УДК 517.928.4

ОБ ОБЩЕМ РЕШЕНИИ ЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ *n*-го ПОРЯДКА С ПОСТОЯННЫМИ ОГРАНИЧЕННЫМИ ОПЕРАТОРНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

В.И. Фомин

Кафедра прикладной математики и механики, ТГТУ

Представлена членом редколлегии профессором Г.М. Куликовым

Ключевые слова и фразы: банахово пространство; задача Коши; общее решение; однородное уравнение; операторно-векторное правило Крамера; операторный определитель Вандермонда; характеристическое операторное уравнение.

Аннотация: Получена формула для общего решения линейного дифференциального уравнения *n*-го порядка в банаховом пространстве.

В банаховом пространстве E рассматривается уравнение

$$u^{(n)} + A_1 u^{(n-1)} + \ldots + A_{n-1} u' + A_n u = f(t), \quad 0 \le t < \infty, \tag{1}$$

где $A_i \in L(E)$, $1 \le i \le n$; $f(t) \in C\big([0, \infty); E\big)$.

Уравнение (1) можно записать в виде

$$Lu = f\,,$$

где $L : C^n\big([0, \infty); E\big) \to C\big([0, \infty); E\big)$; для любого $v \in C^n\big([0, \infty); E\big)$

$$Lv = v^{(n)} + A_1 v^{(n-1)} + \ldots + A_{n-1} v' + A_n v.$$

В силу линейности операторов A_i, $1 \le i \le n$, дифференциальный оператор L является линейным.

Определение. Общим решением уравнения (1) называется *n*-параметрическое семейство функций $u = \varphi(t, x_1, \ldots, x_n)$ из $C^n\big([0, \infty); E\big)$, где $x_1, x_2, \ldots, x_n$ – параметры; $x_1, x_2, \ldots, x_n \in E$, удовлетворяющее следующим условиям:

1) любая функция из этого семейства является решением уравнения (1);

2) при любом фиксированном наборе начальных значений $u_0, u_0', \ldots, u_0^{(n-1)} \in E$ решение задачи Коши для уравнения (1) с начальными условиями

$$u(0)=u_0\,,\ u'(0)=u_0'\,,\ldots,u_0^{(n-1)}=u_0^{(n-1)} \qquad (2)$$

принадлежит этому семейству.

Рассмотрим соответствующее однородное уравнение

$$u^{(n)}+A_1u^{(n-1)}+\ldots+A_{n-1}u'+A_nu=0,\quad 0\le t<\infty. \qquad (3)$$

Пусть характеристическое операторное уравнение

$$\Lambda^n+A_1\Lambda^{n-1}+\ldots+A_{n-1}\Lambda+A_n=0 \qquad (4)$$

имеет n различных корней $\Lambda_i\in L(E)$, $1\le i\le n$, удовлетворяющих следующим условиям:

$$\Lambda_i\Lambda_j=\Lambda_j\Lambda_i\,,\quad \forall\ 1\le i,\ j\le n; \qquad (5)$$

$$\exists\ (\Lambda_i-\Lambda_j)^{-1}\in L(E),\quad \forall\ 1\le j<i\le n. \qquad (6)$$

Теорема 1. При выполнении условий (5), (6) общее решение уравнения (3) имеет вид

$$u_{\text{о.о.}}=e^{\Lambda_1t}x_1+e^{\Lambda_2t}x_2+\ldots+e^{\Lambda_nt}x_n\,, \qquad (7)$$

где $x_1\,,\,x_2\,,\ldots,\,x_n$ – произвольные элементы из E.

Доказательство. При любом фиксированном Λ_i и любом фиксированном $x_i\in E$ $(1\le i\le n)$ функция $e^{\Lambda_it}x_i$ является решением уравнения (3). Действительно,

$$L\left(e^{\Lambda_it}x_i\right)=\left(e^{\Lambda_it}x_i\right)^n+A_1\left(e^{\Lambda_it}x_i\right)^{(n-1)}+\ldots+A_{n-1}\left(e^{\Lambda_it}x_i\right)'+A_ne^{\Lambda_it}x_i=$$
$$=\Lambda_i^ne^{\Lambda_it}x_i+A_1\Lambda_i^{n-1}e^{\Lambda_it}x_i+\ldots+A_{n-1}\Lambda_i\,e^{\Lambda_it}x_i+A_ne^{\Lambda_it}x_i=$$
$$=\left(\Lambda_i^n+A_1\Lambda_i^{n-1}+\ldots+A_{n-1}\Lambda_i+A_n\right)e^{\Lambda_it}x_i=0.$$

Тогда в силу аддитивности оператора L при любых фиксированных $x_1\,,\,x_2\,,\ldots,\,x_n\in E$ функция вида (7) является решением уравнения (3).

Покажем, что при любом фиксированном наборе начальных значений $u_0\,,\,u_0'\,,\ldots,\,u_0^{(n-1)}$ решение задачи Коши для уравнения (3) с начальными условиями (2) принадлежат семейству (7). В силу единственности решения задачи Коши для этого достаточно показать, что среди решений (7) найдется такое, которое удовлетворяет начальным условиям (2). Получаем:

$$u'_{\text{о.о.}}=\Lambda_1e^{\Lambda_1t}x_1+\Lambda_2e^{\Lambda_2t}x_2+\ldots+\Lambda_ne^{\Lambda_nt}x_n\,,$$
$$u''_{\text{о.о.}}=\Lambda_1^2e^{\Lambda_1t}x_1+\Lambda_2^2e^{\Lambda_2t}x_2+\ldots+\Lambda_n^2e^{\Lambda_nt}x_n\,,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$u^{(n-1)}_{\text{о.о.}}=\Lambda_1^{n-1}e^{\Lambda_1t}x_1+\Lambda_2^{n-1}e^{\Lambda_2t}x_2+\ldots+\Lambda_1^{n-1}e^{\Lambda_nt}x_n\,.$$

Начальные условия (2) принимают вид

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \ldots + x_n = u_0 \\ \Lambda_1 x_1 + \Lambda_2 x_2 + \ldots + \Lambda_n x_n = u_0' \\ \Lambda_1^2 x_1 + \Lambda_2^2 x_2 + \ldots + \Lambda_n^2 x_n = u_0'' \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \Lambda_1^{n-1} x_1 + \Lambda_2^{n-1} x_2 + \ldots + \Lambda_n^{n-1} x_n = u_0^{(n-1)}. \end{cases} \tag{8}$$

Определителем системы (8) является операторной определитель Вандермонда

$$V_n = \begin{vmatrix} \mathrm{I} & \mathrm{I} & \ldots & \mathrm{I} \\ \Lambda_1 & \Lambda_2 & \ldots & \Lambda_n \\ \Lambda_1^2 & \Lambda_2^2 & \ldots & \Lambda_n^2 \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \Lambda_1^{n-1} & \Lambda_2^{n-1} & \ldots & \Lambda_n^{n-1} \end{vmatrix}.$$

В силу (5)

$$\left(\Lambda_i - \Lambda_j\right)\left(\Lambda_k - \Lambda_m\right) = \left(\Lambda_k - \Lambda_m\right)\left(\Lambda_i - \Lambda_j\right), \quad \forall\, 1 \le i,\, j,\, k,\, m \le n. \tag{8}$$

Учитывая (9), получаем методом математической индукции следующую формулу для вычисления V_n:

$$V_n = \prod_{1 \le j < i \le n} \left(\Lambda_i - \Lambda_j\right). \tag{10}$$

Из (9) следует, что

$$\left(\Lambda_i - \Lambda_j\right)^{-1}\left(\Lambda_k - \Lambda_m\right)^{-1} = \left(\Lambda_k - \Lambda_m\right)^{-1}\left(\Lambda_i - \Lambda_j\right)^{-1} \tag{11}$$

для любых $1 \le j < i \le n$, $1 \le m < k \le n$. В силу (6), (10), (11) существует $V_n^{-1} \in L(E)$ и

$$V_n^{-1} = \prod_{1 \le j < i \le n} \left(\Lambda_i - \Lambda_j\right)^{-1}. \tag{12}$$

Применяя операторно-векторное правило Крамера для решения систем линейных векторных уравнений, приходим к выводу, что система (8) имеет единственное решение

$$x_m = \sum_{k=1}^{n} \mathcal{A}_{km} V_n^{-1} u_0^{(k-1)}; \quad m = 1, 2, \ldots, n, \tag{13}$$

где $\mathcal{A}_{km}$ – операторное алгебраическое дополнение элемента A_{km} операторного определителя V_n $(1 \le k,\, m \le n)$:

$$\mathcal{A}_{km} = (-1)^{k+m} M_{km},$$

где M_{km} – операторный минор элемента A_{km} операторного определителя V_n, то операторный определитель $(n-1)$-го порядка, получаемый из V_n вычеркиванием его *k*-ой строки и *m*-го столбца.

Итак, решение задачи Коши для уравнения (3) с начальными условиями (2) получается из (7) при значениях параметров, задаваемых формулой (13).

Теорема 1 доказана.

Замечание 1. Если u_* – частное решение уравнения (1), то общее решение уравнения (1) имеет вид

$$u = u_{\text{o.o.}} + u_* . \qquad (14)$$

Действительно, при любых фиксированных $x_1, x_2, ..., x_n \in E$ функция вида (14) является решением уравнения (1):

$$L\left(\sum_{i=1}^{n} e^{\Lambda_i t} x_i + u_*\right) = L\left(\sum_{i=1}^{n} e^{\Lambda_i t} x_i\right) + Lu_* = 0 + f = f .$$

Пусть $\tilde{u}$ – решение задачи Коши (1), (2). Тогда функция $\hat{u} = \tilde{u} - u_*$ является решением уравнения (3):

$$L\hat{u} = L\left(\tilde{u} - u_*\right) = L\tilde{u} - Lu_* = f - f = 0.$$

Следовательно, в силу теоремы 1 найдутся такие $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, ..., \tilde{x}_n \in E$, что

$$\hat{u} = \sum_{i=1}^{n} e^{\Lambda_i t} \tilde{x}_i ,$$

откуда

$$\tilde{u} = \sum_{i=1}^{n} e^{\Lambda_i t} \tilde{x}_i + u_* ,$$

а это означает, что $\tilde{u}$ принадлежит семейству решений (14).

Теорема 2. При выполнении условий (5), (6) уравнение (1) имеет частное решение вида

$$u_* = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{n+k} \prod_{1 \le j < k} \left(\Lambda_k - \Lambda_j\right)^{-1} \prod_{k < i \le n} \left(\Lambda_i - \Lambda_k\right)^{-1} \int_0^t e^{\Lambda_k (t-\tau)} f(\tau)\, d\tau . \qquad (15)$$

Доказательство. Будем искать u_* методом вариации произвольных постоянных:

$$u_* = \sum_{k=1}^{n} e^{\Lambda_k t} x_k(t) , \qquad (16)$$

где $x_k(t)$ – неизвестные пока функции. Подставим функцию (16) в уравнение (1). Имеем:

$$u_*' = \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k e^{\Lambda_k t} x_k(t) + \sum_{k=1}^{n} e^{\Lambda_k t} x_k'(t).$$

Потребуем, чтобы

$$\sum_{k=1}^{n} e^{\Lambda_k t} x_k'(t) = 0 .$$

Тогда

$$u'_* = \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k e^{\Lambda_k t} x_k(t),$$

$$u''_* = \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k^2 e^{\Lambda_k t} x_k(t) + \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k e^{\Lambda_k t} x'_k(t).$$

Потребуем, чтобы

$$\sum_{k=1}^{n} \Lambda_k e^{\Lambda_k t} x'_k(t) = 0.$$

Тогда

$$u''_* = \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k^2 e^{\Lambda_k t} x_k(t),$$

$$u'''_* = \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k^3 e^{\Lambda_k t} x_k(t) + \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k^2 e^{\Lambda_k t} x'_k(t).$$

Потребуем, чтобы

$$\sum_{k=1}^{n} \Lambda_k^2 e^{\Lambda_k t} x'_k(t) = 0$$

Тогда

$$u'''_* = \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k^3 e^{\Lambda_k t} x_k(t),$$

$$u_*^{(4)} = \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k^4 e^{\Lambda_k t} x_k(t) + \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k^3 e^{\Lambda_k t} x'_k(t).$$

....

Потребуем, чтобы

$$\sum_{k=1}^{n} \Lambda_k^{n-2} e^{\Lambda_k t} x'_k(t) = 0.$$

Тогда

$$u_*^{(n-1)} = \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k^{n-1} e^{\Lambda_k t} x_k(t),$$

$$u_*^{(n)} = \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k^{n} e^{\Lambda_k t} x_k(t) + \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k^{n-1} e^{\Lambda_k t} x'_k(t).$$

Подставляя функцию (16) и ее производные в левую часть уравнения (1), получаем:

$$\sum_{k=1}^{n} \Lambda_k^{n} e^{\Lambda_k t} x_k(t) + \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k^{n-1} e^{\Lambda_k t} x'_k(t) + A_1 \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k^{n-1} e^{\Lambda_k t} x_k(t) +$$

$$+ \ldots + A_{n-1} \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k e^{\Lambda_k t} x_k(t) + A_n \sum_{k=1}^{n} e^{\Lambda_k t} x_k(t) =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k^{n-1} e^{\Lambda_k t} x_k'(t) + \left(\Lambda_1^n + A_1 \Lambda_1^{n-1} + \ldots + A_{n-1}\Lambda_1 + A_n \right) e^{\Lambda_1 t} x_1(t) +$$

$$+ \left(\Lambda_2^n + A_1 \Lambda_2^{n-1} + \ldots + A_{n-1}\Lambda_2 + A_n \right) e^{\Lambda_2 t} x_2(t) + \ldots +$$

$$+ \left(\Lambda_n^n + A_1 \Lambda_n^{n-1} + \ldots + A_{n-1}\Lambda_n + A_n \right) e^{\Lambda_n t} x_n(t) = \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k^{n-1} x_k'(t).$$

Итак, функция (16) является решением уравнения (1), если

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^{n} e^{\Lambda_k t} x_k'(t) = 0 \\ \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k e^{\Lambda_k t} x_k'(t) = 0 \\ \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k^2 e^{\Lambda_k t} x_k'(t) = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k^{n-2} e^{\Lambda_k t} x_k'(t) = 0 \\ \sum_{k=1}^{n} \Lambda_k^{n-1} e^{\Lambda_k t} x_k'(t) = f(t). \end{cases} \qquad (17)$$

Определитель системы (17) имеет вид

$$\Delta(t) = \begin{vmatrix} e^{\Lambda_1 t} & e^{\Lambda_2 t} & e^{\Lambda_3 t} & \ldots & e^{\Lambda_n t} \\ \Lambda_1 e^{\Lambda_1 t} & \Lambda_2 e^{\Lambda_2 t} & \Lambda_3 e^{\Lambda_3 t} & \ldots & \Lambda_n e^{\Lambda_n t} \\ \Lambda_1^2 e^{\Lambda_1 t} & \Lambda_2^2 e^{\Lambda_2 t} & \Lambda_3^2 e^{\Lambda_3 t} & \ldots & \Lambda_n^2 e^{\Lambda_n t} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \Lambda_1^{n-2} e^{\Lambda_1 t} & \Lambda_2^{n-2} e^{\Lambda_2 t} & \Lambda_3^{n-2} e^{\Lambda_3 t} & \ldots & \Lambda_n^{n-2} e^{\Lambda_n t} \\ \Lambda_1^{n-1} e^{\Lambda_1 t} & \Lambda_2^{n-1} e^{\Lambda_2 t} & \Lambda_3^{n-1} e^{\Lambda_3 t} & \ldots & \Lambda_n^{n-1} e^{\Lambda_n t} \end{vmatrix} =$$

$$= \prod_{i=1}^{n} e^{\Lambda_i t} \cdot \begin{vmatrix} \mathrm{I} & \mathrm{I} & \mathrm{I} & \ldots & \mathrm{I} \\ \Lambda_1 & \Lambda_2 & \Lambda_3 & \ldots & \Lambda_n \\ \Lambda_1^2 & \Lambda_2^2 & \Lambda_3^2 & \ldots & \Lambda_n^2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \Lambda_1^{n-2} & \Lambda_2^{n-2} & \Lambda_3^{n-2} & \ldots & \Lambda_n^{n-2} \\ \Lambda_1^{n-1} & \Lambda_2^{n-1} & \Lambda_3^{n-1} & \ldots & \Lambda_n^{n-1} \end{vmatrix} = \prod_{i=1}^{n} e^{\Lambda_i t} \cdot V_n$$

Получена формула

$$\Delta(t) = \prod_{i=1}^{n} e^{\Lambda_i t} \cdot V_n . \qquad (18)$$

В силу (5)

$$e^{\Lambda_i t}\cdot e^{\Lambda_j t}=e^{\Lambda_j t}\cdot e^{\Lambda_i t},\ \forall\ 1\le i,\ j\le n\ . \tag{19}$$

Из (19) следует, что

$$e^{-\Lambda_i t}\cdot e^{-\Lambda_j t}=e^{-\Lambda_j t}\cdot e^{-\Lambda_i t},\ \forall\ 1\le i,\ j\le n\ . \tag{20}$$

В силу непрерывной обратимости V_n существует $\Delta^{-1}(t)\in L(E)$ и с учетом (20)

$$\Delta^{-1}(t)=V_n^{-1}\prod_{i=1}^{n}e^{-\Lambda_i t}\ .$$

или в силу (12)

$$\Delta^{-1}(t)=\prod_{1\le j<i\le n}\left(\Lambda_i-\Lambda_j\right)^{-1}\cdot\prod_{i=1}^{n}e^{-\Lambda_i t}. \tag{21}$$

Применяя операторно-векторное правило Крамера для решения систем линейных векторных уравнений, приходим к выводу, что система (17) имеет единственное решение:

для $k=1,\,2,\,...,\,n$

$$x_k'(t)=(-1)^{n+k}\prod_{\substack{j=1\\ j\ne k}}^{n}e^{\Lambda_j t}\cdot\prod_{\substack{1\le j<i\le n\\ i,\ j\ne k}}\left(\Lambda_i-\Lambda_j\right)\Delta^{-1}(t)f(t)$$

или в силу (21)

$$x_k'(t)=(-1)^{n+k}\prod_{1\le j<k}\left(\Lambda_k-\Lambda_j\right)^{-1}\cdot\prod_{k<j\le n}\left(\Lambda_i-\Lambda_k\right)^{-1}e^{-\Lambda_k t}f(t),$$

откуда

$$x_k(t)=(-1)^{n+k}\prod_{1\le j<k}\left(\Lambda_k-\Lambda_j\right)^{-1}\cdot\prod_{k<i\le n}\left(\Lambda_i-\Lambda_k\right)^{-1}\int_0^t e^{-\Lambda_k\tau}f(\tau)d\tau. \tag{22}$$

Подставляя (22) в (16), получаем (15) (использованная здесь коммутативность операторных множителей следует из условия (5)).

Теорема 2 доказана.

В силу замечания 1 и теоремы 2 справедливо следующее утверждение.

Теорема 3. При выполнении условий (5), (6) общее решение уравнения (1) имеет вид

$$u=\sum_{k=1}^{n}e^{\Lambda_k t}x_k+\sum_{k=1}^{n}(-1)^{n+k}\prod_{1\le j<k}\left(\Lambda_k-\Lambda_j\right)^{-1}\cdot\prod_{k<i\le n}\left(\Lambda_i-\Lambda_k\right)^{-1}\int_0^t e^{\Lambda_k(t-\tau)}f(\tau)d\tau, \tag{23}$$

где $x_1\ (1\le k\le n)$ – произвольные элементы из E.

Для отыскания решения задачи Коши (1), (2) достаточно в общем решении уравнения (1) подобрать значения параметров $x_1,\,x_2,\,...,\,x_n\in E$ так, чтобы выполнялись начальные условия (2).

Рассмотрим, например, уравнение второго порядка

$$u'' + A_1 u' + A_2 u = f(t), \quad 0 \le t < \infty, \tag{24}$$

где A_1, $A_2 \in L(E)$, $f(t) \in C\left(\left[0, \infty\right); E\right)$.

Пусть операторный дискриминант $D = A_1^2 - 4A_2$ уравнения (24) удовлетворяет следующему условию: $D = F^2$, где $F \in GL(E) = \left\{Q \in L(E) \,\middle|\, \exists\, Q^{-1} \in L(E)\right\}$, и $A_1 F = F A_1$. Тогда характеристическое операторное уравнение

$$\Lambda^2 + A_1 \Lambda + A_2 = 0$$

имеет два различных корня

$$\Lambda_1 = \frac{1}{2}\left(-A_1 - F\right), \quad \Lambda_2 = \frac{1}{2}\left(-A_1 + F\right),$$

при этом, в силу условия $A_1 F = F A_1$

$$\Lambda_1 \Lambda_2 = \Lambda_2 \Lambda_1$$

и

$$\exists \left(\Lambda_2 - \Lambda_1\right)^{-1} = F^{-1} \in L(E),$$

то есть выполняются условия (5), (6). Следовательно, в силу (23) общее решение уравнения (24) имеет вид

$$u = e^{\Lambda_1 t} x_1 + e^{\Lambda_2 t} x_2 + F^{-1} \int_0^t \left[e^{\Lambda_2 (t-\tau)} - e^{\Lambda_1 (t-\tau)}\right] f(\tau)\, d\tau, \tag{25}$$

где x_1, x_2 – произвольные элементы из E.

Найдем решение задачи Коши для уравнения (24) с заданными начальными условиями

$$u(0) = u_0, \quad u'(0) = u_0'. \tag{26}$$

Для этого подберем в (25) значения параметров x_1, x_2 так, чтобы выполнялись начальные условия (26). Имеем:

$$u' = \Lambda_1 e^{\Lambda_1 t} x_1 + \Lambda_2 e^{\Lambda_2 t} + F^{-1} \int_0^t \left[\Lambda_2 e^{\Lambda_2 (t-\tau)} - \Lambda_1 e^{\Lambda_1 (t-\tau)}\right] f(t)\, d\tau.$$

Начальные условия (26) принимают вид

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = u_0 \\ \Lambda_1 x_1 + \Lambda_2 x_2 = u_0'. \end{cases}$$

Применяя операторно-векторное правило Крамера для решения систем линейных векторных уравнений, получаем:

$$x_1 = F^{-1}\left(\Lambda_2 u_0 - u_0'\right), \quad x_2 = F^{-1}\left(u_0' - \Lambda_1 u_0\right). \tag{27}$$

Подставляя (27) в (25), получаем решение задачи Коши (24), (26):

$$
\begin{aligned}
u = F^{-1}\Big[& e^{\Lambda_2 t}\left(u_0' - \Lambda_1 u_0\right) - e^{\Lambda_1 t}\left(u_0' - \Lambda_2 u_0\right) + \\
& + \int_0^t \left[e^{\Lambda_2 (t-\tau)} - e^{\Lambda_1 (t-\tau)} \right] f(\tau)\, d\tau \Big].
\end{aligned} \tag{28}
$$

Формула (28) известна ([1] – [3]).

Результаты настоящей работы анонсированы в [4], [5].

Список литературы

1. Фомин В.И. О решении задачи Коши для линейного дифференциального уравнения в банаховом пространстве: Тез. докл. / «Понтрягинские чтения – XI». Воронеж: Изд-во ВГУ, 2000. – С. 145.
2. Фомин В.И. О решении задачи Коши для линейного дифференциального уравнения второго порядка в банаховом пространстве (на англ. яз.) // Вестник ТГТУ. – 2000. – Т. 6, № 4. – С. 643 – 646.
3. Фомин В.И. О решении задачи Коши для линейного дифференциального уравнения второго порядка в банаховом пространстве // Дифференц. уравнения. – 2002. – Е. 38, № 8. – С. 1140 – 1141.
4. Фомин В.И. Об общем решении линейного дифференциального уравнения n-го порядка в банаховом пространстве: Материалы VII научной конференции. Тамб. гос. техн. ун-та. Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2002. – С. 173 – 174.
5. Фомин В.И. Об общем решении линейного дифференциального уравнения n-го порядка в банаховом пространстве: Материалы шк. «Понтрягинские чтения – XIII». Воронеж: Изд-во ВГУ, 2002. – С. 154 – 155.

On General Solution of the *n*-Order Linear Differential Equation with Constant Bounded Operator Coefficients in Banach Space

V.I. Fomin

Department of Applied Mathematics and Mechanics, TSTU

Key words and phrases: Banach space; general solution; homogeneous equation; characteristic operator equation; Vandermonde operator determinant; operator-vector Cramer’s rule; Cauchy problem.

Abstract: Formula for general solution of the linear differential equation of the n-order in Banach space is obtained.

Über der allgemeinen Lösung der linearen Differentialgleichung der *n*-Ordnung mit den konstanten beschränkten Operatorkoeffizienten in den Banachischen Raum

Zusammenfassung: Es ist die Formel für die allgemeinen Lösung der linearen Differentialgleichung der n-Ordnung in den Banachischen Raum bekommen.

Sur la solution générale de l’équation linéaire différentielle du *n*-ordre dans l’espace de Banach

Résumé: Est reçue la formule pour la solution générale de l’équation linéaire différentielle du n-ordre dans l’espace de Banach.