

ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И ДИФФУЗИИ В ПРОЦЕССЕ ПРЕССОВАНИЯ ДРЕВЕСНОСТРУЖЕЧНЫХ ПЛИТ

О.С. Дмитриев, С.В. Мищенко, А.Ю. Серегин

Кафедра «Автоматизированные системы и приборы», ТГТУ

Ключевые слова и фразы: горячее прессование; древесностружечная плита; интегральные характеристики; коэффициенты переноса; массоперенос; отверждение; теплоперенос.

Аннотация: Разработана математическая модель процесса горячего прессования древесностружечных плит, которая включает описание процесса переноса теплоты внутри плоской неограниченной пластины плиты, процесса диффузии влаги и процесса отверждения термореактивного связующего, наполненного подпрессованной стружкой. Приводится алгоритм численного решения поставленной задачи.

Рассматриваются вопросы определения коэффициента теплопроводности, коэффициента диффузии и кинетических коэффициентов, основанные на решении обратных задач теплопроводности, диффузии, кинетики и использующие экспериментальную информацию об изменении полей температуры и влагосодержания в процессе специально организованного теплофизического эксперимента.

Построенная математическая модель позволяет решать оптимизационные задачи по определению режимных параметров процесса горячего прессования в производстве древесностружечных плит.

Обозначения

a_t – коэффициент температуропроводности, m^2/c ;	t – временная переменная, с;
a_m – коэффициент диффузии, m^2/c ;	$U(x, t)$ – влагосодержание kg/kg ;
c – объемная теплоемкость плиты, $Dj/(m^3 \cdot K)$;	$W(x, t)$ – функция источника, представляющая собой мощность тепловыделений при отверждении термореактивного связующего, $Вт/m^3$;
c_m – удельная изотермическая массоемкость влажного тела, kg/kg ;	β – коэффициент отверждения;
$E(\beta)$ – эффективная энергия активации, $Dj/моль$;	δ – относительный коэффициент термодиффузии, $kg/(kg \cdot K)$;
j_n – плотность потока пара на границе;	ϵ – критерий фазового превращения;
m – масса, kg ;	ρ_0 – плотность сухого тела, kg/m^3 ;
Q_{II} – полный тепловой эффект реакции отверждения, Dj/m^3 ;	γ – коэффициент содержания связующего вещества;
r – удельная теплота парообразования, Dj/m^3 ;	λ – теплопроводность, $Вт/(м \cdot K)$;
$T(x, t)$ – температура, K ;	$\varphi(\beta)$ – кинетическая функция, c^{-1} .

Аббревиатуры

АСНИ – автоматизированная система научных исследований;	ВИХ – временные интегральные характеристики.
---	--

Индексы

св – связующего	стр – стружки
-----------------	---------------

Введение

Наиболее ответственной операцией технологического процесса производства древесностружечных плит является прессование. Она в наибольшей степени определяет качество плит и производительность всей технологической цепочки [1].

Под влиянием давления и нагрева в прессуемом пакете происходит ряд сложных физико-химических процессов, в результате чего образуется плита. В процессе прессования толщина и влажность стружечного пакета уменьшаются, а температура внутри стружечного пакета и процент от максимальной прочности возрастают. Правильный выбор условий прессования состоит в том, чтобы обеспечить наилучшие физико-механические показатели плит при минимальной продолжительности прессования.

Математическая модель прямой задачи

Основными путями интенсификации процесса прессования являются: ускорение процесса прогрева стружечного пакета, уменьшение продолжительности отверждения связующего и снижение влажности стружечной плиты. Процессы, происходящие в стружечном пакете (прогрев, перенос влаги, отверждение), взаимосвязаны между собой. Поэтому в качестве математической модели выберем систему взаимосвязанных уравнений тепло-массопереноса с правой частью, учитывающей источник тепла, возникающий за счет теплового эффекта реакции отверждения:

$$\begin{cases} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a_t(x,t) \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + \varepsilon r \frac{c_m}{\bar{c}} a_m \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2} + \frac{W(x,t)}{\bar{c}} \\ \frac{\partial U(x,t)}{\partial t} = a_m \delta \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + a_m \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2}. \end{cases} \quad (1)$$

Поскольку основной поток тепла для прогрева поступает с поверхности прижимных плит пресса, то одним из способов ускорения прогрева стружечного пакета является повышение температуры плит пресса. Однако применение высоких температур связано с неравномерным прогревом и преждевременным отверждением верхних слоев пакета, что приводит к уменьшению прочностных характеристик стружечных плит. Поэтому чтобы замедлить отверждение связующего в наружных слоях пакета и тем самым избежать его преждевременного отверждения, необходимо увлажнять поверхность стружечного пакета до его загрузки в пресс. Поверхностное увлажнение пакета не только замедляет отверждение связующего в наружных слоях пакета, но и ускоряет его прогрев. Это происходит потому, что нагрев стружечного пакета при прессовании приводит к интенсивному испарению содержащейся в нем влаги, причем неравномерному по толщине. Вследствие более сильного прогрева наружных слоев по сравнению с внутренними в пакете образуется разность температур от поверхности пакета к его середине, то есть градиент температуры. Под его влиянием влага, содержащаяся в осмоленной стружке, испаряется также неравномерно: более интенсивно в наружных слоях и значительно меньше во внутренних, что приводит к возникновению напряжений и отражается на прочностных характеристиках. Под действием возникающего градиента избыточного давления пар устремляется внутрь пакета. Стружечный пакет имеет низкую теплопроводность, а скорость продвижения потока пароводяной смеси значительно больше скорости прогрева осмоленной стружки.

Поэтому прогрев внутренних слоев пакета происходит в основном вследствие массопереноса.

Рассмотрим процесс прогрева пакета с увлажнением его наружных слоев, который называется «паровым ударом» [1]. Под влиянием тепла от нагретых плит пресса влага из наружных слоев стружечного пакета, почти мгновенно превращается в пар. Благодаря этому создается большое избыточное давление, под действием которого пар устремляется внутрь пакета. При этом пар несет с собой тепло и отдает его внутренним слоям пакета, что приводит в свою очередь к ускорению прогрева. Тем самым выравниваются температурные поля, влажностные и поля напряженности, процесс отверждения проходит равномернее по толщине пакета, что улучшает прочностные характеристики готовой стружечной плиты. В соответствии с технологией «парового удара» поток пара и влаги, образовавшийся под влиянием подведенного тепла от нагревательных плоскостей пресса, можно выразить уравнением [2]

$$-a_m \rho_0 \frac{\partial U(l, t)}{\partial x} = j_{ln}(t). \quad (2)$$

Условия симметрии в процессе прессования плиты отражаются уравнениями равенства потоков тепла и влаги:

$$\begin{aligned} -\lambda \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} &= 0, \\ -a_m \rho_0 \frac{\partial U(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

На прижимных плитах пресса создается заданная температура, поэтому граничные условия можно отнести к граничным условиям первого рода

$$T(l, \tau) = T_n. \quad (4)$$

Начальные условия можно считать постоянными

$$T(x, 0) = T_0; \quad U(x, 0) = U_0. \quad (5)$$

Уравнение кинетики отверждения выражает скорость изменения степени завершенности процесса

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} = \begin{cases} \varphi(\beta) \exp[-E(\beta)/RT], & \beta > 1; \\ 0, & \beta = 1. \end{cases} \quad (6)$$

Начальные условия:

$$\beta \equiv \beta(x, t), \quad \beta(x, 0) = \beta_0(x), \quad -L \leq x \leq L, \quad t > 0.$$

Функция источника

$$W(x, t) = \gamma \frac{\partial \beta}{\partial t} Q_{II},$$

где $\gamma = m_{св} / m$ – коэффициент содержания связующего вещества, $m = m_{св} + m_{стр}$, $Q_{II} = \int_0^{t_k} W_i(\tau(\beta)) d\tau$ – полный тепловой эффект реакции отверждения, Дж/м³.

Для решения дифференциальных уравнений теплопроводности и диффузии использовался численный метод сеток, позволяющий после аппроксимации краевой задачи с помощью неявной двухслойной разностной схемы второго порядка представить ее в виде системы линейных уравнений. Для решения этой системы применялся метод прогонки [3]. Так как значения параметров и функции источника рассчитываются на верхнем временном слое, то схема является нелинейной. Кроме того, уравнение теплопроводности связано с уравнением диффузии, и для расчета последующего значения потенциалов переноса необходимо использовать значения на предыдущем слое. Все это обуславливает необходимость применения итерационной схемы. В качестве начального нулевого приближения используются начальные значения. Процесс итераций на каждом временном слое продолжается до тех пор, пока не будет выполнено условие достижения заданной точности определения потенциалов переноса.

Построенная математическая модель позволяет решать оптимизационные задачи по определению режимных параметров процесса горячего прессования в производстве древесностружечных плит.

Для использования математической модели (1) – (6) необходимо знание всех коэффициентов, входящих в модель и характеризующих свойства пакета в процессе прессования. Определение теплофизических характеристик, коэффициента диффузии и кинетических параметров основаны на решении обратных задач теплопроводности, диффузии, кинетики и используют экспериментальную информацию об изменении полей температуры и влагосодержания в процессе специально организованного теплофизического эксперимента.

Математическая модель обратной задачи диффузии

В качестве математической модели процесса переноса влаги внутри образца исследуемого материала принимаем дифференциальное уравнение вида:

$$\frac{\partial U(x,t)}{\partial t} - a_m \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2} = 0; \quad -l < x < l, \quad t > 0. \quad (7)$$

При выборе математической модели в виде уравнения (1) определяется эффективный коэффициент диффузии a_m , который отражает изменение характеристик внутренней структуры в процессе удаления влаги из исследуемого материала. Выбор такой упрощенной модели с практической точки зрения часто оказывается более удобным, особенно при исследовании процессов аномальной диффузии, чем исследование сложной модели, учитывающей зависимость коэффициента диффузии от изменения геометрии образца в процессе усадки, от внутренних напряжений, от изменяющихся во времени характеристик структуры.

В основе предложенного метода лежит понятие интегральной характеристики потенциалов переноса. Интеграл $U^*(x, p)$ по временной переменной вида

$$U^*(x, p) = \int_0^{\infty} \exp(-pt) \omega(t) U(x, t) dt \quad (8)$$

называется временной интегральной характеристикой (ВИХ) функции $U(x, t)$. Весовая функция $\omega(t)$ не зависит от потенциалов переноса. Когда $\omega(t) = 1$ и параметр преобразования p является комплексной переменной, получаем классическое преобразование Лапласа.

Основная идея использования интегральных характеристик заключается в следующем: определяя коэффициенты обратной задачи тепломассопереноса, считаем известными в определенном множестве точек одну или, в зависимости от

сложности задачи, несколько интегральных характеристик потенциалов переноса. За счет этого решение обратной задачи существенно упрощается [4]. Для определения коэффициента диффузии a_m необходима информация о распределении полей влагосодержания внутри образца исследуемого материала. Из-за отсутствия надежных и точных первичных измерительных преобразователей для измерения локальных значений влагосодержания появляются большие погрешности, что влияет на точность определения коэффициента диффузии. Предложенный метод ВИХ позволяет использовать информацию об изменении среднего интегрального влагосодержания, о котором легко судить по убыли массы образца при удалении из него жидкой фазы. Изменение массы образца в процессе эксперимента можно регистрировать с помощью высокоточного цифрового весоизмерительного устройства с заранее известными метрологическими характеристиками, что гарантирует точность определения коэффициента диффузии.

При выводе аналитической зависимости для определения коэффициента диффузии используются образцы исследуемого материала, выполненные в виде неограниченной пластины известной толщины $2l$. Выбранная геометрия образца связана с технологическим производством древесностружечных плит и облегчает как математические, так и экспериментальные исследования. Граничные функции предполагаем такими, что поставленная задача имеет единственное классическое решение, которое допускает преобразование Лапласа и однократное дифференцирование интеграла (8) по параметру t .

Поток пара и влаги, образовавшийся под влиянием подведенного тепла от нагревательных плоскостей пресса, количественно измерить практически невозможно. Предлагается способ, позволяющий определить коэффициент диффузии при неизвестных переменных граничных условиях, что, безусловно, является его большим преимуществом. Но при этом возрастает объем необходимых данных, которые можно получить, проводя два эксперимента при различных граничных условиях. В ходе эксперимента снимается информация об изменении массы одновременно двух образцов при удалении из них влаги. Для первого образца организуется эксперимент по схеме опыта 1, а для второго образца – по схеме опыта 2 (рис. 1). Эта схема за счет использования информации двух опытов позволит исключить знание о величине потока пара.

Потоки пара, образовавшегося под влиянием подведенного тепла от нагревательных плоскостей пресса, примем равными для опыта 1 и опыта 2

$$j_{1n}(t) = j_{2n}(t) = j_n(t), \quad (9)$$

где поток $j_n(t)$ соотнесен к плотности абсолютно сухого вещества.

В первом эксперименте используем стружечный пакет (рис. 1), на границах которого происходит перенос одинакового количества влаги с обеих сторон плиты под влиянием потока тепла, подводимого с помощью нагревательных пластин пресса, т.е. наблюдается симметричный перенос распределяемого вещества

$$\frac{\partial U(0,t)}{\partial x} = 0. \quad (10)$$

Во втором эксперименте используем стружечный пакет (см. рис. 1), на нижней границе которого происходит перенос влаги под влиянием потока тепла, подводимого с помощью нижней нагревательной пластины пресса, а на верхней перенос отсутствует, т.е. наблюдается несимметричный перенос распределяемого вещества

$$-a_m \rho_0 \frac{\partial U(-l,t)}{\partial x} = 0. \quad (11)$$

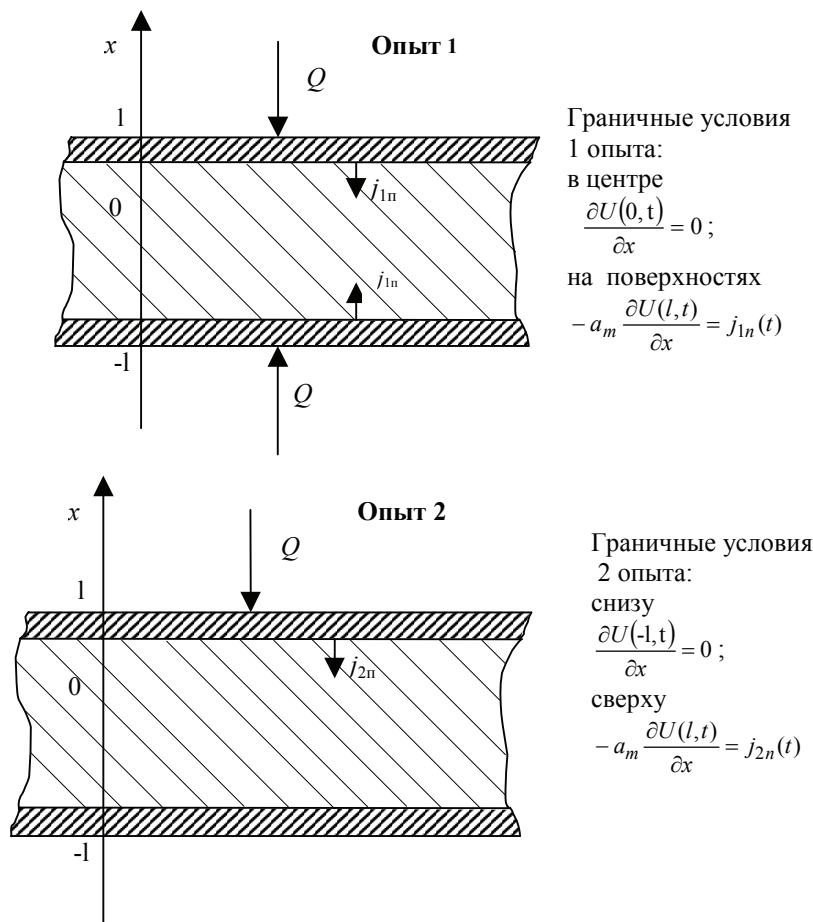


Рис. 1 Схема создания граничных условий для образцов исследуемого материала в двух опытах

Начальные условия, не снижая общности задачи, принимаем нулевыми

$$U(x, 0) = 0. \tag{12}$$

Решение задачи (1), (3) – (5), преобразованное по Лапласу $U^*(x, p)$, с использованием начального условия (6) примет вид

$$U^*(x, p) = C_1 \operatorname{sh} Bx + C_2 \operatorname{sh} B(l - x), \tag{13}$$

где $B = \sqrt{p/a_m}$, C_1 и C_2 – постоянные, связанные с выбором граничных условий.

Первому опыту при симметричном распределении полей влагосодержания соответствуют граничные условия (9) – (10), тогда

$$U_1^*(x, p) = \frac{j_n^*(p)B}{p \operatorname{sh}^2 Bl} [\operatorname{ch} Bl \operatorname{sh} Bx + \operatorname{sh} B(l - x)], \tag{14}$$

где $j_n^*(p)$ – преобразование по Лапласу от функции потока влаги, образовавшегося в контактном слое плиты под действием приложенного потока тепла Q .

Используя формулы тригонометрии для гиперболических функций, интегрируем выражение (14) и получаем значение ВИХ

$$S_1^*(p) = 2 \int_0^l U_1^*(x, p) dx = \frac{2 J_n^*(p)}{p}. \quad (15)$$

Второму опыту при несимметричном нагреве и распределении полей влаго-содержания соответствуют граничные условия (9), (11), тогда

$$U_2^*(x, p) = \frac{J_n^*(p)B}{2p \operatorname{sh}^2 Bl} \left[\frac{\operatorname{ch} 2Bl}{\operatorname{ch} Bl} \operatorname{sh} Bx + \operatorname{sh} B(l-x) \right]. \quad (16)$$

Интегрируем выражение (16) и получаем значение ВИХ для второго опыта

$$S_2^*(p) = 2 \int_0^l U_2^*(x, p) dx = \frac{J_n^*(p)(2 \operatorname{ch} Bl - 1)}{p \operatorname{ch} Bl}. \quad (17)$$

Обозначим $S^*(p) = S_2^*(p) / S_1^*(p)$. Тогда, разложив гиперболические функции по формулам Эйлера в выражении (15) и (17) и введя обозначения

$$y = Bl, \quad f(y, p) = (e^y - e^{-y})(1 - S^*(p)) - 1,$$

получаем нелинейное уравнение

$$f(y, p) = 0, \quad (18)$$

решая которое методом касательных при вычисленном параметре преобразования p и заданной точности ε_y , определяем

$$y_{n+1} = y_n - \frac{f(y_n, p)}{f'(y_n, p)}, \quad |y_{n+1} - y_n| < \varepsilon_y. \quad (19)$$

Отсюда коэффициент диффузии определяется формулой

$$a_m = pl^2 / y^2. \quad (20)$$

Для расчета ВИХ интеграл преобразования Лапласа с бесконечным пределом заменяем конечным интегралом с верхним пределом интегрирования t_k , равным конечному моменту времени проведения эксперимента

$$S^*(p) = \int_0^\infty e^{-pt} S(t) dt = \int_0^{t_k} e^{-pt} S(t) dt + \frac{e^{-pt_k}}{p} S(t_k).$$

При этом возникает ошибка интегрирования, которую подбором параметра p , определяемого из решения нелинейного уравнения

$$e^{-pt_k} S(t_k) = p\varepsilon,$$

можно сделать равной заранее заданному малому значению ε .

При вычислении конечного интеграла преобразования ВИХ используем методы численного интегрирования (например, метод парабол). Подынтегральная аналоговая функция заменяется на дискретную, измеренную в равноотстоящие моменты времени с промежутками $\Delta t = t_k / 2n$ ($2n$ – количество измерений)

$$S^*(t) = \frac{\Delta t}{3} \left[Y_0 + 4 \sum_{i=1}^{2n-1} Y_i + 2 \sum_{i=2}^{2n-2} Y_i + Y_{2n} \right], \quad Y_i = e^{-pt_i} S(t_i), \quad t_i = i\Delta t.$$

Как показал анализ результатов, при использовании различных методов численного интегрирования (методов прямоугольников, трапеций, Симпсона) ошибки интегрирования, возникающие при замене непрерывной функции на дискретную, соизмеримы и составляют 0,1 – 0,5 % при достаточно малом промежутке времени измерения.

Для проведения экспериментальных исследований разработана автоматизированная система научных исследований (АСНИ) определения коэффициента диффузии, которая позволяет решать поставленную задачу, а также снимать информацию через определенные промежутки времени Δt . АСНИ состоит из измерительной ячейки, включающей первичный измерительный преобразователь измеряемого сигнала, усилителя, мультиплексора, аналого-цифрового преобразователя и персонального компьютера. Измерительная ячейка обеспечена весоизмерительной тензометрической схемой, что позволяет контролировать малое изменение массы образца за счет убыли из него жидкой фазы в процессе сушки. Информация об изменении интегральной функции потенциалов переноса с мостовой схемы через усилитель, преобразующий измеренный сигнал до стандартного уровня, поступает на мультиплексор. Он осуществляет последовательный опрос измерительных каналов и подсоединяет их к аналого-цифровому преобразователю, кодирующему измеренный сигнал в цифровой код. Таким образом, измерительная ячейка через устройство сопряжения с объектом связана с персональной ЭВМ, что позволяет численно обрабатывать полученную информацию.

В программном обеспечении АСНИ можно выделить две части: управляющую и вычислительную, оформленные в виде пакетов прикладных программ. В него входят пакеты прикладных программ для управления экспериментом, для управления граничными условиями, для преобразования сигналов преобразователя в значения потенциалов переноса, для сглаживания экспериментальной информации, и для расчета массопереносных характеристик исследуемых материалов. Основными задачами управляющей части программного обеспечения являются: организация совместной работы подсистем, управление сменой программ в процессоре и передачей данных, обеспечение диалога с исследователем, контроль за работой системы.

Список литературы

1. Шварцман Г.М., Щедро Д.А. Производство древесностружечных плит. – М.: Лесн. пром-сть, 1987. – 320 с.
2. Красников В.В. Кондуктивная сушка. – М.: Энергия, 1973. – 288 с.
3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Наука, 1987. – 600 с.
4. Теплофизические измерения. Справочное пособие по методам расчета полей, характеристик теплопереноса и автоматизации измерений / В.В. Власов, Ю.С. Шаталов, С.В. Мищенко и др. – Тамбов: ВНИИРТмаш, 1975. – 258 с.

Direct and Reverse Problems of Heat-Mass Transfer in the Process of Pressing Particle Boards

O.S. Dmitriev, S.V. Mishchenko, A.Yu. Seregin

Department "Automated Systems and Devices", TSTU

Key words and phrases: heat transfer; hot pressing; integral characteristics; transfer coefficients; particle boardsmass transfer; solidification.

Abstract: The mathematical model of the process of particle boards hot pressing which includes description of heat transfer process inside the flat unlimited slab plate, the process of moisture diffusion and the curing process of thermosetting bonding agent filled with the underpressed shaving is developed. The algorithm of numerical solution of the stated problem is given.

Questions of determining thermal conductivity coefficient, diffusion coefficient and kinetics coefficients based on the solution of reverse problems of thermal conductivity, diffusion, chemical kinetics which use experimental information about changes in the temperature and moisture fields in the course of specially organized thermophysical experiment are examined.

The constructed mathematical model makes it possible to solve optimization problems regarding the regime parameters of the process of hot pressing of particle board production.

Direkte und rückgängige Aufgaben der Kinetik des Pressenprozesses der Holzspanplatten

Zusammenfassung: Es ist das matematische Modell des Prozesses des heißen Pressens der Holzspanplatten entwickelt, das die Beschreibung des Prozesses der Wärmeübertragung innerhalb der flachen unbeschränkten Platte, des Prozesses der Diffusion der Feuchtigkeit und des Prozesses der Hartung des thermoreaktiven Bindemittels, das vom gepressten Span angefüllt ist, einschließt. Es wird der Algorithmus der numerischen Lösung der gestellten Aufgabe angeführt.

Es werden die Fragen der Bestimmung des Koeffizienten der Wärmeleitfähigkeit, des Koeffizienten der Diffusion und der kinetischen Koeffizienten aufgrund der Lösung der rückgängigen Aufgaben der Wärmeleitfähigkeit, der Diffusion und der chemischen Kinetik, die die experimentale Information über die Veränderung der Felder der Temperatur und des Feuchtgehaltes im Laufe des speziellorganisierten thermo-physikalischen Experimentes verwenden, betrachtet.

Das gebaute matematische Modell erlaubt, die Optimisationsaufgabe nach der Bestimmung der Regimenparameter des Prozesses des heißen Pressens in der Erzeugung der Holzspanplatten zu lösen.

Problèmes directs et inverses de la cinétique du processus du pressage des copeaux de bois

Résumé: Est élaboré le modèle mathématique du processus du pressage à chaud des copeaux de bois, qui comprend la description du processus du transfert de chaleur à l'intérieur de la plaque illimitée, du processus de la diffusion et du processus du durcissement du liant thermoréactif avec le copeaux préformés. On donne l'algorithme de la résolution numérique du problème.

Sont examinées les questions de la définition du coefficient du transfert de chaleur, du coefficient de la diffusion et des coefficients cinétiques qui sont fondés sur la solution des problèmes inverses de la conductivité de la chaleur, de la diffusion et de la cinétique chimique utilisant l'information expérimentale sur les changements des champs de la température et du contenu de l'humidité au cours de l'expérience organisé spécialement.

Le modèle mathématique reçu permet de résoudre les problèmes d'optimisation sur la définition des paramètres de régime dans la production des copeaux de bois.