

## ОПИСАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗИНОВЫХ НИТЕЙ ИЗ ЛАТЕКСА

**Н.В. Амелина, П.С. Беляев, А.С. Клинков, М.В. Соколов**

*Кафедра «Полимерное машиностроение», ТГТУ*

*Представлена членом редколлегии профессором В.И. Коноваловым*

**Ключевые слова и фразы:** диффузия ионов; коагуляция; напряжение в нити; радиус струи латекса; резиновая нить; слой геля; струи латекса.

**Аннотация:** Рассмотрен вопрос формирования резиновых нитей из латекса.

При изготовлении резиновых нитей из латекса пользуются методом его продавливания через фильтры, которые устанавливаются в ванне с разбавленной уксусной кислотой, являющейся коагулянтом для латекса. Под действием положительных ионов коагулянта отрицательно заряженные глобулы латекса теряют свой заряд, астабилизируются и объединяются, происходит процесс коагуляции латекса и отложения геля. Механизм этого процесса аналогичен ионному отложению или коагуляции латекса электролитами [1].

В настоящее время отсутствует методика расчета ванны коагуляции, где происходит процесс начального формирования вытекающей из фильтры латексной струи в резиновую нить. При проектировании основные данные по ванне и ряд других технологических параметров принимаются с учетом эксплуатации работающего оборудования.

Рассмотрим коагуляцию струи латекса при ее втекании в ванну коагуляции. Механизм этого процесса можно представить следующим образом. При истечении струи латекса происходит ее контакт по поверхности с коагулянтом. Глобулы каучука в поверхностном слое астабилизируются, образуя пленку коагулюма, толщина которой в момент контакта определяется диаметром глобул. В следующий момент времени коагуляция уже зависит от концентрации ионов [2], которые должны продиффундировать через пленку коагулюма. При этом процесс отложения становится диффузионным, и определяющей величиной в нем является концентрация ионов на границе гель-латекс.

Выделим элемент латексной струи (рис.1) и рассмотрим в нем процесс диффузии ионов электролита. Накопление массы ионов электролита в элементарном объеме за время  $d\tau$

$$dM = dVdc = rd\varphi dr dx dc, \quad (1)$$

где  $dV$  – элементарный объем струи;  $r$  – радиус поверхности струи, через которую происходит диффузия;  $\varphi$  – угол;  $x$  – длина струи;  $c$  – концентрация ионов электролита.

Масса ионов, входящих через поверхность  $S_2$ :

$$\begin{aligned} \partial M_1 &= -D \frac{\partial c}{\partial r} S_2 d\tau, \\ S_2 &= dx d\varphi (r - dr). \end{aligned} \quad (2)$$

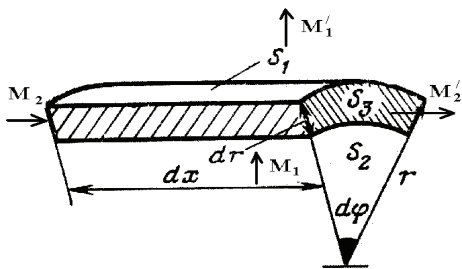


Рис. 1 Элемент латексной струи

Масса ионов, выходящих через поверхность:  $S_1$ :

$$\partial M_1' = -D \left( c + \frac{\partial c}{\partial r} dr \right) S_1 d\tau, \quad (3)$$

$$S_1 = rd\varphi dx.$$

Масса ионов, вносимых движущейся струей через поверхность торца  $S_3$ :

$$dM_2 = cV_x S_3 d\tau, \quad (4)$$

$$S_3 = rd\varphi dr.$$

где  $V_x$  – скорость струи.

Масса ионов, выносимых струей через поверхность  $S_3$

$$dM_2' = V_x \left( c + \frac{\partial c}{\partial x} dx \right) S_3 d\tau. \quad (5)$$

Накопленные массы ионов в выделенном объеме

$$dM = dM_1 - dM_1' + dM_2 - dM_2'. \quad (6)$$

Подставив в уравнение (6) значения величин из (1) – (4) и сделав преобразование, получим

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = D \left( \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial c}{\partial r} \right) - V_x \frac{\partial c}{\partial x} \quad (7)$$

при  $R \geq r \geq r_n$ .

Уравнение (7) представляет собой уравнение диффузии ионов электролита в движущейся струе латекса. Нарастание слоя геля в струе зависит от концентрации ионов коагулянта на границе гель-латекс.

Выделим элемент струи (рис. 2) и рассмотрим схему нарастания геля. За время  $d\tau$  образуется слой геля толщиной  $dr$ , на такую же величину уменьшается радиус  $r_n$  границы гель-латекс.

Количество геля на входе и выходе элемента длиной  $dx$

$$Q_1 = S_1 V_x, \quad (8)$$

$$Q_2 = S_2 V_x, \quad (9)$$

где  $S_1 = \pi(R^2 - r_n^2)$ ;  $S_2 = \pi[R^2(r_n - dr_n)^2]$ ;  $R$  – радиус струи латекса. Накопление геля

$$\Delta V = (Q_1 - Q_2 + Q_0) d\tau, \quad (10)$$

где  $Q_0$  – количество образовавшегося геля.

С целью упрощения решения поставленной задачи сделаем допущение о том, что скорость образования геля пропорциональна концентрации ионов электролита в струе, т.е.

$$W = -kc(r_n, \tau), \quad (11)$$

где  $k$  – константа;  $c(r_n, \tau)$  определяется из уравнения (7).

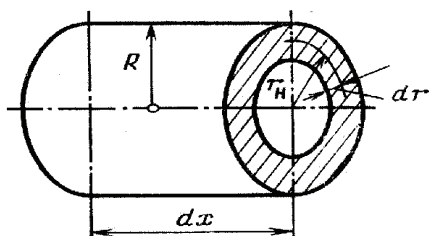


Рис. 2 Схема нарастания геля в латексной струе

Тогда

$$Q_0 = -\frac{2\pi}{\gamma}(r_n - dr_n)kc(r_n, \tau)dx, \quad (12)$$

где  $\gamma$  – удельный вес геля.

После подстановки значений величин из (8), (9), (11), (12) в (10) и преобразования получим

$$\frac{\partial r_n}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial r_n}{\partial x} = -\frac{k}{\gamma}c(r_n, \tau). \quad (13)$$

Уравнение (13) показывает динамику образования слоя геля в латексной струе при ее прохождении через ванну коагуляции. Математическая модель работы ванны коагуляции может быть представлена уравнениями (7) и (13). При этом примем, что коэффициент диффузии  $D$  является величиной постоянной, хотя в действительности он зависит от свойств образующегося геля, его проницаемости [4].

Первоначально поставим задачу решения уравнения (7), т.е. задачу распределения концентрации ионов электролита в струе, принимая коэффициент диффузии величиной постоянной (рис. 3). В точке, показанной на рис. 3, находящейся на расстоянии  $x$  от входа в ванну и расстоянии  $r$  от оси струи в момент времени  $\tau$ , концентрация будет

$$c = c(\tau, r, x).$$

На боковой поверхности струи концентрация равна концентрации в ванне, и будем считать, что

$$c_n = c(\tau, R, x). \quad (14)$$

На правом торце струи, где  $x = V_x \cdot \tau$ , аналогично

$$c_n = c(\tau, r, V_x \tau). \quad (15)$$

На входе в ванну при  $x = 0$  считаем  $r_n = R$  или

$$c(\tau, r, 0) \text{ при } r < R. \quad (16)$$

Зависимости (14), (15), (16) являются граничными условиями.

Решение уравнения (7) будем искать в виде

$$\bar{c}(\tau, r, x) = \mathfrak{G}(r)V(\tau, x). \quad (17)$$

Тогда граничные условия можно переписать

$$\bar{c}(\tau, r, 0) = [\varphi(r) - c_n] \delta(V_x \tau), \quad (16')$$

где  $\varphi(r)$  и  $\delta(V_x \tau)$  – функции, обладающие свойствами:

$$\delta(0) = 0, \delta(V_x \tau) = 1;$$

$$\varphi(r) = 0, \varphi(R) = c_n;$$

$$\bar{c}(\tau, r, V_x \tau) = 0; \quad (15')$$

$$\bar{c}(\tau, R, x) = 0. \quad (14')$$

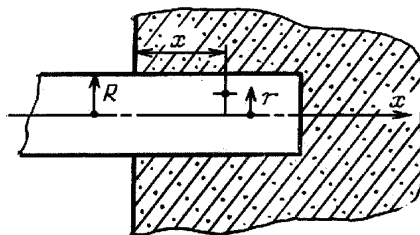


Рис. 3 Схема вытекания струи латекса в ванну с коагулянтном

Подставим (17) в уравнение (7)

$$\vartheta \frac{\partial V}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial V}{\partial x} \vartheta = DV \left( \frac{d^2 \vartheta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\vartheta}{dr} \right).$$

Разделяем переменные

$$\frac{1}{DV} \left( \frac{\partial V}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial V}{\partial x} \right) = \frac{1}{\vartheta} \left( \frac{d^2 \vartheta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\vartheta}{dr} \right) = -k^2,$$

где  $k$  – постоянная.

Получаем систему из двух уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \vartheta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\vartheta}{dr} + k^2 \vartheta = 0, \end{array} \right. \quad (18)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial V}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial V}{\partial x} + Dk^2 V = 0. \end{array} \right. \quad (19)$$

Уравнение (18) есть уравнение Бесселя, общее решение которого имеет вид [3]

$$\vartheta(r) = C_1 J_0(kr),$$

где  $C_1$  – произвольная постоянная;  $J_0(kr)$  – функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Так как  $C_1 \neq 0$ , то с учетом условия (14') имеем

$$J_0(\mu) = 0, \quad (20)$$

где  $\mu = kR$ .

Уравнение (20) имеет бесчисленное множество корней  $\mu_n = k_n R$ . Решение будет выглядеть в виде ряда по функциям  $J_0(\mu_n r/R)$ ,  $n = 1, 2, \dots$  с коэффициентами, определенными из уравнения

$$\frac{\partial V_n}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial V_n}{\partial x} + D \left( \frac{\mu_n}{R} \right)^2 V_n = 0, \quad n = 1, 2, \dots \quad (21)$$

Найдем общее решение уравнения (21), для этого сделаем следующие преобразования:  $V_n(\tau, x) = z(\bar{y}, \bar{x})$ ,  $\bar{y} = V_x \tau - x$ ,  $\bar{x} = x$ .

Тогда

$$\frac{\partial V_n}{\partial \tau} = \frac{\partial z}{\partial \bar{y}} V_x;$$

$$\frac{\partial V_n}{\partial x} = -\frac{\partial z}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial z}{\partial \bar{x}};$$

$$\frac{\partial z}{\partial \bar{y}} V_x + V_x \left( -\frac{\partial z}{\partial \bar{y}} + \frac{\partial z}{\partial \bar{x}} \right) + D \left( \frac{\mu_n}{R} \right)^2 z = 0,$$

откуда

$$\frac{\partial z}{\partial \bar{x}} = -\frac{D}{V_x} \left( \frac{\mu_n}{R} \right)^2 z. \quad (22)$$

Решением уравнения (22) будет

$$z = \Omega(\bar{y}) \exp \left[ -\frac{D}{V_x} \left( \frac{\mu_n}{R} \right)^2 \right] \bar{x}, \quad (23)$$

где  $\Omega(\bar{y})$  – произвольная функция.

Тогда общее решение уравнения (21) можно представить в виде

$$V_n(\tau, x) = \Omega(V_x \tau - x) \exp \left[ -\frac{D}{V_x} \left( \frac{\mu_n}{R} \right)^2 \right] x. \quad (24)$$

В силу граничного условия (15')

$$V_n(\tau, V_x \tau) = 0.$$

Из этого вытекает, что функция  $\Omega_n$  должна удовлетворять условию  $\Omega(0) = 0$ .

Таким образом, общее решение уравнения (17), удовлетворяющее условиям (14') и (15'), будет

$$\bar{c}(\tau, r, x) = \sum_{n=1}^{\infty} \Omega_n(V_x \tau - x) \exp \left[ -\frac{D}{V_x} \left( \frac{\mu_n}{R} \right)^2 \right] x J_0 \left( \frac{\mu_n r}{R} \right). \quad (25)$$

Следовательно, решение (25) будет удовлетворять задаче (7), если оно удовлетворяет условию (16')

$$[\varphi(r) - c_H] \delta(V_x \tau) = \bar{c}(\tau, r, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} \Omega_n(V_x \tau) J_0 \left( \frac{\mu_n r}{R} \right).$$

В силу того, что функции  $J_0 \left( \frac{\mu_n r}{R} \right)$  ортогональны и полны, функции  $\Omega_n(V_x \tau)$  определяются по формулам

$$\begin{aligned} \Omega_n(V_x \tau) &= \frac{2}{R^2 J_1^2(\mu_n)} \int_0^R r [\varphi(r) - c_H] \delta(V_x \tau) J_0 \left( \frac{\mu_n r}{R} \right) dr = \\ &= \frac{2 \delta(V_x \tau)}{R^2 J_1^2(\mu_n)} \int_0^R r [\varphi(r) - c_H] J_0 \left( \frac{\mu_n r}{R} \right) dr. \end{aligned}$$

Окончательное решение уравнения (7) будет иметь вид

$$\begin{aligned} \bar{c}(\tau, r, x) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \delta(V_x \tau - x)}{R^2 J_1^2(\mu_n)} \left[ \int_0^R r [\varphi(r) - c_H] J_0 \left( \frac{\mu_n r}{R} \right) dr \right] \times \\ &\times \exp \left[ -\frac{D}{V_x} \left( \frac{\mu_n}{R} \right)^2 \right] x J_0 \left( \frac{\mu_n r}{R} \right), \end{aligned} \quad (26)$$

где  $J_1(\mu_n)$  – функция Бесселя первого рода первого порядка.

Ввиду того, что коагуляция на торце имеет место только после начала движения и в дальнейшем никакого влияния на рассматриваемый процесс не оказывает, то ограничение (16') можно записать в виде

$$\bar{c}(\tau, r, 0) = 0. \quad (16'')$$

Тогда функция  $\Omega(V_x \tau)$  определяется по формуле

$$\Omega(V_x \tau) = \frac{2c_n}{R^2 J_1(\mu_n)} \int_0^R r J_0\left(\frac{\mu_n r}{R}\right) dr, \quad (27)$$

и уравнение (26) будет иметь вид

$$\bar{c}(\tau, r, x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2c_n}{R^2 J_1^2(\mu_n)} \left[ \int_0^R r J_0\left(\frac{\mu_n r}{R}\right) dr \right] J_0\left(\frac{\mu_n r}{R}\right) \exp\left[-\frac{D}{V_x} \left(\frac{\mu_n}{R}\right)^2 x\right]. \quad (28)$$

Истинное значение концентрации ионов электролита

$$c(\tau, r, x) = c_n - \bar{c}(\tau, r, x) = c_n \beta, \quad (29)$$

$$\beta = 1 - \psi, \quad (30)$$

$$\psi = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\mu_n r_b)}{\mu_n J_1(\mu_n)} \exp(-\mu_n^2 f_0), \quad (31)$$

где  $f_0 = (Dx)/(R^2 V_x)$  и  $r_b = r/R$  – безразмерные критерии.

Для вычисления значений функций Бесселя  $J_0(x)$  и  $J_1(x)$  использовалось разложение их в степенные ряды для значений  $x \leq 10$ . Для значений  $x > 10$  эти функции вычислялись с помощью асимптотических разложений.

Результаты вычислений на ЭВМ по программе на языке «АЛГОЛ» представлены на рис. 4, откуда видно, что при  $f_0 \approx 0$  значение  $\beta$  близко к единице ( $\beta \approx 0,87$ ). Таким образом, для достижения концентрации  $c = 0,87c_n$  в центре струи нужно, чтобы соблюдалось условие

$$\frac{Dx}{R^2 V_x} = 0,5. \quad (32)$$

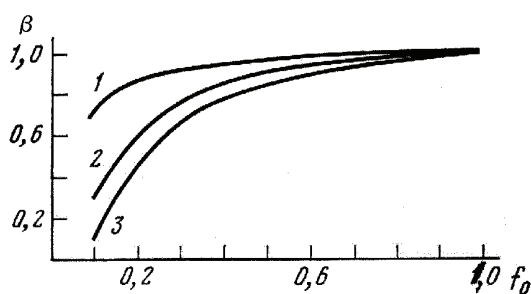


Рис. 4 Зависимость  $\beta$  от критерия  $f_0$ :

$$r_b = 0,8 (1); 0,4 (2) \text{ и } 0 (3)$$

Это условие может быть принято в качестве отправного момента для предварительного расчета размера ванн коагуляции в зависимости от диаметра получаемых нитей и условий ведения процесса.

#### *Список литературы*

1. Нейман Р.Э. Коагуляция синтетических латексов. – Воронеж: Изд-во Воронеж. ун-та, 1967. – С. 140.
2. Беляев О.Ф., Зеленев Ю.В. Влияние концентрации геля и катионного эквивалента латекса на скорость ионного отложения // Высокомолек. соед. – 1977. – Т. 19, № 8. – С. 1884.
3. Смирнов М.М. Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка. – М.: Наука, 1964. – С. 115.
4. Schutz W. Untersuchungen zur koagulationsfähigkeit naturlichen und ayntetischer latices beim nabspinnverfahren // Forschungsbericht des Landes Nordheim-Westfallen. – 1976. – S. 1 – 44.

---

### **Description of Forming Rubber Tread from Latex**

**N.V. Amelina, P.S. Belyaev, A.S. Klinkov, M.V. Sokolov**

*Department "Polymer Engineering", TSTU*

**Key words and phrases:** gel layer; ion diffusion; latex stream coagulation; latex stream radius; rubber thread; thread tension.

**Abstract:** The problem of forming rubber thread from latex is considered.

---

### **Beschreibung der Formierung der Gummifäden aus dem Latex**

**Zusammenfassung:** Es ist die Frage der Formierung der Gummifäden aus dem Latex untersucht.

---

### **Description de la formation des fils caouthouteux de latex**

**Résumé:** On examine le problème de la formation des fils caouthouteux de latex.

---