

ИССЛЕДОВАНИЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ И ТОЧНОСТИ СЛЕДЯЩЕГО ФИЛЬТРА С МОДЕЛЬЮ НА ОСНОВЕ ЗВЕНА ВТОРОГО ПОРЯДКА

Е. А. Антонов✉, С. Н. Данилов

*Кафедра «Радиотехника», e.a-nov98@mail.ru;
ФГБОУ ВО «ТГТУ», Тамбов, Россия*

Ключевые слова: маневр; параметры фильтра; погрешность; производные; тестовый сигнал; фильтр; чувствительность.

Аннотация: Рассмотрена гипотеза о целесообразности применения в качестве модели движения объекта наблюдения модель на основе системы дифференциальных уравнений второго порядка. Такой подход должен повысить точность оценки параметров движения объекта наблюдения. Для проверки гипотезы синтезирована математическая модель фильтра, основанного на алгоритмах марковской линейной фильтрации, с моделью на основе системы дифференциальных уравнений второго порядка. На основе данной математической модели проведено исследование точности оценки расстояния и чувствительности фильтра к неточности соответствия параметров фильтра параметрам движения объекта наблюдения.

Постановка задачи

Чтобы обеспечивать экономию энергоресурсов, эффективность и безопасность использования воздушного пространства, существует единая система организации воздушного движения (**ЕС ОрВД**). На нее возлагается задача аэронавигационного обслуживания ВС, включающая оперативное предоставление экипажу в рамках управления воздушным движением (**УВД**) данных радиотехнических средств. Сюда же относится автономное использование на борту ВС инструментальных средств определения своего местоположения и средств посадки, а также использование каналов связи «борт-земля».

Основными источниками радиолокационной информации в данной системе являются радиолокационные станции (**РЛС**) и радиолокационные комплексы. Поэтому необходимо обеспечить высокую точность выходных данных с РЛС для корректной работы всей системы. В случае гражданской авиации более точные данные помогут снизить интервал времени нахождения в зоне ожидания, то есть повысить пропускную способность аэропортов.

Одними из основных факторов, негативно влияющих на точность получаемых данных, на сегодняшний день являются различного рода случайные составляющие вектора состояния цели ввиду воздействия некоторых внешних сил (порывы ветра, турбулентность и др.); маневренные свойства современных образцов летательных аппаратов (**ЛА**); малая эффективная площадь отражения (**ЭПО**) некоторых БПЛА. Перспективной областью решения данных проблем радиолокации является область оптимальных алгоритмов обработки информации.

Реальная траектория цели представляет собой непрерывную пространственно-временную функцию, которую можно аппроксимировать определенной систе-

мой уравнений, выражающих основные закономерности процесса движения цели. Поскольку движение целей совершается под воздействием многих сил и факторов, учесть которые полностью не представляется возможным, на практике применяются модели упрощенного типа.

Решение задачи

На практике наибольшее распространение в качестве модели движения цели получили альфа-бета и альфа-бета-гамма фильтры, а также упрощенные фильтры Калмана. Однако, как показывают исследования, траектории большинства летательных аппаратов содержат существенную гармоническую составляющую [1]. В частности, спектральное представление изменения относительной дальности РЛС – цель для двух типичных траекторий (вираж – 1 и полет с проходом траверсы – 2) имеет вид, представленный на рис. 1, из которого видно наличие явной колебательной составляющей на частоте примерно 0,03 Гц. И это характерно для большинства типов маневров.

Поэтому представляется целесообразным применять в качестве модели движения цели модель в виде системы дифференциальных уравнений второго порядка

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = -2\alpha x_2 - b^2 x_1. \end{cases} \quad (1)$$

Перейдем к матричной форме записи. Выражение (1) будет иметь вид

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F} \times \mathbf{X},$$

где $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$; $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -b^2 & -2\alpha \end{bmatrix}$.

Воспользовавшись обратным преобразованием Лапласа,

$$\Phi_{K+1/K} = L^{-1}(sI - F)^{-1},$$

получим переходную матрицу для дискретной модели:

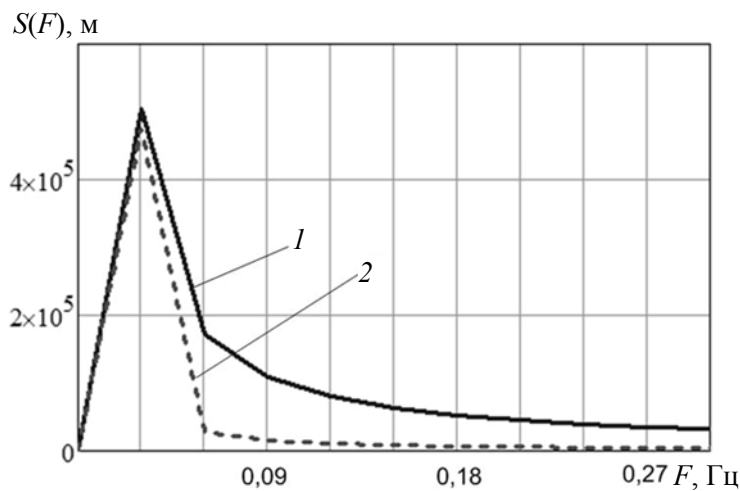


Рис. 1. Спектр изменения дальности для двух траекторий

$$\begin{bmatrix} E & G \\ F & H \end{bmatrix};$$

$$E = \frac{e^{-\alpha t} \left(\cosh \left(t \sqrt{\alpha^2 - b^2} \right) \sqrt{\alpha^2 - b^2} + \alpha \sin \left(t \sqrt{\alpha^2 - b^2} \right) \right)}{\sqrt{\alpha^2 - b^2}};$$

$$F = -\frac{b^2 e^{-\alpha t} \sin \left(t \sqrt{\alpha^2 - b^2} \right)}{\sqrt{\alpha^2 - b^2}};$$

$$G = \frac{e^{-\alpha t} \sin \left(t \sqrt{\alpha^2 - b^2} \right)}{\sqrt{\alpha^2 - b^2}};$$

$$H = \frac{e^{-\alpha t} \left(\cosh \left(t \sqrt{\alpha^2 - b^2} \right) \sqrt{\alpha^2 - b^2} - \alpha \sin \left(t \sqrt{\alpha^2 - b^2} \right) \right)}{\sqrt{\alpha^2 - b^2}}.$$

Разлагая в ряд Тейлора составляющие полученной матрицы и отбросив все члены полученных рядов выше второго после несложных преобразований, получим переходную матрицу в компактном виде

$$\Phi_{K+1/K} = \begin{bmatrix} (1 - \alpha t) & (t - \alpha t^2) \\ -b^2(t - \alpha t^2) & (1 - \alpha t) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где α и b – постоянные коэффициенты, характеризующие основную частоту звена и затухание (величина данных коэффициентов при моделировании оценивалась на основе усредненных спектров (см. рис. 1)).

Для проверки обоснованности данного утверждения разработаны две модели системы вторичной обработки данных [1 – 4]. Одна из них представляет собой классический фильтр Калмана, а вторая – фильтр с моделью на основе системы дифференциальных уравнений второго порядка. Синтезированный фильтр включает матрицу $\Phi_{K+1/K}$, построен на основе алгоритмов марковской линейной фильтрации, а на вход поступает искаженная помехами информация с первичного измерителя дальности.

В качестве входных данных генерировался простой тестовый сигнал в дискретной форме следующего вида (рис. 2, сплошная кривая). Траектория имеет два характерных участка: участок медленного изменения оцениваемого параметра и участок резкого изменения ярко выраженного колебательного характера. Полученная на выходе фильтра оценка дальности до объекта показана пунктирной линией.

Оценка точности фильтра на основе исследуемой модели показала, что в условиях маневра среднеквадратическая величина (СКВ) погрешности значительно меньше, чем у обычного фильтра (более чем на порядок).

Для оценки чувствительности фильтра на основе этой модели к неточности соответствия параметров фильтра (коэффициенты α и σ) параметрам маневра проведен ряд исследований. На основе изменений коэффициентов α и σ , при постоянной величине уровня шума наблюдения, получены два массива данных, характеризующие СКВ погрешности фильтра. Для сравнения, в начале получен массив данных для классического фильтра Калмана (табл. 1).

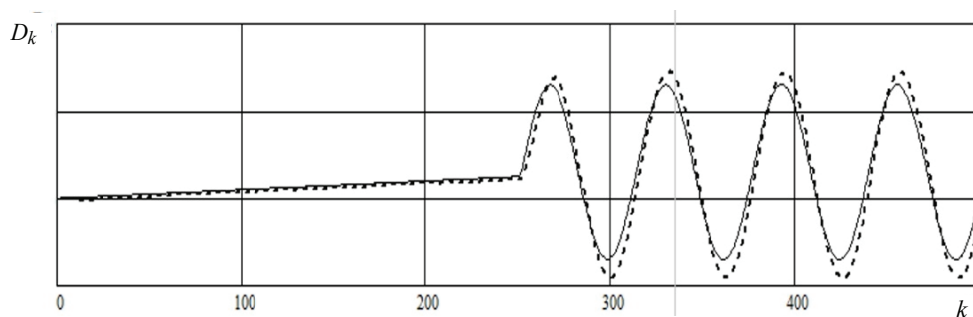


Рис. 2. Сигналы на входе и на выходе синтезированного фильтра

Таблица 1

Массив данных классического фильтра Калмана

α	σ				
	3	7	11	15	19
0,1	4,975	4,917	4,88	4,848	4,817
0,3	4,852	4,69	4,523	4,345	4,16
0,5	4,721	4,35	3,949	3,558	3,202
0,7	4,553	3,896	3,274	2,763	2,36
0,9	4,342	3,397	2,654	2,131	1,76

На рисунке 3 представлена графическая зависимость СКВ погрешности от величин α и σ , полученная на основе данного массива.

Как видно из результатов моделирования, СКВ погрешности зависит от изменяемых коэффициентов. Но чувствительность данной модели к изменениям коэффициентов α и σ весьма незначительна. Массив данных, полученный для модели на основе системы дифференциальных уравнений второго порядка, представлен в табл. 2.

На основе данного массива также построен трехмерный график зависимости СКВ погрешности от α и σ (рис. 4).

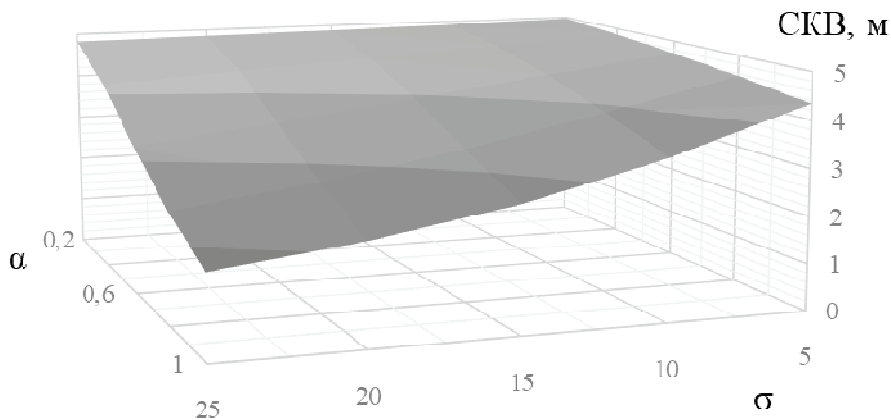


Рис. 3. Зависимость СКВ погрешности фильтра от коэффициентов α и σ

Массив данных для синтезированного фильтра

α	σ				
	3	7	11	15	19
0,1	2,569	1,269	0,819	0,599	0,47
0,3	0,579	0,242	0,157	0,123	0,106
0,5	0,265	0,123	0,097	0,09	0,088
0,7	0,163	0,095	0,088	0,088	0,089
0,9	0,121	0,089	0,088	0,09	0,092

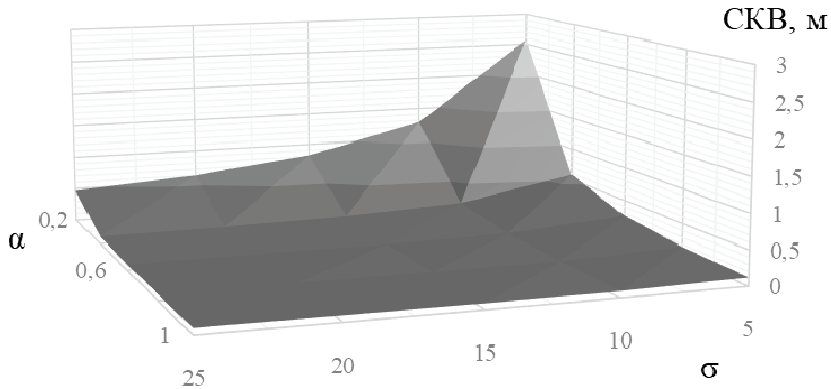


Рис. 4. Зависимость СКВ погрешности фильтра от коэффициентов α и σ для модели на основе системы дифференциальных уравнений второго порядка

Как видно из результатов моделирования, СКВ погрешности обратно пропорционально зависит от изменяемых коэффициентов, причем изменение коэффициента α в большей степени влияет на выходной сигнал фильтра. Чувствительность данной модели к изменениям коэффициентов α и σ выше, чем у модели на основе классического фильтра Калмана [4 – 6], однако при определенных значениях коэффициентов такая модель позволяет добиться высокой точности оценки дальности до цели.

Более высокую точность оценки дальности фильтром на основе системы дифференциальных уравнений второго порядка можно наблюдать на основе количественного показателя, который представляет собой отношение среднеарифметических значений СКВ погрешности двух фильтров при одном и том же уровне шума наблюдения. Таким образом, среднеарифметическое значение СКВ погрешности классического фильтра Калмана значительно больше, чем у фильтра с моделью на основе системы дифференциальных уравнений второго порядка. Данный результат подтверждает гипотезу о целесообразности применения в качестве модели движения цели модель в виде системы дифференциальных уравнений второго порядка, несмотря на его более высокую чувствительность к неточности настройки.

Кроме того, определены оценки чувствительности и при других значениях уровня шума наблюдения. Все полученные графики имеют характерную область условно постоянного значения СКВ погрешности при достижении коэффициентов α и σ определенных значений. Величина данного условно постоянного значения СКВ погрешности напрямую зависит от максимального значения дисперсии шума наблюдения.

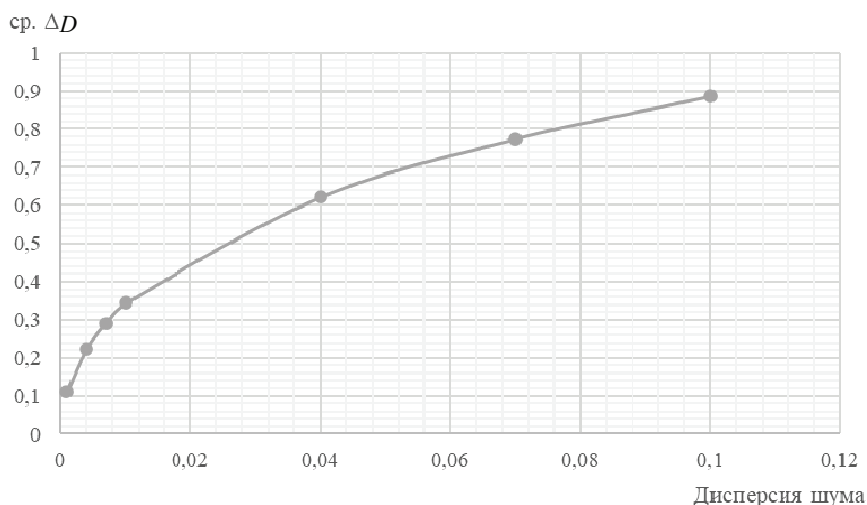


Рис. 5. Зависимость СКВ погрешности фильтра от дисперсии шума наблюдения

Для определения степени влияния дисперсии шума наблюдения на СКВ погрешности находилось нормированное среднеарифметическое значение СКВ погрешности (ср. ΔD) при различных значениях дисперсии шума наблюдения. График зависимости представлен на рис. 5.

Заключение

Основываясь на полученных результатах исследования, сделаны следующие выводы: применение в следящих фильтрах модели движения на основе системы дифференциальных уравнений второго порядка является целесообразным и позволяет повысить точность оценки параметров движения объекта наблюдения (в некоторых случаях СКВ погрешности оценки дальности до цели у синтезированного фильтра была в 11 раз меньше, чем у классического фильтра Калмана); синтезированный фильтр имеет более высокую (по сравнению с классическим фильтром Калмана) чувствительность к неточности соответствия параметров фильтра (коэффициенты α и σ) параметрам движения объекта наблюдения, что накладывает некоторые ограничения на применение подобных фильтров в следящих системах.

Список литературы

1. Льюнг, Л. О точности модели в идентификации систем / Л. Льюнг // Техническая кибернетика. – 1992. – № 6. – С. 55 – 63.
2. Synthesis of Algorithm for Range Measurement Equipment to Track Maneuvering Aircraft Using Data on Its Dynamic and Kinematic Parameters / A. P. Pudovkin, Yu. N. Panasyuk, S. N. Danilov, S. P. Moskvitin // Journal of Physics: Conference Series. – 2018. – Vol. 1015, No. 3. – Art. 032111. doi: 10.1088/1742-6596/1015/3/032111
3. Synthesis of Channel Tracking for Random Process Parameters under Discontinuous Variation / A. P. Pudovkin, Yu. N. Panasyuk, S. N. Danilov, S. P. Moskvitin // Journal of Physics: Conference Series. – 2018. – Vol. 1015, No. 3. – Art. 032112. doi: 10.1088/1742-6596/1015/3/032112
4. Panasyuk, Yu. N. Synthesis of an Algorithm for Angle Measurement Channel of the Information-Measuring System of a Maneuvering Aircraft Given its Dynamic and Kinematic Characteristics / Yu. N. Panasyuk, A. P. Pudovkin, S. N. Danilov // 1st International Conference on Control Systems, Mathematical Modelling, Automation

and Energy Efficiency (SUMMA). – 2019. – P. 73 – 76. doi: 10.1109/SUMMA48161.2019.8947479

5. Иванов, А. В. Адаптивное оценивание и идентификация сигналов спутниковых радионавигационных систем в навигационных системах / А. В. Иванов, С. П. Москвитин, В. О. Сурков // Вестник Тамб. гос. техн. ун-та. – 2018. – Т. 24, № 1. – С. 44 – 57. doi: 10.17277/vestnik.2018.01.pp.044-057

6. Чернышова, Т. И. Информационная технология оценки метрологической надежности информационно-измерительных систем с учетом влияния внешних факторов / Т. И. Чернышова, М. А. Каменская // Энергосбережение и эффективность в технических системах : материалы VI Междунар. науч.-техн. конф. студентов, молодых ученых и специалистов (Тамбов, 03 – 05 июня 2019 г.). – Тамбов, 2019. – С. 172–173.

A Study of Sensitivity and Accuracy of Tracking Filter with Second-Order Link Model

E. A. Antonov✉, S. N. Danilov

Department of Radio Engineering, e.a-nov98@mail.ru;
TSTU, Tambov, Russia

Keywords: maneuver; filter parameters; error; derivatives; test signal; filter; sensitivity.

Abstract: The article considers the hypothesis about the expediency of using a model based on a system of second-order differential equations as a model for the movement of an object of observation. Such an approach should increase the accuracy of estimating the movement parameters of the observed object. To test the hypothesis, a mathematical model of a filter based on Markov linear filtering algorithms was synthesized with model based on a system of second-order differential equations. On the basis of this mathematical model, a study was made of the accuracy of estimating the distance and the sensitivity of the filter to the inaccuracy of the correspondence of the filter parameters to the movement parameters of the object of observation.

References

1. Ljung L. [About model accuracy in system identification], *Tekhnicheskaya kibernetika* [Technical Cybernetics], 1992, no. 6, pp. 55-63. (In Russ., abstract in Eng.)
2. Pudovkin A.P., Panasyuk Yu.N., Danilov S.N., Moskvitin S.P. Synthesis of Algorithm for Range Measurement Equipment to Track Maneuvering Aircraft Using Data on Its Dynamic and Kinematic Parameters, *Journal of Physics: Conference Series*, 2018, vol. 1015, no. 3, art. 032111, . doi: 10.1088/1742-6596/1015/3/032111
3. Pudovkin A.P., Panasyuk Yu. N., Danilov, S. N., Moskvitin, S. P. Synthesis of Channel Tracking for Random Process Parameters under Discontinuous Variation, *Journal of Physics: Conference Series*, 2018, vol. 1015, no. 3, art. 032112. doi: 10.1088/1742-6596/1015/3/032112
4. Panasyuk Yu.N., Pudovkin A.P., Danilov S.N. Synthesis of an Algorithm for Angle Measurement Channel of the Information-Measuring System of a Maneuvering

Aircraft Given its Dynamic and Kinematic Characteristics, *1st International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA)*, 2019, pp. 73-76. doi: 10.1109/SUMMA48161.2019.8947479

5. Ivanov A.V., Moskvitin S.P., Surkov V.O. [Adaptive estimation and identification of signals of satellite radio navigation systems in navigation systems], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2018, vol. 24, no. 1, pp. 44-57. doi: 10.17277/vestnik.2018.01.pp.044-057 (In Russ., abstract in Eng.)

6. Chernyshova T.I., Kamenskaya M.A. [Information technology for assessing the metrological reliability of information-measuring systems, taking into account the influence of external factors], *Energoberezheniye i effektivnost' v tekhnicheskikh sistemakh: materialy VI Mezhdunar. nauch.-tekhn. konf. studentov, molodykh uchenykh i spetsialistov* [Energy saving and efficiency in technical systems: Proc. VI Int. scientific and technical. conf. of students, young scientists and specialists] (Tambov, June 3-5, 2019), 2019, pp. 172-173. (In Russ.)

Untersuchung der Empfindlichkeit und Genauigkeit des Tracking-Filters mit einem Modell basierend auf Links zweiter Ordnung

Zusammenfassung: Es ist die Hypothese der Zweckmäßigkeit der Verwendung eines Modells auf der Grundlage des Systems von Differentialgleichungen zweiter Ordnung als Modell der Bewegung eines Beobachtungsobjekts untersucht. Dieser Ansatz sollte die Genauigkeit der Schätzung der Bewegungsparameter des Beobachtungsobjekts erhöhen. Um die Hypothese zu testen, war ein mathematisches Modell eines Filters auf der Grundlage von linearen Markov-Filteralgorithmen mit einem Modell auf der Grundlage des Systems von Differentialgleichungen zweiter Ordnung synthetisiert. Auf der Grundlage dieses mathematischen Modells sind die Genauigkeit der Entfernungsschätzung und die Empfindlichkeit des Filters gegenüber der Ungenauigkeit der Entsprechung der Filterparameter mit den Bewegungsparametern des Beobachtungsobjekts untersucht.

Étude de la sensibilité et de la précision du filtre témoin avec un modèle basé sur deuxième ordre

Résumé: Est examinée l'hypothèse de l'opportunité d'utiliser comme modèle le mouvement d'un objet d'observation le modèle basé sur un système d'équations différentielles du second ordre. Une telle approche devrait améliorer la précision des estimations des paramètres de mouvement de l'objet de la surveillance. Pour tester l'hypothèse, est synthétisé un modèle mathématique de filtre basé sur les algorithmes de filtrage linéaire de Markov avec un modèle basé sur un système d'équations différentielles du second ordre. A la base de ce modèle mathématique, est réalisée une étude sur la précision de l'estimation de la distance et de la sensibilité du filtre à l'inexactitude de la correspondance des paramètres du filtre avec les paramètres de déplacement de l'objet d'observation.

Авторы: Антонов Евгений Андреевич – аспирант кафедры «Радиотехника»; Данилов Станислав Николаевич – доктор технических наук, профессор кафедры «Радиотехника», ФГБОУ ВО «ТГТУ», Тамбов, Россия.
