

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ РАССЕЯНИЯ С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКОГО МУАРА

В.Ф. Калинин, В.М. Иванов, А.В. Баранов, Е.А. Печагин

Кафедра "Электрооборудование и автоматизация", ТГТУ

Ключевые слова и фразы: магнитное поле; напряженность магнитного поля; электронно-оптический муар.

Аннотация: Применение метода муаровых картин, полученных средствами электронной микроскопии, позволяет установить связь между величиной магнитного поля рассеяния и особенностью объекта, создающего это поле.

Представленное математическое моделирование магнитных полей рассеяния успешно коррелирует с полученными экспериментальными результатами по обработке муаровых картин, позволяет проектировать реальные поля и анализировать действующие на объектах, что очень важно при производстве и наладке различных устройств в радиоэлектронике.

При конструировании радиоэлектронных средств одной из важнейших задач является взаимное расположение и компоновка частей схемы с учетом топологии электрических и магнитных полей. В частности, для осуществления многодорожечной записи используются блоки магнитных головок. Расчет и моделирование поля рассеяния магнитной головки связан со значительными трудностями учета геометрических и физических особенностей, вызванных физико-химической предисторией комплектующих частей.

Использование муаровых картин, полученных от различных полей рассеяния средствами электронной микроскопии, доказывает их соответствие существующим теоретическим распределениям [1]. Так как при серийном выпуске магнитных головок возникает необходимость проведения оценки создаваемого изделием рабочего поля, зависящего от дефектов и неточностей при изготовлении, важным является задача создания адекватной полученным муаровым картинам математической модели.

Опыты по получению муаровых картин магнитных полей рассеяния блока магнитных головок проводились на электронографе ЭГ-100А. Расположение объекта исследования показано на рис. 1. Поток электронов проходит через сетку с прямоугольными ячейками и скользит по поверхности головки, в зазоре которой возбуждается магнитное поле. Наложение искаженного и эталонного изображения сетки дает муаровый узор [2], являющийся картиной силового распределения исследуемого поля. Контроль всех головок блока осуществляется при его расположении в колонне электронографа по схеме рис. 1.

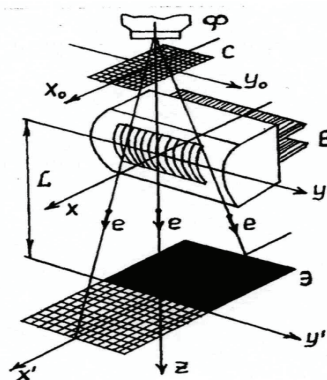


Рис. 1 Схема эксперимента:
Ф – фокус; С – сетка;
В – исследуемый объект;
Э – экран электронографа

На рис. 2 представлены электронно-оптические муаровые картины годного и бракованного изделий в зоне рабочего зазора. Анализ этих изображений подтверждает наличие неоднородности поля, выразившееся в наблюдаемых на плоскости смещениях по всем направлениям. Кроме того, в различных областях картины замечено преобладание смещений электронного пучка по одной или другой из осей. Для того, чтобы задать значения напряженности магнитного поля, соответствующие смещениям по всему полю картины, используется теоретическое его распределение для соленоида [3].

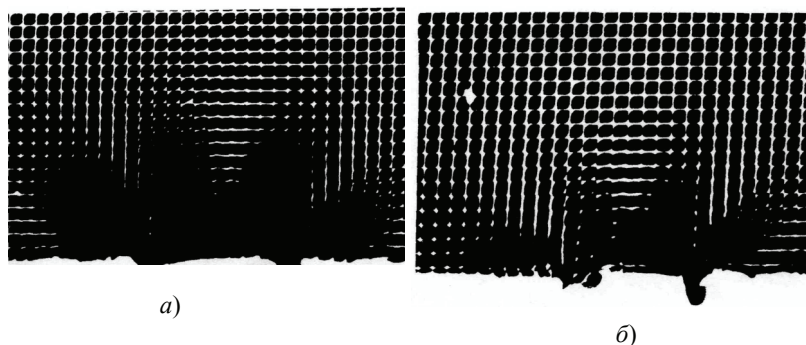


Рис. 2 Электронно-оптические картины магнитного поля рассеяния головки при $U = 5$ В; $f = 60$ Гц:
a – годная; *b* – бракованная ($\times 500$)

$$H_{xm}(x; y) = \frac{H_0}{\pi} \cdot \left[\frac{1}{\left[\left(1 + \frac{y}{h'_s} \right)^2 + \left(\frac{x}{h'_s} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \right] \cdot \left\{ K(\varphi) + \frac{1 - \left(\frac{y}{h'_s} \right)^2 - \left(\frac{x}{h'_s} \right)^2}{\left[1 - \left(\frac{y}{h'_s} \right)^2 \right]^2 + \left(\frac{x}{h'_s} \right)^2} \cdot E(\varphi) \right\}, \quad (1)$$

$$H_{ym}(x; y) = \frac{H_0}{\pi} \cdot \left(\frac{x}{y} \right) \cdot \left[\frac{1}{\left[\left(1 + \frac{y}{h'_s} \right)^2 + \left(\frac{x}{h'_s} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \right] \cdot \left\{ -K(\varphi) + \frac{1 + \left(\frac{y}{h'_s} \right)^2 + \left(\frac{x}{h'_s} \right)^2}{\left[1 - \left(\frac{y}{h'_s} \right)^2 \right]^2 + \left(\frac{x}{h'_s} \right)^2} \cdot E(\varphi) \right\}, \quad (2)$$

где h'_s – половина ширины дорожки магнитной головки; $K(\varphi)$, $E(\varphi)$ – полные эллиптические интегралы первого и второго рода.

Действительно, если наложить соответствующие поперечные H_y и H_x составляющие напряженности магнитного поля, получим распределение, аппроксимирующее существующую муаровую картину (рис. 3). Поле смещений, полученных от H_y , будет иметь вертикальную штриховку, а от H_x – горизонтальную. В местах их наложения наблюдается ярко выраженный лепесткообразный муаровый узор (рис. 3). При этом необходимо отметить, что наибольшую информацию о качестве создаваемого поля рабочего зазора несут средние лепестки муарового изображения, а крайние в большей степени характеризуют величину неоднородности поля рассеяния.

Муаровая картина является результатом воздействия на пучок электронов объемного распределения напряженности магнитного поля рассеяния головки вокруг рабочего зазора. Для установления величины отклонения электронов в плоскости XOY необходимо проанализировать уравнение движения электронов вдоль оси Z . Отклонение пучка электронов, видимое на экране электронографа, можно рассчитать по формуле

$$y^\nabla = \frac{e}{m} \cdot \mu_0 \cdot \frac{L}{v_0} \int H_x \cdot (Z) \cdot dz. \quad (3)$$

При вычислении интеграла необходимо задать такое распределение магнитного поля вдоль оси Z , которое бы достаточно точно аппроксимировало интегрирование. Обычно в таких случаях используют функцию, описывающую колоколообразное распределение [5].

$$H_x(Z) = \frac{H_{xm}}{1 + \left(\frac{Z}{d}\right)^2}. \quad (4)$$

Проинтегрировав уравнение (3) с учетом предложенного распределения (4), а также условий и геометрии съемки, получим расчетное соотношение

$$y^\nabla = 13,7 \cdot 10^{-9} \cdot H_{xm}. \quad (5)$$

Подставляя в данное уравнение распределения (1), находим зависимость отклонений пучка электронов от составляющей напряженности H_{xm} по всему полю муаровой картины

$$y^\nabla = 13,7 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{H_0}{\pi} \cdot \frac{1}{\left[\left(1 + \frac{y}{h'_s}\right)^2 + \left(\frac{x}{h'_s}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \cdot \left\{ K(\varphi) + \frac{1 - \left(\frac{y}{h'_s}\right)^2 - \left(\frac{x}{h'_s}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{y}{h'_s}\right)^2 \right]^2 + \left(\frac{x}{h'_s}\right)^2} \cdot E(\varphi) \right\}. \quad (6)$$

Аналогично по оси X

$$x^\nabla = 13,7 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{H_0}{\pi} \cdot \left(\frac{x}{y}\right) \cdot \frac{1}{\left[\left(1 + \frac{y}{h'_s}\right)^2 + \left(\frac{x}{h'_s}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \cdot \left\{ -K(\varphi) + \frac{1 + \left(\frac{y}{h'_s}\right)^2 + \left(\frac{x}{h'_s}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{y}{h'_s}\right)^2 \right]^2 + \left(\frac{x}{h'_s}\right)^2} \cdot E(\varphi) \right\}. \quad (7)$$

Функция общего смещения электронного пучка будет иметь следующий вид

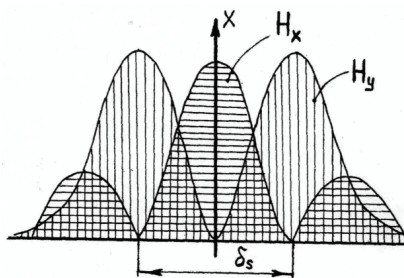


Рис. 3 Распределение H_x – перпендикулярной и H_y – поперечной составляющих напряженности магнитного поля по математической модели

$$f(x, y) = \sqrt{(y^\nabla)^2 + (x^\nabla)^2}. \quad (8)$$

Для того, чтобы перейти от смещений к площади темных частей на муаровом узоре, необходимо проинтегрировать полученную функцию (8) по двум смежным сторонам ячейки сетки

$$S_y = \int_{y_j}^{y_{j+1}} f(x_i, y) \cdot dy, \quad (9)$$

где $y_j = j \cdot (l + d)$; $x_i = l \cdot (i + 1) \cdot d \cdot i$; j – номер одной ячейки по оси OY ; i – номер одной ячейки по оси OX ; l – размеры квадратной ячейки; d – расстояние между ячейками в сетке.

$$S_x = \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x, y_j) \cdot dx, \quad (10)$$

где $y_j = l \cdot (j + 1) \cdot dj$; $x_i = i \cdot (i + d)$.

Поскольку муаровая картина симметрична, общую площадь темных частей можно определить следующим образом:

$$S = 2 \cdot \left(\sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} S_y + \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{i=0}^{m-1} S_x + (16 \cdot l)^2 \right). \quad (11)$$

Расчеты по данной зависимости удовлетворяют соответствующим значениям, полученным экспериментально для годных изделий. Данные расчеты выполнены для магнитных головок, имеющих идеально прямоугольную форму полюсов.

У реальных головок грани закруглены и деформированы. Деформации и неточности при обработке, а также то, что часть сердечника рабочего зазора доходит до насыщения, приводит к уменьшению магнитной проницаемости. Влияние этого фактора учитывается следующими эмпирическими формулами, являющимися модификацией выражений (1) и (2):

$$H_{xm}(x; y) = \frac{H_0}{\pi} \cdot \left[\frac{1}{\left[\left(1 + \frac{y}{h'_s} \right)^2 + \left(\frac{x^*}{h'_s} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \right] \cdot \left\{ K(\varphi) + \frac{1 - \left(\frac{y}{h'_s} \right)^2 - \left(\frac{x^*}{h'_s} \right)^2}{\left[1 - \left(\frac{y}{h'_s} \right) \right]^2 + \left(\frac{x^*}{h'_s} \right)^2} \cdot E(\varphi) \right\}; \quad (12)$$

$$H_{ym}(x; y) = \frac{H_0}{\pi} \cdot \left(\frac{x^*}{y} \right) \cdot \left(\frac{h'_s}{y} \right) \cdot \left[\frac{1}{\left[\left(1 + \frac{y}{h'_s} \right)^2 + \left(\frac{x^*}{h'_s} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \right] \cdot \left\{ -K(\varphi) + \frac{1 + \left(\frac{y}{h'_s} \right)^2 + \left(\frac{x^*}{h'_s} \right)^2}{\left[1 - \left(\frac{y}{h'_s} \right) \right]^2 + \left(\frac{x^*}{h'_s} \right)^2} \cdot E(\varphi) \right\}, \quad (13)$$

где $\frac{x^*}{h'_s} = \frac{x}{h'_s} + \frac{H_0}{H_{0s}}$; H_0 – требуемая напряженность магнитного поля; H_{0s} – максимально возможная напряженность внутри рабочего зазора.

Используя данные выражения, перейдем к определению площади темных частей муарового изображения, по аналогии с выражением (11)

$$S^* = 2 \cdot \left(\sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} \int_{y_j}^{y_j+l} f^* \cdot (x_i, y) \cdot dy + \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{i=0}^{m-1} \int_{x_i}^{x_i+l} f^* \cdot (x, y_j) \cdot dx + (16 \cdot l)^2 \right), \quad (14)$$

где параметром служит соотношение $\frac{x^*}{h'_s} = \frac{x}{h'_s} + \frac{H_0}{H_{0s}}$.

Представленная математическая модель магнитных полей рассеяния успешно коррелирует с полученными экспериментальными результатами по обработке муаровых картин и позволяет проектировать реальные поля и анализировать действующие на объектах, что очень важно при производстве и наладке различных устройств в радиоэлектронике.

Список литературы

1. Печагин Е.А., Калинин В.Ф., Иванов В.М., Иванов В.П. Измерение магнитных полей рассеяния с помощью электроннооптического муара // Труды ТГТУ. – 1998. Вып 2. – С. 206-211.
2. Дюрелли А., Паркс В. Анализ деформаций с использованием муара. – М.: Мир, 1974. – 356 с.
3. Калинин В.Ф., Иванов В.М., Иванов В.П., Печагин Е.А. Измерение магнитных полей рассеяния сложных конфигураций с помощью электронно-оптического муара // Вестник ТГТУ. – 1999. – Т. 5, № 2. – С. 416-422.
4. Янке Е., Эмде Ф. Таблицы функций. – М.: Мир, 1951. – 512 с.
5. Кельман В.М., Явор С.Я. Электронная оптика. – М.-Л.: Изд. АН СССР, 1963. – 362 с.

Mathematical Modeling of Scattering Magnetic Fields Investigated by Means of Electronic Moire

V.F. Kalinin, V.M. Ivanov, A.V. Baranov, E.A. Pechagin

Department "Electric Equipment and Automation", TSTU

Key Words and Phrases: magnetic field; electronic optical moire; tension of magnetic field.

Abstract: Application of the method of moire pictures obtained by means of electronic microscopy allows to establish the connection between the value of scattering magnetic field and peculiarities of the object creating this field.

Represented mathematical modeling of magnetic fields successfully correlates with the obtained experimental results of moire pictures processing and allows to design real fields and analyze those working on the objects, which is very important for production and adjusting of different radio-electronic devices.

Mathematische Modellierung der magnetischen Streuungsfelder mit Hilfe des elektronoptischen Moires

Zusammenfassung: Die Anwendung der Methode der Moirebilder, die durch die elektronische Mikroskopie erhalten wurden, erlaubt es, die Verbindung zwischen der Größe des magnetischen Streuungsfeldes und der Besonderheiten des dieses Feld geschaffenen Objekts festzustellen. Die dargestellte mathematische Modellierung der magnetischen Streuungsfelder wird mit den erhaltenen Experimentellergebnissen der Bearbeitung der Moirebilder erfolgreich korreliert. Sie erlaubt es, die Realfelder zu projektieren und die auf den Objekten wirkenden Felder zu analysieren. Es ist sehr wichtig bei der Erzeugung und bei der Einrichtung von verschiedenen Geräten in Radioelektronik.

Modélage mathématique des champs magnétiques de la dispersion à l'aide de la moire optique électronique

Résumé: L'application de la méthode des images de moire reçues par les moyens de la microscopie électronique permet d'étudier le lien entre la grandeur du champs magnétique de la dispersion et les particularités de l'objet qui fait ce champ.

Le modélage mathématique des champs magnétiques de la dispersion permet la corrélation avec les résultats du traitement des images de moire qui sont reçues expérimentalement. Il permet de projeter des champs réels d'analyser ceux qui ont lieu sur les objets, ce qui est très important dans la production et dans l'ajustement de différents dispositifs dans la radioélectronique.
