

УДК 53.088

**АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЯ
ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛОВ
ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ТЕПЛОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ
ОТ ЛИНЕЙНОГО ИСТОЧНИКА**

ЧАСТЬ 2. ОЦЕНКА СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ*

Н.П. Жуков¹, Н.Ф. Майникова², И.В. Рогов¹

*Кафедры: “Гидравлика и теплотехника” (1),
“Теория механизмов машин и детали машин” (2), ТГТУ*

Представлена членом редколлегии профессором Ю.Л. Муромцевым

Ключевые слова и фразы: импульсное тепловое воздействие; линейный источник тепла; математическое моделирование; метрологический анализ; погрешность измерений; теплофизические характеристики материалов; теплопроводность; температуропроводность.

Аннотация: Приводятся результаты оценки систематических составляющих погрешностей измерения теплофизических характеристик материалов при импульсном тепловом воздействии от линейного источника. Рассмотрено влияние конечности размеров нагревателя и его теплоемкости на погрешность измерения теплофизических характеристик материалов.

Обозначения и аббревиатуры

a – температуропроводность, м ² /с;	u – параметр интегрирования;
C_n – теплоемкость единицы длины нагревателя;	λ – теплопроводность, Вт/(м·К);
T – температура, К;	τ – время, с;
q_0 – мощность, выделяющаяся на единице длины нагревателя, Вт/м;	x, z, y – координаты, м;
R – радиус нагревателя, м;	$\gamma \approx 0,5772$ – число Эйлера;
	ТФХ – теплофизические характеристики.

Разработанный метод неразрушающего контроля ТФХ [1 – 3] позволяет получать максимум информации при обработке экспериментальных данных, сократить время активной части эксперимента, обеспечить требуемую точность в заданном диапазоне. Метод основан на аналитическом решении математической модели процесса теплопереноса в исследуемом теле от действия линейного импульсного источника тепла для рабочего участка термограммы.

* Работа выполнена при научном консультировании профессора Ю.Л. Муромцева

Погрешность определения интересующей нас теплофизической величины будет складываться из систематической погрешности и случайной погрешности (оценку случайных погрешностей метода см. в части 1 статьи) [4].

Рассмотрим влияние основных систематических погрешностей на определение ТФХ исследуемых материалов по разработанному методу. К факторам, вызывающим систематические погрешности, относят: 1) нагреватель в действительности имеет конечные размеры; 2) нагреватель обладает теплоемкостью; 3) между нагревателем и образцом, а также между образцом и термодатчиками существуют термические сопротивления; 4) часть тепла, выделяющегося на нагревателе, идет на нагрев материала зонда. Предварительно отметим, что ранее [1] была показана эквивалентность многоимпульсного линейного источника тепла и линейного источника тепла постоянной мощности в той области термограммы (рабочий участок), которая используется для определения ТФХ исследуемых материалов. Поэтому далее будем считать, что у нас не многоимпульсный источник тепла, а эквивалентный ему источник тепла постоянной мощности. При этом выражение, описывающее температурное поле при больших τ , имеет вид [1]

$$T(r, \tau) = \frac{q_0}{2\pi\lambda} \left(\ln \left(\frac{4a\tau}{r^2} \right) - \gamma \right), \quad (1)$$

где q_0 – мощность, выделяющаяся на единице длины нагревателя; τ – время; r – координата; γ – число Эйлера; a – температуропроводность; λ – теплопроводность.

Для оценки влияния конечности размеров нагревателя на точность определения ТФХ будем рассматривать: во-первых, нагреватель в виде бесконечного цилиндра радиуса R , через поверхность которого в материал подается тепловой поток \bar{q}_0 (рис. 1); во-вторых, нагреватель в виде полосы шириной $2h$, через которую в материал подается тепловой поток \bar{q}_0 (рис. 2).

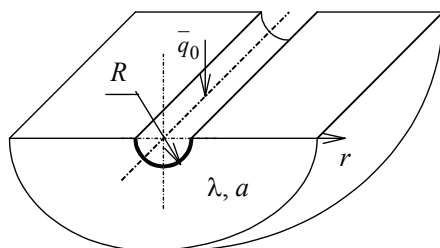


Рис. 1 Схема для нагревателя в виде цилиндра

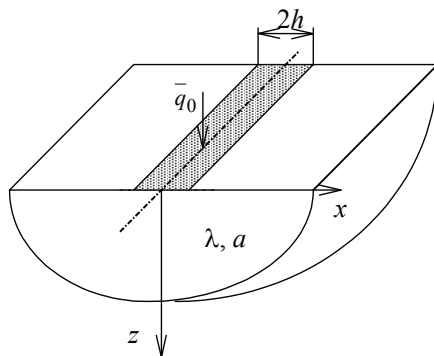


Рис. 2 Схема для нагревателя в виде полосы

Для нагревателя конечных размеров в виде цилиндра радиуса R , через поверхность которого в материал подается тепловой поток \bar{q}_0 (рис. 1), решение задачи в общем случае имеет вид [4]

$$T(r, \tau) = -\frac{2\bar{q}_0}{\pi\lambda} \int_0^\infty \left(1 - \exp[-au^2\tau]\right) \frac{J_0(ur)Y_1(uR) - Y_0(ur)J_1(uR)}{u^2 [J_0^2(uR) + Y_1^2(uR)]} du. \quad (2)$$

При больших τ это выражение упрощается, т.е. [4]

$$T(r, \tau) = \frac{\bar{q}_0 R}{2\lambda} \left(\ln\left(\frac{4a\tau}{r^2}\right) - \gamma \right) \quad (3)$$

или, если переписать (3) через мощность на единицу длины нагревателя ($q_0 = \bar{q}_0 \pi R$, см. рис. 1), получим выражение (1).

Рассмотрим нагреватель конечных размеров в виде полосы, через которую в материал подается тепловой поток \bar{q}_0 (рис. 2).

Температура T в точке с координатами $(x, 0)$ поверхности в момент времени τ будет определяться из выражения [5]

$$T(x, 0, \tau) = \frac{\bar{q}_0 h \text{Fo}^{1/2}}{\pi^{1/2} \lambda} \left\{ \operatorname{erf}\left[\frac{h+x}{2h\text{Fo}^{1/2}}\right] + \operatorname{erf}\left[\frac{h-x}{2h\text{Fo}^{1/2}}\right] - \frac{h+x}{2h(\pi\text{Fo})^{1/2}} \operatorname{Ei}\left[-\frac{(h+x)^2}{4h^2\text{Fo}}\right] - \frac{h-x}{2h(\pi\text{Fo})^{1/2}} \operatorname{Ei}\left[-\frac{(h-x)^2}{4h^2\text{Fo}}\right] \right\}, \quad (4)$$

где $\text{Fo} = \frac{a\tau}{h^2}$ – число Фурье; $2h$ – ширина полосы; x – координата.

Используя известные соотношения [6 – 8]

$$\operatorname{erf}[x] = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{n!(2n+1)}, \quad (5)$$

$$\operatorname{Ei}[-x] = \gamma + \ln(x) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{n \cdot n!}, \quad (6)$$

получим выражение для температуры поверхности $z=0$ в точке с координатой x для больших значений τ

$$T(x, 0, \tau) = \frac{\bar{q}_0 h}{\lambda \pi} \left\{ \ln(4a\tau) - \frac{h+x}{2h} \ln(h+x)^2 - \frac{h-x}{2h} \ln(h-x)^2 + 2 - \gamma \right\}. \quad (7)$$

Если переписать выражение (7) через мощность на единицу длины нагревателя ($q_0 = \bar{q}_0 2h$, рис. 2), получим

$$T(x, 0, \tau) = \frac{q_0}{2\pi\lambda} \left\{ \ln(4a\tau) - \frac{h+x}{2h} \ln(h+x)^2 - \frac{h-x}{2h} \ln(h-x)^2 + 2 - \gamma \right\}. \quad (7)$$

Проанализируем более подробно выражения (1) и (8).
Выражение (8) отличается от формулы (1). Заметим также, что

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{h+x}{2h} \ln(h+x)^2 + \frac{h-x}{2h} \ln(h-x)^2 \right\} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{h}{2h} \ln \left[(h+x)^2 (h-x)^2 \right] + \frac{x}{2h} \ln \left[\frac{(h+x)^2}{(h-x)^2} \right]^2 \right\} = \ln(x^2) - 2.$$

Поэтому при выполнении условия $x \gg h$ выражение (8) также принимает вид (1).

Выражение (1) можно представить в виде

$$T(r, \tau) = \frac{q_0}{2\pi\lambda} \left(\ln(4a\tau) - \ln(r^2) - \gamma \right). \quad (9)$$

Тогда выражения (8) и (9) можно записать в единой форме

$$T(r, \tau) = T(x, 0, \tau) = \frac{q_0}{2\pi\lambda} \left(\ln(4a\tau) - C(r \text{ (или } x)) \right), \quad (10)$$

где $C(r \text{ (или } x))$ – величина, не зависящая от времени и ТФХ исследуемого материала, а полностью определяющаяся конструктивными особенностями зонда (является, по сути дела, постоянной прибора). В разработанном методе постоянные прибора определяются исходя из градуировочных опытов на образцах с известными ТФХ, причем и градуировка, и собственно определение ТФХ исследуемого образца, определяются на участке термограммы, где реально выполняется температурно-временная зависимость вида (1).

В результате можем сделать вывод о том, что систематическая погрешность, связанная с конечностью размеров нагревателя, не будет сказываться на точности определения ТФХ. Причем, как уже отмечалось ранее, определение ТФХ на основе градуировочных опытов действительно позволяет частично учесть и систематическую составляющую погрешности измерений (см. (8) – (10)).

Так как в реальном эксперименте нагреватель обладает теплоемкостью, то часть тепла, выделяющаяся на нагревателе, пойдет на его разогрев. То есть, мощность, поступающая в образец, будет не q_0 , а $(q_0 - q'_0)$, где q'_0 – часть мощности, идущая на разогрев нагревателя. Примем, что нагреватель представляет собой бесконечный цилиндр радиуса R и является идеальным проводником. Тогда q'_0 будет определяться из выражения

$$q'_0 = C_n \frac{\partial T(R, \tau)}{\partial \tau}, \quad (11)$$

где C_n – теплоемкость единицы длины нагревателя.

В первом приближении $T(R, \tau)$ можно найти из выражения (1) при $r = R$. Тогда изменение температуры в точке с координатой r описывается выражением

$$T(r, \tau) = \frac{q_0 - q'_0}{2\pi\lambda} \left(\ln \left[\frac{4a\tau}{r^2} \right] - \gamma \right) = \frac{q_0 - C_n \frac{q_0}{2\pi\lambda\tau}}{2\pi\lambda} \left(\ln \left[\frac{4a\tau}{r^2} \right] - \gamma \right) \quad (12)$$

или

$$T(r, \tau) = \frac{q_0}{2\pi\lambda} \left(\ln \left[\frac{4a\tau}{r^2} \right] - \gamma \right) - \frac{C_n q_0}{4\pi^2 \lambda^2} \left(\frac{\ln[\tau]}{\tau} + \frac{\ln \left[\frac{4a}{r^2} \right] - \gamma}{\tau} \right). \quad (13)$$

Из формулы (13) видно, что влияние теплоемкости нагревателя с течением времени будет уменьшаться (т.к. $\lim_{\tau \rightarrow \infty} \left(\frac{\ln[\tau]}{\tau} \right) \rightarrow 0$ и $\lim_{\tau \rightarrow \infty} \left(\frac{\ln \left[\frac{4a}{r^2} \right] - \gamma}{\tau} \right) \rightarrow 0$).

Причем условие, когда теплоемкостью нагревателя можем пренебречь (см. (12)), имеет вид

$$\frac{C_n}{2\pi\lambda\tau} \ll 1. \quad (14)$$

Выражения (12) и (13) показывают, что там, где теплоемкость нагревателя существенно влияет на ход развития теплового процесса, вид зависимости температуры в точке измерения от времени (термограммы) будет отличаться от вида выражений (1), (10). В методе учитываются только те точки термограммы, где реально выполняются эти функциональные зависимости температуры от времени ($T(\tau) = a \ln[\tau] + b$). Отсюда можем сделать вывод, что теплоемкость нагревателя в расчетной области термограммы не влияет на точность определения ТФХ. Аналогично, это можно показать для нагревателя в виде полосы, а также для теплоприемников.

Выводы. Конечность размеров нагревателя не влияет на точность определения ТФХ в случае, если постоянные прибора определяются на основе градуировочных экспериментов. Теплоемкость нагревателя в расчетной области термограммы также не влияет на точность определения ТФХ.

Учет оттоков тепла в материал зонда и влияние термических сопротивлений на систематические погрешности метода будут изложены в третьей части статьи, которую планируется опубликовать также в журнале «Вестник ТГТУ».

Список литературы

1. Жуков Н.П., Муромцев Ю.Л., Майникова Н.Ф. и др. Моделирование процесса теплопереноса от импульсного линейного источника тепла при теплофизических измерениях // Вестник ТГТУ. – 2002. – Т. 8, № 2. – С. 182 – 189.
2. Жуков Н.П., Муромцев Ю.Л., Майникова Н.Ф. и др. Патент РФ № 2161301 RU, кл. G01 № 25/18. Способ неразрушающего определения теплофизических свойств материалов. Б.И. № 36, 2000 г.
3. Рогов И.В. Разработка теплофизических методов и средств для неразрушающего контроля физико-механических свойств композиционных материалов. – Дисс. ... канд. техн. наук. – Тамбов, 1999. – 169 с.
4. Жуков Н.П., Майникова Н.Ф., Рогов И.В. и др. Анализ погрешностей измерения теплофизических характеристик материалов при импульсном тепловом воздействии от линейного источника. Часть 1. Оценка случайных погрешностей // Вестник ТГТУ. – 2002. – Т. 8, № 4. – С. 565 – 568.

5. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. – М.: Наука, 1964. – 487 с.
6. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высш. шк., 1967. – 599 с.
7. Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. Т. 1. – М.: Наука, 1969. – 344 с.
8. Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. Т. 2. – М.: Наука, 1970. – 328 с.
-

Analysis of Measurement Errors of Materials Thermophysical Characteristics under Impulse Heat Influence from Linear Source Part 2. Evaluation of Systematic Errors

N.P. Zhukov¹, N.F. Mainikova², I.V. Rogov¹

*Departments: "Hydraulics and Heat Engineering" (1),
"Theory of Machine Mechanisms and Machine Parts" (2), TSTU*

Key words and phrases: impulse heat influence; linear heat source; mathematical modeling; metrological analysis; measurement error; materials thermal physical characteristics; heat conduction; thermal diffusivity.

Abstract: Results of evaluation of systematic components of measurement errors of materials thermal physical characteristics under impulse heat influence from linear source are given. The influence of final measures of heater and its heat capacity on the measurement error of materials thermal physical characteristics is considered.

Fehleranalyse der Messung von wärmephysikalischen Charakteristiken der Stoffe bei der impuls-thermischen Einwirkung von der linearen Quelle

Zusammenfassung: Es werden die Ergebnisse der Einschätzung der systematischen bildenden Fehler der Messung der wärmephysikalischen Charakteristiken der Stoffe bei der impuls-thermischen Einwirkung von der linearen Quelle angeführt. Es ist der Einfluß der Größenbegrenzung des Erhitzers und seiner Wärmekapazität auf den Fehler der Messung der wärmephysikalischen Charakteristiken der Stoffe untersucht.

Analyse des erreurs de la mesure des caractéristiques thermophysiques des matériaux au cours de l'action thermique à impulsions à partir de la source linéaire

Résumé: On cite les résultats de l'évaluation des composants systématiques des erreurs de la mesure des caractéristiques thermophysiques des matériaux au cours de l'action thermique à impulsions à partir de la source linéaire. On examine l'influence de la finalité des dimensions de l'échauffeur et de sa capacité thermique sur l'erreur de la mesure des caractéristiques thermophysiques des matériaux.
