

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ НЕРАЗРУШАЮЩИМ СПОСОБОМ

Н.П. Жуков<sup>1</sup>, Ю.Л. Муромцев<sup>2</sup>, Н.Ф. Майникова<sup>3</sup>, И.В. Рогов<sup>1</sup>

*Кафедры: “Гидравлика и теплотехника” (1),  
“Конструирование радиоэлектронных и микропроцессорных систем” (2),  
“Теория механизмов машин и детали машин” (3), ТГТУ*

**Ключевые слова и фразы:** автоматизированные системы исследований; импульсное тепловое воздействие; неразрушающий контроль теплофизических свойств; линейный источник тепла; математическое моделирование; теплопроводность; температуропроводность.

**Аннотация:** Рассмотрены теоретические аспекты метода неразрушающего контроля теплофизических свойств материалов. Предложена модель процесса нестационарного теплопереноса от линейного импульсного источника тепла при теплофизических измерениях.

### Обозначения и аббревиатуры

$a$ - температуропроводность, м <sup>2</sup> /с;	$\lambda$ - теплопроводность, Вт/(м·К);
$T$ - температура, К;	$\tau$ - время, с;
$u$ - параметр интегрирования;	ТФС - теплофизические свойства.

При решении задач оперативного контроля комплекса теплофизических свойств (ТФС) материалов определенный интерес представляют неразрушающие методы с использованием линейного импульсного источника тепла, расположенного на поверхности полуограниченного в тепловом отношении объекта. Исследования в этой области остаются на сегодняшний день актуальными. Это определяется, прежде всего, тем, что ТФС материала находят на основании косвенных экспериментов и рассчитывают по определенным математическим моделям. В результате точность и надежность определения ТФС во многом обуславливается тем, насколько адекватно математическая модель описывает тепловые процессы, происходящие при измерении.

Анализ процессов измерения, их моделей и источников погрешностей показывает, что в пределах временного интервала измерения в тепловой системе могут проходить существенные изменения, которые не позволяют описывать весь процесс одной аналитической моделью с неизменными ограничениями и условиями [1-4].

В данной работе рассматривается способ неразрушающего определения теплофизических свойств твердых материалов (теплопроводности и температуропроводности) по участку термограммы, который характеризуется регуляризацией тепловых потоков, с учетом времени, когда исследуемый объект можно считать полуограниченным.

Рассмотрим модель нестационарного теплопереноса от линейного импульсного источника тепла, действующего на теплоизолированной поверхности полуограниченного тела [4, 7]. В этом случае мощность на нагревателе является периодической функцией времени и может быть записана в виде:

$$q(\tau) = \begin{cases} q_0, & 0 \leq \tau \leq \tau_0 \\ 0, & \tau_0 < \tau < \Delta\tau \end{cases}, \quad q(\tau + n\Delta\tau) = q(\tau), \quad (1)$$

где  $q_0$  - мощность одного импульса на единицу длины нагревателя,  $\tau_0$  - длительность одного импульса,  $\Delta\tau$  - период следования импульсов.

Согласно методу источников формула, определяющая температурное поле в полупространстве от линейного источника тепла с произвольным законом подачи мощности на нагревателе, имеет вид

$$T(r, \tau) = \frac{1}{2\pi\lambda} \int_0^{\tau} \frac{q(u) \exp\left[-\frac{r^2}{4a(\tau-u)}\right]}{(\tau-u)} du. \quad (2)$$

Подставив (1) в (2), предварительно разложив (1) в ряд Фурье, имеем следующее выражение для описания температурного поля системы с линейным нагревателем, действующим на поверхности полуограниченного тела:

$$T(r, \tau) = \frac{q_0\tau_0}{2\pi\lambda\Delta\tau} Ei_1\left[\frac{r^2}{4a\tau}\right] + \frac{q_0}{2\pi^2\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left\{ \int_0^{\tau} \frac{\left(\sin\left[\frac{2k\pi}{\Delta\tau}(\tau_0-u)\right] + \sin\left[\frac{2k\pi u}{\Delta\tau}\right]\right) \exp\left[-\frac{r^2}{4a(\tau-u)}\right]}{(\tau-u)} du \right\}, \quad (3)$$

где  $Ei_1[x] = \int_x^{\infty} \frac{\exp[-u]}{u} du$  - экспоненциальный интеграл.

Слагаемое  $\frac{q_0}{2\pi^2\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left\{ \int_0^{\tau} \frac{\left(\sin\left[\frac{2k\pi}{\Delta\tau}(\tau_0-u)\right] + \sin\left[\frac{2k\pi u}{\Delta\tau}\right]\right) \exp\left[-\frac{r^2}{4a(\tau-u)}\right]}{(\tau-u)} du \right\}$ , стоя-

щее в правой части уравнения (3), представляет собой ограниченную и периодическую функцию времени и при числе импульсов  $n > 5 \div 7$  им можно пренебречь, отнеся к случайной погрешности измерения температуры [5]. То есть, для точки поверхности полуограниченного тела, начиная с некоторого момента времени, будет справедливо следующее выражение:

$$T(r, \tau) = \frac{q_0\tau_0}{2\pi\lambda\Delta\tau} Ei_1\left[\frac{r^2}{4a\tau}\right]. \quad (4)$$

Так как реальные объекты измерения имеют конечные размеры, то формула (4) будет справедлива не все время испытания. С целью фиксирования времени, когда исследуемый объект можно считать полуограниченным, в предлагаемом способе измеряется разность температур между двумя точками его поверхности, причем дальняя точка находится на расстоянии от нагревателя не большем толщины объекта испытания. Тогда можно записать выражение для этой разности температур

$$T^*(s, r_1, \tau) = \frac{q_0\tau_0}{2\pi\lambda\Delta\tau} \left( Ei_1\left[\frac{r_1^2}{4a\tau}\right] - Ei_1\left[\frac{s^2 r_1^2}{4a\tau}\right] \right), \quad (5)$$

где  $T^*$  - разность температур между двумя точками поверхности объекта испытания,  $\tau$  - время,  $r_1$  - расстояние от линии действия источника тепла до ближней точки кон-

троля,  $s = \frac{r_2}{r_1}$  - отношение расстояний между нагревателем и дальней точкой контроля температуры  $r_2$  и нагревателем и ближней точкой контроля температуры  $r_1$ .

Выражение (5) можно переписать в безразмерной форме:

$$\Theta^*(s, Fo) = Ei_1 \left[ \frac{1}{4Fo} \right] - Ei_1 \left[ \frac{s^2}{4Fo} \right], \quad (6)$$

где  $Fo = \frac{a\tau}{r_1^2}$  - число Фурье (безразмерное время),  $\Theta^* = \frac{T^*}{q_0\tau_0/2\pi\lambda\Delta\tau}$  - безразмерная температура.

Характерной особенностью функции  $\Theta^*(s, Fo)$  является то, что для любого заданного значения  $s > 1$  на графике  $\Theta^* = \Theta^*(s, Fo)$  будет наблюдаться точка перегиба (рис. 1), соответствующая значению

$$Fo^* = \frac{1}{8} \frac{s^2 - 1}{\ln[s]}, \quad (7)$$

которое получено из решения уравнения

$$\frac{d^2\Theta \left( s, \ln[Fo^*] \right)}{d(\ln[Fo])^2} = \frac{1}{4} \exp \left[ -\ln[Fo^*] - \frac{1}{4Fo^*} \right] - \frac{1}{4} s^2 \exp \left[ -\ln[Fo^*] - \frac{s^2}{4Fo^*} \right] = 0. \quad (8)$$

Касательная к точке  $\Theta^*(s, Fo^*)$  кривой  $\Theta^*(s, Fo)$  имеет вид (рис. 1):

$$\hat{\Theta}^*(s, Fo) = p(s) (\ln[Fo] + h(s)), \quad (9)$$

где

$$p(s) = \left( s \frac{2}{s^2-1} - s \frac{2s^2}{s^2-1} \right),$$

$$h(s) = 3 \ln[2] - \ln \left[ \frac{s^2 - 1}{\ln[s]} \right] + \frac{Ei_1 \left[ \frac{2 \ln[s]}{s^2 - 1} \right] - Ei_1 \left[ \frac{2s^2 \ln[s]}{s^2 - 1} \right]}{s \frac{2}{s^2-1} - s \frac{2s^2}{s^2-1}}.$$

На рис. 2 представлена зависимость  $p(s)$ , а на рис. 3 - зависимость  $h(s)$ . Точка перегиба будет соответствовать максимуму кривой  $\frac{d\Theta^*(s, \ln[Fo])}{d(\ln[Fo])}$  и значению

$$\frac{d\Theta^*(s, \ln[Fo^*])}{d(\ln[Fo])} = Fo^* \frac{d\Theta^*(s, Fo^*)}{dFo} = p(s). \quad (10)$$

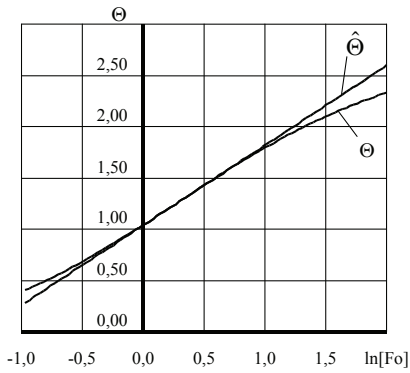


Рис. 1

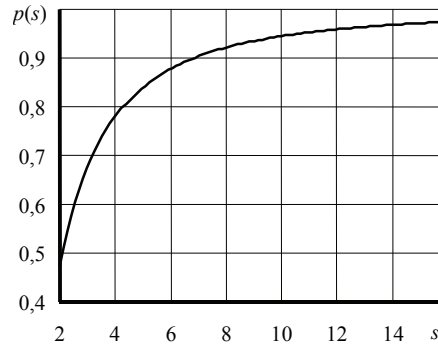


Рис. 2

Так как расстояние  $r_2$  от нагревателя до дальней точки контроля температуры, относительно которой измеряется температура ближней точки поверхности объекта испытания, связано с его толщиной, то для точек экспериментальной кривой, расположенных правее  $Fo^*$  ( $Fo > Fo^*$ ), начнут сказываться граничные условия. Поэтому в уравнение (6) необходимо ввести дополнительный член, величина которого будет тем больше, чем правее относительно  $Fo^*$  находится точка экспериментальной кривой (чем больше величина  $(Fo - Fo^*)$ ). Так как способ предполагает неразрушающее определение теплофизических свойств, то учет этих граничных условий в явном виде затруднителен.

С учетом вышеизложенного, а также с учетом того, что разность температур измеряется со случайной погрешностью, в которую входит и отбрасываемая сумма ряда (выражение (3)), на экспериментально снятой термограмме в координатах  $T^* = T^*(\ln[\tau])$  можно выделить прямолинейный (рабочий) участок, соответствующий уравнению

$$\hat{T}^* = \frac{p(s)q_0\tau_0}{2\pi\lambda\Delta\tau} (\ln[\tau] + \ln[a] - 2 \ln[r_1] + h(s)). \quad (11)$$

Данное уравнение можно записать в виде:

$$\hat{T}^* = \frac{\alpha}{\lambda} z + \frac{\alpha}{\lambda} (\ln[a] + \beta) \text{ или } \hat{T}^* = b_1 z + b_0, \quad (12)$$

где  $z = \ln[\tau]$  - новая переменная;  $\lambda$ ,  $a$  - искомые теплофизические свойства;  $\alpha$  и  $\beta$  - постоянные, определяемые режимными и конструктивными особенностями устройства, реализующего способ,

$$\alpha = \frac{p(s)q_0\tau_0}{2\pi\lambda\Delta\tau}, \quad \beta = h(s) - 2 \ln[r_1], \quad (13)$$

$b_1$  и  $b_0$  - величины, непосредственно определяемые из экспериментально снятых термограмм

$$b_1 = \frac{\alpha}{\lambda}, \quad b_0 = \frac{\alpha}{\lambda} (\ln[a] + \beta). \quad (14)$$

Тогда выражения для определения теплофизических свойств исследуемых материалов будут иметь вид:

$$\lambda = \frac{\alpha}{b_1}, \quad a = \exp\left[\frac{b_0}{b_1} - \beta\right]. \quad (15)$$

Для определения рабочих участков экспериментально снимаемых термограмм в предлагаемом способе использовали следующее:

1) свойства функции (6), согласно которым на термограммах в координатах  $T^*(\ln[\tau])$  рабочим участкам соответствуют прямолинейные отрезки;

2) качественную информацию, полученную при анализе выражения (6), на основе которого было получено расчетное соотношение (11), рабочему участку термограммы будет соответствовать вершина кривой  $\frac{dT^*(z)}{dz} = f(z)$ ;

3) необходимость статистической обработки результатов эксперимента, так как разность температур в эксперименте снимается в дискретных точках с определенной случайной погрешностью.

Считая, что не менее  $k$  точек принадлежат рабочему участку термограммы, а всего на термограмме  $n > k$  точек, рассматриваем последовательно отрезки термограмм с номерами точек  $1...k, 2...k+1, \dots, n-k...n$ . Обозначим каждый из отрезков индексом  $i$  ( $i=k...n$ ). Для каждого из этих отрезков построим уравнения линейных зависимостей

$$\hat{T}^* = \alpha_{1i}z + \alpha_{0i}, \quad i=k, k+1, \dots, n \quad (16)$$

на основе следующих формул:

$$b_{1i} = \frac{\sum_{j=i-k+1}^i T_j^* (\ln(j\Delta\tau) - \bar{z}_i)}{\sum_{j=i-k+1}^i (\ln(j\Delta\tau) - \bar{z}_i)^2}, \quad b_{0i} = \bar{T}_i^* - b_{1i}\bar{z}_i, \quad (16a)$$

$$\bar{T}_i^* = \frac{1}{k} \sum_{j=i-k+1}^i T_j^*, \quad \bar{z}_i = \frac{1}{k} \sum_{j=i-k+1}^i \ln(j\Delta\tau),$$

где  $T_j^*$  - значение разности температур, полученное в результате эксперимента в точке с номером  $j$  для  $i$ -го отрезка;  $b_{0i}, b_{1i}$  - оценка коэффициентов  $\alpha_{0i}, \alpha_{1i}$  уравнения (16);  $\hat{T}^*$  - температура, рассчитываемая по уравнению (16).  $z = \ln[\tau]$ .

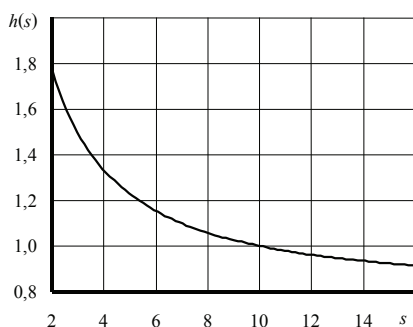


Рис. 3

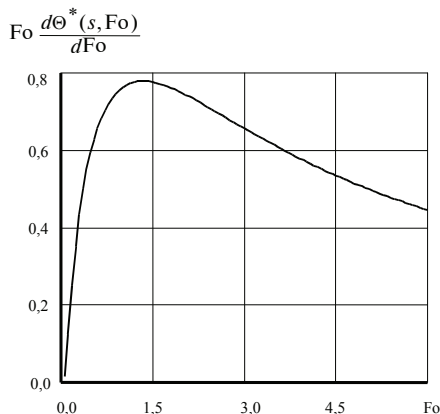


Рис. 4

На графике зависимости  $b_{1i}$  от  $\bar{z}_i$  будет наблюдаться вершина, соответствующая рабочему участку термограммы. С целью уменьшения времени эксперимента в предлагаемом методе на каждом шаге измерения вычисляют  $b_{1i}$ , которое сравнивается с  $b_{1i-1}$ . Испытания заканчивают, когда  $b_{1i} < b_{1i-1}$ , то есть тогда, когда  $b_{1i}$  начнет уменьшаться. Для того, чтобы гарантировать определение теплофизических свойств с заданной точностью, в предлагаемом способе назначают период подачи импульсов исходя из следующего. Для определения теплопроводности используется коэффициент  $b_1$ , непосредственно определяемый из термограммы, который представляет собой величину, прямопропорциональную значению  $p(s)$ . Величина  $p(s)$ , в свою очередь, есть максимум кривой  $\frac{d\Theta^*(s, \ln[Fo])}{d(\ln[Fo])} = Fo \frac{d\Theta^*(s, Fo)}{dFo} = \exp\left[-\frac{1}{4Fo}\right] - \exp\left[-\frac{s^2}{4Fo}\right]$  (рис. 4), соответствующий значению  $Fo^*$ . Поэтому погрешность для точек, лежащих правее и левее  $Fo^*$

$$1 - \frac{\exp\left[-\frac{1}{4Fo}\right] - \exp\left[-\frac{s^2}{4Fo}\right]}{\frac{2}{s} \frac{1}{s^2-1} - \frac{2s^2}{s} \frac{1}{s^2-1}} = \delta. \quad (17)$$

Решив это уравнение относительно  $Fo$ , получим два значения -  $Fo_1$ , лежащее левее  $Fo^*$ , и  $Fo_2$ , лежащее правее  $Fo^*$ . На основе  $Fo_1$  и  $Fo_2$  назначается частота подачи импульсов:

$$\Delta\tau = \frac{\tau_2 - \tau_1}{k}, \quad \tau_1 = \frac{Fo_1 r_1^2}{a_{\max}}, \quad \tau_2 = \frac{Fo_2 r_1^2}{a_{\max}}, \quad (18)$$

где  $\delta$  - погрешность определения теплофизических свойств;  $a_{\max}$  - максимальное значение из диапазона определения температуропроводности;  $k$  - целое положительное число, большее 5;  $r_1$  - расстояние от линии действия источника до ближней точки контроля температуры поверхности объекта измерения.

Так как для определения коэффициента  $b_1$  используются точки, лежащие между  $\tau_1$  и  $\tau_2$ , то реальная погрешность определения теплофизических свойств будет меньше величины  $\delta$ , стоящей в правой части уравнения (17).

Осуществление способа иллюстрируется схемой, представленной на рис. 5. Исследуемый образец 1 в реальных условиях может представлять из себя готовое изделие. На свободной поверхности образца помещают линейный нагреватель 2 и датчик 3, измеряющий разность температур между двумя точками поверхности образца, расположенными на расстоянии  $r_1$  и  $r_2$  от нагревателя так, чтобы выполнялось условие

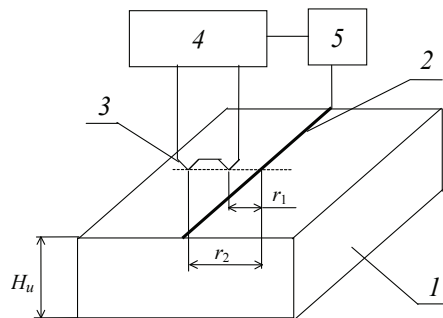


Рис. 5

$$H_u < r_2,$$

где  $r_2$  - расстояние от нагревателя до дальней точки контроля,  $H_u$  - толщина образца (изделия).

При подготовке к испытаниям создают тепловой контакт между нагревателем и образцом, а также - между датчиком и образцом. Контроль за процессом термостатирования осуществляют с помощью измерительно-вычислительного устройства (ИВУ) 4. Когда величина разности температур  $T^*$  станет меньше наперед заданного значения, определяемого точною измерением температуры, ИВУ подает на нагреватель с помощью стабилизированного источника питания 5 электрический ток импульсами постоянной мощности и длительности с частотой  $\Delta t$ , определяемой из выражения (18). Одновременно с подачей электрического тока, после каждого импульса производят измерение разности температур  $T^*$ .

На каждом  $i$ -ом шаге определяют значение коэффициента  $b_{1i}$  согласно формуле (16а) и сравнивают его со значением  $b_{1i-1}$  на  $i-1$  шаге измерения. Испытания заканчивают при выполнении условия  $b_{1i} < b_{1i-1}$ . Теплофизические свойства в соответствии с изложенной выше методикой определяют по формулам:

$$\lambda = \frac{\alpha}{b_{1i-1}}, \quad a = \exp\left[\frac{b_{0i-1}}{b_{1i-1}} - \beta\right]. \quad (19)$$

С целью проверки способа [6] проводили измерения на образцах из полиметилметакрилата (ПММА) и рипора с известными теплофизическими свойствами, а также на образцах из фторопласта-4 и капрлона-В, теплопроводность которых определялась теплофизическим прибором ИТ-3 стационарным методом. В таблице представлены результаты определения теплофизических свойств перечисленных выше материалов. Испытания показали согласованность полученных значений теплопроводности и температуропроводности с известными и определенными стационарным методом.

Материал	Теплофизические свойства				
	по разработанному способу		справочные данные		измеренные стационарным способом
	$\lambda$ , Вт/(м·К)	$a$ , м <sup>2</sup> /с	$\lambda$ , Вт/(м·К)	$a$ , м <sup>2</sup> /с	
ПММА	0,194	$1,05 \cdot 10^{-7}$	0,195	$1,02 \cdot 10^{-7}$	-
Рипор	0,027	$4,45 \cdot 10^{-7}$	0,028	$4,61 \cdot 10^{-7}$	-
Фторопласт-4	0,30	$0,47 \cdot 10^{-7}$	-	-	0,29
Капрлон-В	0,42	$0,71 \cdot 10^{-7}$	-	-	0,36

Предлагаемый способ позволяет снизить систематическую погрешность измерения теплофизических свойств материалов за счет контроля за ходом термостатирования по разности температур между двумя точками поверхности исследуемого образца (изделия). Так как разность температур между двумя точками поверхности образца фиксируется в течение всего времени испытания, снижается влияние систематической погрешности, вызванной тем, что не все время испытания образец можно считать полуограниченным. Контроль за величиной параметра  $b_1$  в процессе испытания позволяет снизить время эксперимента. Так как в предлагаемом способе используются не отдельные точки термограммы, а ее участок, то уменьшается случайная составляющая погрешности определения теплофизических свойств исследуемого материала. В случае исследования теплофизических свойств дисперсных материалов согласно предлагаемому способу определяются их среднеинтегральные значения, что также повышает точность определения теплофизических свойств.

### Список литературы

1. Вавилов В.П. Тепловые методы неразрушающего контроля: Справочник. - М.: Машиностроение, 1991. - 240 с.
2. Платунов Е.С. и др. Теплофизические измерения и приборы. - Л.: Машиностроение, 1986. - 256 с.
3. Мищенко С.В., Муромцев Ю.Л., Цветков Э.И. и др. Анализ и синтез измерительных систем. - Тамбов: Тамб. гос. техн. ун-т, 1995. - 234 с.
4. Лыков А.В. Теория теплопроводности. - М.: Высш. шк., 1967. - 599 с.
5. Смирнов В.И. Курс высшей математики: - Т. 3, часть 2. - М.: Наука, 1969. - 672 с.
6. Жуков Н.П., Муромцев Ю.Л., Майникова Н.Ф. и др. Патент РФ № 2161301 RU, кл. G 01 N 25/18. Способ неразрушающего определения теплофизических свойств материалов. Б.И. № 36, 2000.
7. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. - М.: Наука, 1964. - 487 с.

---

### Determination of Thermophysical Properties of Materials Through Non-destructive Means

N.P. Zhukov<sup>1</sup>, Yu.L. Muromtsev<sup>2</sup>, N.F. Mainikova<sup>3</sup>, I.V. Rogov<sup>1</sup>

*Departments: «Hydraulics and Heat Engineering» (1);  
«Design of Radio-electronic and Microprocessor Systems» (2);  
«Theory of Machine Mechanisms and Machine Parts» (3), TSTU*

**Key words and phrases:** automated research systems; impulse heat influence; linear heat source; mathematical modeling; non-destructive control of thermophysical properties; thermal diffusivity; thermal conductivity.

**Abstract:** Theoretical aspects of non-destructive control method of thermal physical properties of materials are considered. Process model of heat transfer from linear impulse heat source at thermophysical measurements is suggested.

---

### Bestimmung der wärme-physikalischen Eigenschaften der Stoffe durch das ununterbrochene Verfahren

**Zusammenfassung:** Es sind theoretische Aspekte der Methode der ununterbrochenen Kontrolle der wärme-physikalischen Eigenschaften der Stoffe betrachtet. Es ist das Modell des Prozesses der unstationären Wärmeübertragung von der linearen Impulsquelle der Wärme bei der wärme-physikalischen Messungen vorgeschlagen.

---

### Définition des propriétés thermophysiques des matériaux par la méthode non destructive

**Résumé:** On a examiné les aspects théoriques de la méthode du contrôle non destructif des propriétés thermophysiques des matériaux. On a proposé le modèle du processus du transfert non stationnaire à partir de la source linéaire d'impulsion de la chaleur avec les mesures thermophysiques.