

## ПОДОБИЕ ПРОЦЕССОВ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В МОДУЛЯТОРЕ РОТОРНОГО АППАРАТА

**В.М. Червяков, Ю.В. Воробьев**

*Кафедра «Теория механизмов, машин и детали машин», ТГТУ*

**Ключевые слова и фразы:** критерии подобия; теория размерностей.

**Аннотация:** Получены критерии и симплексы подобия, характеризующие процесс нестационарного течения жидкости в модуляторе роторного аппарата.

### Обозначения

$a$ – ширина канала ротора по наружному диаметру, м; $l$ – длина канала ротора, м; $L^0$ – единица длины; $M^0$ – единица массы; $R_2$ – наружный радиус ротора, м; $T$ – масштаб времени, с; $T^0$ – единица времени;	$V$ – масштаб радиальной составляющей скорости, м/с; $x_v, y_v, z_v$ – показатели степени в уравнении (10); $\Delta P$ – перепад давления по длине канала ротора, Па; $\rho$ – плотность среды, кг/м <sup>3</sup> ; $\omega$ – угловая скорость ротора, с <sup>-1</sup> .
--	---

Критерии и симплексы, характеризующие подобие гидромеханических процессов, легко выделяются из безразмерных дифференциальных уравнений или получаются из теории размерностей [1].

В работе [2] рассмотрено нестационарное течение несжимаемой жидкости в модуляторе роторного аппарата. Из безразмерного дифференциального уравнения получены следующие критерии и симплексы подобия:

$$\text{Sh} = \frac{l}{VT} \text{ – критерий Струхала,} \quad (1)$$

$$\text{Eu} = \frac{\Delta P}{\rho V^2} \text{ – критерий Эйлера,} \quad (2)$$

$$K_K = \frac{\omega R_2}{V} \text{ – коэффициент, учитывающий влияние кориолисовых сил на течение жидкости во вращающемся канале,} \quad (3)$$

$$\chi = \frac{l}{R_2} \text{ – относительная длина канала ротора, геометрический симплекс.} \quad (4)$$

Для приведения критериев к виду, удобному для описания процесса нестационарного течения жидкости в модуляторе, за масштаб скорости истечения примем скорость истечения идеальной жидкости из патрубка [3]

$$V = \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}. \quad (5)$$

За масштаб времени выбираем период времени до полного открытия канала статора

$$T = \frac{a}{\omega R_2}. \quad (6)$$

Подставив выражение (5) в (2), получим значение критерия Эйлера

$$Eu = 0,5. \quad (7)$$

Подставим (6) в выражение (1) и, используя (3), получим

$$Sh = \frac{l\omega R_2}{aV} = K_K \cdot \left(\frac{l}{a}\right). \quad (8)$$

Таким образом, из критерия Струхалия в данном конкретном случае следует еще один симплекс геометрического подобия  $\frac{l}{a}$ .

Анализируя работы [4, 5, 6, 10], можно сделать вывод, что, в случае одномерной задачи течения жидкости, симплекс  $\frac{l}{a}$  характеризует инертность массы жидкости в канале ротора. Подробнее этот вывод обоснован в работах [4, 10].

В работе [7] в результате приведения к безразмерному виду дифференциального уравнения движения, полученного на основании нестационарного уравнения

Бернулли, выделен комплекс  $\left(\frac{a}{2l}\right)^2$ , названный ротационным коэффициентом,

который, по мнению автора, характеризует влияние центробежных сил. Если в работе [7] принять предлагаемый масштаб скорости (5), то получим симплекс, аналогичный нашему. Такие же результаты можно получить, используя работу [8].

Таким образом, при решении задач нестационарного течения несжимаемой жидкости можно выделить следующие физически обоснованные критерии подобия:

- коэффициент Кориолиса  $K_K$  – характеризует соотношение центробежных и кориолисовых сил;

- геометрический симплекс  $\frac{l}{a}$  – (9)

характеризует инертность жидкости в канале ротора;

- геометрический симплекс  $\chi$  – отражает влияние длины канала ротора.

При принятом масштабе скорости критерий Эйлера равен 0,5.

Следует отметить, что в работе [3] критерий Эйлера равен единице, что вызвано только видом критерия, несколько отличного от (2).

Введение в качестве симплекса  $\frac{l}{a}$  не увеличивает общего количества критериев (четыре), а позволяет при анализе решения, полученного в работе [2], рассмотреть отдельно влияние режима течения несжимаемой жидкости в модуляторе, определяемого коэффициентом Кориолиса, и основных геометрических параметров модулятора – длины и ширины канала ротора, на скорость потока.

Для подтверждения полученных результатов проведем анализ критериев, характеризующих нестационарное течение несжимаемой жидкости в модуляторе роторного аппарата, используя теорию размерностей [1].

Параметрами, определяющими исследуемый процесс, протекающий в поле центробежных сил, являются: линейные размеры  $l$ ,  $R_2$  и  $a$ ; характерные скорости  $V$  и  $\omega$ ; перепад давления  $\Delta P$ . Коэффициент кинематической вязкости не учитываем, т.к. из-за малой длины канала силами вязкого трения можно пренебречь. Параметры  $R_2$ ,  $\omega$  и  $\rho$  имеют размерности [м], [с], [кг]. Согласно  $\pi$  – теореме мы должны получить четыре безразмерных комплекса.

Приведем пример решения при получении комплекса  $\pi_V$  :

$$\pi_V = \frac{V}{R_2^{x_V} \omega^{y_V} \rho^{z_V}} . \quad (10)$$

Запишем размерность  $\pi_V$  в виде

$$[\pi_V] = L^0 T^0 M^0 . \quad (11)$$

Сравним (11) с размерностью правой части (10)

$$L^0 T^0 M^0 = \left(\frac{L}{T}\right) L^{-x_V} \left(\frac{1}{T}\right)^{-y_V} \left(\frac{M}{L^3}\right)^{-z_V} . \quad (12)$$

Приравняем показатели степеней при одноименных величинах в левой и правой частях. Из этого находим  $x_V = 1$  ;  $y_V = 1$  ;  $z_V = 0$  . Следовательно,

$$\pi_V = \frac{V}{\omega R_2} .$$

Сравнивая с выражением (3), получаем

$$\pi_V = (K_K)^{-1} . \quad (13)$$

Проведя аналогичные действия, получим другие безразмерные комбинации:

$$\pi_l = \frac{l}{R_2} = \chi ; \quad (14)$$

$$\pi_a = \frac{a}{R_2} ; \quad (15)$$

$$\pi_{\Delta P} = \frac{\Delta P}{\omega^2 R_2^2 \rho} . \quad (16)$$

Рассматривая выражение (15), можно сделать следующий вывод: т.к. изменяемой частью  $R_2$  является  $l$ , то физически обоснованным будет использование только переменной длины  $l$ . Следовательно, (15) можно записать в виде

$$\pi_a = \frac{a}{l} = \left(\frac{l}{a}\right)^{-1} . \quad (17)$$

Выражение (16) называется модифицированным критерием Эйлера, так как вместо скорости  $V$  (5) в него входит выражение  $V = \omega R_2$ . Этот критерий является определяющим для течения жидкости не в каналах модулятора, а в зазоре между ротором и статором. Кроме того, как следует из (7), для течения несжимаемой жидкости в нашем случае критерий Эйлера вырождается, принимая значение 0,5.

Следует отметить, что критерий  $K_K$  в виде (3) получен аналогичным способом для течения жидкости между вращающимися дисками [9] и в радиальных вращающихся трубах [10].

Таким образом, можно считать, что критерий  $K_K$  является одним из определяющих при течении жидкости в поле центробежных сил, где необходимо учиты-

вать кориолисову силу. Можно использовать критерий Струхалю, пользуясь выражением (8), что равноценно, а выбор применяемого для анализа критерия определяется конкретным случаем обработки экспериментальных данных.

#### *Список литературы*

1. Емцев Б.Т. Техническая гидромеханика. – 2-е изд. – М.: Машиностроение, 1987. – 440 с.
2. Червяков В.М., Галаев В.И., Коптев А.А. Нестационарное течение жидкости во вращающихся каналах роторного аппарата // Вестник ТГТУ. – 2000. – Т.6, № 4. – С. 611 – 616.
3. Юдаев В.Ф. Гидромеханические процессы в роторном аппарате с модуляцией проходного сечения потока обрабатываемой среды // ТОХТ. – 1994. – Т. 28, № 6. – С. 561 – 590.
4. Гликман Б.Ф. Нестационарные течения в пневмогидравлических цепях. – М.: Машиностроение, 1979. – 256 с.
5. Нарик В.Х. Кавитация в отверстиях и ее влияние на смешение распыляемых струй // Теоретические основы инженерных расчетов. – 1976. – Т.98, № 4. – С. 195 – 203.
6. Функ Ж.Е., Вуд Д.Ж., Чжао С.П. Неустановившиеся процессы в отверстиях и очень коротких трубках // Теоретические основы инженерных расчетов. – 1972. – Т. 94, № 2. – С. 245 – 253.
7. Зимин А.И. О бифуркационных явлениях в нестационарных гидромеханических процессах // ТОХТ. – 1997. – Т. 31, № 3. – С. 238 – 242.
8. Карепанов С.К. Математическая модель течения рабочей жидкости в каналах ротора и статора гидромеханического диспергатора // Применение роторных гидромеханических диспергаторов в горнодобывающей промышленности: теория и практика: Сборник докладов. Международный научно-практический семинар. Минск, 1998. – С. 57 – 67.
9. Коновер Р.А. Ламинарное течение между вращающимся диском и параллельной неподвижной стенкой при наличии расхода в направлении от периферии к центру и без него // Теоретические основы инженерных расчетов. – 1968. – Т.90, № 4. – С. 8 – 16.
10. Щукин В.К. Теплообмен и гидродинамика внутренних потоков в полях массовых сил. – 2-е изд. – М.: Машиностроение, 1980. – 240 с.

---

### **Similarity of Processes of Non-steady-state Liquid Flow in Modulator of Rotor Apparatus**

**V.M. Chervyakov, Yu.V. Vorobyov**

*Department "Theory of Machines, Mechanisms and Machine Parts", TSTU*

**Key words and phrases:** similarity criteria; theory of dimensions.

**Abstract:** Criteria and simplexes of similarity characterizing the process of non-stationary liquid flow in the modulator of rotor apparatus are obtained.

## **Ähnlichkeit von den Prozessen des unstationären Flüssigkeitslaufes im Modulator des Rotorapparats**

**Zusammenfassung:** Es sind die den Prozeß des unstationären Flüssigkeitslaufes im Modulator des Rotorapparats charakterisierende Kriterien und Simplexe der Ähnlichkeit erhalten.

---

## **Simulation des processus de l'écoulement non-stationnaire du liquide dans un modulateur de l'appareil rotor**

**Résumé:** On a reçu les critères de la similitude qui caractérisent le processus de l'écoulement non-stationnaire du liquide dans un modulateur de l'appareil rotor.

---