

**ЭКВИВАЛЕНТНАЯ ЖЕСТКОСТЬ СИСТЕМЫ
«НЕЛИНЕЙНАЯ УПРУГАЯ ОПОРА С ЗАЗОРОМ –
ВАЛ РОТОРНОЙ МАШИНЫ»**

В. И. Галаев

Кафедра «Теоретическая механика», ТГТУ

Представлена членом редколлегии профессором Ю.В. Воробьевым

Ключевые слова и фразы: вал; опора; радиальные зазоры; роторные машины; упругая характеристика; эквивалентная жесткость; цапфа вала.

Аннотация: Получена расчетная зависимость для определения жесткости нелинейной системы, позволяющая оценить влияние зазоров в опорах на величины критических скоростей вращающихся валов.

В процессе эксплуатации роторных машин увеличиваются радиальные зазоры в подшипниках качения, что приводит к снижению расчетных величин критических чисел оборотов валов [1, 2]. Радиальные зазоры в значительной степени снижают качество технологических операций обработки материалов на роторных машинах. Например, при обработке кожевенного полуфабриката на строгальных машинах зазоры являются одной из основных причин, определяющих образование такого дефекта, как волнистость обрабатываемой поверхности полуфабриката [3].

При наличии радиальных зазоров в зависимости от величины дисбаланса вала возможны три режима работы подшипников: режим одностороннего износа подшипников, режим периодических отрывов цапфы вала от подшипника и ударов ее о подшипник и режим одностороннего износа цапф вала [4].

Следует отметить, что при втором режиме работы подшипники разрушаются раньше, чем изнашиваются вследствие значительных сил давления в кинематических парах роторной машины, возникающих при ударе; при третьем режиме силы давления, как и при втором режиме, намного больше статических давлений на подшипник.

Критерий надежной работы роторной машины – это, в первую очередь, такая скорость вращения вала, при которой имеет место первый режим работы подшипника, когда цапфа вала совершает колебательное движение относительно подшипника, находясь с ним в контактном взаимодействии. Указанное условие выполняется для роторных кожевенных машин, т.к. угловые скорости валов относительно незначительны, а сами валы массивны.

Учет радиальных зазоров в подшипниках существенно усложняет задачу исследования колебаний валов [5]. Амплитуда колебаний вала в этом случае больше амплитуды колебаний корпуса упругой опоры, т.к. абсолютное перемещение цапфы складывается из перемещения корпуса опоры и перемещения цапфы относительно опоры за счет зазоров. При этом в зависимости от дисбаланса вала и величин зазоров относительные колебания цапф (следовательно, и валов) могут быть сравнимы с общим уровнем их виброн нагруженности, а иногда и определять его.

Для определения динамических характеристик валов роторных машин требуется предварительная линеаризация характеристики системы «упругая опора – вал роторной машины», заключающаяся в определении эквивалентной линейной жесткости указанной системы как функции амплитуды абсолютных колебаний цапфы вала. Выполняемая линеаризация есть осреднение за период колебаний нелинейной характеристики из условия минимизации ее с соответствующей линейной характеристикой, дающей при данной амплитуде ту же частоту колебаний.

Расчетная схема системы «опора с зазором – вал роторной машины» показана на рис. Обозначим m_1 - масса вала; δ - величина радиального зазора в опоре вала; y_1 - относительное перемещение цапфы вала; y_2 - деформация опоры вала; $y_{ст}$ - абсолютное статическое смещение цапфы вала, соответствующее ее положению в подшипнике, которое определяется углом $\alpha_{ст}$.

Действие технологической нагрузки на вал роторной машины приводит к тому, что в положении равновесия цапфа вала составляет некоторый угол $\alpha_{ст}$ с вертикалью (рис.1), величина которого определяется из соответствующих уравнений равновесия.

Упругая характеристика в горизонтальном направлении, создаваемая силой тяжести вала, в случае наличия зазора в подшипнике имеет вид:

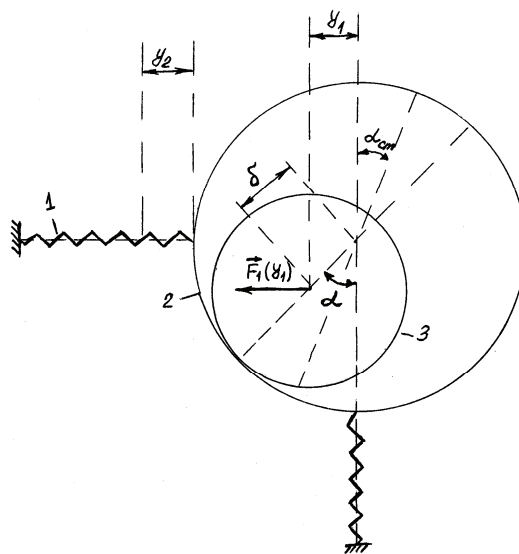


Рис. 1 Расчетная схема:

1 – упругий элемент опоры вала;
2 – опора вала; 3 - цапфа вала

$$F_1(y_1) = mgy_1 / \sqrt{\delta^2 - y_1^2} = mgtg\alpha, \quad (1)$$

где $F_1(y_1)$ величина силы, действующей в горизонтальном направлении на цапфу вала, необходимой для равновесия вала в положении, когда цапфа составляет угол α с вертикалью, $m = m_1/2$.

Упругая характеристика опоры вала предполагается нелинейно-жесткой:

$$F_2(y_2) = c^{2n-1} y_2^{2n-1}, \quad (2)$$

где $n = 1, 2, \dots$.

Величина абсолютного перемещения цапфы вала в горизонтальном направлении, которое отсчитывается от ее положения при $\alpha = 0$ равно $y = y_1 + y_2$. Система «опора с зазором – вал» есть два последовательно соединенных элемента, поэтому

$$F(y) = mgy_1 / \sqrt{\delta^2 - y_1^2} = c^{2n-1} y_2^{2n-1}. \quad (3)$$

В соответствии с равенством (3) получаем

$$y = \delta \cdot F(y) / \sqrt{m^2 g^2 + F(y)^2} + {}^{2n-1}\sqrt{F(y)} / c. \quad (4)$$

Соотношение (4) определяет упругую характеристику исследуемой системы в неявном виде. Определим упругую характеристику $F(y)$ приближенно, приняв:

$$F_3(y) = a_1 y + a_2 y^3. \quad (5)$$

Нечетность функции $F(y)$ следует из равенства (3).

Коэффициенты a_1, a_2 определим таким образом, чтобы координаты точки $(y_{ст}, F_{ст})$, где $F_{ст}$ - значение упругой характеристики при $y = y_{ст}$, удовлетворяли равенству (5), и производные функций $F(y)$ и $F_3(y)$ были равны при $y = y_{ст}$.

Дифференцируя равенство (4) по y , получим

$$\frac{dF(y)}{dy} = \frac{(2n-1)mgc \operatorname{tg} \alpha_{\text{CT}}}{(2n-1)c\delta \cos^T \alpha_{\text{CT}} \sin \alpha_{\text{CT}} + 2^{n-1} \sqrt{mg \operatorname{tg} \alpha_{\text{CT}}}} \text{ при } y = y_{\text{CT}}.$$

При этом учтено, что $y_{\text{CT}} = \delta \sin \alpha_{\text{CT}} + \sqrt[2^{n-1}]{mg \operatorname{tg} \alpha_{\text{CT}}}$, $F_{\text{CT}} = mg \operatorname{tg} \alpha_{\text{CT}}$.

Коэффициенты a_1 , a_2 равны:

$$a_1 = \frac{mgc \left[(Tn-1)\delta c \sin^T \alpha_{\text{CT}} \cos \alpha_{\text{CT}} - (n-T) \operatorname{tg} \alpha_{\text{CT}} \sqrt[2^{n-1}]{mg \operatorname{tg} \alpha_{\text{CT}}} \right]}{\left(c\delta \sin \alpha_{\text{CT}} + \sqrt[2^{n-1}]{mg \operatorname{tg} \alpha_{\text{CT}}} \right)^3 \left[(Tn-1)c\delta \cos^T \alpha_{\text{CT}} \sin \alpha_{\text{CT}} + \sqrt[2^{n-1}]{mg \operatorname{tg} \alpha_{\text{CT}}} \right]},$$

$$a_T = \frac{mgc^3 \operatorname{tg} \alpha_{\text{CT}} \left[(Tn-1) - \delta \sin^3 \alpha_{\text{CT}} + T(n-T) \sqrt[2^{n-1}]{mg \operatorname{tg} \alpha_{\text{CT}}} \right]}{T \left(c\delta \sin \alpha_{\text{CT}} + \sqrt[2^{n-1}]{mg \operatorname{tg} \alpha_{\text{CT}}} \right)^3 \left[(Tn-1)c\delta \cos^T \alpha_{\text{CT}} \sin \alpha_{\text{CT}} + \sqrt[2^{n-1}]{mg \operatorname{tg} \alpha_{\text{CT}}} \right]}.$$

Эквивалентную линейную жесткость $c_{\text{ЭКВ}}$ упругой характеристики $F_3(y)$ определяем по методу Ритца:

$$c_{\text{ЭКВ}} = \frac{1}{\pi A} \int_0^{T\pi} F_3(y) \sin x dx, \quad (6)$$

где A - амплитуда колебаний; $x = \omega t$; ω - частота колебаний; $y = y_{\text{CT}} + A \sin x$.

Выполняя интегрирование в (6), получаем:

$$c_{\text{ЭКВ}} = a_1 + 3a_T y_{\text{CT}}^T + \frac{3}{4} a_T A^T.$$

С учетом найденных коэффициентов a_1 и a_2 эквивалентная жесткость $c_{\text{ЭКВ}}$ определяется в соответствии с формулой:

$$c_{\text{ЭКВ}} = \frac{(Tn-1)mgc \operatorname{tg} \alpha_{\text{CT}}}{(Tn-1)c\delta \cos^T \alpha_{\text{CT}} \sin \alpha_{\text{CT}} + \sqrt[2^{n-1}]{mg \operatorname{tg} \alpha_{\text{CT}}}} + \frac{3}{4} a_T A^T. \quad (7)$$

Таким образом, при определении динамических характеристик вала, вращающегося в нелинейно-упругих опорах с зазорами, можно считать опоры линейными, жесткости которых равны полученной выше эквивалентной жесткости.

Рассмотрим некоторые частные случаи применения формулы (7).

1) Радиальный зазор в опорах $\delta = 0$, упругая опора линейная ($n = 1$).

В этом случае, как и следовало ожидать, $c_{\text{ЭКВ}} = c$.

2) Упругая опора линейная ($n = 1$), статический угол отклонения $\alpha_{\text{CT}} \rightarrow 0$ (соответствует холостому режиму работы вала).

$$c_{\text{ЭКВ}} = \frac{mgc}{mg + c\delta} + \frac{3mgc^4\delta}{8(mg + c\delta)^4} A^T.$$

3) Статический угол отклонения $\alpha_{\text{CT}} \rightarrow \pi/2$, упругая опора линейная ($n = 1$).

Условие $\alpha_{\text{CT}} \rightarrow \pi/2$ означает, что зазор в опоре практически выбран за счет действия технологической нагрузки на вал. В соответствии с (7) получаем, что $c_{\text{ЭКВ}} \rightarrow c$, то есть в этом случае при исследованиях колебаний вала можно не учитывать радиальные зазоры в опорах.

4) Упругая опора нелинейная ($n = 2$), радиальный зазор $\delta \rightarrow 0$, холостой режим работы вала ($\alpha_{\text{CT}} \rightarrow 0$).

Тогда $c_{\text{ЭКВ}} = 0,75c^3 A^2$, что согласуется с эквивалентной жесткостью $c'_{\text{ЭКВ}} = 0,72c^3 A^2$ нелинейной опоры без зазора, рассчитанной по точному методу [6].

5) Опора вала абсолютно жесткая, то есть $c \rightarrow \infty$; холостой режим работы вала ($\alpha_{ст} \rightarrow 0$). Эквивалентная жесткость равна

$$c_{э\text{кв}} = mg/\delta + 3mgA^T/8\delta^3,$$

что незначительно отличается от жесткости $c'_{э\text{кв}} = \frac{mg}{\delta} + \frac{5mg}{14\delta^3} A^T$, определенной для этого случая одним из приближенных методов теории колебаний в работе [6].

Реализация результатов исследований, проводимых на стадии проектирования роторных машин, определяет рациональность их конструкций. Основным рабочим органом машин является ротор, вращающийся в упругих опорах, поэтому решение задач динамики этой системы несомненно будет способствовать улучшению эксплуатационных характеристик роторных машин.

Список литературы

1. Кельзон А.С., Журавлев Ю.Н., Январев Н.В. Расчет и конструирование роторных машин. – Л.: Машиностроение, 1977. – 288 с.
2. Кельзон А.С., Циманский Ю.П., Яковлев В.И. Динамика роторов в упругих опорах. – М.: Наука, 1982. – 280 с.
3. Галаев В.И., Карамышкин В.В., Бурмистров А.Г. Факторы, определяющие качество обработки кожи при строгании. – Кожев.-обув. пром-сть. – 1985. – № 9. – С.18–20.
4. Шитиков Б.В. Динамическая балансировка роторов. – М.: Трансжелдориздат, 1951. – 123 с.
5. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т./Под ред. Ф.М. Димент-берга, К.С. Колесникова. – М.: Машиностроение, 1980. – Т.3. – 544 с.
6. Григорьев Н.В. Нелинейные колебания элементов и сооружений. М. – Л.: Машгиз, 1961. – 256 с.

Equivalent Rigidity of the System “Non-linear Elastic Support with Clearance – Shaft of Rotor Machine”

V.I. Galaev

Department “Theoretical Mechanics”, TSTU

Key words and phrases: shaft; radial clearance; rotor machines; elastic characteristics; equivalent liquid; journal of shaft.

Abstract: Calculation dependence for determining rigidity of non-linear system, which allows to evaluate the clearance in supports on quantities of critical velocities of rotating shafts is obtained.

Äquivalente Starrheit des Systems “Unlineare federnde Stütze mit dem Zwischenraum – die Welle der Rotormaschine”

Zusammenfassung: Es ist die Meßabhängigkeit für die Bestimmung der Starrheit des unlinearen Systems erhalten. Sie erlaubt es, den Einfluß der Zwischenräume in den Stützen auf die Größe der kritischen Geschwindigkeiten der drehenden Wellen einzuschätzen.

**Rigidité équivalent du système “appui élastique non-linéaire à jeu –
arbre de la machine rotor”**

Résumé: On a reçu la dépendance de calcul pour la définition de la rigidité du système non-linéaire qui permet d’apprécier l’influence des jeux dans les appuis sur les grandeurs des vitesses critiques des arbres tournantes.
