

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ  
В ИССЛЕДУЕМЫХ ОБЪЕКТАХ ПРИ БЕСКОНТАКТНОМ  
ТЕПЛОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ НА НИХ  
ПОДВИЖНЫМ ТОЧЕЧНЫМ ИСТОЧНИКОМ ТЕПЛА**

Э.В. Сысоев<sup>1</sup>, Т.И. Чернышова<sup>2</sup>

*Кафедры: "Криминалистика и информатизация правовой деятельности" (1),  
"Конструирование радиоэлектронных и микропроцессорных систем" (2), ТГТУ*

*Представлена членом редколлегии профессором В.И. Коноваловым*

**Ключевые слова и фразы:** бесконтактный метод контроля; бесконтактное тепловое воздействие; математическая модель; неразрушающий контроль; теплофизические свойства; тепловые потери; точечный источник тепла.

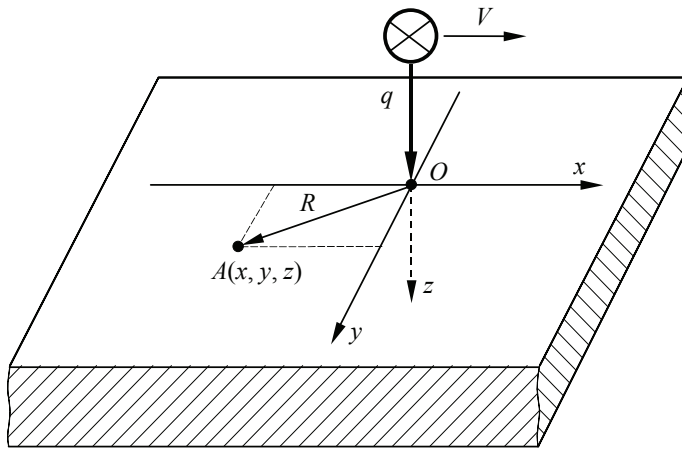
**Аннотация:** Разработана математическая модель процесса распространения тепла в исследуемых объектах при бесконтактном воздействии на них от подвижного точечного источника тепла, позволяющая учитывать тепловые потери с поверхности исследуемых объектов в окружающую среду. Также даны рекомендации по выбору диапазонов и соотношений основных параметров этой модели, при которых она адекватна физике тепловых процессов в исследуемых объектах. Приведен пример использования полученной модели.

В основу разработки большинства методов бесконтактного неразрушающего контроля (НК) теплофизических свойств (ТФС) материалов положено предложенное Н.Н. Рыкалиным уравнение, описывающее процесс распространения тепла точечного источника постоянной мощности  $q$ , движущегося с постоянной скоростью  $V$  над поверхностью полубесконечного в тепловом отношении тела, и имеющее следующий вид [1]:

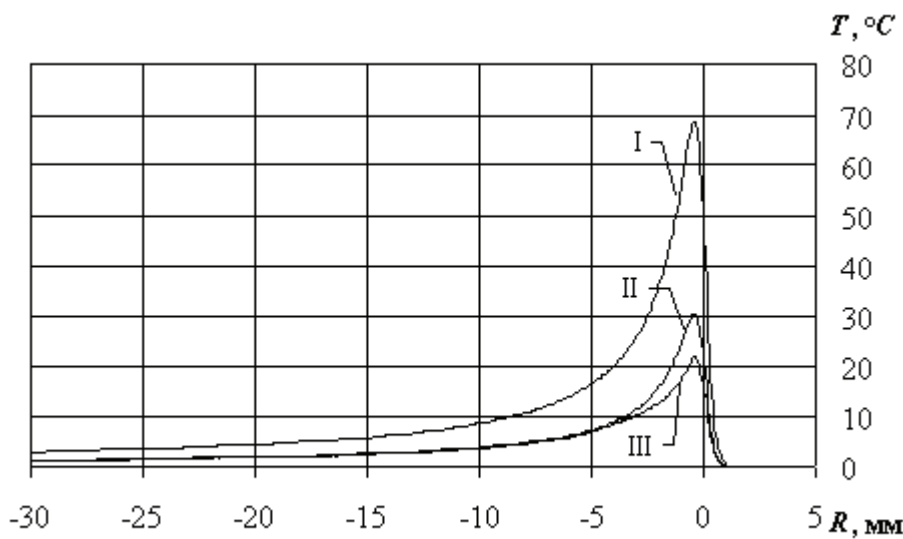
$$T(R, x) = \frac{q}{2\pi\lambda R} \exp\left(-\frac{V(R-x)}{2a}\right) + T_c, \quad (1)$$

где  $T(R, x)$  - температура в рассматриваемой точке  $A$  (рис. 1);  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности тела, Вт/(м·К);  $a$  - коэффициент температуропроводности тела, м<sup>2</sup>/с;  $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  - расстояние от рассматриваемой точки  $A$  с координатами  $(x, y, z)$  до начала  $O$  подвижной системы координат, связанной с движущимся точечным источником тепла;  $T_c$  - температура окружающей среды, т.е. температура исследуемого объекта перед воздействием на него источника тепла.

Однако исследования показывают [2, 3], что расчетные значения температур (термограмма I на рис. 2), определяемые по выражению (1), имеют значительные расхождения с реальными значениями (термограмма III на рис. 2). Это объясняется тем, что в нем не учитываются тепловые потери, происходящие с открытой поверхности исследуемого объекта в окружающую среду. Кроме того, нет информации о диапазонах изменения основных параметров  $(q, V, R)$  этого уравнения, при которых оно адекватно описывает тепловые процессы в исследуемых объектах при указанном виде теплового воздействия.



**Рис. 1** Схема теплового воздействия подвижным точечным источником тепла на поверхность полубесконечного в тепловом отношении тела



**Рис. 2** Термограммы нагрева на поверхности исследуемых объектов

Разработана математическая модель процесса распространения тепла в исследуемых объектах при бесконтактном воздействии на них от подвижного точечного источника тепла, позволяющая учитывать тепловые потери с поверхности исследуемых объектов в окружающую среду. Также даны рекомендации по выбору диапазонов и соотношений основных параметров этой модели, при которых она адекватна физике тепловых процессов в исследуемых объектах. Эта модель получена на основании следующих рассуждений.

В процессе бесконтактного теплового воздействия на поверхность исследуемого объекта подвижным источником тепла из-за невозможности ее теплоизоляции от окружающей среды происходят тепловые потери, оказывающие существенное влияние на температурное поле исследуемого объекта (см. рис. 2). Эти потери обусловлены неполным поглощением тепловой энергии источника тепла поверхностью исследуемого объекта, а также конвективным и лучистым теплообменом поверхности ис-

следуемого тела с окружающей средой. Кроме того, часть тепла поглощается окружающей средой при прохождении через нее излучения от источника тепла до объекта исследования в результате молекулярного поглощения и рассеяния на частицах пыли и влаги, содержащихся в окружающей среде (атмосфере).

С учетом вышесказанного можно записать следующее условие теплового баланса:

$$q_{\text{ит}} = q_{\text{па}} + q_{\text{отр}} + q_{\text{к}} + q_{\text{л}} + q, \quad (2)$$

где  $q_{\text{ит}}$  - мощность точечного источника тепла;  $q_{\text{па}}$  - потери тепловой мощности из-за поглощения окружающей средой части энергии излучения источника тепла;  $q_{\text{отр}}$  - тепловые потери из-за частичного отражения энергии излучения источника тепла поверхностью исследуемого объекта вследствие того, что исследуемый материал имеет коэффициент отражения, отличающийся от нуля;  $q_{\text{к}}$  - потери тепла в окружающую среду за счет конвективного теплообмена;  $q_{\text{л}}$  - потери тепловой мощности в окружающую среду за счет лучистого теплообмена;  $q$  - мощность, распространяемая в исследуемом теле за счет кондуктивной теплопроводности.

Рассмотрим подробнее составляющие уравнения (2).

Потери тепловой мощности из-за поглощения окружающей средой части энергии излучения источника тепла определяются следующим выражением [4]:

$$q_{\text{па}} = q_{\text{ит}}[1 - \exp(-\gamma l)] = q_{\text{ит}}[1 - \beta], \quad (3)$$

где  $\gamma$  - показатель ослабления окружающей среды,  $1/\text{м}$ ;  $l$  - расстояние между источником тепла и исследуемым объектом,  $\text{м}$ ;  $\beta$  - коэффициент прозрачности окружающей среды.

Потери тепловой мощности из-за неполного поглощения энергии лазерного луча поверхностью исследуемого непрозрачного тела с учетом потерь  $q_{\text{па}}$  [5]

$$q_{\text{отр}} = r\beta q_{\text{ит}} = (1 - \alpha)\beta q_{\text{ит}}, \quad (4)$$

где  $r$  - коэффициент отражения;  $\alpha$  - коэффициент поглощения.

Известно [5], что при заданной температуре коэффициент излучения  $\varepsilon$  тела равен его коэффициенту поглощения  $\alpha$ , т.е.  $\varepsilon = \alpha$ . С учетом этого выражение (4) можно записать в следующем виде:

$$q_{\text{отр}} = (1 - \varepsilon)\beta q_{\text{ит}}. \quad (5)$$

Потери тепловой мощности в окружающую среду за счет конвективного теплообмена, исходя из теории теплообмена [6], определяются следующим выражением:

$$q_{\text{к}} = \alpha_{\text{к}}(T - T_{\text{с}})S, \quad (6)$$

где  $\alpha_{\text{к}}$  - коэффициент конвективного теплообмена,  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ;  $T$  - температура поверхности нагретого тела,  $\text{К}$ ;  $T_{\text{с}}$  - температура окружающей среды,  $\text{К}$ ;  $S$  - площадь теплоотдающей поверхности,  $\text{м}^2$ .

Потери тепловой мощности в окружающую среду за счет лучистого теплообмена определяются выражением

$$q_{\text{л}} = \alpha_{\text{л}}(T - T_{\text{с}})S, \quad (7)$$

где  $\alpha_{\text{л}} = \varepsilon C_0 \left[ \left( \frac{T}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{\text{с}}}{100} \right)^4 \right] / (T - T_{\text{с}})$  - коэффициент лучистого теплообмена,

$\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ;  $T$  - температура поверхности нагретого тела,  $\text{К}$ ;  $T_{\text{с}}$  - температура окружающей среды,  $\text{К}$ ;  $\varepsilon$  - коэффициент излучения поверхности нагретого тела;  $C_0 = 5,67$  - постоянная Стефана-Больцмана,  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ ;  $S$  - площадь теплоотдающей поверхности.

Мощность  $q$ , распространяемая в исследуемом теле за счет кондуктивной теплопроводности при бесконтактном тепловом воздействии на него от подвижного точечного источника тепла, согласно выражению (1) определяется следующим уравнением:

$$q = 2\pi\lambda R [T(R, x) - T_c] \exp\left(\frac{V(R-x)}{2a}\right). \quad (8)$$

Используя соотношения (3)-(8) для каждого из слагаемых уравнения (2), после математических преобразований было получено выражение, описывающее температурное поле в полубесконечном в тепловом отношении теле при действии на него подвижного точечного источника тепла и имеющее следующий вид:

$$T(R, x) = \frac{\varepsilon\beta q}{2\pi\lambda R \exp\left(\frac{V(R-x)}{2a}\right) + (\alpha_k + \alpha_l)S} + T_c. \quad (9)$$

Анализ полученного выражения (9) показал, что появившиеся в модели параметры  $\varepsilon$ ,  $\beta$ ,  $\alpha_k$ ,  $\alpha_l$  и  $S$  в той или иной степени влияют на температурное поле поверхности полубесконечного в тепловом отношении тела при действии на него подвижного точечного источника тепла. Особенно большое влияние на значение температурного поля оказывает коэффициент излучения поверхности тела  $\varepsilon$ , так как для большинства твердых непрозрачных материалов  $0,2 < \varepsilon < 0,9$ . На температурное поле материалов с малыми значениями коэффициента теплопроводности  $\lambda$  большое влияние оказывает площадь теплоотдающей поверхности  $S$  и коэффициенты конвективного  $\alpha_k$  и лучистого  $\alpha_l$  теплообмена. В большинстве задач теплового контроля эффект поглощения окружающей средой части энергии излучения источника тепла (параметр  $\beta$ ) несущественен ввиду малого расстояния до объекта. Однако при технологических измерениях на реальных промышленных объектах существенное влияние на результаты теплового контроля оказывает атмосфера горячих, влажных, запыленных или загрязненных помещений. Кроме того, такие параметры, как коэффициент излучения тела  $\varepsilon$ , коэффициенты конвективного  $\alpha_k$  и лучистого  $\alpha_l$  теплообмена, зависят также и от температуры.

Так как указанные выше параметры весьма трудно измерить с требуемой для теплофизического эксперимента точностью, то основной задачей при разработке методов бесконтактного НК ТФС материалов является уменьшение и, если возможно, устранение влияния этих параметров на результаты измерений искомым ТФС за счет соответствующего построения или выбора измерительных процедур и цепей, что будет показано ниже.

Адекватность полученной модели (9) зависит от правильного выбора диапазонов изменения следующих основных ее параметров: расстояние  $R$  от пятна источника тепла до рассматриваемой точки тела, скорость перемещения  $V$  и радиус  $r_0$  пятна точечного источника тепла. Первый параметр определяет выбор точки контроля, а остальные два - степень теплового воздействия на исследуемый объект, т.е.  $q$ .

Экспериментальные исследования показывают [2, 3], что разность между реальными значениями температур (термограмма III, рис. 2) и расчетными значениями температур (термограмма II, рис. 2), определяемые по выражению (9) на расстояниях  $R$ , близких по значению к радиусу  $r_0$  пятна точечного источника тепла (напр., при  $R < 4$  мм и  $r_0 = 0,5$  мм, рис. 2), составляет около 40 %. Это объясняется тем, что при таких расстояниях  $R$  источник тепла нельзя рассматривать как точечный источник. В этой области значения температур получаются при решении уравнения теплопроводности уже в рамках модели кругового источника тепла. Исследования показали, что при

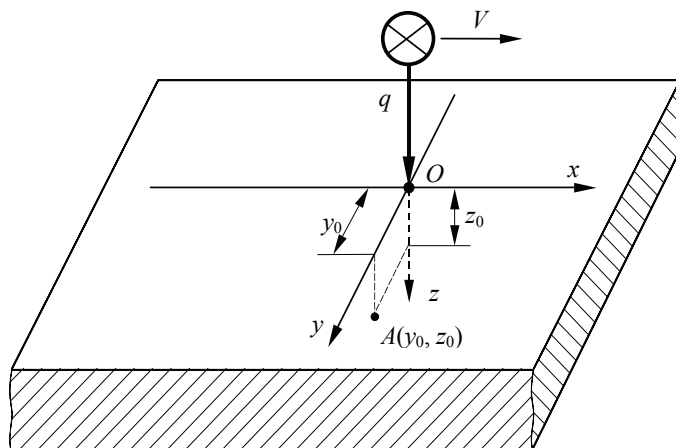
увеличении расстояния  $R$  до величины, равной восьмикратному значению диаметра пятна точечного источника, разность между реальными и расчетными значениями температур, определяемых по выражению (9), составляет не более 5 %. Этот результат находится в полном соответствии с выводами других авторов [7, 8], в которых источник тепла рассматривается точечным, когда его размеры (диаметр пятна  $- 2r_0$ ) составляют не более 10 % расстояния между пятном теплового воздействия источника и точкой контроля.

Таким образом, полученное выражение (9) с приемлемой для теплофизических измерений точностью описывает температурное поле в исследуемых объектах при условии, что расстояние  $R$  от пятна источника тепла до рассматриваемой точки поверхности берется больше десятикратного значения диаметра пятна точечного источника.

Кроме того, большое влияние на температурное поле оказывают значения скорости  $V$ , радиуса  $r_0$  пятна точечного источника тепла и коэффициента теплопроводности  $a$  исследуемого тела. Распределение температуры квазистационарного процесса распространения теплоты определяется в основном только соотношением времени, необходимого для теплонасыщения материала при нагревании через круговую площадку (это время порядка  $r_0^2/a$ ), и времени прохождения точечным источником расстояния, равного радиусу  $r_0$  пятна точечного источника ( $r_0/V$ ). Если время теплонасыщения оказывается меньше, чем время прохождения точечным источником пути, равного своему радиусу, т.е.  $Vr_0/a < 1$ , то источник тепла можно считать медленно движущимся, а его температурное поле определяется по выражению (9). С увеличением скорости перемещения источника нагрева тепловой эффект воздействия излучения ослабевает и максимум температуры сдвигается противоположно направлению перемещения этого источника. В этом случае при переходе к быстро движущемуся источнику, когда  $Vr_0/a \gg 1$ , уравнение распределения температуры в полубесконечном в тепловом отношении теле имеет следующий вид [9]:

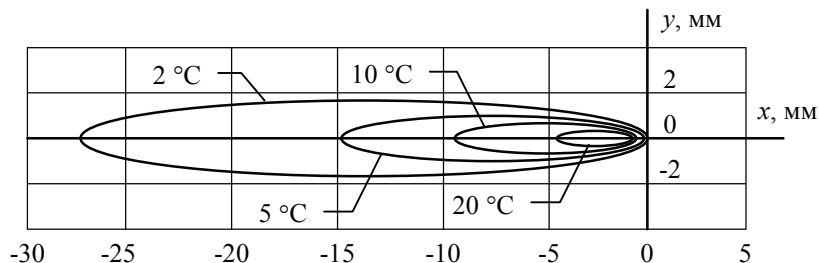
$$T(y_0, z_0, t) = \frac{q}{2\pi\lambda V t} \exp\left(-\frac{y_0^2 + z_0^2}{4at}\right) + T_c, \quad (10)$$

где  $t$  - время, отсчитываемое от момента, когда источник пересекает плоскость  $y_0Oz_0$ , проведенную перпендикулярно оси движения источника через рассматриваемую точку  $A$  (рис. 3);  $y_0, z_0$  - неподвижные координаты точки  $A$ , связанные с телом, не отличающиеся от подвижных координат  $y$  и  $z$ .



**Рис. 3** Схема теплового воздействия быстро движущимся точечным источником тепла на поверхность исследуемого объекта

Уравнение (10) показывает, что тепловые потоки в направлении, параллельном оси  $Ox$ , незначительны по сравнению с тепловыми потоками в направлениях, параллельных осям  $Oy$  и  $Oz$ . При больших значениях параметра  $Vr_0/a$  изотермы на поверхности  $xOy$  вытянуты вдоль оси  $Ox$  (рис. 4). Сопоставление этого температурного поля с температурным полем, вычисленным по формуле (9), показывает, что значения температур в области остывания практически одинаковы, а в центре и вокруг пятна нагрева отличаются. Таким образом, уравнение (10) не желательно использовать при разработке бесконтактных методов НК ТФС материалов.



**Рис. 4** Изотермы на поверхности исследуемых объектов при тепловом воздействии на нее быстро движущимся точечным источником

С учетом вышесказанного математическую модель (9) можно записать в следующем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} T(R, x) = \frac{\varepsilon\beta q_{ит}}{2\pi\lambda R \exp\left(\frac{V(R-x)}{2a}\right) + (\alpha_k + \alpha_l)S} + T_c, \\ R \geq 20r_0, \\ Vr_0/a < 1. \end{array} \right. \quad (11)$$

Полученные ограничения на параметры модели (9) учитываются непосредственно при реализации разрабатываемых бесконтактных методов НК ТФС материалов. При этом необходимо задаваться такими диапазонами параметров полученной модели, чтобы в условиях недостаточной априорной информации о ТФС исследуемых материалов модель была адекватна физике тепловых процессов, происходящих в исследуемых объектах при заданном режиме теплового воздействия с полной гарантией сохранения целостности и эксплуатационных характеристик исследуемых изделий, обусловленной нагревом изделия до избыточной температуры, не превышающей температуру термодеструкции материала изделия. Для выполнения соотношения  $Vr_0/a < 1$  необходимо задаваться наименьшими возможными значениями скорости перемещения  $V$  и радиуса  $r_0$  пятна точечного источника тепла, выбирая при этом для их расчета материал с наименьшим значением коэффициента температуропроводности  $a$ . Таким образом, в условиях недостаточной априорной информации о ТФС испытуемых материалов обеспечивается увеличение их перечня.

Полученная математическая модель позволила создать ряд новых методов бесконтактного НК ТФС материалов [2, 3], в которых учитываются полученные ограничения на ее основные параметры, а измерительные процедуры и алгоритмы построены так, что влияние параметров  $\varepsilon$ ,  $\beta$ ,  $\alpha_k$ ,  $\alpha_l$  и  $S$  на конечный результат измерений либо значительно уменьшено, либо полностью устранено. Все это в конечном итоге позволяет увеличить точность контроля искомых ТФС.

Так, например, разработан бесконтактный метод НК ТФС твердых материалов [3], заключающийся в воздействии на поверхность исследуемого образца 1 подвижным точечным источником тепла 2 определенной мощности и проведении на этой поверхности пространственно-температурных измерений (рис. 5). Тепловое воздействие на исследуемый объект осуществляют от лазера, а контроль избыточных температур на поверхности объекта осуществляется на линии движения источника тепла и на параллельной ей линии соответственно термоприемниками 3 и 4 по ее электромагнитному излучению.

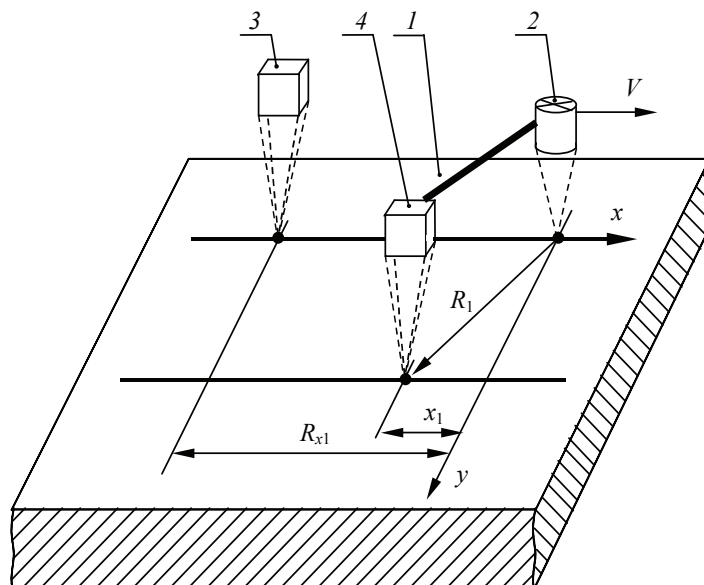


Рис. 5 Схема расположения и движения точечного источника тепла и термоприемников относительно исследуемого образца

Сущность этого метода заключается в следующем. После начала теплового воздействия и движения источника тепла и термоприемников смещают термоприемник 3 по линии движения источника в сторону отставания от него на расстояние  $R_{x1}$ , при котором значение контролируемой избыточной температуры будет равно значению температуры, контролируемой термоприемником 4, и измеряют это расстояние. Далее, увеличив мощность источника тепла в два раза, аналогично перемещают термоприемник 3 на расстояние  $R_{x2}$ , при котором значение контролируемой им температуры будет равно значению температуры, измеренной этим же термоприемником при движении его при первоначальной мощности, измеряют это расстояние и по найденным значениям определяют ТФС по следующим формулам:

$$a = \frac{V(R_1 - x_1)}{\tau \ln \left[ \frac{R_{x1}}{R_1} \right]}, \quad (12)$$

$$\lambda = \frac{q_{ит}}{\tau \pi T_1^* [R_{хТ} - R_{x1}]}, \quad (13)$$

где  $R_1$  - расстояние между центром пятна нагрева и точкой, в которой температуру контролирует термоприемник 4, м;  $R_{x1}$ ,  $R_{x2}$  - найденные расстояния между центром пятна нагрева и точкой, в которой температуру контролирует термоприемник 3, м;  $x_1$  - расстояние между центром пятна нагрева и проекцией точки  $R_1$  на линию движения источника тепла, м;  $q_{ит}$  - мощность источника тепла (лазера), Вт;  $T_1^*$  - значение избы-

точной температуры в точке на расстоянии  $R_{x2}$  от центра пятна нагрева при мощности источника  $2q_{ит}$ .

Отличительной особенностью этого метода является то, что на поверхности исследуемого объекта находятся такие точки контроля, в которых тепловые потери в окружающую среду, зависящие от параметров  $\varepsilon$ ,  $\beta$ ,  $\alpha_k$ ,  $\alpha_l$  и  $S$  разработанной модели, практически равны, т.е. предложенная последовательность измерительных процедур позволяет компенсировать эти потери. Кроме того, в этом методе диапазоны изменения параметров  $V$ ,  $R$  и  $r_0$  выбраны так, чтобы полученная модель была наиболее адекватна физике тепловых процессов, происходящих в исследуемых объектах.

Таким образом, использование разработанной математической модели при создании новых методов бесконтактного НК ТФС позволяет значительно уменьшить влияние параметров  $\varepsilon$ ,  $\beta$ ,  $\alpha_k$ ,  $\alpha_l$  и  $S$  на результаты измерений искомым ТФС, что существенно повышает метрологический уровень создаваемых методов и повышает эффективность применения представленной в статье модели в теории и практике бесконтактных теплофизических измерений.

#### *Список литературы*

1. Рыкалин Н.Н. Расчеты тепловых процессов при сварке. - М: Машгиз, 1951. - 296 с.
2. Патент РФ № 2166188. Бесконтактный адаптивный способ неразрушающего контроля теплофизических характеристик материалов / Чернышова Т.И., Сысоев Э.В. и др. - Заявл. 5.01.2000; Опубл. 27.04.2001.
3. Патент РФ № 2168168. Способ бесконтактного контроля теплофизических характеристик материалов / Чернышова Т.И., Сысоев Э.В. и др. - Заявл. 4.08.1999; Опубл. 27.05.2001.
4. Криксунов Л.З. Справочник по основам инфракрасной техники. - М.: Сов. радио, 1978. - 274 с.
5. Хадсон Р. Инфракрасные системы: пер. с англ. - М.: Мир, 1972. - 536 с.
6. Лыков А.В., Михайлов Ю.А. Теория тепло- и массопереноса. - М.: Госэнергоиздат, 1963. - 535 с.
7. Справочник по лазерной технике: пер. с нем. / Под ред. А.П. Напартовича. - М.: Энергоатомиздат, 1991. - 544 с.
8. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. - М.: Наука, 1964. - 487 с.
9. Лазерная техника и технология. В 7 кн. Кн. 3. Методы поверхностной лазерной обработки: учеб. пособие для вузов / А.Г. Григорьянц, А.Н. Сафонов. Под ред. А.Г. Григорьянца. - М.: Высш. шк., 1987. - 191 с.

---

### **Modelling of Thermal Processes in Examined Objects under Non-contact Thermal Influence through Moving Point Heat Source**

**E.V. Sysoev<sup>1</sup>, T.I. Chernyshova<sup>2</sup>**

*Departments: «Criminal Law and Legal Activity Informatisation» (1), «Design of Radio-electronic and Microprocessor Systems» (2), TSTU*

**Key words and phrases:** non-contact control method; non-contact thermal influence; non-destructive control; thermophysical properties; point heat source.

**Abstract:** Mathematical model of heat distribution process in examined objects at non-contact point influence on them from moving point heat source, allowing to take into account heat losses from the surface of examined objects into environment is developed. Recommendations on the choice of range and relationship of main parameters of this model,



under which it is adequate to physics of thermal processes in examined objects, are given. The example of obtained model application is given.

---

**Modellierung der Wärmeprozesse in den untersuchenden Objekten bei der kontaktlosen Wärmeeinwirkung auf sie mit der beweglichen punktförmigen Wärmequelle**

**Zusammenfassung:** Es ist das mathematische Modell des Prozesses der Wärmeverbreitung in den untersuchenden Objekten bei der kontaktlosen Einwirkung auf sie mit der beweglichen punktförmigen Wärmequelle erarbeitet. Dieses Modell erlaubt die Wärmeverluste von der Oberfläche der untersuchenden Objekte in der Umgebung zu berücksichtigen. Es sind auch Empfehlungen in den Diapasonauswahl gegeben. Es werden die Übereinstimmungen der Hauptparameter dieses Modells angeführt, bei denen es der Physik der Wärmeprozesse in den untersuchenden Objekten adäquat ist. Es ist ein Beispiel der Benutzung des untersuchenden Modells angeführt.

---

**Modélage des processus thermiques dans les objets avec l'action thermique sans contact sur ces objets par une source mobile pointeuse de la chaleur**

**Résumé:** On a élaboré le modèle mathématique du processus de la répartition de la chaleur dans les objets étudiés avec une action sans contact sur eux de la part de la source mobile pointeuse. Ce modèle permet de tenir compte des pertes de chaleur de la surface des objets étudiés dans un environnement. On a donné aussi des recommandations sur le choix de la gamme et des relations des paramètres essentiels de ce modèle avec lesquels celui-ci serait adéquat à la physique des processus thermiques dans les objets étudiés. On a cité l'exemple de l'utilisation du modèle obtenu.

---