УДК 533.735

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Ю.И. Кудинов, Л.И. Кудинова, С.А. Тянутова

Кафедра информатики, Липецкий государственный технический университет

Представлена членом редколлегии профессором С.В. Мищенко

Ключевые слова и фразы: алгоритмы параметрической и структурной идентификации; нечеткая динамическая модель; разностные уравнения.

Аннотация: Рассматривается построение нечеткой динамической модели и алгоритмов параметрической и структурной идентификации.

Модель используется для описания изменяющихся во времени теплофизических характеристик.

Построение математических моделей, описывающих динамические теплофизические характеристики, осложнено рядом проблем, ограничивающих применение традиционных методов моделирования. Большинство теплофизических процессов характеризуется помехами и значительной погрешностью измерения.

Динамические характеристики в большинстве случаев являются нелинейными, что существенно затрудняет применение наиболее изученных линейных дифференциальных уравнений для целей моделирования. В настоящей работе рассматривается построение нечеткой динамической модели и алгоритмов ее идентификации, которая нечувствительна к помехам и погрешностям измерения и с достаточной точностью описывает нелинейные динамические характеристики, используя для этого линейные разностные уравнения.

Нечеткая динамическая модель содержит совокупность правил [1]:

$$R^{\theta}: \text{ если } y(t-1) \text{ есть } Y_t^{\theta}, \quad y(t-2) \text{ есть } Y_{t-1}^{\theta}, \ldots, \quad y(t-r_{\theta}) \text{ есть } Y_{t-r_{\theta}}^{\theta};$$

$$x_1(t) \text{ есть } X_{1,t}^{\theta}, \quad x_1(t-1) \text{ есть } X_{1,t-1}^{\theta}, \ldots\ \ldots, \quad x_1(t-s_{\theta}).$$

$$\vdots \qquad \qquad \vdots$$

$$x_q(t) \text{ есть } X_{qt}^{\theta}, \quad x_q(t-1) \text{ есть } X_{q,t-1}^{\theta}, \ldots\ldots, \quad x_q\left(t-s_{q\theta}\right),$$

$$\text{то } y^{\theta}(t) = \sum_{k=1}^{r_{\theta}} a_k^{\theta} y(t-k) + \sum_{p=1}^{q_{\theta}} \sum_{l=0}^{s_{p\theta}} b_{pl}^{i} x_l(t-l) \tag{1}$$

с нечеткими множествами $X_{p,t-1}^{\theta}, \ldots\ldots, X_{p,t-s_{p\theta}}^{\theta}$, $p=\overline{1,q_{\theta}}$ и $Y_{t-1}^{\theta}, \ldots\ldots, Y_{t-r_{\Theta}}^{\theta}$, характеризующими текущие и прошлые значения входа $x_p(t), x_p(t-1), \ldots, \ x_p\left(t-s_{p\theta}\right)$ и выхода $y(t-1), y(t-2), \ldots, y(t-r_{\theta})$, и линейным разностным уравнением, прогнозирующим выход $y^{\theta}(t)$.

Такого рода динамическая модель является нелинейной. Ее точность зависит от правильности выбора параметров $r_{\theta}, s_{p\theta}, \theta=\overline{1,N}, p=\overline{1,q_{\theta}}$, отражающих “глубину памяти”, вида функций принадлежности $Y_{t-1}^{\theta}(y), \ldots, \quad Y_{t-r_{\theta}}^{\theta}(y)$,

$X_t(x),\dots, X_{t-s_{p\theta}}(x)$, коэффициентов разностного дифференциального уравнения a_k^θ, $b_{p,l}^\theta$, $k=\overline{1,r_i}$, $p=\overline{1,q_\theta}$, $l=\overline{1,s_{p\theta}}$ и числа правил N.

Поскольку степень воздействия переменных $y(t-k)$ и $x(t-l)$ на выход $y^\theta(t)$ в θ-м правиле определяется коэффициентами a_k^θ и b_{pl}^θ, то параметры r_θ, $s_{p\theta}$ можно считать постоянными, не зависящими от номера правила θ, т.е. $r_\theta = r$ и $s_{p\theta} = s_p$, $p=\overline{1,q}$. Например, отсутствие переменной $y(t-2)$ в пятом правиле будет означать, что $a_2^5 = 0$.

Без потери общности на начальном этапе построения модели примем, что x – скалярная переменная. Тогда нечеткую динамическую модель (1) можно переписать так:

$$\text{если } y(t-1) \text{ есть } Y_1^\theta,\dots, y(t-r) \text{ есть } Y_r^\theta,$$

$$x(t) \text{ есть } X_0^\theta,\dots, x(t-s) \text{ есть } X_s^\theta,$$

$$\text{то } y^\theta(t) = a_0^\theta + \sum_{k=1}^{r} a_k^\theta y(t-k) + \sum_{l=0}^{s} b_l^\theta x(t-l),\ \theta=\overline{1,N},\ t=0,1,2,\dots,T. \quad (2)$$

Дальнейшее упрощение модели (2) связано с представлением линейного уравнения

$$y^\theta(t) = a_0^\theta + \sum_{k=1}^{r} a_k^\theta y(t-k) + \sum_{l=0}^{s} b_l^\theta x(t-l)\ ,\theta=\overline{1,N} \quad (3)$$

в векторной форме

$$y^\theta(t) = \boldsymbol{a}_\theta^T \boldsymbol{y}(t-r) + \boldsymbol{b}_\theta^T \boldsymbol{x}(t-s), \quad (4)$$

где $\boldsymbol{a}_\theta = (a_0^\theta, a_1^\theta, a_2^\theta,\dots,a_n^\theta)^T$, $\boldsymbol{b}_\theta = (b_0^\theta, b_1^\theta,\dots,b_s^\theta)$ — векторы настраиваемых параметров; $\boldsymbol{y}(t - r)$=(1, $y(t - 1)$, $y(t - 2)$, ..., $y(t - r)$) — вектор состояния; $\boldsymbol{x}(t - s)$ = = ($x(t)$, $x(t - 1)$, ..., $x(t - s)$) — входной вектор.

Итак, в результате последних преобразований модель (2) примет более компактную форму:

$$\text{если } y(t-1) \text{ есть } Y_1^\theta,\dots,\ y(t-r) \text{ есть } Y_s^\theta,\ x(t) \text{ есть } X_0^\theta,\dots,\ x(t-s) \text{ есть } X_s^\theta, \text{ то}$$

$$y^\theta(t) = \boldsymbol{a}_\theta^T \boldsymbol{y}(t-r) + \boldsymbol{b}_\theta^T \boldsymbol{x}(t-s). \quad (5)$$

Теперь определим такие важные компоненты модели (5), как интервалы изменения переменных $x(t)$ и $y(t)$, нечеткие множества Y_k^θ, X_l^θ, $k=\overline{1,r}$, $l=\overline{0,s}$ и функции принадлежности. Представим пространства **X** и **Y** изменения переменных x, y в виде двух совокупностей в общем случае пересекающихся интервалов

$$\mathbf{X}_l^\theta = \{x(t-l) : x_{l,\theta}^{\min} \le x(t-l) \le x_{l,\theta}^{\max}\} \ \text{ и}$$

$$\mathbf{Y}_k^\theta = \{y(t-k) : y_{k,\theta}^{\min} \le y(t-k) \le y_{k,\theta}^{\max}\},\quad l=\overline{0,s},\quad k=\overline{1,r},\quad \theta=\overline{1,N},$$

которым соответствуют функции принадлежности $X_0^\theta(x(t)),\dots,X_s^\theta(x(t-s)) \in [0,1]$ и $Y_1^\theta(y(t-1)),\dots,Y_r^\theta(y(t-r)) \in [0,1]$, а также нечеткие множества $X_0^\theta,\dots,X_s^\theta$ и

$Y_1^\theta, \ldots, Y_r^\theta$. Здесь нечеткое множество, например X_l^θ, является лингвистической меткой, характеризующей степень принадлежности переменной $x(t - l)$ к интервалу $\mathbf{X}_l^\theta$. Как и в работе [2], будем использовать кусочно-линейные функции принадлежности $X_l(x)$ и $Y_k(y)$, заданные на универсальных множествах **X**, **Y** (рис. 1).

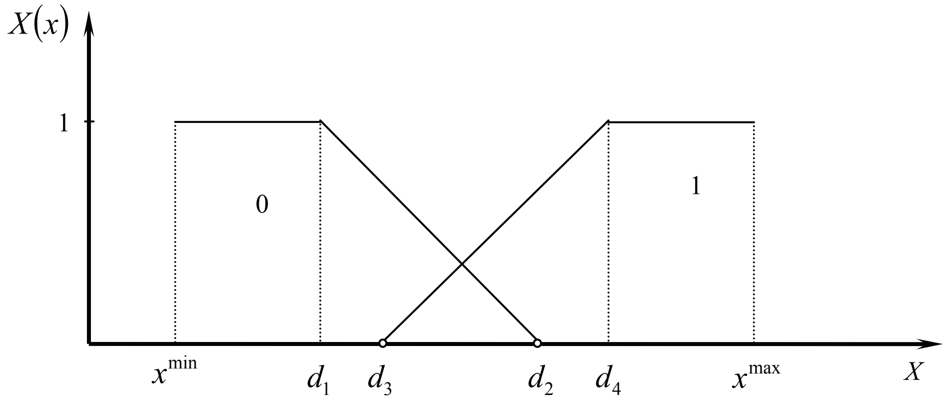

Рис. 1 Функции принадлежности

Параметры d_1 и d_2 определяют функцию принадлежности типа 0

$$X(x) = \begin{cases} 1, & \text{если} \quad x^{\min} \le x < d_1\text{и} \\ \dfrac{d_2 - x}{d_2 - d_1}\text{и} & \text{если} \quad d_1 \le x < d_2\text{и} \\ 0\text{и} & \text{если} \quad d_2 \le x \le x^{\max}\text{и} \end{cases}$$

а параметры d_3 и d_4 – функцию принадлежности типа 1

$$X(x) = \begin{cases} 0\text{и} & \text{если} \quad x^{\min} \le x \le d_3\text{и} \\ \dfrac{x - d_3}{d_4 - d_3}\text{и} & \text{если} \quad d_3 < x \le d_4\text{и} \\ 1\text{и} & \text{если} \quad d_4 < x \le x^{\max}. \end{cases}$$

В целях удобства записи нечетких моделей реальных объектов в θ-м правиле нечеткое множество X_i^θ переменной x_i с функцией принадлежности типа 0 будем обозначать как $X_i^\theta(d_1\text{и}d_2]$, а с функцией принадлежности типа 1 – как $X_i^\theta(d_3\text{и}d_4]$. Следует подчеркнуть, что функции принадлежности $X_l(x)$ и $Y_k(y)$ не зависят от времени, поскольку определяющие их вид и размеры параметры d_1, d_2, d_3, d_4 являются константами.

Процедуру нахождения выхода $\hat{y}(t)$ можно применить подобную той, что была изложена в [2], но с некоторыми дополнениями, обусловленными динамическим представлением переменных. Величина истинности $w_\theta(t)$ посылок в θ-м правиле вычисляется из соотношения

$$\begin{aligned} w_\theta(t) &= Y_1^\theta(y(t-1)) \wedge \ldots \wedge Y_r^\theta(y(t-r)) \wedge X_0^\theta(x(t)) \wedge \ldots \wedge X_s^\theta(x(t-s)) = \\ &= \min(Y_1^\theta(y(t-1))\text{и..и}Y_r^\theta(y(t-r))\text{и} \quad X_0^\theta(x(t))\text{и..и}X_s^\theta(x(t-s))\text{и} \quad \theta = \overline{1\text{и}N}. \end{aligned} \tag{6}$$

Подстановка полученных экспериментальным путем $y(t-1)$,……., $y(t-r)$ и $x(t)$,……, $x(t-s)$ в θ-е правило дает возможность определить частное значение выхода $y^{\theta}(t)$.

Итоговое значение $\hat{y}(t)$ по всем правилам находится как среднее всех $y^{\theta}(t)$ с весом $w_{\theta}(t)$, найденным из (6),

$$\hat{y}(t) = \sum_{\theta=1}^{N} (w_{\theta}(t) \cdot y^{\theta}(t) \Bigg/ \sum_{\theta=1}^{N} w_{\theta}(t). \tag{7}$$

С учетом принятых допущений нечеткую разностную модель, оснащенную процедурой расчета выхода, запишем в следующем виде:

$$\hat{y}(t) = f\,(\boldsymbol{y}(t-r)\text{и}\boldsymbol{x}(t-s)\text{и}\boldsymbol{c}\text{и}\boldsymbol{d})\text{и} \tag{8}$$

где $\boldsymbol{y}(t-r) = (y(t-1), y(t-2), \ldots\ldots, y(t-r))$ – вектор состояния; $\boldsymbol{x}(t-s) = (x(t), x(t-1), \ldots, x(t-s))$ – входной вектор; $\boldsymbol{c} = (a_0^1\text{и..и}\ a_r^1\text{и}\ b_0^1\text{и..и}b_s^1\text{и..и}a_0^N\text{и..и}\ a_r^N\text{и}\ b_0^N\text{и..и}\ b_s^N)$ – вектор коэффициентов уравнений (2); $\boldsymbol{d} = (d_1^1\text{и..и}\ d_{r+s+1}^1\text{и..и}\ d_1^N\text{и..и}\ d_{r+s+1}^N)$ – вектор параметров функций принадлежности.

Для того, чтобы обеспечить адекватность нечеткой модели, необходимо правильно задать или определить параметры $\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{d}$ и количество правил N и порядок разностных уравнений r, s с помощью алгоритмов параметрической ψ_c, ψ_d и структурной ψ_N, ψ_{rs} идентификации. Работа алгоритмов идентификации считается завершенной, если величина относительной погрешности

$$J = \mathbf{M}\{(y - \hat{y}) / y\}\text{и} \tag{9}$$

где **M** – знак математического ожидания, удовлетворяет условию

$$J < 0{,}05. \tag{10}$$

Рассмотрим каждый из перечисленных алгоритмов идентификации.

Описание алгоритма параметрической идентификации ψ_c начнем с формализации обозначений. Для этого переобозначим входные переменные

$$(1, y(t-1),\ldots\ldots, y(t-r), x(t), x(t-1), \ldots, x(t-s)) = (u_0(t), u_1(t), u_2(t),\ldots\ldots, u_n(t)),$$

где $u_0(t) = 1$, коэффициенты θ-го разностного уравнения

$$(a_0^{\theta}\text{и}\ a_1^{\theta}\text{и..и}\ a_r^{\theta}\text{и}\ b_0^{\theta}\text{и}\ b_1^{\theta}\text{и..и}b_s) = (c_0^{\theta}\text{и}\ c_1^{\theta}\text{и}\ c_2^{\theta}\text{и..и}\ c_n^{\theta})$$

и функции принадлежности

$$(Y_1(y(t-1)),\ldots\ldots, Y_r(y(t-r)), X_0(x(t)), X_1(x(t-1)),\ldots\ldots, X_s(x(t-s))) =$$

$$= (U_1(u_1(t)), U_2(u_2(t)),\ldots\ldots, U_n(u_n(t))),$$

где $n = r+s+1$.

С учетом принятых обозначений формула (7) для расчета выходной переменной $\hat{y}(t)$ примет вид

$$\hat{y}(t) = \frac{\sum\limits_{\theta=1}^{N} [U_1^{\theta}(u_1(t)) \wedge \ldots \wedge U_n^{\theta}(u_n(t)) \cdot (c_0^{\theta} u_0(t) + \ldots + c_n^{\theta} u_n(t))]}{\sum\limits_{\theta=1}^{N} [U_1^{\theta}(u_1(t)) \wedge \ldots \wedge U_n^{\theta}(u_n(t))]}. \tag{11}$$

Часть выражения (11) представим как

$$\beta_{\theta}(t) = \frac{U_1^{\theta}(u_1(t)) \wedge \ldots \wedge U_n^{\theta}(u_n(t))}{\sum\limits_{\theta=1}^{N} [U_1^{\theta}(u_1(t)) \wedge \ldots \wedge U_n^{\theta}(u_n(t))]}$$

и перепишем формулу (11) сначала в развернутом виде

$$\hat{y}(t) = (c_0^1 u_0(t)\beta_0(t) + \ldots + c_0^N u_0(t)\beta_N(t) + \ldots + c_1^1 u_n(t)\beta_1(t) + \ldots + c_1^N u_n(t)\beta_N(t))\text{и}$$

$t = \overline{1\text{и}T}\text{и}$ а затем в компактной векторной форме $\hat{y}(t) = \boldsymbol{u}^T(t) \cdot \boldsymbol{c}$, где $\boldsymbol{c} = (c_0^1\text{и } c_0^2\text{и..и } c_0^N\text{и..и } c_n^1\text{и } c_n^2\text{и..и } c_n^N)^T$ — вектор уточняемых параметров модели; $\boldsymbol{u}^T(t) = (u_0(t)\beta_0(t)\text{и}\ldots\text{и}u_0(t)\beta_N(t)\text{и}\ldots\text{и}u_n(t)\beta_1(t)\text{и}\ldots\text{и}u_n(t)\beta_N(t))$ — расширенный вектор входных переменных.

При заданных в начальный момент $t = 0$ векторе $\boldsymbol{c}(0) = 0$, корректирующей матрице $H(0)$ размером $Nn \times Nn$ и значениях $u(t)$ в моменты времени $t = \overline{1\text{и}T}$ вектор параметров $\boldsymbol{c}(t)$, $t = \overline{1\text{и}T}$ вычисляется с помощью многошагового метода наименьших квадратов [3]

$$\boldsymbol{c}(t) = \boldsymbol{c}(t-1) + H(t)\boldsymbol{u}(t)[y(t) - \boldsymbol{c}^T(t-1)\boldsymbol{u}(t)]\text{и}$$

$$H(t) = H(t-1) - \frac{H(t-1)\boldsymbol{u}(t)\boldsymbol{u}^T(t)H(t-1)}{1 + \boldsymbol{u}^T(t)H(t-1)\boldsymbol{u}(t)}\text{и}$$

$$H(0) = \gamma I\text{и } \gamma >> 1\text{и } t = 1\text{и}2\text{и}\ldots\text{и}T\text{и}$$

где I — единичная диагональная матрица. Искомое значение вектора $\boldsymbol{c}(t)$ равно $\boldsymbol{c}(T)$.

Алгоритм структурной идентификации начинается с выбора нечеткой модели с минимальным значением критерия (9) из некоторого числа предъявленных моделей. При наличии лишь одной модели, например, на первой итерации эта процедура не выполняется. В нечеткой модели определяется правило с наибольшим значением частного критерия, аналогичного критерию (9). Частный критерий θ–го правила J^{θ} имеет вид

$$J^{\theta} = \mathbf{M}\left(\left| y^{\theta} - y \right| \big/ y \right)\text{и}\theta = \overline{1\text{и}N}. \tag{12}$$

Как показали результаты вычислительных экспериментов, правило, имеющее максимальную погрешность (12), оказывает наибольшее влияние на общий критерий качества (9), поскольку его величина равна или очень близка среднему значению частных критериев (12), т.е.

$$J \approx \frac{1}{N} \sum_{\theta=1}^{N} J^{\theta}.$$

В указанном правиле производится половинное разбиение пространства или интервала $[d_1, d_2]$ или $[d_3, d_4]$ каждой входной переменной, согласно рис. 2.

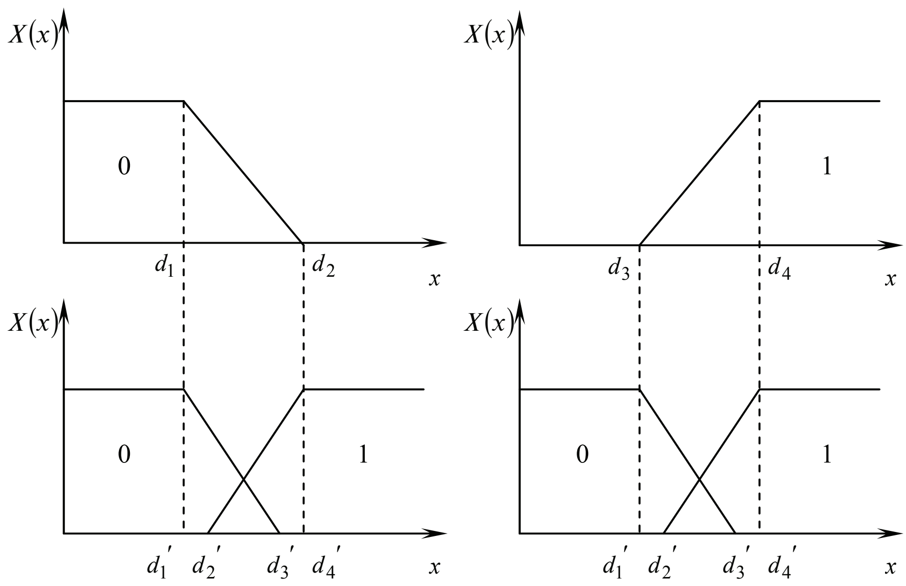

Рис. 2 Разбиение входного пространства

На рисунках изображены несколько кусочно–линейных функций принадлежности двух типов: 0 или 1. Независимо от типа исходной функции принадлежности половинное разбиение интервала [d_1, d_2] или [d_3, d_4] дает две функции принадлежности разных типов (0 или 1), удовлетворяющие условиям:

$$d_1' < d_2' \text{и } d_1' \le d_3' \text{и } d_3' < d_4' \text{и } d_2' \le d_4' \text{и } d_3' < d_2' .$$

Пространство или интервал изменения переменной, ограниченный параметрами d_1, d_2 или d_3, d_4 (см. рис. 2), будем называть параметрическим пространством или параметрическим интервалом. При разбиении параметрического пространства одной переменной получается нечеткая модель, содержащая на одно правило больше, чем исходная. Если поочередному разбиению подвергаются параметрические пространства k переменных, то будем иметь k таких моделей. После этого каждая модель подлежит параметрической идентификации для определения новых значений коэффициентов линейных уравнений.

Задача идентификации параметров функций принадлежности является задачей нелинейного программирования с ограничениями типа неравенств, накладываемых на эти параметры и обусловленных спецификой структурной идентификации. Результатом проведения структурной идентификации являются два класса функций принадлежности:

— функции принадлежности типа 0 или 1, в которых необходимо обеспечить некоторую величину перекрытия $\delta = d_2 - d_3 > 0$ (см. рис.1);

— автономные функции принадлежности типа 0 или 1, не связанные этим условием.

Согласно рис. 1 условия, которым должны удовлетворять значения параметров d_1, d_2, d_3, d_4, запишутся следующим образом:

а) для автономных функций принадлежности типа 0

$$d^{\min} \le d_1 < d_2 \ , \tag{13}$$

$$d_1 < d_2 \le d_1^{\max} \tag{14}$$

и типа 1

$$d^{\min} \le d_3 < d_4 \text{и} \tag{15}$$

$$d_3 < d_4 \le d^{\max};\tag{16}$$

б) для связанных функций принадлежности типа 0

$$d^{\min} \le d_1 \le d_3 \text{и}\tag{17}$$

$$d_3 < d_2 \le d_4\tag{18}$$

и типа 1

$$d_1 \le d_3 < d_2 \text{и}\tag{19}$$

$$d_2 \le d_4 \le d^{\max} \text{и}\tag{20}$$

где $d^{\min}$, $d^{\max}$ — предельные значения параметров, в общем случае не совпадающие с предельными значениями соответствующей переменной $x^{\min}$, $x^{\max}$.

Учитывая большую размерность вектора параметров $\boldsymbol{d}$, вызванную структурной идентификацией, и соответственно исключительную трудность решения задачи параметрической идентификации традиционными методами минимизации с ограничениями, преобразуем ее в безусловную задачу минимизации, используя следующий прием. Пусть для каждого параметра $d_i \text{и} i = \overline{1 \text{и} N}$ задан шаг Δd_i, принимающий значения: $\Delta d_i > 0 \text{и} \Delta d_i < 0 \text{и} \Delta d_i = 0$. Пусть на λ-й итерации алгоритма минимизации (идентификации) параметры функций принадлежности и величины шага равны d_i^{λ} и Δd_i^{λ} соответственно. Тогда на (λ+1)-й итерации для автономных функций принадлежности из нижеследующих соотношений, учитывающих ограничения (13)–(16), можно определить значения параметров $d_1^{\lambda+1} \text{и} d_2^{\lambda+1}$ функций принадлежности типа 0

$$d_1^{\lambda+1} = \begin{cases} d_1^{\lambda} \text{и} & \text{если} \quad \Delta d_1^{\lambda} = 0 \quad \text{и} \quad d^{\min} \le d_1^{\lambda} \le d_2^{\lambda} \text{и} \\ d_1^{\lambda} + \Delta d_1^{\lambda} \text{и} & \text{если} \quad \Delta d_1^{\lambda} > 0 \quad \text{и} \quad d_1^{\lambda} + \Delta d_1^{\lambda} < d_2^{\lambda} \text{и} \\ d_2^{\lambda} \text{и} & \text{если} \quad \Delta d_1^{\lambda} > 0 \quad \text{и} \quad d_1^{\lambda} + \Delta d_1^{\lambda} > d_2^{\lambda} \text{и} \\ d_1^{\lambda} + \Delta d_1^{\lambda} \text{и} & \text{если} \quad \Delta d_1^{\lambda} < 0 \quad \text{и} \quad d_1^{\lambda} + \Delta d_1^{\lambda} > d^{\min} \text{и} \\ d^{\min} \text{и} & \text{если} \quad \Delta d_1^{\lambda} < 0 \quad \text{и} \quad d_1^{\lambda} + \Delta d_1^{\lambda} \le d^{\min} \text{и} \end{cases}$$

$$d_2^{\lambda+1} = \begin{cases} d_2^{\lambda} \text{и} & \text{если} \quad \Delta d_2^{\lambda} = 0 \quad \text{и} \quad d_1^{\lambda+1} < d_2^{\lambda} \le d^{\max} \text{и} \\ d_2^{\lambda} + \Delta d_2^{\lambda} \text{и} & \text{если} \quad \Delta d_2^{\lambda} > 0 \quad \text{и} \quad d_2^{\lambda} + \Delta d_2^{\lambda} < d^{\max} \text{и} \\ d^{\max} \text{и} & \text{если} \quad \Delta d_2^{\lambda} > 0 \quad \text{и} \quad d_2^{\lambda} + \Delta d_2^{\lambda} \ge d^{\max} \text{и} \\ d_2^{\lambda} + \Delta d_2^{\lambda} \text{и} & \text{если} \quad \Delta d_2^{\lambda} < 0 \quad \text{и} \quad d_2^{\lambda} + \Delta d_2^{\lambda} > d_1^{\lambda+1} \text{и} \\ d_1^{\lambda+1} \text{и} & \text{если} \quad \Delta d_2^{\lambda} < 0 \quad \text{и} \quad d_2^{\lambda} + \Delta d_2^{\lambda} \le d_1^{\lambda+1} \end{cases}$$

и параметров $d_3^{\lambda+1}$ и $d_4^{\lambda+1}$ функции принадлежности типа 1

$$d_3^{\lambda+1} = \begin{cases} d_3^{\lambda}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_3^{\lambda} = 0 \quad \text{и} \quad d^{\min} < d_3^{\lambda} \le d_4^{\lambda}\text{и} \\ d_3^{\lambda} + \Delta d_3^{\lambda}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_3^{\lambda} > 0 \quad \text{и} \quad d_3^{\lambda} + \Delta d_3^{\lambda} > d_4^{\lambda}\text{и} \\ d_4^{\lambda}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_3^{\lambda} > 0 \quad \text{и} \quad d_3^{\lambda} + \Delta d_3^{\lambda} \le d_4^{\lambda}\text{и} \\ d_3^{\lambda} + \Delta d_3^{\lambda}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_3^{\lambda} < 0 \quad \text{и} \quad d_3^{\lambda} + \Delta d_3^{\lambda} > d^{\min}\text{и} \\ d^{\min}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_3^{\lambda} < 0 \quad \text{и} \quad d_3^{\lambda} + \Delta d_3^{\lambda} \le d^{\min}\text{и} \end{cases}$$

$$d_4^{\lambda+1} = \begin{cases} d_4^{\lambda}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_4^{\lambda} = 0 \quad \text{и} \quad d_3^{\lambda+1} < d_4^{\lambda} < d^{\max}\text{и} \\ d_4^{\lambda} + \Delta d_4^{\lambda}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_4^{\lambda} > 0 \quad \text{и} \quad d_4^{\lambda} + \Delta d_4^{\lambda} < d^{\max}\text{и} \\ d^{\max}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_4^{\lambda} > 0 \quad \text{и} \quad d_4^{\lambda} + \Delta d_4^{\lambda} \ge d^{\max}\text{и} \\ d_4^{\lambda} + \Delta d_4^{\lambda}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_4^{\lambda} < 0 \quad \text{и} \quad d_4^{\lambda} + \Delta d_4^{\lambda} > d_3^{\lambda+1}\text{и} \\ d_3^{\lambda+1}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_4^{\lambda} < 0 \quad \text{и} \quad d_4^{\lambda} + \Delta d_4^{\lambda} \le d_3^{\lambda+1}. \end{cases}$$

С помощью аналогичных соотношений для связанных функций принадлежности, учитывающих ограничения (17)–(20), можно определить значения параметра $d_1^{\lambda+1}$

$$d_1^{\lambda+1} = \begin{cases} d_1^{\lambda}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_1^{\lambda} = 0 \quad \text{и} \quad d^{\min} \le d_1^{\lambda} \le d_2^{\lambda}\text{и} \\ d_1^{\lambda} + \Delta d_1^{\lambda}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_1^{\lambda} > 0 \quad \text{и} \quad d_1^{\lambda} + \Delta d_1^{\lambda} < d_3^{\lambda}\text{и} \\ d_3^{\lambda}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_1^{\lambda} > 0 \quad \text{и} \quad d_1^{\lambda} + \Delta d_1^{\lambda} \ge d_3^{\lambda}\text{и} \\ d_1^{\lambda} + \Delta d_1^{\lambda}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_1^{\lambda} < 0 \quad \text{и} \quad d_1^{\lambda} + \Delta d_1^{\lambda} > d^{\min}\text{и} \\ d^{\min}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_1^{\lambda} < 0 \quad \text{и} \quad d_1^{\lambda} + \Delta d_1^{\lambda} \le d^{\min}\text{и} \end{cases}$$

параметра $d_2^{\lambda+1}$

$$d_2^{\lambda+1} = \begin{cases} d_2^{\lambda}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_2^{\lambda} = 0 \quad \text{и} \quad d_3^{\lambda} < d_2^{\lambda} < d_4^{\lambda}\text{и} \\ d_2^{\lambda} + \Delta d_2^{\lambda}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_2^{\lambda} > 0 \quad \text{и} \quad d_2^{\lambda} + \Delta d_2^{\lambda} < d_4^{\lambda}\text{и} \\ d_4^{\lambda}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_2^{\lambda} > 0 \quad \text{и} \quad d_2^{\lambda} + \Delta d_2^{\lambda} \ge d_4^{\lambda}\text{и} \\ d_2^{\lambda} + \Delta d_2^{\lambda}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_2^{\lambda} < 0 \quad \text{и} \quad d_2^{\lambda} - \Delta d_2^{\lambda+1} \ge \Delta d_2^{\lambda} + \delta\text{и} \\ d_3^{\lambda} + \varepsilon\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_2^{\lambda} < 0 \quad \text{и} \quad d_2^{\lambda} + \Delta d_1^{\lambda+1} < \delta\text{и} \end{cases}$$

параметра $d_3^{\lambda+1}$

$$
d_3^{\lambda+1} = \begin{cases} d_3^{\lambda}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_3^{\lambda} = 0 \quad \text{и} \quad d_1^{\lambda+1} < d_3^{\lambda} < d_2^{\lambda+1}\text{и} \\ d_3^{\lambda} + \Delta d_3^{\lambda}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_3^{\lambda} > 0 \quad \text{и} \quad d_3^{\lambda} + \Delta d_3^{\lambda} < d_2^{\lambda+1}\text{и} \\ d_2^{\lambda+1} - \delta\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_3^{\lambda} \ge 0 \quad \text{и} \quad d_3^{\lambda} + \Delta d_3^{\lambda} \le d_2^{\lambda+1}\text{и} \\ d_3^{\lambda} + \Delta d_3^{\lambda}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_3^{\lambda} < 0 \quad \text{и} \quad d_3^{\lambda} + \Delta d_3^{\lambda} > d_1^{\lambda+1}\text{и} \\ d_1^{\lambda+1}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_3^{\lambda} \le 0 \quad \text{и} \quad d_3^{\lambda} + \Delta d_3^{\lambda} \le d_1^{\lambda+1} \end{cases}
$$

и параметра $d_4^{\lambda+1}$

$$
d_4^{\lambda+1} = \begin{cases} d_4^{\lambda}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_4^{\lambda} = 0 \quad \text{и} \quad d_2^{\lambda+1} < d_4^{\lambda} < d^{\max}\text{и} \\ d_4^{\lambda} + \Delta d_4^{\lambda}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_4^{\lambda} > 0 \quad \text{и} \quad d_4^{\lambda} + \Delta d_4^{\lambda} < d^{\max}\text{и} \\ d^{\max}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_4^{\lambda} > 0 \quad \text{и} \quad d_4^{\lambda} + \Delta d_4^{\lambda} \ge d^{\max}\text{и} \\ d_4^{\lambda} + \Delta d_4^{\lambda}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_4^{\lambda} < 0 \quad \text{и} \quad d_4^{\lambda} + \Delta d_4^{\lambda} > d_2^{\lambda+1}\text{и} \\ d_2^{\lambda+1}\text{и} & \text{если} \quad \Delta d_4^{\lambda} \le 0 \quad \text{и} \quad d_4^{\lambda} + \Delta d_4^{\lambda} \le d_2^{\lambda+1}. \end{cases}
$$

В качестве начального приближения можно принять

$$
| \Delta d_1^0 | = | \Delta d_2^0 | = | \Delta d_3^0 | = | \Delta d_4^0 | .
$$

В качестве алгоритма минимизации применяется модифицированный метод Хука и Дживса [4].

Вначале задаются начальные значения всех параметров $\boldsymbol{d}^0$, величина шага $\Delta\boldsymbol{d}$ и вычисляется значение критерия $J\left(\boldsymbol{d}^0\right)$ в базисной точке $\boldsymbol{d}^0$. Затем в цикле изменяется каждый параметр. В частности d_1^0 изменяется на величину $\Delta d_1 < 0$, т.е. $d_1^1 = d_1^0 + \Delta d_1$. Если приращение не улучшает целевую функцию, то знак Δd_1 изменяется на противоположный $\Delta d_1 <$ 0, и вычисляется значение $J\left(\boldsymbol{d}^1\right)$, где $\boldsymbol{d}^1 = \left(d_1^1 \text{и} d_2^0 \text{и..}\right)$, и сравнивается с $J\left(\boldsymbol{d}^0\right)$. Если значение $J(\boldsymbol{d})$ не улучшает ни $d_1^0 + \Delta d_1$, ни $d_1^0 - \Delta d_1$, то d_1^0 оставляют без изменений. Затем d_2^0 изменяют на величину Δd_2^0 и т.д., пока не будут изменены все параметры, что завершает один исследующий поиск.

После проведения одного (или более) исследующего поиска применяется стратегия поиска по образцу. Удачные изменения параметров в исследующем поиске позволяют определить вектор $\Delta\boldsymbol{d}$, указывающий направление минимизации. Поиск по образцу проводится вдоль этого вектора до тех пор, пока $J(\boldsymbol{d})$ уменьшается на каждом шаге в данном направлении. Для ускорения процесса минимизации размер шага следует увеличить, умножая его на некоторое число, превышающее 1. Вдоль удачного направления проходят до тех пор, пока $\Delta\boldsymbol{d}$ не станет меньше заранее установленной допустимой величины.

Алгоритм структурной идентификации ψ_{rs}, предназначенный для нахождения порядка r, s разностного уравнения, функционирует следующим образом.

Шаг 1. В начале параметрической идентификации подвергаются коэффициенты разностных уравнений, имеющих порядок $r = 1$, $s = 0$

$$y^{\theta}(t) = a_0^{\theta} + a_1^{\theta} y(t-1) + b_0^{\theta} x(t) .$$

Определяется средняя относительная ошибка J_{λ}.

Шаг 2. Порядок s увеличивается на 1 и проводится параметрическая идентификация нечеткой модели с разностными уравнениями

$$y^{\theta}(t) = a_0^{\theta} + a_1^{\theta} y(t-1) + b_0^{\theta} x(t) + b_1^{\theta} x(t-1) и \quad \theta = \overline{1иN}.$$

Вычисляется величина критерия $J_{\lambda+1}$.

Шаг 3. Определяется скорость изменения критерия $\Delta J_{\lambda} = J_{\lambda} - J_{\lambda-1}$. Если ΔJ_{λ} меньше 0,003 и не выполняется условие (9), порядок r увеличивается на 1, т.е. получаем разностные уравнения

$$y^{\theta}(t) = a_0^{\theta} + a_1^{\theta} y(t-1) + a_2^{\theta} y(t-2) + b_0^{\theta} x(t) + b_1^{\theta} x(t-1) и$$
$$\theta = \overline{1иN}.$$

Осуществляется идентификация коэффициентов разностного уравнения.

Шаг 4. Повторяются действия шагов 2, 3 до того момента, когда либо выполнится условие (9), либо значительно снизится скорость изменения критерия $\Delta J_{\lambda} < 0{,}003$, либо порядки станут равными $r = 3$, $s = 3$. Во втором и третьем случаях осуществляется переход к алгоритму структурной идентификации Ψ_N.

Теперь рассмотрим на рис. 3 схему алгоритма идентификации нечеткой модели, реализующего взаимодействие рассмотренных выше алгоритмов параметрической Ψ_c, Ψ_d и структурной Ψ_N, Ψrs идентификации.

Блок 1. Задается исходная структура нечеткой модели. Модель состоит из одного правила, содержащего в левой и правых частях заданное количество переменных x_l, $l = \overline{1иk}$. Все функции принадлежности имеют тип 0, и значения коэффициентов $c_0^{\theta} и c_1^{\theta} и ... и c_k^{\theta}$ выбираются равными нулю, а значения параметров функций принадлежности – в соответствии с условиями

$$d_{2иl}^{\theta} > d_{1иl}^{\theta} и d_{1иl}^{\theta} \ge x_l^{\max} и \tag{21}$$

обеспечивающими строгую линейность исходной нечеткой модели.

Блок 2. Проводится идентификация коэффициентов $c_0^{\theta} и c_1^{\theta} и ... и c_k^{\theta} и \quad \theta = \overline{1иN}$ линейных уравнений в заключении с использованием алгоритма Ψ_c.

Блок 3. Осуществляется проверка адекватности модели. Если условие (21) не выполняется, то возможны три перехода, задаваемые переключателем П: 1 – к повторной идентификации коэффициентов $c_0^{\theta} и c_1^{\theta} и ... и c_k^{\theta}$, 2 – к структурной идентификации, 3 – к идентификации параметров функций принадлежности d. Если многократная идентификация коэффициентов $c_0^{\theta} и c_1^{\theta} и ... и c_k^{\theta}$ не дает желаемого результата, т.е. $\Delta J < 0{,}003$ и $J > 0{,}05$, то осуществляется переход к структурной идентификации.

Блок 4. Проводится структурная идентификация нечеткой модели с помощью алгоритма Ψ_N. После каждого шага разбиения обязательно следует идентификация коэффициентов линейных уравнений $c_0^{\theta} и c_1^{\theta} и ... и c_k^{\theta}$.

Блок 5. Если увеличение числа правил, сопровождающее структурную идентификацию, не приводит к заметному повышению точности модели, то

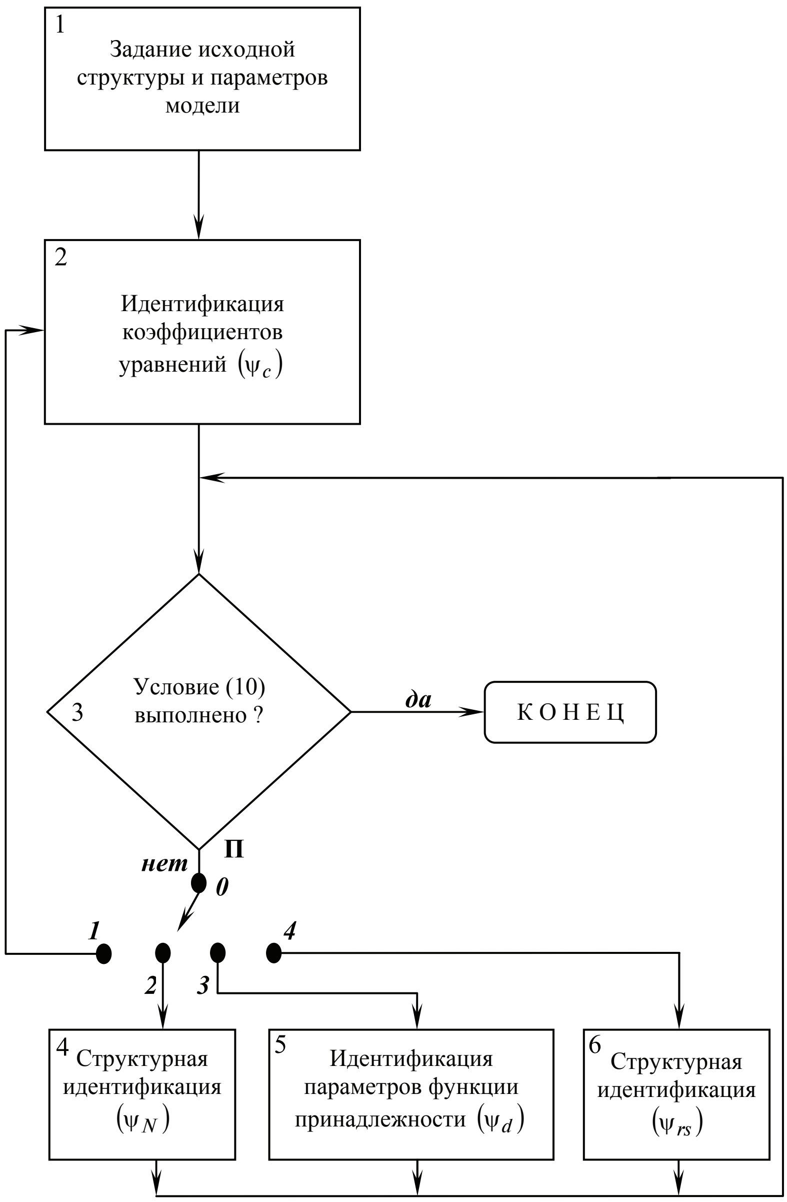

Рис. 3 Схема взаимодействия алгоритмов идентификации

выполняется идентификация функций принадлежности, включающая идентификацию коэффициентов уравнений.

Блок 6. Алгоритм структурной идентификации Ψrs порядка $<r, s>$ разностных уравнений используется как дополнительное средство снижения погрешности модели до момента, когда $r = 3$ и $s = 3$.

В качестве примера динамической теплофизической характеристики, подлежащей моделированию, рассматривается изменение температуры воды в водоеме на глубине 10 м в зависимости от температуры воздуха и температуры воды на глубине 5 м. Такие данные опубликованы в работе [5] и представлены в таблице.

t	$x(t-1)$	$x(t-2)$	$x(t-3)$	$y(t-1)$	$y(t-2)$	$y(t-3)$	$y(t-4)$	$y(t-5)$	$y(t)$
1	21.7	20.4	23.3	21.0	21.6	20.2	20.7	20.8	19.3
2	21.2	21.7	20.4	20.9	21.0	21.6	20.2	20.7	19.2
3	20.1	21.2	21.7	21.2	20.9	21.0	21.6	20.2	19.1
4	22.2	20.1	21.2	20.5	21.2	20.9	21.0	21.6	19.1
5	21.6	22.2	20.1	20.5	20.5	21.2	20.9	21.0	19.1
6	23.7	21.6	22.2	20.9	20.5	20.5	21.2	20.9	19.3
7	24.5	23.7	21.6	21.0	20.9	20.5	20.5	21.2	19.4
8	24.9	24.5	23.7	21.1	21.0	20.9	20.5	20.5	19.6
9	24.8	24.9	24.5	21.0	21.1	21.0	20.9	20.5	19.8
10	22.5	24.8	24.9	21.2	21.0	21.1	21.0	20.9	19.7
11	23.5	22.5	24.8	21.0	21.2	21.0	21.1	21.0	19.7
12	22.3	23.5	22.5	21.1	21.0	21.2	21.0	21.1	19.5
13	22.7	22.3	23.5	20.6	21.1	21.0	21.2	21.0	19.4
14	21.9	22.7	22.3	20.6	20.6	21.1	21.0	21.2	19.5
15	21.8	21.9	22.7	20.8	20.6	20.6	21.1	21.0	19.3
16	24.0	21.8	21.9	20.4	20.8	20.6	20.6	21.1	19.3
17	22.0	24.0	21.8	20.4	20.4	20.8	20.6	20.6	19.1
18	21.5	22.0	24.0	20.9	20.4	20.4	20.8	20.6	18.9
19	21.4	21.5	22.0	20.1	20.9	20.4	20.4	20.8	18.8
20	24.0	21.4	21.5	19.6	20.1	20.9	20.4	20.4	18.5
21	25.8	24.0	21.4	19.7	19.6	20.1	20.9	20.4	18.4
22	26.7	25.8	24.0	19.7	19.7	19.6	20.1	20.9	18.4
23	26.6	26.7	25.8	20.0	19.7	19.7	19.6	20.1	18.3
24	24.8	26.6	26.7	20.2	20.0	19.7	19.7	19.6	18.6
25	21.4	24.8	26.6	20.5	20.2	20.0	19.7	19.7	18.5
26	25.1	21.4	24.8	20.1	20.5	20.2	20.0	19.7	18.8
27	23.3	25.1	21.4	20.1	20.1	20.5	20.2	20.0	18.9
28	23.8	23.3	25.1	20.2	20.1	20.1	20.5	20.2	19.1
29	23.3	23.8	23.3	20.9	20.2	20.1	20.1	20.5	19.2
30	23.2	23.3	23.8	21.0	20.9	20.2	20.1	20.1	19.2
31	23.7	23.2	23.3	21.0	21.0	20.9	20.2	20.1	19.2

В таблице приняты следующие обозначения: $y(t)$ – температура воды на глубине 10 м в момент времени t; $x(t-l)$ – температура воздуха, измеренная за l дней до момента времени t, $l = 1, 2, 3$; $y(t-k)$ – температура воды на глубине 5 м, измеренная за k дней до момента времени t, $k = 1, 2, ..., 5$.

Используя эти данные, была проведена идентификация и получена нечеткая разностная модель с одним правилом

R: если $x(t-1)$ есть $X_1(20и27]$, $x(t-2)$ есть $X_2(20и27]$, $x(t-3)$ есть $X_3(20и27]$

$y(t-1)$ есть $Y_1(19и22]$, $y(t-2)$ есть $Y_2(19и22]$, $y(t-3)$ есть $Y_3(19и22]$

$y(t-4)$ есть $Y_4(19и22]$, $y(t-5)$ есть $Y_5(19и22]$,

то $$y(t) = -0.021 + 0.022x(t-1) + 0.017x(t-2) + 0.009x(t-3) + 0.303y(t-1) +$$

$$+0.224y(t-2) + 0.157y(t-3) + 0.106y(t-4) + 0.081y(t-5),$$

имеющая очень небольшую относительную погрешность J = 0,008, что дает основание считать нечеткую модель пригодной для описания данной динамической характеристики.

Список литературы

1. Sugeno M., Kang G.T. Fuzzy modeling and control of multiplayer incinerator//Fuzzy and Systems.–1986.–VI. — Pp.329 — 346.

2. Кудинов Ю.И., Венков А.Г. Построение и идентификация нечеткой модели // Вестник ТГТУ. – 1997. — Т 3, №4. — С. 392-398.

3. Цыпкин Я.З. Основы информационной теории идентификации. – М.: Наука, 1984. — 320 с.

4. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. – М.: Мир, 1975. – 535 с.

5. Hayashi I., Tanaka H. The fuzzy GMD algorithm by possibility models and its application // Fuzzy Sets and Systems. – 1990. – №36. – Pp. 245—258.

Modelling of Dynamic Thermophysical Characteristics

Yu.I. Kudinov, L.I. Kudinova, S.A. Tyanutova

Department of Information Science, Lipetsk State Technical University

Key words and phrases: parametrical and structural identification algorithms; indistinct dynamic model; difference equations.

Abstract: Construction of fuzzy dynamic model and parametrical and structural identification algorithms are considered. Model is used for description of time changing thermophysical characteristics.

Modellierung der dynamischen wärme-physikalischen Charakteristiken

Zusammenfassung: Es wird Aufbau des unexakten dynamischen Modells und der Algorithmen der parametrischen und strukturellen Identifizierung betrachtet. Das Modell wird für die Beschreibung der während der Zeit verändernden wärme-physikalischen Charakteristiken benutzt.

Modélage des caractéristiques dynamiques thermophysiques

Résumé: On examine la construction du modèle dynamique flou Et des algorithmes de l'identification paramétrique et structurelle. Le modèle est utilise pour la description des caractéristiques thermophysiques qui se changent au cours du temps.
