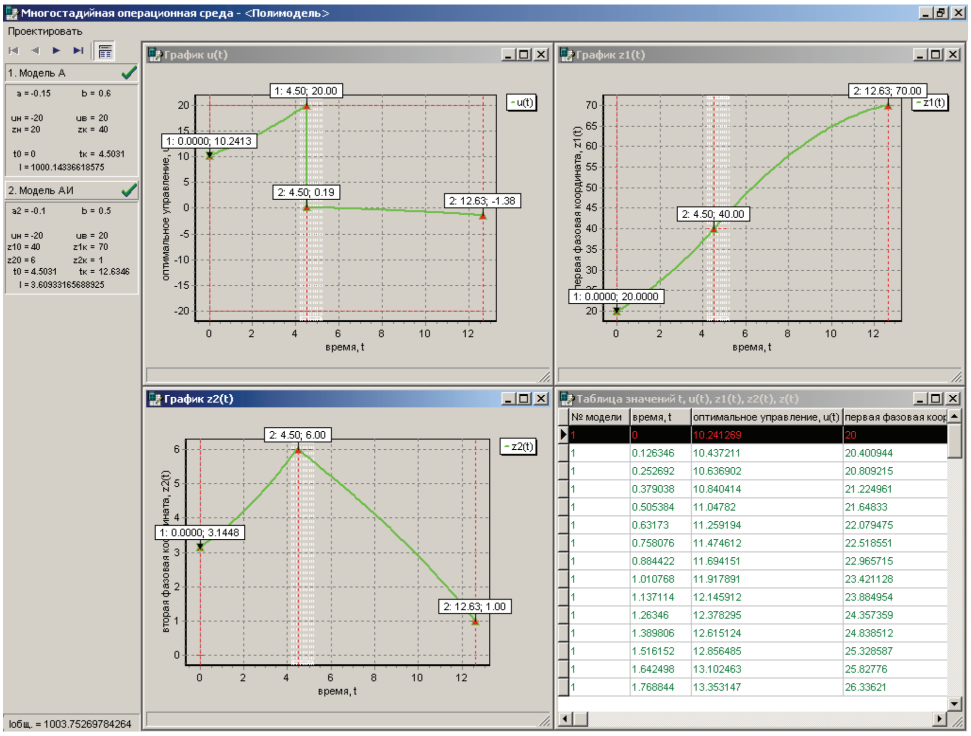

Рис. 2 Результаты расчета оптимального управления при "жестком" алгоритме

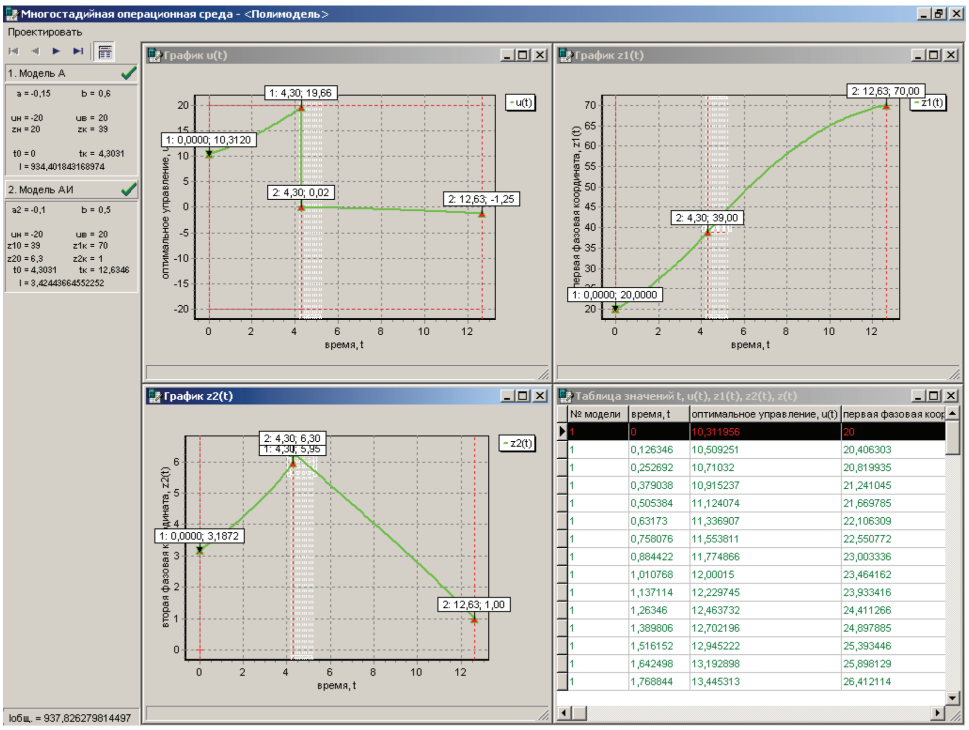

Рис. 3 Результаты расчета оптимального управления при "мягком" алгоритме

Заключение

Разработанный программный модуль расширяет функциональные возможности экспертной системы. С его помощью можно решать ЗОУ для объектов, которые не допускают разрывов по первой и второй фазовым координатам.

В новом модуле предусмотрено два алгоритма решения ЗОУ, которые обеспечивают требуемую точность при стыковке фазовых координат. Рассмотренные алгоритмы позволяют значительно сократить объем вычислений и повысить точность решения задачи.

Список литературы

1. Губанов Р.А., Фролов Д.А. Новая версия экспертной системы для решения задач энергосберегающего управления // Компьютерная хроника. – № 5. – 2001. – С. 81 – 84.

2. Филлипов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. – М.: Наука, 1985. – 224 с.

3. Муромцев Д.Ю., Муромцев Ю.Л., Орлова Л.П. Синтез энергосберегающего управления многостадийными процессами комбинированным методом // Автоматика и телемеханика. – № 3. – 2002. – С. 169 – 178.

Algorithms and Programs of Synthesis of Energy-Saving Control of Multi-stage Processes

R.A. Gubanov

Department "Designing of Radio-electronic and Microprocessor Systems", TSTU

Key words and phrases: energy expenditure; expert system; maximum principle; method of synthesizing variables; method of dynamic programming; multi-stage models; optimum control synthesis; phase coordinates.

Abstract: Problem solving of energy-saving control of multi-stage processes is considered. Two algorithms of synthesis of optimum control, which provide the required accuracy under phase coordinates mating on stage borders, are suggested.

Algorithmen und Syntheseprogramm der energiesparenden Steuerung von den Vielstadienprozessen

Zusammenfassung: Es wird die Aufgabelösung der energiesparenden Steuerung von den Vielstadienprozessen betrachtet. Es werden zwei Algorithmen der Synthese der optimalen Steuerung, die die geforderte Genauigkeit bei dem Stoßen von Phasekoordinaten auf den Stadiengrenzen gewährleisten, vorgeschlagen.

Algorithmes et programme de la synthése du contrôle conservant l'énergie pour les processus à plusieurs stades

Résumé: Est examinée la solution du problème du contrôle conservant l'énergie pour les processus à plusieurs stades. Sont proposés deux algorithmes de la synthèse du contrôle optimal qui assurent la précision demandée dans l'aboutement des coordonnées de phase sur les limites des stades.