

УДК 681.5.015.44

**ВЛИЯНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ПОМЕХ НА МИНИМИЗИРУЕМЫЙ
ФУНКЦИОНАЛ ПРИ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕМ УПРАВЛЕНИИ
С ОПТИМАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИЕЙ**

С.В. Артемова, Д.Ю. Муромцев, А.Н. Грибков

Кафедра "Конструирование радиоэлектронных и микропроцессорных систем", ТГТУ

Ключевые слова и фразы: аperiodическое звено; вектор фазовых координат; дисперсия помех; оптимальное управление; позиционная стратегия оптимального управления; фильтрация Калмана; функционал затрат энергии.

Аннотация: Рассматриваются вопросы энергосберегающего управления энергоемкими объектами в условиях помех по каналам управления и измерения. Исследовано влияние интенсивности помех на минимизируемый функционал при управлении с оптимальной фильтрацией.

Введение

В настоящее время возрастает роль систем энергосберегающего управления энергоемкими объектами, транспортными средствами, электродвигателями в связи с ростом цен на энергоносители. Созданная на кафедре КРЭМС ТГТУ экспертная система энергосберегающего управления, являющаяся частью SCADA системы, позволяет оперативно решать задачи энергосберегающего управления динамическими режимами, однако в ней нет фреймов, которые учитывают ошибки измерения фазовых координат и ошибки возмущения по каналу управления [1].

В настоящей статье рассматриваются вопросы энергосберегающего управления при наличии помех в каналах возмущения и измерения, показано их влияние на значения энергетического функционала затрат и способов выбора стратегии управления энергоемкими объектами в этих условиях.

1 Постановка задачи энергосберегающего управления в условиях помех

Пусть управляющее устройство решает задачу оптимального управления при ограничении на управление, с закрепленными концами траектории изменения фазовых координат, минимизируемом функционале – затраты энергии, при наличии помех в каналах управления и измерения типа белый шум:

$$x_{i+1} = Fx_i + Gu_i + w_i, \quad i = \overline{0, N-1}, \quad (1)$$

$$y_i = Hx_i + v_i, \quad (2)$$

$$J_g = \delta t \sum_{i=0}^{N-1} u_i^2 \rightarrow \min, \quad (3)$$

$$\forall i \in [0, N-1], \quad u_i \in [u_n, u_g] \quad (4)$$

$$x_0 = x^0, \quad x_N \in \chi^k \quad (5)$$

$$E[w_i, w_j^T] = R \cdot \delta(i, j), \quad E[v_i, v_j^T] = Q \cdot \delta(i, j), \quad (6)$$

здесь x_i, u_i, y_i – значения соответственно вектора фазовых координат, управления (скалярного) и выходной переменной на i -ом шаге; w_i, v_i – шумы в каналах управления и измерения; F, G, H – матрицы параметров объекта управления соответствующих размерностей; J_{\circ} – минимизируемый функционал (затраты энергии); δt – временной шаг дискретизации; N – число шагов на временном интервале управления; u_n, u_b – границы изменения управляющего воздействия; x^0, χ^k – начальное значение вектора x и конечная область, в которую требуется перевести объект за N шагов; $E[\]$ – знак математического ожидания; R, Q – векторы дисперсий w и v .

Требуется найти управляющие воздействия, являющиеся решением задачи (1)-(6) при позиционной стратегии с учетом помех.

Массив реквизитов поставленной задачи имеет вид

$$\mathfrak{R} = (F, G, H, \chi^k, u_n, u_b, Q, R, \delta t, N, x_i). \quad (7)$$

Такого рода задачи типичны для управления динамическими режимами транспортных средств, машинами с электроприводами, тепловыми аппаратами и другими энергоемкими объектами.

Структурная схема системы энергосберегающего управления (СЭУ) представлена на рис. 1.

В ряде случаев дополнительно к ограничению на управление в каждый момент времени (см. (4)) накладывается интегральное ограничение на лимит энергии, когда затраты энергии не должны превышать допустимое значение $J_{\text{доп}}$, т.е.

$$\delta t \sum_{i=0}^{N-1} u_i^2 \leq J_{\text{доп}}. \quad (8)$$

Кроме того, может допускаться увеличение временного интервала управления $[0; N\delta t]$, в этом случае при постоянном δt число шагов N должно удовлетворять условию

$$N \in [N_n, N_b]. \quad (9)$$

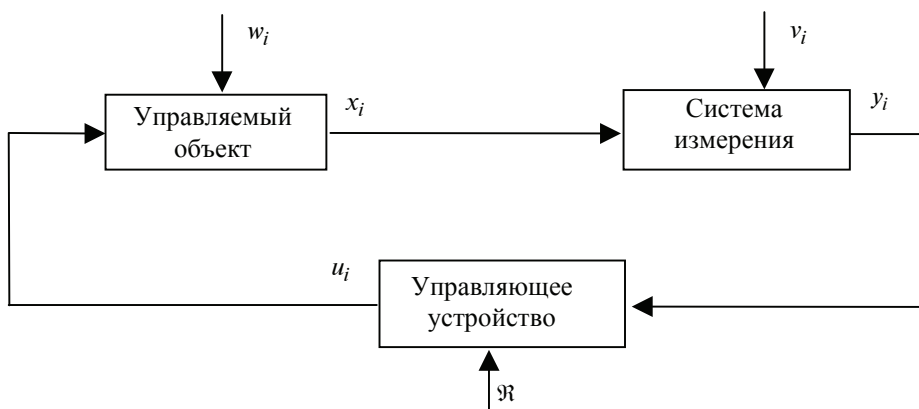


Рис. 1 Структурная схема СЭУ

Требуется определить влияние числа шагов и помех различной интенсивности на величину функционала (3) при позиционной стратегии реализации энергосберегающего управления с применением оптимальной фильтрации.

2 Реализация оптимального управления

При позиционной стратегии оптимальное управление u_i^* на каждом шаге рассчитывается в зависимости от текущего значения y_i и остаточного числа шагов $N - i$, алгоритм расчета задается синтезирующей функцией S , т.е.

$$u_i^* = S(y_i, N - i, \mathfrak{R}). \quad (10)$$

В частном случае S имеет вид [2]

$$u_i^* = \frac{2ay_i}{b(e^{-2a(\Delta t - i\delta t)} - 1)}, \quad (11)$$

где $\Delta t = N\delta t$. Здесь a и b – параметры объекта.

Для снижения влияния помех вместо y_i в алгоритм подставим оценку вектора фазовых координат \hat{x}_i , в этом случае формула (9) принимает вид

$$\hat{u}_i^* = S(\hat{x}_i, N - i, \mathfrak{R}), \quad (12)$$

где [3]

$$\hat{x}_i = F\hat{x}_{i-1} + G\hat{u}_{i-1} + K_i(y_i - F\hat{x}_{i-1} - G\hat{u}_{i-1}), \quad (13)$$

при этом стратегия является позиционной с оптимальной фильтрацией.

Значения K_i (коэффициента усиления фильтра Калмана) определяем по формулам [3]:

$$K_i = \frac{F^2 P_{i-1} + R}{F^2 P_{i-1} + R + Q}, \quad (14)$$

$$P_i = \frac{RF^2 P_{i-1} + R}{F^2 P_{i-1} + R + Q}, \quad (15)$$

где P_i — дисперсии ошибок фильтрации.

В рассмотренных алгоритмах предполагается, что исходные данные задачи, т.е. массив реквизитов \mathfrak{R} , остаются неизменными на временном интервале управления, т.е. система находится в одном состоянии функционирования.

Управления (10), (11) и (12) легко рассчитываются простыми микропроцессорными устройствами в реальном режиме времени, затраты на разработку алгоритмического и программного обеспечения здесь минимальны.

3 Моделирование работы системы энергосберегающего управления в условиях помех

Целью моделирования является анализ функционирования СЭУ при различных шагах дискретизации времени и интенсивности помех (среднеквадратичного отклонения) в каналах управления σ_w и измерения σ_v . При этом наибольший интерес представляют три ситуации:

- 1) в каналах управления и измерения действуют шумы одинаковой интенсивности;
- 2) интенсивность шума в одном из каналов на порядок больше, чем в другом канале;

3) в одном из каналов отсутствуют шумы.

В качестве генератора помех в каналах управления и измерения использовалась функция вида [4]

$$N(0, \sigma) = \sigma \sin(2\pi R(0, 1)) \sqrt{2\sigma^2 \ln\left(\frac{1}{R(0, 1)}\right)}, \quad (16)$$

где $R(0, 1)$ – случайная величина, распределенная равномерно на интервале $[0, 1]$; $N(0, \sigma)$ – случайная величина, распределенная по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратичным отклонением σ .

При использовании функции (16) в качестве генератора случайных возмущений необходимо проверять равенство нулю математического ожидания рассчитанной величины и соответствия значения расчетного среднеквадратичного отклонения заданному, т.к. на конечном интервале времени возможны отклонения параметров распределения случайной величины $N(0, \sigma)$. Например, при отклонении математического ожидания помехи в канале измерения от нулевого значения появляется систематическая ошибка измерений.

В случае отклонения полученных параметров распределения (16) от заданных значений используют следующую методику преобразования. Для равенства нулю математического ожидания из каждого сгенерированного значения вычитают среднее

$$\eta_i = \varepsilon_i - \bar{\varepsilon}, \quad (17)$$

где ε – случайная величина, полученная при помощи генератора (16).

Полученное среднеквадратичное отклонение

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \eta_i^2} \quad (18)$$

приводят к заданному среднеквадратичному отклонению

$$\xi_i = \frac{\eta_i}{\sigma_R} \sigma. \quad (19)$$

После получения конечного числа значений при помощи генератора (16) и проведения преобразований (17)-(19) получают значения случайной величины ξ , которая будет являться белым (гауссовским) шумом.

В качестве результата одного эксперимента бралась усредненная выборка по 100 опытам, при каждом опыте значения функции (16), имитирующей шум, использовались в прямой и обратной последовательности.

Рассмотрим решение задачи (1)-(6) на конкретном примере.

Пример.

В качестве модели динамики объекта возьмем стохастическое апериодическое звено (шум для удобства примем аддитивным). Параметры F и G можно получить, решая задачу Коши для апериодического звена: $F = e^{a \delta t}$, $G = -\frac{b}{a}(1 - e^{a \delta t})$.

На временном интервале $\Delta t = [t_0, t_k] = [0, 20]$ при ограничении на управление $u(t) \in [u_n = -3; u_g = 3]$ объект требуется перевести из начального состояния $x(t_0) = 10$ в конечное $x(t_k) \in [-0, 1; 0, 1]$ с минимумом затрат энергии

$$J_3 = \int_0^{N-1} u^2(t) dt \rightarrow \min.$$

При $a = -0,1053605$, $b = 0,20721$ и временном шаге дискретизации $\delta t = 1$ задачу (1)–(6) можно сформулировать в виде

$$\begin{aligned} x_i &= 0,9x_{i-1} + 0,2u_{i-1} + w_{i-1}, \quad i = \overline{0,20}, \\ y_i &= x_i + v_i, \\ J_3 &= \sum_{i=0}^{19} u_i^2, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\forall i \in [0;19]: \quad u_i \in [-3;3], \quad x_0 = 10, \quad x_{20} \in [-0,1;0,1].$$

Оптимальное управление рассчитывалось по формулам (11) и (12). При определении синтезирующей функции в качестве конечного значения $x(t_k)$ задавалась середина интервала χ^k , т.е. $x(t_k) = 0$.

Для расчета J_3 управление на последнем шаге u_{N-1} рассчитывалось из условия $Fx_{N-1} + Gu_{N-1} + w_{N-1} = 0$.

В табл. 1 приведены значения числа шагов, шага дискретизации, интенсивностей помех в каналах управления σ_w и измерения σ_v , минимизируемого функционала затрат энергии при управлении без фильтрации $J_e^{п3}(y)$ и с фильтрацией $J_e^{п3}(\hat{x})$, а также экономии энергии $\Delta J = 100 - 100 \frac{J_e^{п3}(x)}{J_e^{п3}(y)}$, если в каналах действуют шумы одинаковой интенсивности (1 случай) при позиционной стратегии управления. При увеличении интенсивности помех и числа шагов происходит увеличение экономии энергии.

Таблица 1

Интенсивности помех в каналах управления и измерения равны

N	δt	σ_w	σ_v	$J_e^{п3}(y)$	$J_e^{п3}(\hat{x})$	$\Delta J, \%$
5	4	0	0	7,40541	7,40541	0
		0,05	0,05	7,47694	7,47464	0,030761
		0,2	0,2	7,59557	7,52801	0,889466
		0,5	0,5	9,45879	8,42355	10,94474
		0,8	0,8	10,77637	8,56543	20,51656
10	2	0	0	7,21943	7,21943	0
		0,05	0,05	7,2444	7,23536	0,124786
		0,2	0,2	8,17852	7,91439	3,229557
		0,5	0,5	11,58292	9,33299	19,42455
		0,8	0,8	16,06588	11,252	29,96338
20	1	0	0	7,14798	7,14798	0
		0,05	0,05	7,44105	7,41843	0,303989
		0,2	0,2	9,35906	8,84811	5,459416
		0,5	0,5	17,43127	13,02637	25,2701
		0,8	0,8	33,43228	19,4339	41,87085
40	0,5	0	0	7,1269	7,1269	0
		0,05	0,05	7,41989	7,40137	0,249599
		0,2	0,2	10,60044	9,73801	8,135794
		0,5	0,5	29,06011	19,95556	31,33006
		0,8	0,8	60,63058	34,07669	43,7962

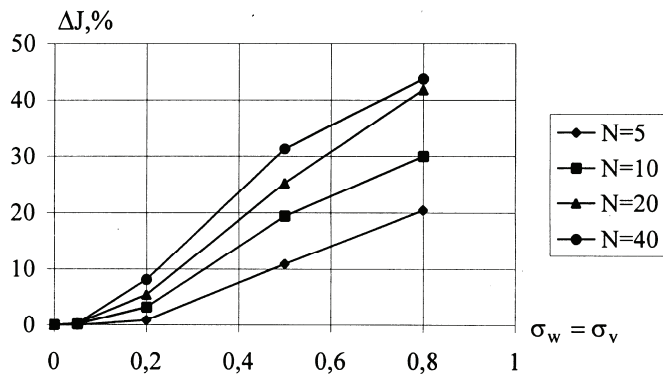


Рис. 2 График зависимости экономии энергии от числа шагов и величины помех (интенсивности помех в каналах управления и измерения равны)

Эффект фильтрации больше, когда интенсивность помехи в канале измерения выше, чем в канале управления (второй случай), что иллюстрирует табл. 2.

В табл. 3 рассмотрен третий случай, если в канале измерения шум присутствует, а в канале управления отсутствует.

Как видно из табл. 3 и рис. 3, при увеличении интенсивности помехи в канале измерения и отсутствии помехи в канале управления эффект фильтрации существеннее, чем в первом случае.

Таблица 2

Интенсивность помехи в одном канале выше, чем в другом

N	δt	σ_w	σ_v	$J_e^{пз}(y)$	$J_e^{пз}(\hat{x})$	$\Delta J, \%$
5	4	0,05	0,5	8,13644	7,41026	8,925034
		0,5	0,05	7,29886	7,29668	0,029868
10	2	0,05	0,5	10,11854	7,22857	28,56114
		0,5	0,05	9,53909	9,52294	0,169303
20	1	0,05	0,5	12,80227	7,16049	44,06859
		0,5	0,05	13,3726	13,34786	0,185005
40	0,5	0,05	0,5	15,99472	7,16921	55,17765
		0,5	0,05	18,09749	17,99439	0,569692

Таблица 3

Помеха в канале управления отсутствует

N	δt	σ_w	σ_v	$J_e^{пз}(y)$	$J_e^{пз}(x)$	$\Delta J, \%$
1	2	3	4	5	6	7
5	4	0	0	7,40541	7,40541	0
		0	0,05	7,40492	7,39194	0,175289
		0	0,2	7,57854	7,41459	2,163345
		0	0,5	8,78138	7,33752	16,44229
		0	0,8	9,00244	7,42847	17,48382
10	2	0	0	7,21943	7,21943	0
		0	0,05	7,22585	7,13735	1,224769
		0	0,2	7,72025	7,22719	6,386581
		0	0,5	10,41977	7,26409	30,28551
		0	0,8	12,38129	7,32211	40,86149

1	2	3	4	5	6	7
20	1	0	0	7,14798	7,14798	0
		0	0,05	7,20125	7,15089	0,699323
		0	0,2	8,02443	7,15539	10,82993
		0	0,5	12,7985	7,18154	43,88764
		0	0,8	19,68237	7,1419	63,71423
40	0,5	0	0	7,1269	7,1269	0
		0	0,05	7,32659	7,12517	2,749164
		0	0,2	8,86014	7,13479	19,47317
		0	0,5	15,22112	7,10981	53,28984
		0	0,8	29,34844	7,23294	75,35494

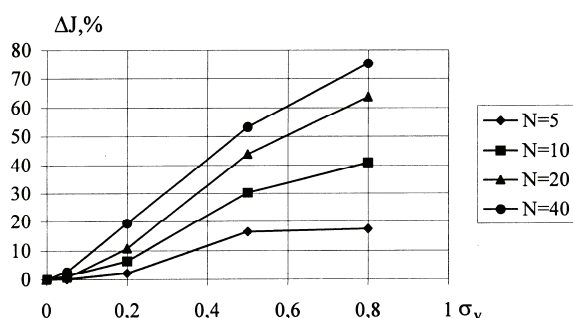


Рис. 3 График зависимости экономии энергии от числа шагов и величины помехи в канале измерения (помеха в канале управления отсутствует)

При отсутствии помех в канале измерения нецелесообразно использовать фильтр, так как согласно (14) коэффициент усиления фильтра равен единице.

3 Выводы

1 При значительных интенсивностях помех в каналах измерения и управления использование оптимальной фильтрации позволяет существенно снизить затраты энергии, причем с уменьшением временного шага дискретизации эффект энергосбережения возрастает.

2 В случае малой интенсивности помех в канале измерения применение фильтра Калмана не ведет к ощутимой экономии энергозатрат при любом временном шаге дискретизации.

3 Для получения наибольшего эффекта от использования оптимальной фильтрации необходимо устранить (компенсировать) помеху в канале управления и уменьшить шаг дискретизации.

Список литературы

1. Муромцев Ю.Л., Орлова Л.П. Энергосберегающее управление с учетом ошибок измерения // Компьютерная хроника. -2001. - № 5. - С. 67–75 с.
2. Муромцев Ю.Л., Орлов В.В. Интеллектуальный энергосберегающий контроллер // В сб. научн. тр. «Математическое моделирование информационных и технологических систем». Вып. 4 / Воронежск. гос. технолог. акад. - Воронеж, 2000. - С. 93–96.
3. Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. Статистика случайных процессов (нелинейная фильтрация и смежные вопросы). - М.: Наука, 1974.
4. Астаин Л.Ю., Дорский Ю.Д., Костылев А.А., Применение программируемых калькуляторов для инженерных и научных расчетов. - Л.: Энергоатомиздат, 1986 - 176 с.

Influence of Disturbance Intensity on the Minimizing Functional under Energy Saving Control with Optimum Filtration

S.V. Artemova, D.Yu. Muromtsev, A.N. Gribkov

Department "Design of Radio-electronic and Microprocessor System", TSTU

Key words and phrases: optimum control; vector of phase coordinates; Kalman's filtration; energy consumption functional; positional strategy of optimum control; disturbance dispersion; non-period unit.

Abstract: Problems of energy-saving control of energy consuming objects under disturbance in control channels and measurement are considered. The influence of disturbance intensity on the minimizing functional under control with optimum filtration is investigated.

Einfluß der Intensivität der Störungen auf den minimisierenden Funktional bei der energiesparenden Steuerung mit der Optimalfiltrierung

Zusammenfassung: Es werden die Fragen der energiesparenden Steuerung von den energiegeräumigen Objekten unter den Bedingungen der Störungen durch die Steuerungs- und Messungskanäle betrachtet. Es ist die Einwirkung der Intensivität der Störungen auf den minimisierenden Funktional bei der Steuerung mit der Optimalfiltrierung untersucht.

Influence de l'intensité des parasites sur la fonctionnelle minimisée au cours de la commande conservant la filtration optimale

Résumé: On examine les problèmes de la la commande conservant l'énergie des objets capables d'absorber de l'énergie dans les conditions des parasites par les canaux de la commande et de la mesure. On a étudié l'influence de l'intensité des parasites sur la fonctionnelle minimisée au cours de la commande conservant la filtration optimale.
