

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА СМЕШИВАНИЯ СЫПУЧИХ  
МАТЕРИАЛОВ В УСТРОЙСТВЕ БАРАБАННОГО ТИПА  
С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ РАБОЧИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ**

**П. М. Смирнов<sup>1</sup>, С. Н. Черпицкий<sup>1</sup>,  
М. Ю. Таршис<sup>1</sup>, Л. В. Королев<sup>2</sup>, А. Б. Капранова<sup>1</sup>**

*Кафедры: «Теоретическая и прикладная механика» (1),  
«Информационные системы и технологии» (2),  
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет»,  
mutarshis@yahoo.com; Россия, Ярославль*

**Ключевые слова:** коэффициент неоднородности; методика; процесс смешивания; сыпучие материалы; экспериментальные исследования.

**Аннотация:** Разработана методика проведения экспериментальных исследований процесса смешивания сыпучих материалов в аппарате непрерывного действия с дополнительными рабочими элементами. В соответствии с данной методикой проведены исследования влияния конструктивных параметров на качество получаемой смеси. Получены кривые смешивания, которые могут быть использованы при проектировании новых аппаратов. Проведено сравнение экспериментальных зависимостей с результатами численного моделирования.

---

**Введение**

Смесители гравитационно-пересыпного действия используются в различных отраслях производства. Наибольшее применение они находят в отраслях химической промышленности, строительного производства, металлургии и др. Преимущественно это смесители барабанного типа. Их распространенность связана с простотой конструкции, низкой энергоемкостью, однако они зачастую отличаются малой эффективностью при переработке компонентов, склонных к сегрегации, которая проявляется в том, что более плотные и мелкие частицы локализуются в центре циркуляции смеси. Отчасти данную проблему решает применение дополнительных элементов, проходящих при вращении корпуса смесителя через центр сегрегации смеси и подавляющих ее. При этом именно непрерывно действующие смесители предпочтительны для использования в производственных линиях и задача их создания является актуальной. Решение задачи повышения эффективности смесителей в первую очередь связана с проведением корректных (и адекватных) исследований реализуемого процесса. Такие исследования включают экспериментальные, устанавливающие влияние основных параметров системы «смеситель – компоненты» на качество получаемых смесей, и теоретические – основанные на численном моделировании процесса.

## Описание установки и методика проведения эксперимента

Рассмотрим методику проведения эксперимента и приведем результаты исследований конструктивных параметров нового смесителя, эффективность которого достигается применением в конструкции разнонаправленных эластичных лопастей [1]. Смеситель содержит корпус, состоящий из торообразных эластичных камер, расположенных в горизонтальной трубе. Борта камер надрезаны, и элементы бортов отогнуты поочередно в противоположных направлениях с образованием лопастей, которые связаны с механизмом регулировки углов их наклона. Камеры сообщаются с патрубками загрузки компонентов и выгрузки смеси.

*Цель исследований* – установить влияние параметров смесителя, процесса и свойств сыпучих компонентов на критерий качества получаемых составов. Входные параметры системы «смеситель – материалы» и диапазоны их варьирования выбирались следующим образом.

Конструктивные:  $L = [0,01 \dots 0,4]$  м – длина рабочей камеры;  $D = 0,23$  м – внутренний диаметр рабочей камеры;  $l_p = 0,03$  м,  $h_p = 0,02$  м – длина и высота лопасти соответственно;  $\varphi_p = 90^\circ$  – угловое расстояние между соседними лопастями в поперечном сечении рабочей камеры;  $L_p = 0,06$  м – расстояние от края лопасти до перегородки (точки выгрузки смеси);  $\alpha = [45 \dots 90]^\circ$  – угол наклона (отгиба) лопастей к плоскости поперечного сечения рабочей камеры.

Режимные:  $K_3 = 0,3$  – коэффициент загрузки;  $\nu = 60$  об/мин – частота вращения корпуса;  $c_0 = 0,3$  – концентрация ключевого компонента в смеси.

Физико-механические свойства смешиваемых материалов:  $d = 0,03; 0,05$  см – средний диаметр частиц ключевого и несущего компонентов соответственно;  $\rho = 0,49; 0,66$  г/см<sup>3</sup> – насыпная плотность ключевого и несущего компонентов соответственно.

Экспериментальная установка содержит внутри корпуса ступени с лопастями, прозрачные кольцевые перегородки и торцевые стенки. После загрузки компонентов в непрерывно действующий смеситель, стабилизации его работы и включения проводится исследование смеси в аппарате. Для этого передняя торцевая стенка и кольцевые перегородки последовательно снимаются. После удаления сыпучего материала, находящегося перед очередной перегородкой, проводится анализ смеси в сечении, непосредственно примыкающем к противоположной стороне перегородки, по бесконтактному способу [2, 3]. Бесконтактный способ определения качества смеси [3] разработан в целях повышения эффективности исследований. Он предполагает фиксацию изображения поверхности смеси через прозрачную стенку, анализ изображения посредством деления его на пробные зоны и вычисление в них концентраций ключевого компонента с последующим вычислением критерия качества смеси. В качестве такого критерия в данной работе принят коэффициент неоднородности

$$V_C = \frac{1}{\bar{c}} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (c_i - \bar{c})^2}, \quad (1)$$

где  $\bar{c}$  – средняя по сечению смеси концентрация ключевого компонента;  $c_i$  – концентрация ключевого компонента в  $i$ -й пробной зоне;  $n$  – число пробных зон.

Полученные значения коэффициента неоднородности для каждого сечения усреднялись по результатам семи экспериментов. Для оценки сглаживающей способности смесителя использовалось среднеквадратическое отклонение средних концентраций в сечении смеси

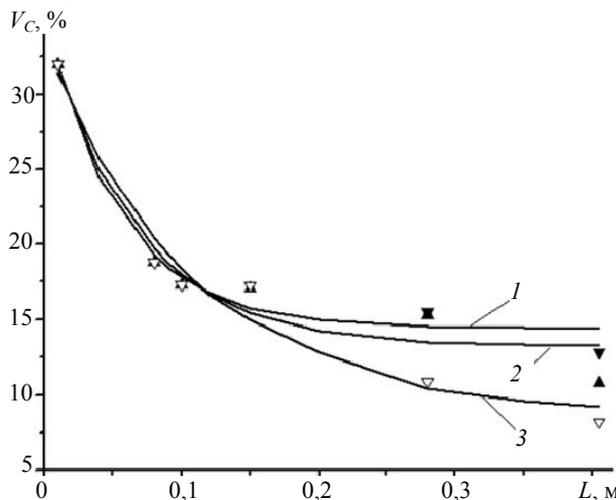
$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (\bar{c}_k - c_0)^2}, \quad (2)$$

где  $\bar{c}_k$  – средняя концентрация ключевого компонента в сечении смеси, наблюдаемая в  $k$ -м эксперименте;  $m$  – число экспериментов.

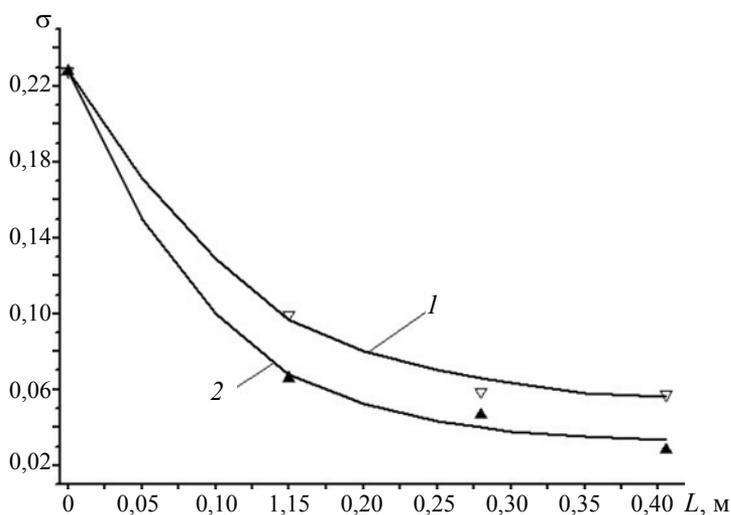
### Результаты экспериментов

Результаты экспериментальных исследований представлены на рис. 1 и 2. Для выяснения функционального вида полученных зависимостей рассматривались различные варианты аппроксимирующих функций. Наиболее адекватной признана экспоненциальная аппроксимация [4]. Числовые коэффициенты аппроксимирующих функций определялись методом наименьших квадратов, при этом коэффициент детерминации  $R^2$  во всех случаях был не ниже 0,95. Полученные формулы и соответствующие графики приведены на рисунках вместе с экспериментальными данными.

На рисунке 1 показаны графики, отражающие изменение качества смеси в зависимости от расстояния между исследуемым сечением и точкой загрузки компонентов, то есть фактически от длины корпуса смесителя  $L$ . Из графиков видно, что для больших углов отгиба лопастей  $\alpha = 90^\circ$  и  $\alpha = 60^\circ$  (кривые 1 и 2) сначала происходит существенный рост однородности смеси (коэффициент неоднородности падает) с увеличением  $L$ , а затем качество стабилизируется при  $L > 0,15$ . Если угол отгиба равен  $\alpha = 45^\circ$  (кривая 3), то коэффициент неоднородности продолжает снижаться и при  $L > 0,15$ . Такое влияние угла отгиба лопастей на качество смеси можно объяснить следующим образом. При больших углах лопасти преимущественно поднимают материал вверх, способствуя только его дополнительной циркуляции в горизонтальном сечении. При меньших углах отгиба лопасти начинают не только поднимать материал, но и перемещать его вдоль оси барабана как в прямом направлении (от точки загрузки), так и обратном, что при той же длине устройства существенно увеличивает время пребывания смеси в устройстве, тем самым повышая ее качество. Интенсивная осевая циркуляция материала приводит и к увеличению сглаживающей способности смесителя (рис. 2). При  $\alpha = 45^\circ$  величина  $\sigma$  существенно меньше, чем при  $\alpha = 90^\circ$ .



**Рис. 1. Зависимость коэффициента неоднородности смеси от расстояния до точки загрузки при различных углах наклона лопастей  $\alpha$ :**  
 1 –  $\alpha = 90^\circ$ ,  $V_C = 21,0 \exp(-L/0,05) + 14,4$ ; 2 –  $\alpha = 60^\circ$ ,  $V_C = 21,6 \exp(-L/0,07) + 13,2$ ;  
 3 –  $\alpha = 45^\circ$ ,  $V_C = 25,0 \exp(-L/0,11) + 8,7$   
 (значки – экспериментальные точки, линии – аппроксимирующие функции)



**Рис. 2. Зависимость сглаживающей способности смесителя от расстояния до точки загрузки при различных углах наклона лопастей  $\alpha$ :**  
 $1 - \alpha = 90^\circ, \sigma = 0,18\exp(-L/0,11) + 0,05$ ;  $2 - \alpha = 45^\circ, \sigma = 0,19\exp(-L/0,09) + 0,03$   
 (значки – экспериментальные точки, линии – аппроксимирующие функции):

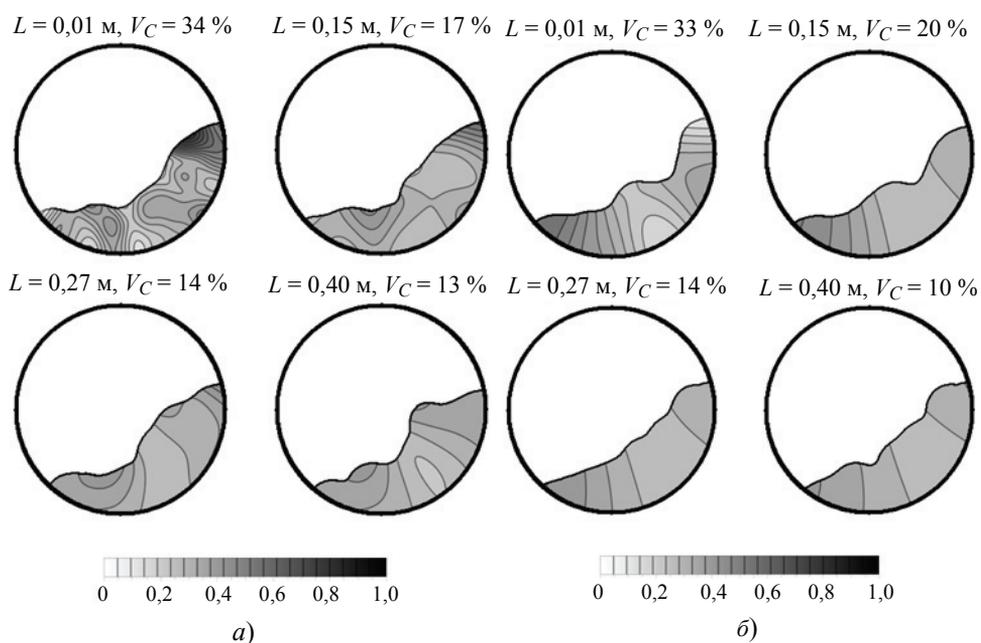
### Результаты численного моделирования.

Численное моделирование процесса смешивания сыпучих материалов в рассматриваемом устройстве проводилось на основе метода дискретных элементов, предложенного в работе [5]. Масса сыпучего материала была представлена в виде совокупности вязко-пластичных модельных частиц. Размер частиц выбирался малым по сравнению с размерами элементов установки, но при этом достаточно большим по сравнению со средним размером частиц сыпучего материала. Таким образом, положение и скорость каждой модельной частицы можно рассматривать как положение и скорость центра масс некоторого представительного объема, содержащего большое число реальных частиц ключевого или несущего компонента смеси. Предложенный метод позволяет вычислить координаты модельных частиц  $(x_i, y_i, z_i)$  на каждом этапе процесса смешивания. По этим координатам можно определить объемную концентрацию ключевого компонента  $c$  в произвольной точке с координатами  $(x, y, z)$  внутри смесителя, применяя процедуру сглаживания распределения модельных частиц с гауссовым ядром:

$$c(x, y, z) = \frac{\sum_{i \in K} \exp\left(-\left((x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2\right)/\Delta^2\right)}{\sum_{i \in P} \exp\left(-\left((x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2\right)/\Delta^2\right)}, \quad (3)$$

где  $\Delta$  – масштаб сглаживания, равный размеру пробных зон, на которые делилось изображение смеси при экспериментальном определении коэффициента неоднородности.

Суммирование в числителе правой части уравнения (3) ведется по множеству номеров  $K$  модельных частиц, представляющих ключевой компонент, а суммирование в знаменателе – по множеству номеров  $P$  всех модельных частиц. Полагая в (3) координату  $z$  равной расстоянию  $L$  от точки загрузки, на котором проводилось исследование смеси, можно получить поле объемной концентрации ключевого



**Рис. 3. Поля концентрации ключевого компонента в различных сечениях смеси при  $\alpha = 90^\circ$  (а) и  $\alpha = 45^\circ$  (б)**

компонента в соответствующем сечении. На рисунках 3, а, б представлены контурные графики рассматриваемых полей для углов отгиба лопастей  $\alpha = 90^\circ$  и  $\alpha = 45^\circ$ . Картина распределения ключевого компонента смеси по сечению на рисунках качественно соответствует наблюдавшейся в экспериментах, также на рисунках указаны вычисленные по представленным полям концентрации значения коэффициента неоднородности  $V_C$ . Приведенные значения удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными (см. рис. 1).

### Заключение

Полученные в работе зависимости качества сыпучей смеси от длины рабочей камеры смесителя при различных углах наклона перемешивающих лопастей могут быть использованы для определения оптимальных параметров конструкции и проектирования аппаратов барабанно-лопастного типа. Качественное и количественное соответствие результатов численного моделирования процесса смешивания по методу, представленному в работе [5], с экспериментальными данными позволяет сделать вывод о возможности применения численного эксперимента для предварительной оценки эффективности аппаратов рассматриваемого типа.

### Список литературы

1. Пат. 2626203 Российская Федерация, МПК В01F 9/02, В01F 3/18. Смеситель / М. Ю. Таршис, С. Н. Черпицкий, Л. В. Королев, А. И. Зайцев ; заявитель и патентообладатель : ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет». – № 2016126747 ; заявл. 04.07.2016 ; опубл. : 24.07.2017, Бюл. № 21. – 6 с.
2. Таршис, М. Ю. Исследование качества сыпучей смеси. Моделирование. Критерии. Эксперимент : монография / М. Ю. Таршис, Л. В. Королев, А. И. Зайцев. – Ярославль : Изд. дом ЯГТУ, 2015. – 116 с.

3. Пат. 2690539 Российская Федерация, МПК В01F 3/18, G01N 21/00. Способ исследования качества смеси компонентов, различающихся по цвету / М. Ю. Таршис, С. Н. Черпицкий, Л. В. Королев, А. Б. Капранова ; заявитель и патентообладатель : ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет». – № 2018124251 ; заявл. 02.07.2018 ; опубл. : 04.06.2019, Бюл. № 16. – 9 с.

4. Смирнов, П. М. Исследование процесса смешивания сыпучих материалов в аппаратах с дополнительными рабочими элементами / П. М. Смирнов, С. Н. Черпицкий, М. Ю. Таршис, Л. В. Королев, А. Б. Капранова // Математические методы в технологиях и технике. – 2023. – № 6. – С. 36 – 39. doi: 10.52348/2712-8873\_MMTT\_2023\_6\_36

5. Черпицкий, С. Н. Математическое моделирование процесса смешивания сыпучих материалов в барабанно-лопастном смесителе / С. Н. Черпицкий, Л. В. Королев, М. Ю. Таршис // Известия вузов. Химия и химические технологии. – 2022. – Т. 65, № 9. С. 112 – 120. doi: 10.6060/ivkkt.20226509.6504

---

## Investigation of the Bulk Materials Mixing Process in a Drum-Type Device with Additional Working Elements

P. M. Smirnov<sup>1</sup>, S. N. Cherpitskiy<sup>1</sup>, M. Yu. Tarshis<sup>1</sup>, L. V. Korolev<sup>2</sup>, A. B. Kapranova<sup>1</sup>

*Departments of Theoretical and Applied Mechanics (1),  
Information Systems and Technologies (2), mutarshis@yahoo.com;  
Yaroslavl State Technical University, Yaroslavl, Russia*

**Keywords:** bulk materials; mixing process; methodology; experimental studies; coefficient of heterogeneity.

**Abstract:** A methodology for conducting experimental studies of the bulk materials mixing process in a continuous-acting apparatus with additional working elements has been developed. In accordance with this methodology, studies of the influence of design parameters on the quality of the resulting mixture were carried out. The obtained mixing curves can be used in the design of new devices. The experimental dependences are compared with the results of numerical simulation.

### References

1. Tarshis M.Yu., Cherpitsky S.N., Korolev L.V., Zaitsev A.I. *Smesitel* [Mixer], Russian Federation, 2017, Pat. 2626203. (In Russ.).

2. Tarshis M.Yu., Korolev L.V., Zaitsev A.I. *Issledovaniye kachestva sypuhey smesi. Modelirovaniye. Kriterii. Eksperiment: monografiya* [Investigation of the quality of loose mixes. Modeling. Criteria. Experiment: monograph], Yaroslavl: Izdatel'skiy dom YAGTU, 2015, 116 p. (In Russ.)

3. Tarshis M.Yu., Cherpitsky S.N., Korolev L.V., Kapranova A.B. *Sposob issledovaniya kachestva smesi komponentov, razlichayushchihsya po tsvetu* [Method of analyzing the quality of a mixture of components differing in colour], Russian Federation, 2019, Pat. 2690539. (In Russ.).

4. Smirnov P.M., Cherpitsky S.N., Tarshis M.Yu., Korolev L.V., Kapranova A.B. [Investigation of the bulk materials mixing process in devices with additional working elements], *Matematicheskie metody v technologiyah i tehnikе* [Mathematical Methods in Technology and Engineering], 2023, no 6, pp. 36-39, doi 10.52348/2712-8873\_MMTT\_2023\_6\_36 (In Russ., abstract in Eng.).

5. Cherpitskiy S.N., Korolev L.V., Tarshis M.Yu. [Mathematical modeling of the bulk materials mixing process in a drumblade mixer], *Izvtsctya Vysshih Uchebneh Zavedrnii. Khimiya i Khimicheskie Tekhnologii* [Chem. Chem. Tech.], 2022, vol. 65, no 9, pp. 112-120, doi: 10.6060/ivkkt.20226509.6504 (In Russ., abstract in Eng.).

---

### **Untersuchung des Verfahrens zum Mischen von Schüttgütern in einer Trommleinrichtung mit zusätzlichen Arbeitselementen**

**Zusammenfassung:** Es ist eine Technik zur experimentellen Untersuchung des Mischprozesses von Schüttgütern in einem kontinuierlichen Apparat mit zusätzlichen Arbeitselementen entwickelt. Mit Hilfe dieser Methode ist der Einfluss der Konstruktionsparameter auf die Qualität der erhaltenen Mischung untersucht. Es sind Mischkurven ermittelt, die bei der Konstruktion neuer Apparate verwendet werden können. Die experimentellen Abhängigkeiten sind mit den Ergebnissen der numerischen Modellierung verglichen.

---

### **Étude du processus de mélange de matériaux en vrac dans un dispositif de type tambour avec des éléments de travail supplémentaires**

**Résumé:** Est élaborée une méthodologie pour mener des études expérimentales sur le processus de mélange de matériaux en vrac dans un appareil à action continue avec des éléments de travail supplémentaires. Conformément à cette technique, sont effectuées des études sur l'influence des paramètres de conception sur la qualité du mélange obtenu. Des courbes de mélange peuvent être utilisées dans la conception de nouveaux appareils. Est faite une comparaison des dépendances expérimentales avec les résultats des simulations numériques.

---

**Авторы:** *Смирнов Павел Михайлович* – аспирант кафедры «Теоретическая и прикладная механика»; *Черницкий Сергей Николаевич* – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры «Теоретическая и прикладная механика»; *Таршиц Михаил Юльевич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Теоретическая и прикладная механика»; *Королев Леонид Владимирович* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Информационные системы и технологии»; *Капанова Анна Борисовна* – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Теоретическая и прикладная механика» ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет», Ярославль, Россия.