

ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРОЦЕССА ВИБРОВАРАЩАТЕЛЬНОГО ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ

Е.Н. Туголуков¹, А.Б. Мозжухин², Н.А. Чайников³

Кафедры: «Гибкие автоматизированные производственные системы» (1);

«Процессы и аппараты химической технологии» (2);

«Полимерное машиностроение» (3), ТГТУ

Представлена членом редколлегии профессором В.И. Коноваловым

Ключевые слова и фразы: акт разрушения; вероятность раскалывания; залипание шаров; измельчаемый материал; интегральная функция распределения; крупность материала; раскалывающие соударения; фракционный состав.

Аннотация: Поставлена задача оптимизации технологических параметров процесса измельчения. Сделан краткий обзор различных подходов к математическому описанию кинетики механического измельчения. На основе проведенного анализа предложена математическая модель процесса вибровращательного измельчения. Особенностью данной модели является предположение о взаимосвязи количества соударений мелющих тел в единицу времени с интенсивностью процесса измельчения. Показан физический смысл интегродифференциального уравнения, которое лежит в основе математической модели. Сделана попытка конкретизировать вид функции измельчения, являющейся функцией размера частиц и времени, и показано, из каких соображений она находится. Графически иллюстрировано хорошее совпадение расчетных по модели и экспериментальных значений выхода фракции от 0 до 400 мкм чугунного порошка, полученного тремя способами измельчения. Показано, что предлагаемая модель позволяет осуществлять решение прикладных оптимизационных задач.

Оптимизация технологических показателей процесса вибровращательного измельчения на основе математического моделирования его кинетики позволяет осуществить выбор режимов функционирования промышленного оборудования, при которых достигаются наилучшие экономические показатели производственного процесса. На основе математической модели процесса вибровращательного измельчения также решается задача выбора оптимальных конструктивных и режимных параметров при проектировании нового промышленного оборудования.

Важность перечисленных задач налагает специфические требования на качественные характеристики математических моделей, такие как надежность (адекватность и устойчивость в определенных пределах изменения исходных данных) и доступность для понимания и практического использования специалистами.

Измельчение является сложным для математической формализации процессом, так как его закономерности определяются совокупностью физических, геометрических, кинетических и энергетических факторов. Процесс измельчения может быть охарактеризован по-разному, например, по изменению во времени таких параметров измельчаемого материала, как удельная поверхность, средний диаметр частиц, доля от общего количества материала, попадающая в заданный диапазон размеров, и др. Этим объясняется большое количество различных подходов к математическому описанию процессов измельчения и большое количество математических моделей процессов измельчения, разработанных многими авторами.

В работе [1] приводится обширный обзор и классификация математических моделей механического измельчения. Так, ряд авторов предлагают для описания кинетики измельчения обыкновенные дифференциальные уравнения с одним или несколькими эмпирическими параметрами, решение которых включает экспоненциальные функции времени. Такими уравнениями описывается содержание крупного неизмельченного класса в продукте измельчения. Подобные модели привлекают относительной простотой получения и использования. Но при малом числе параметров результаты расчетов оставляют желать лучшего, а при большом числе параметров возникают проблемы с их определением и границами применимости, так как, строго говоря, каждый параметр является, в свою очередь, функцией других параметров процесса и, в конечном итоге, времени. Изредка приходится сталкиваться с не совсем корректным использованием математического аппарата. В работе [2] описывается изменение во времени поверхности измельчаемого материала, что мало информативно и недостаточно наглядно. Для описания процесса используются интерполяционные полиномы, неотъемлемым недостатком которых является зависимость расчетной погрешности от расстояний до ближайшего узла интерполяции и до ближайшей границы диапазона.

В работах [3] и [4] предложен векторный подход к описанию текущего состава измельчаемого материала. При всей математической привлекательности данного подхода следует отметить сложность определения большого числа коэффициентов векторов. Модели измельчения, использующие многомерные функции плотности вероятности случайных величин [5] для описания скорости изменения размера частиц, неоправданно сложны (сложны настолько, что вообще не могут быть практически реализованы). Значительно упрощенные модели такого типа могут применяться с использованием численных методов, причем полное отсутствие наглядности также снижает их практическую ценность.

«Излишне математизированным» выглядит подход [6], использующий стохастические уравнения для описания плотности вероятности распределения по размерам измельчаемого материала. Одно упоминание функции «белого шума» может повергнуть в уныние. Реализация данного подхода требует от специалиста незаурядной математической подготовки. Но возможность для целого ряда частных случаев перейти от задачи в частных производных к линейному дифференциальному уравнению, допускающему точное аналитическое решение, является весьма ценной.

Наиболее привлекательным представляется подход к составлению математических моделей измельчения, использованный в работах [7-12]. Он заключается в составлении интегральных или интегродифференциальных уравнений относительно либо плотности распределения размеров измельчаемого материала, либо интегральной функции распределения как функции размера и времени. Это функции, которые наиболее полно описывают процесс измельчения, причем использование интегральной функции распределения представляется более предпочтительным по ряду соображений. Интегральная функция распределения описывает долю от общего количества материала (по массе), размер частиц которой не превышает заданный в текущий момент времени. Переход доли материала в область крупности меньшей заданной приводит к изменению значения интегральной функции на величину, численно равную доле измельченного материала. Таким образом, интегральная функция распределения имеет очень ясный физический смысл и допускает относительно простое составление уравнений в частных производных и соответствующих краевых условий.

В состав интегральных и интегродифференциальных уравнений авторы вводят так называемые селективную и распределительную функции, причем их конкретный вид и способы экспериментального определения их параметров зависят от концепций авторов. Фактически две эти функции включают все индивидуальные параметры описываемого процесса измельчения, и их произведение характеризует элементарный цикл измельчения.

В данной работе предлагается математическая модель процесса измельчения, в основе которой также лежит интегродифференциальное уравнение, составленное от-

носителем интегральной функции распределения, зависящей от размера частиц и времени с соответствующими краевыми условиями. Вид интегродифференциального уравнения выбран исходя из наибольшего удобства для практической реализации задачи на компьютере путем простого пошагового пересчета значений искомой функции во времени для заданной крупности материала. Например, приводимое в [8] интегральное уравнение Вольтерра второго рода, описывающее ту же функцию, использует интеграл по времени с переменным верхним пределом, что создает дополнительные практические неудобства, так как и в такой постановке неизбежно использование численных методов. Используемое в данной работе уравнение фактически получается из приведенного в [8] дифференцированием по времени.

Так как модель использует предположение о взаимосвязи количества соударений мелющих тел в единицу времени с интенсивностью измельчения, вместо произведения селективной и распределительной функций предлагается функция измельчения как функция размера частиц и времени. Сделана попытка конкретизировать вид функции измельчения путем представления ее в виде совокупности вероятностных, физических, геометрических и эмпирических функций, характеризующих индивидуальные условия осуществления процесса измельчения, причем количество эмпирических составляющих сведено к минимуму.

Основу данной математической модели составляет предположение о том, что интенсивность измельчения в барабане, заполненном шарами, зависит от количества соударений шаров между собой и стенками барабана в единицу времени. Правомерность этого предположения подтверждается тем, что расчетное число соударений шаров при вращении барабана экстремально зависит от частоты вращения последнего, причем максимум соударений приходится на ту частоту вращения, при которой экспериментально получена наибольшая интенсивность измельчения при вращательном и вибровращательном способе размола.

Количество соударений шаров в результате вращения и вибрации барабана рассчитывались независимо.

Исходными данными для расчета количества соударений являются:

- внутренний диаметр барабана D , м;
- длина барабана L , м;
- диаметр шаров d , м;
- степень заполнения барабана мелющими телами φ ;
- частота вращения барабана n , с⁻¹;
- частота вибрации ω , с⁻¹;
- амплитуда вибрации a , м;
- масса измельчаемого материала M , кг.

При расчете количества соударений шаров в зависимости от вращения барабана учитывалась возможность залипания шаров на внутренней поверхности цилиндра при закритических скоростях его вращения и образование застойных зон вблизи оси вращения при степенях заполнения барабана, превышающих 0,5. Таким образом, в процессе измельчения участвуют только те шары, которые находятся в активной зоне барабана.

Количество соударений шаров от вращения барабана рассчитывается следующим образом

$$N_{вр} = n \cdot N_{ак} / \alpha_{ак}, \quad (1)$$

где $N_{ак}$ – число подвижных относительно барабана шаров (количество шаров в активных зонах)

$$N_{ак} = N_s \cdot (S_{ак} - \pi \cdot R_{вн}^2) / S_{ак}, \quad (2)$$

$\alpha_{ак}$ – центральный угол заполнения активной части барабана шарами – определяется как минимальный положительный корень уравнения (рис. 1):

$$\alpha_{ак} - \sin(\alpha_{ак}) = 2 \cdot \pi \cdot \varphi_{ак}, \quad (3)$$

который рассчитывается отдельной процедурой, реализующей метод дихотомии как наиболее надежный метод решения уравнений при известных границах, внутри которых находится корень (в данном случае $0 < \alpha_{ак} < 2 \cdot \pi$);

N_s – общее число шаров в барабане

$$N_s = 1,2 \cdot V_6 \cdot \varphi / d^3; \quad (4)$$

$R_{вн}$ – радиус области вблизи оси вращения барабана, внутри которой шары не участвуют в соударениях

$$R_{вн} = \begin{cases} 0, & \text{если } \varphi_{ак} < 0,5; \\ -0,5 \cdot D_{ак} \cdot \cos(\alpha_{ак} / 2) & \text{если } \varphi_{ак} \geq 0,5; \end{cases} \quad (5)$$

$\varphi_{ак}$ – степень заполнения активной части барабана

$$\varphi_{ак} = \begin{cases} \varphi & \text{если } D_{ак} \geq D; \\ 4 \cdot S_{ак} / (\pi \cdot D_{ак}^2) & \text{если } D_{ак} < D; \end{cases} \quad (6)$$

V_6 – полный внутренний объем цилиндрического барабана;

$D_{ак}$ – внешний диаметр активной части барабана с учетом залипания шаров на внутренней его поверхности

$$D_{ак} = \begin{cases} g / (2 \cdot \pi^2 \cdot n^2) & \text{если } g / (2 \cdot \pi^2 \cdot n^2) < D; \\ D & \text{если } g / (2 \cdot \pi^2 \cdot n^2) \geq D; \end{cases} \quad (7)$$

$S_{ак}$ – площадь активного сечения барабана, заполненного шарами (рис. 2)

$$S_{ак} = 0,25 \cdot \pi \cdot [D^2 \cdot (\varphi - 1) + D_{ак}^2]. \quad (8)$$

Количество соударений шаров от воздействия вибрации без учета возможных застойных зон в барабане

$$N_{vib} = 2 \cdot N_s \cdot \omega, \quad (9)$$

где N_s – общее число шаров в барабане; ω – частота вибрации, c^{-1} .

Наиболее общей характеристикой процесса измельчения является интегральная функция распределения $F(x, t)$, описывающая долю от общего количества измельчаемого материала, приходящуюся на частицы с размерами меньше x как функцию времени (доля материала крупностью минус x).

Интегродифференциальное уравнение, решением которого является интегральная функция распределения $F(x, t)$, имеет вид:

$$\frac{\partial F(x, t)}{\partial t} = \int_x^{x_{max}} S(y, t) \frac{\partial F(y, t)}{\partial y} dy, \quad (10)$$

где $0 < x < x_{max}$, $0 < t < \infty$.

Уравнение (10) описывает изменение интегральной функции распределения во времени вследствие измельчения частиц с размером, превышающим x , и имеет аналогичный физический смысл с уравнениями Л.Г. Аустина и Л. Басса [1].

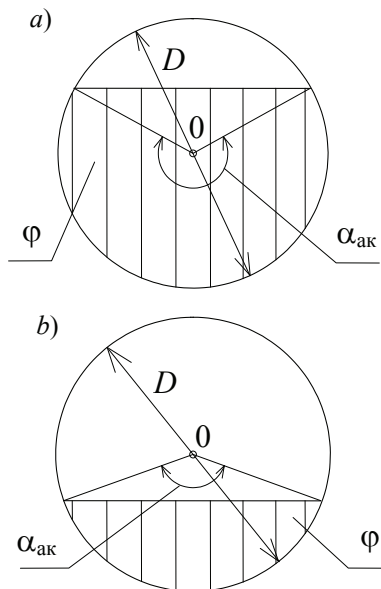


Рис. 1 Схема к расчету центрального угла заполнения барабана шарами ($\alpha_{ак}$): а) – при $\varphi = 0,5$; б) – при $\varphi = 0,5$

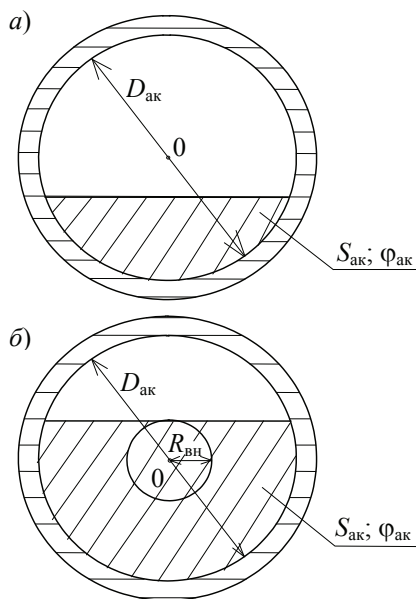


Рис. 2 Схема к определению площади активной заполненной части сечения ($S_{ак}$):
 а) – при $\varphi_{к} = 0,45$; б) – при $\varphi_{к} = 0,18$

Левая часть уравнения представляет собой изменение значения функции $F(x, t)$ за промежуток времени от t до $t + dt$ в результате раскалывания частиц с размером, превышающим x до размера, не превышающего x за данное время, причем количественное изменение данной функции соответствует доле материала, размер частиц которого стал меньше x , от общего количества измельчаемого материала. Дифференциальный комплекс в правой части уравнения соответствует доле от общего количества измельчаемого материала, размер частиц которого находится в диапазоне от x до $x + dx$ в момент времени от t до $t + dt$. Функция измельчения $S(y, t)$ показывает, какое количество измельчаемого материала с размерами частиц от y до $y + \Delta y$ будет раздроблено до размера, не превышающего x за элементарный промежуток времени.

Таким образом, производительность по фракции от 0 до x за время измельчения t равна $M \cdot F(x, t)$.

Особенностью предлагаемой модели является включение в функцию измельчения $S(y, t)$ числа соударений шаров для учета кинетических и геометрических параметров процесса.

Крайевые условия для уравнения (10) имеют вид:

$$F(0, t) = 0; F(x_{\max}, t) = 1; F(x, 0) = F_0(x); F(x, \infty) = 1. \quad (11)$$

Вид функции $S(y, t)$ выбирается из следующих соображений.

$m(y, t)$ – доля от общего количества частиц измельчаемого материала, имеющая размер от y до $y + \Delta y$ в момент времени t , равная вероятности раскалывания частицы из рассматриваемого диапазона при однократном акте раскалывания без учета зависимости вероятности раскалывания от размера частицы

$$m(y, t) = \frac{\frac{1}{y^3} \frac{\partial F(y, t)}{\partial y} \Delta y}{\int_0^{x_{\max}} \frac{1}{y^3} \frac{\partial F(y, t)}{\partial y} dy}. \quad (12)$$

$P(y, t)$ – вероятность раскалывания частицы из диапазона $(y, y + \Delta y)$ за время $(t, t + dt)$ при однократном акте раскалывания, которая находится, исходя из предположения, что вероятность попадания частицы между соударяющимися шарами пропорциональна ее размеру, и определяется из условия

$$\int_0^{x_{\max}} K \cdot y \cdot m(y, t) dy = 1, \quad (13)$$

где K – коэффициент пропорциональности, при этом

$$P(y,t) = \frac{\frac{1}{y^2} \frac{\partial F(y,t)}{\partial y} \Delta y}{\int_0^{x_{\max}} \frac{1}{y^2} \frac{\partial F(y,t)}{\partial y} dy} \quad (14)$$

$Z_{\text{ак}}(t)$ – количество раскалывающих соударений шаров за время $(t, t + dt)$ как функция времени при однократном акте раскалывания:

$$Z_{\text{ак}}(t) = (N_{\text{вр}} + N_{\text{вib}}) W(t), \quad (15)$$

где $W(t)$ – определяемая из экспериментальных данных функция, выражающая долю раскалывающих соударений от общего их числа при однократном акте раскалывания.

Хорошее совпадение расчетных и экспериментальных результатов достигается при использовании линейной зависимости вида $W(t) = At + B$.

Таким образом, функция измельчения $S(y, t)$ равна

$$S(y, t) = U(y) \cdot Z_{\text{ак}}(t) \cdot P(y, t), \quad (16)$$

где $U(y)$ – доля материала размером y , раскалываемая до размера, не превышающего x , при однократном акте разрушения частицы. $U(y)$ может быть оценена в предположении, что частица при этом раскалывается на две близкие по размеру части, следующим образом:

$$U(y) = \begin{cases} 1 & \text{если } x < y < 1,26x; \\ 0 & \text{если } y \geq 1,26x. \end{cases} \quad (17)$$

При использовании данной модели был рассчитан выход фракции от 0 до 400 мкм (рис. 3, 4) чугунного порошка, полученного тремя способами измельчения, в зависимости от времени помола. На рисунках, иллюстрирующих хорошее совпадение расчетных и экспериментальных значений, кружками обозначены экспериментальные точки, кривая – результат моделирования.

Предлагаемая модель позволяет осуществлять решение прикладных оптимизационных задач на основе расчета фракционного состава обрабатываемого материала во времени как функцию конструктивных и режимных параметров процесса вибровращательного измельчения.

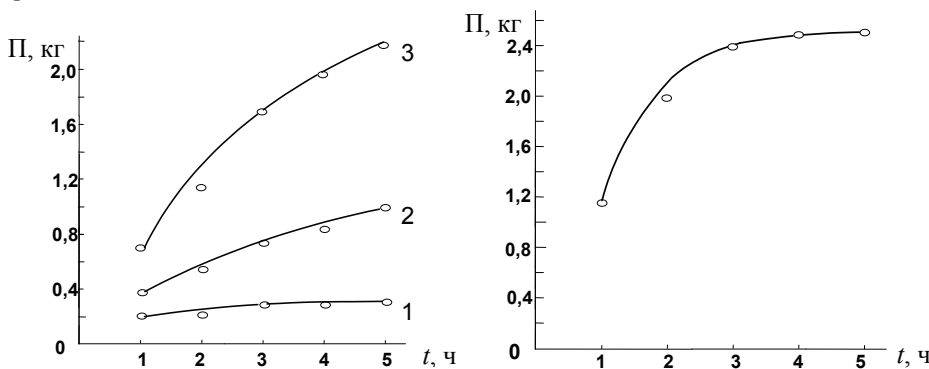


Рис. 3 Зависимость выхода фракции от 0 до 400 мкм чугунного порошка, полученного тремя способами измельчения, от времени помола:

1 – вращательный способ, $\varphi = 0,45$, $n = 90 \text{ мин}^{-1}$;

2 – вибрационный способ, $\varphi = 0,8$, $a = 1,8 \text{ мм}$,
 $\omega = 2800 \text{ мин}^{-1}$;

3 – вибровращательный способ, $\varphi = 0,8$;
 $a = 1,8 \text{ мм}$; $n = 90 \text{ мин}^{-1}$; $\omega = 2800 \text{ мин}^{-1}$

Рис. 4 Зависимость выхода фракции от 0 до 400 мкм чугунного порошка, полученного вибровращательным способом измельчения, от времени помола:

$\varphi = 0,8$; $a = 4 \text{ мм}$; $\omega = 3503 \text{ мин}^{-1}$;
 $n = 90 \text{ мин}^{-1}$

Список литературы

1. Биленко Л.Ф. Закономерности измельчения в барабанных мельницах. - М.: Недра, 1984. - 200 с.
2. Бобков С.П. Применение степенной зависимости для описания кинетики измельчения // Интенсификация процессов механической переработки сыпучих материалов. Межвузовский сборник научных трудов. - Иваново, 1987. - С. 19-22.
3. Техов С.М., Шишкин С.Ф., Барский М.Д. и др. Математическая модель процесса измельчения // Техника и технология сыпучих материалов. Межвузовский сборник научных трудов. - Иваново, 1991. - С. 29-32.
4. Падохин В.А., Зуева Г.А. Дискретные марковские модели процесса диспергирования // Техника и технология сыпучих материалов. Межвузовский сборник научных трудов. - Иваново, 1991. - С. 55-59.
5. Глушковский А.А., Безденежных А.А. Применение эволюционных уравнений для моделирования процессов измельчения, классификации и смешения // Разработка теории конструктивного оформления процессов тонкого измельчения, классификации, сушки и смешения материалов. Межвузовский сборник научных трудов. - Иваново, 1988. - С. 18-22.
6. Падохин В.А. Стохастические дифференциальные уравнения кинетики измельчения сыпучих материалов // Интенсивная механическая технология сыпучих материалов. Межвузовский сборник научных трудов. - Иваново, 1990. - С. 23-26.
7. Падохин В.А. Анализ интегродифференциального уравнения кинетики измельчения сыпучих материалов // Интенсивная механическая технология сыпучих материалов. Межвузовский сборник научных трудов. - Иваново, 1990. - С. 19-22.
8. Гарднер Р.П., Аустин Л.Г. Исследование измельчения в мельнице периодического действия // Труды европейского совещания по измельчению / Пер. с нем. - М.: Литература по строительству, 1966. - С. 219-248.
9. Непомнящий Е.А., Юматов А.И. Закономерности кинетики и изменения гранулометрического состава порошков при тонкодисперсном измельчении // Теоретические основы химической технологии. - 1984. - Т. XVIII. - № 5. - С. 700-702.
10. Жуков В.П. Обобщенное уравнение преобразования гранулометрического состава материалов в размольно-классифицирующих системах произвольной структуры // Разработка теории конструктивного оформления процессов тонкого измельчения, классификации, сушки и смешения материалов. Межвузовский сборник научных трудов. - Иваново, 1988. - С. 11-14.
11. Падохин В.А., Зуева Г.А., Блиничев В.Н. О применении основного кинетического уравнения при изучении процесса измельчения дисперсных материалов // Разработка теории конструктивного оформления процессов тонкого измельчения, классификации, сушки и смешения материалов. Межвузовский сборник научных трудов. - Иваново, 1988. - С. 22-25.
12. Мизонов В.Е., Жуков В.П., Ушаков С.Г. Математическая модель преобразования дисперсного состава материала при размол в вентилируемых барабанных мельницах // Разработка теории и конструктивного оформления машин и аппаратов интенсивного действия с участием зернистых материалов. Межвузовский сборник научных трудов. - Иваново, 1984. - С. 9-12.

Optimization of Technological Indicators of Vibro-rotating Grinding Process

E.N. Tugolukov¹, A.B. Mozzuhin², N.A. Chainikov³

Departments: "Automated Flexible Manufacturing Systems" (1),

"Chemical Engineering" (2),

"Polymeric Engineering" (3), TSTU

Key words and phrases: grinding material; integral distribution function; sticking of spheres; splitting collision; material bigness; possibility of splitting; destruction act; fraction composition.

Abstract: The task of optimization of technological parameters of grinding process is formulated. Brief review of different approaches to mathematical description of mechanical grinding kinetics is conducted. On the basis of conducted analysis mathematical model of vibro-rotating grinding process is suggested. The peculiarity of this model is supposition about interconnection between the number of collisions of grinding bodies in the time unit and intensity of grinding process. Physical sense of integro-differential equation, which forms the basis of mathematical model is shown. The attempt of concretizing the type of grinding function, which is the function of particles and time size is made and it is shown where it is placed. Good coincidence of calculated according to the model and experimentally obtained notions of fraction output from 0 to 400 mcm of pig iron powder obtained by 3 ways of grinding is graphically illustrated. It is shown that, suggested model allows to solve applied optimization problems.

Optimisierung der technologischen Kennwerte des Prozesses der vibrodrehenden Zerkleinerung

Zusammenfassung: Es ist die Aufgabe der Optimierung der technologischen Parameter des Prozesses der Zerkleinerung gestellt. Es ist die kurze Beschreibung der verschiedenen Standpunkte zur mathematischen Beschreibung der Kinetik der mechanischen Zerkleinerung gemacht. Auf Grund der durchgeführten Analyse ist es das mathematische Modell des Prozesses der vibrodrehenden Zerkleinerung vorgeschlagen. Die Besonderheit dieses Modells ist die Voraussetzung über dem Zusammenhang zwischen der Menge der Zusammenstöße von Körpern in der Zeiteinheit und der Intensivität des Prozesses der Zerkleinerung. Es ist den physischen Sinn der integrodifferenzialen Gleichung gezeigt. Es ist den Versuch gemacht, die Art der Funktion der Zerkleinerung zu konkretisieren. Es ist das gute Zusammenfallen der Rechnungs- und Experimentellwerte des Fraktionausgangs von 0 bis 400 mkm des mit drei Verfahren bekommenen Roheisenpulvers graphisch illustriert. Es ist gezeigt, daß das vorschlagende Modell die Lösung der angewandten Optimisationsaufgaben zu verwirklichen erlaubt.

Optimisation des indices technologiques du processus du broyage vibratoire rotatif

Résumé: On a posé le problème de l'optimisation des paramètres technologiques du processus du broyage. On a fait la revue de différentes approches pour la description mathématique de la cinétique du broyage mécanique. A la base de l'analyse effectuée on a proposé le modèle mathématique du processus du broyage vibratoire rotatif. La particularité de ce modèle est qu'il y a une supposition sur l'interaction de la qualité des chocs des corps

broyants dans une unité de temps avec l'intensité du processus du broyage. On a montré le sens physique de l'équation intégral-différentielle qui se trouve à la base du modèle mathématique. On a essayé de concrétiser la vue de la fonction du broyage qui est celle des dimensions des particules et du temps et l'on a montré comment elle est reçue. On a illustré par graphiques une bonne coïncidence des grandeurs de la sortie de la fraction de 0 à 400 mkm de la poudre de la fonte. Ces grandeurs sont reçues par trois moyens du broyage. On a montré que le modèle proposé permet de réaliser la solution des problèmes appliqués de l'optimisation.
