

**МОДЕЛИРОВАНИЕ СМЕШЕНИЯ
СЫПУЧИХ КОМПОНЕНТОВ В РОТАЦИОННОМ АППАРАТЕ
НА ПЛАТФОРМЕ КИБЕР-ФИЗИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

А. Б. Капранова¹, Д. Д. Бахаева², Д. В. Стенько¹, И. И. Верлока¹

Кафедры: «Теоретическая и прикладная механика» (1), kapranova_anna@mail.ru;

«Информационные системы и технологии» (2),

*ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет»,
Ярославль, Россия*

Ключевые слова: модель; параметры; совмещенные процессы; смешение; сыпучие компоненты; уплотнение; функция распределения; эластичные лопатки.

Аннотация: Выполнено стохастическое моделирование процесса формирования разреженных потоков сыпучих компонентов на этапе ротационного смешивания на платформе кибер-физических систем. Применение энергетического метода для стохастического описания технологической операции смешивания твердых дисперсных сред в рабочем объеме смесителя-уплотнителя с ротационными элементами позволило получить аналитические зависимости между показателями исследуемого процесса и его основными конструктивно-режимными параметрами, а также физико-механическими характеристиками рабочих материалов.

Введение

Современные тенденции развития химических технологий в области переработки сыпучих компонентов отражают необходимость организации соответствующих технологических процессов в условиях отсутствия противоречий между двумя их основными характеристиками – энергоэффективностью и интенсивностью [1]. Растущие потребности пищевой, химической, фармацевтической, строительной и других отраслей народного хозяйства в однородных сыпучих смесях с заданными механическими свойствами и регламентируемыми требованиями к показателю порозности подтверждают актуальность разработки нового оборудования для указанных целей. В данной связи совмещение нескольких технологических операций [2] или, как частный случай, их выполнение в последовательном режиме [3], но в рабочем объеме одного устройства, становится приоритетным направлением проектирования смесительного и уплотнительного оборудования для получения деаэрированной однородной смеси твердых дисперсных материалов с заданным объемным соотношением компонентов. Возникает необходимость учета влияния множества факторов, которые могут негативно сказаться на конечном продукте производства сыпучей смеси, включая эффект сегрегации [4], свойства аэрируемости и слипаемости, соотношения гранулометрического состава компонентов и т.п. [4 – 7]. Одним из способов борьбы с нежелательным при этом

эффектом сегрегации при получении зернистых смесей может быть организация процесса смешивания частиц компонентов в разреженных потоках [8, 9]. Обеспечение проектировщиков соответствующими зависимостями основных показателей смешивания, как одного из процессов в рамках одной технологической цепи, от набора ее конструктивных и режимных параметров предполагает развитие теоретической базы с позиций кибер-физической системы [10].

Цель работы – разработка стохастического описания процесса формирования разреженных потоков на этапе ротационного смешивания при организации дальнейшего совмещения данной операции с уплотнением полученной зернистой смеси на транспортерной ленте на кибер-физической платформе. К последней относится формирование набора независимых параметров указанного процесса смешивания.

О сложностях описания процесса смешения сыпучих компонентов

Трудности математического моделирования процесса смешивания частиц зернистых компонентов связаны в первую очередь с многофакторностью решаемых при этом задач [11], что отражается на выборе основного подхода к описанию данной технологической операции и вниманию к созданию соответствующей кибер-физической платформы. Несмотря на широкий спектр имеющихся моделей смешивания от детерминированных описаний [5 – 7, 12] до стохастических моделей [1, 13 – 15] и их различных модификаций с элементами комбинирования, в данном случае целесообразно использовать второй для получения информации о распределении частиц по заданной характеристике процесса. Кроме того, вероятностный характер движения частиц в разреженных потоках зернистых материалов определяет конкретный способ математического описания для выбранного подхода моделирования, в частности, предлагается использовать энергетический метод [16], который позволяет учесть основные физико-механические характеристики сыпучих материалов и особенности движения составляющих их частиц.

Применение транспортерной ленты в аппаратах для переработки твердых дисперсных сред [17] позволяет успешно совмещать ряд технологических операций в рамках одного рабочего объема [3]. Такая организация обеспечивает непрерывный режим работы проектируемого оборудования, например, при производстве сухих строительных смесей с использованием подвижных жестких перфорированных гребней [18], перемешивания порошков на конвейере неподвижными разделяющими пластинами [19] или даже без перемешивающих органов за счет вибрационных эффектов [20] и т.д.

Один из способов организации разреженных потоков из слоев сыпучих компонентов на подвижной ленте – использование приводных ротационных устройств в виде барабанов с эластичными лопатками [21], симметрично установленных над указанным транспортером под некоторым углом к направлению движения ленты. Вертикальный экран к горизонтальной рабочей поверхности транспортера выполняет роль дополнительного смесительного устройства, а уплотнительный валик с отверстиями для удаления воздуха на другой стороне вертикального экрана функционирует как деаэратор.

Организация процесса образования разреженных потоков зависит от выбора конфигурации эластичных элементов и способа их закрепления на смесительном барабане [8 – 10, 21], например, встречаются: радиальное расположение тонких цилиндрических бил [1], винтовая навивка гибких элементов [9], встречное расположение винтовых навивок для щеточных элементов [8, 10] и т.д. В данном случае поверхности прямоугольных эластичных лопаток закреплены в касательных плоскостях к цилиндрическим поверхностям каждого смесительного барабана, расположенного над транспортерной лентой. При этом установка указанных

эластичных лопаток проводится рядами при чередовании направлений их расположения вдоль оси симметрии цилиндрических смесительных барабанов. Такое закрепление эластичных лопаток обеспечивает разбрасывание частиц в различных направлениях смешиваемых компонентов, подаваемых транспортерной лентой в зазор указанных барабанов в виде слоев. Стохастическое описание энергетическим методом [16] процесса формирования разреженных потоков сыпучих компонентов над транспортером на этапе ротационного смешивания с помощью одного ряда прямоугольных эластичных лопаток, закрепленных указанным способом, составляет основную задачу настоящего исследования.

Описание движения частицы смешиваемого компонента в момент отрыва от эластичных лопаток

Рассмотрим движение эластичных лопаток длиной l_b , составляющих один ряд бил, которые закреплены указанным выше способом на вращающемся с угловой скоростью ω смесительном барабане. Пусть радиус барабана равен r_b , расстояние между барабаном и горизонтальной транспортерной лентой h_0 , число деформированных бил в пределах четверти угла поворота барабана n_b , общее число лопаток одного ряда n . Свяжем полярную систему координат (r, θ) с осью O_1x_1 при отсчете против часовой стрелки полярного угла θ , координаты точки $O_1(x_{O_1}; y_{O_1})$ относительно системы, связанной с центром вращения барабана, имеют вид $O_1(x_{O_1} = r_b \sin \alpha_0; y_{O_1} = r_b \cos \alpha_0)$.

Введем уравнение движения конечных точек эластичных лопастей $M_j, j = \overline{1, n_b}$ в полярных координатах в виде спирали Архимеда

$$r_a(\theta) = A + B\theta, \quad (1)$$

где

$$A = h_0 + r_b(1 - \cos \alpha_0); \quad (2)$$

$$B = \left(\left\{ (r_b + l_b)^2 + [r_b(1 + \cos \alpha_0)]^2 \right\}^{1/2} - A \right) / \theta_\delta; \quad (3)$$

$$\theta_\delta = \pi + \operatorname{arctg} \frac{r_b - l_b}{r_b(1 + \cos \alpha_0)}. \quad (4)$$

Положение точки $M_j, j = \overline{1, n_b}$, в полярной системе определяется следующим уравнением для произвольной точки M на спирали (1)

$$r_{M_j}(\theta) = r_M(\theta) = r_a(\theta) \cos \frac{3\beta(\theta)}{2} + \frac{\left(\left\{ 2r_a(\theta) \cos \frac{3\beta(\theta)}{2} \right\}^2 - 4 \{ [r_a(\theta)]^2 - r_b^2 \} \right)^{1/2}}{2}, \quad (5)$$

где зависимость для угла, согласно (1) – (5),

$$\beta(\theta) = \operatorname{arctg} \frac{B}{r_a(\theta)}. \quad (6)$$

С учетом $r_a(\theta)$ из уравнения (1) анализируется движение частиц двух сыпучих компонентов ($i = 1, 2$), которые разбрасываются деформируемыми эластичными лопатками из насыпанных друг на друга слоев высотой

$$h_L = \sum_{v=1}^2 h_{Lv} \quad (7)$$

на подвижной ленте. Такие слои заполняют зазор между смесительным барабаном и указанным транспортером.

Пусть средний диаметр сферических частиц, плотность которых ρ_{Ti} , с учетом числа фракций n_v определяется выражением

$$d_{Ti} = n_v^{-1} \sum_{v=1}^{n_v} d_{Tiv} \quad (8)$$

Скорость частицы $V_{r\theta i}$ для каждого компонента ($i = 1, 2$) при описанном движении в момент отрыва от конца деформированной эластичной лопатки в полярной системе координат задается выражением

$$V_{r\theta i}(r_M(\theta), \theta) = \frac{\omega r_M(\theta)}{\cos \left\{ \arctg \frac{B}{r_a(\theta)} \right\}} \quad (9)$$

Энергия частицы E_i при разбрасывании упругой эластичной лопаткой определяется тремя составляющими (кинетическими энергиями поступательного движения частицы вместе с центром масс; вращательного движения относительно него и энергией упругого взаимодействия частицы с эластичной лопаткой) согласно (1), (5), (9) с учетом (2) – (4), (6) – (8)

$$E_i = a_i d_{Ti} \omega^2 \left\{ d_{Ti}^2 + 10 p_3 \frac{(c_0 + c_1 \theta)^4}{c_0^2 [(p_0 + p_1 \theta)^2 + p_2^2]} \right\} \frac{(c_0 + c_1 \theta)^4}{c_0^2 [(p_0 + p_1 \theta)^2 + p_2^2]} + \frac{k_u \theta^2}{2}, \quad (10)$$

где

$$c_1 = \left(\frac{3k_2}{2A^3} + \frac{k_0 k_4 B}{A} + \frac{A^3 B [2k_4 (k_0^2 - A^2) + k_3]}{8k_1} \right) / k_4; \quad (11)$$

$$a_i = \frac{\pi \rho_{Ti}}{12}; \quad c_0 = k_0 + k_1; \quad p_0 = \cos \left(\frac{1}{2} \arctg \frac{B}{A} \right); \quad (12)$$

$$p_1 = \frac{B^2}{2k_4} \sin \left(\frac{1}{2} \arctg \frac{B}{A} \right); \quad p_2 = [p_0(1 - p_0)]^{1/2}; \quad (13)$$

$$p_3 = (p_0^2 + p_2^2)^2; \quad k_0 = A \cos \left(\frac{3}{2} \arctg \frac{B}{A} \right); \quad k_4 = A^2 + B^2; \quad (14)$$

$$k_2 = B^2 \sin \left(\frac{3}{2} \arctg \frac{B}{A} \right); \quad k_0 = \frac{3}{2} AB \sin \left(3 \arctg \frac{B}{A} \right). \quad (15)$$

Моделирование функций распределений частиц сыпучих компонентов энергетическим методом

Для дальнейшего моделирования процесса формирования разреженных потоков двух сыпучих материалов, смешиваемых ротационным устройством, предлагается в рамках стохастического подхода использовать энергетический метод [16], который позволяет учесть форму энергии стохастического движения частиц в виде (10). Рассматривая указанную технологическую операцию как случайный процесс однородного, непрерывного, стационарного, гауссовского типа, применим формализм марковского процесса для состояний макросистемы частиц каждого компонента без притока энергии извне. Тогда в отсутствии макрофлуктуаций данных макросистем, связанных с соударениями частиц, считаем, что в образующихся потоках является незначительным перекрестное движение одного потока в другом, смещение частиц обоих сформированных потоков является сонаправленным. В указанном приближении справедлив формализм Орнштейна–Уленбека [16] с решением уравнения Фоккера–Планка в энергетическом представлении для стационарного случая относительно функции распределения числа частиц в следующей форме:

$$\varphi_i = A_i \exp\left(-\frac{E_i}{E_{0i}}\right), \quad (16)$$

где константа нормировки A_i находится из условия

$$\int_{\Psi_i} \varphi_i d\Psi_i = 1 \quad (17)$$

при введении элемента фазового объема:

$$d\Psi_i = dv_{xi}dv_{yi} \equiv dv_x dv_y, \quad \text{или} \quad d\Psi = dv_x dv_y = -\omega^2 r dr d\theta \quad (18)$$

в приближении одновременного взаимодействия упругого эластичного элемента с частицами каждого компонента.

Вследствие (16), (17) убывание числа частиц dN_i компонента $i = 1, 2$ в элементарном объеме $d\Psi$ из (18) задается формулой [16]

$$dN_i = A_i \exp\left(-\frac{E_i}{E_{0i}}\right) d\Psi. \quad (19)$$

В выражениях (16), (19) содержится энергетический параметр E_{0i} , физический смысл которого определяется энергией стохастического движения частиц в момент начала стохастизации состояний макросистемы ($i = 1, 2$). Выражения (16) – (19) дают возможность определить искомое выражение для дифференциальной функции распределения числа частиц компонента $i = 1, 2$ по выделенному признаку изучаемого процесса, например, по углу разбрасывания, совпадающему в данном случае с полярной угловой координатой θ . В частности, при этом выполняется

$$f_i(\theta) = \frac{1}{N_i} \frac{dN_i}{d\theta}. \quad (20)$$

Тогда с учетом выражений (10) – (15), (17), (19), (20) получим искомую зависимость

$$f_i(\theta) = Q_i \left([H_1(\theta)]^2 + p_2^2 \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{k_u \theta^2}{E_{0i}} \right) \left[\operatorname{erf} \left(\lambda_{2i} [H_2(\theta)]^2 \left([H_1(\theta)]^2 + p_2^2 \right)^{-1/2} \right) - \operatorname{erf} \left(\lambda_{2i} \left([H_1(\theta)]^2 + p_2^2 \right)^{-1/2} \right) \right] / \left(\exp \left[-10 \left(\lambda_{1i} + \frac{k_u \theta^2}{E_{0i}} \right) \right] - \exp(-\lambda_{1i}) \right), \quad (21)$$

где

$$Q_i = \frac{c_0}{16c_1} \sqrt{\frac{\pi k_u}{E_{0i} g_{1i} g_{2i}}}; \quad (22)$$

$$H_1(\theta) = p_0 + p_1 \theta; \quad H_2(\theta) = c_0 + c_1 \theta; \quad (23)$$

$$\lambda_{2i} = \frac{3}{2c_0^2} \sqrt{\frac{k_u g_{1i} g_{2i}}{E_{0i}}}; \quad \lambda_{1i} = \frac{k_u g_{1i} g_{2i}}{E_{0i} (2p_0^2 + p_2^2)}. \quad (24)$$

Значение параметра E_{0i} определяется из уравнения баланса для суммарных энергий частиц макросистемы ($i = 1, 2$): при захвате частиц каждого компонента концами гибких элементов из зазора барабан-лента E_{Ci} и при разбрасывании данных частиц указанными билами E_{Di} в области изменения полярной угловой координаты $\theta \in [\theta_{0i}; \theta_{1i}]$. Тогда с учетом эффекта смешивания компонентов справедливо

$$\sum_{i=1}^2 E_{Ci} = \sum_{i=1}^2 E_{Di}. \quad (25)$$

В дальнейшем изложении принимается ряд допущений. Пусть при учете различной толщины слоев сыпучих материалов из (7) на транспортной ленте выполняется приближение $h_{Li} = h_L/2$; характер движения конечных точек эластичных лопастей M_j , $j = \overline{1, n_b}$ в полярных координатах определяется выражением (5); усредненная скорость частицы $V_{r\theta i}$ массой m_i для каждого сыпучего компонента ($i = 1, 2$) по полярной угловой координате в области $\theta \in [0; \alpha_0]$ подчиняется выражению (9).

Следовательно, уравнение (25) относительно E_{0i} , согласно (17), (19), принимает вид

$$\sum_{i=1}^2 N_i m_i \left\{ \frac{h_0^2}{2} + \alpha_0^{-1} \int_0^{\alpha_0} \frac{(r_M(\theta))^4 d\theta}{[H_1(\theta)]^2 + p_2^2} \right\} + \sum_{i=1}^2 A_i \int_{\theta_{0i}}^{\theta_{1i}} d\theta \int_{r_{Li}}^{r_M(\theta)} E_i \exp \left(-\frac{E_i}{E_{0i}} \right) r dr = 0, \quad (26)$$

где значения радиальных координат $r_{L1} = h_0 + r_b(1 - \cos \alpha_0)$; $r_{L2} = r_{L1} - h_L/2$ соответствуют значениям для угла θ_{1i} при $i = 1, 2$.

Обсуждение результатов модели ротационного смешения сыпучих компонентов

Пусть выполняется технологическая операция смешивания природного песка ГОСТ 8736–2014 при $i = 1$ и манной крупы ГОСТ 7022–2019 при $i = 2$. Значения физико-механических характеристик указанных сыпучих материалов следующие:

истинная плотность ρ_{Ti} , 10^3 мг/м³, природного песка и манной крупы 1,525 и 1,440 соответственно; усредненный диаметр частиц d_{Ti} , 10^{-4} м, – 1,500 и 4,000 соответственно [22, 23]. Выбор данных сыпучих материалов связан с необходимостью замены некоторых токсичных составов модельными смесями с аналогичными физико-механическими свойствами, в частности, при условии сравнимых значений плотностей веществ составляющих компонентов. Приведем основные значения параметров сформированной кибер-физической платформы изучаемого процесса (табл. 1).

Согласно выполненному стохастическому моделированию изучаемого процесса ротационного смешивания, с помощью выражений (20), (21) построены семейства кривых для зависимостей дифференциальных функции распределения числа частиц каждого компонента $f_1(\theta)$ и $f_2(\theta)$ по полярной угловой координате θ соответственно на рис. 1, а, б. Значения энергетических параметров E_{0i} вычислены согласно (26).

Таблица 1

Значения и пределы изменения параметров ротационного смешения сыпучих компонентов при работе смесителя-уплотнителя

Параметр	Значение
<i>Конструктивные параметры</i>	
Радиус барабана r_b , 10^{-2} м	3,00
Длина эластичной лопатки l_b , 10^{-2} м	4,50
<i>Режимные параметры</i>	
Высота зазора h_0 , 10^{-2} м	3,00
Высота слоев компонентов h_L , 10^{-2} м	
Угловая скорость вращения ω , с ⁻¹	41,0...53,0

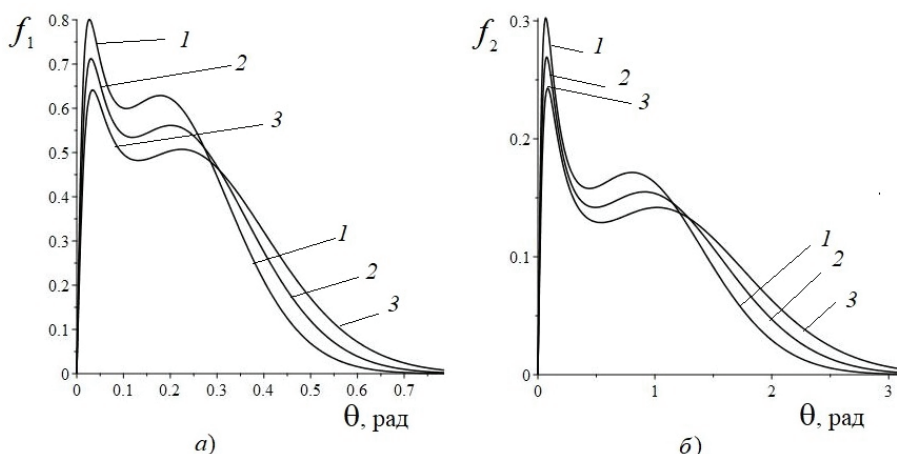


Рис. 1. Зависимости дифференциальных функций распределения числа частиц природного песка (а) и манной крупы (б) по полярной угловой координате θ при ω , с⁻¹: 1 – 41,9; 2 – 47,1; 3 – 52,4

Анализ полученных результатов показывает, что при начальных углах поворота эластичных лопаток происходит основное сбрасывание сыпучих материалов (см. характерные первые всплески на кривых 1 – 3, рис. 1, *a*, *б*), в частности, более половины компонента $i = 1$, когда гибкие элементы максимально деформированы после выхода из зазора барабан-лента. Заметим, что для обоих компонентов сохраняется тенденция к дальнейшему удалению оставшихся частиц при восстановлении формы эластичной лопатки (см. вторые всплески на рис. 1, *a*, *б*).

Кроме того, дисперсия для компонента $i = 2$ более выражена, чем для компонента $i = 1$, например, дисперсионный диапазон длиннее для манной крупы примерно в 1,5 раза, чем для песка. Данный факт свидетельствует, что при заданных конструктивных и режимных параметрах частицы компонента $i = 2$ рассеиваются с большей скоростью, чем компонент $i = 1$, что объясняется физико-механическими особенностями рассматриваемых сыпучих материалов.

Частицы природного песка более мелкие ($d_{T2}/d_{T1} = 2,7$), но более тяжелые ($\rho_{T2}/\rho_{T1} = 0,94$), чем частицы манки, вследствие чего отскакивают под меньшим углом от поверхностей эластичных лопаток. Однако простое изменение угловой скорости вращения смесительного барабана в выбранном диапазоне $41,0 \dots 53,0 \text{ с}^{-1}$ не меняет данную картину, что подтверждает выводы, сделанные в работах [8 – 10], о необходимости дополнительного исследования других факторов, существенно влияющих на процесс формирования разреженных потоков ротационным способом. Например, как было показано в работах [8 – 10], к таким факторам следует отнести степень деформирования гибких элементов в зазорах с барабаном, которая характеризуется отношением длины бил к высоте зазора. Кроме того, рассмотрен результат работы только одного ряда эластичных лопастей.

Вышесказанные замечания о полученных результатах моделирования приводят к необходимости расширения набора исследуемых конструктивных параметров при формировании кибер-физической платформы для разработки инженерного метода расчета проектируемого смесителя-уплотнителя. Выявленная характерная тенденция разбрасывания основного числа частиц при малых углах поворота смесительного барабана для обоих компонентов является основой для получения условия эффективного смешивания сыпучих компонентов. При этом требуется такая настройка диапазонов множества параметров процесса, влияющих на формирование кибер-физической системы, чтобы обеспечить условие сближения экстремальных угловых значений для полярной координаты θ смешиваемых компонентов. Например, указанное сближение фактически наблюдается ($\theta < 0,19$ рад) при сравнении первых всплесков на кривых 3 (см. рис. 1, *a* и *б*), построенных при одинаковом максимальном значении угловой скорости барабана из выбранного диапазона изменения параметра ω .

Заключение

Таким образом, выполненное стохастическое моделирование процесса формирования разреженных потоков сыпучих компонентов на этапе ротационного смешивания с помощью одного ряда прямоугольных эластичных лопаток, закрепленных в касательных плоскостях к цилиндрической поверхности смесительного барабана, расположенного над транспортной лентой, показало возможность применения энергетического метода. Полученные при этом аналитические зависимости для дифференциальных функций распределения числа частиц каждого компонента по полярной угловой координате позволяют:

- выявить необходимые для анализа основные факторы влияния на эффективность процесса смешивания;
- расширить параметры изучаемого процесса, участвующие в формировании платформы его кибер-физической системы;
- спрогнозировать поведение сыпучих компонентов при их ротационном смешивании для создания условий эффективного смешивания при анализе достижимости критерия сближения экстремальных угловых значений полярной координаты для смешиваемых сыпучих компонентов;
- с учетом перечисленных выше фактов подтвердить целесообразность применения на транспортной ленте смесительного устройства в виде барабана с эластичными лопатками, закрепленными указанным способом с помощью оценки критерия качества получаемой сыпучей смеси, например, вычисляя коэффициент ее неоднородности.

Список литературы

1. Кафаров, В. В. Системный анализ процессов химической технологии. Процессы измельчения и смешения сыпучих материалов / В. В. Кафаров, И. Н. Дорохов, С. Ю. Арутюнов. – М. : Наука, 1985. – 440 с.
2. Капранова, А. Б. Стохастическая модель совмещенных или последовательных процессов деаэрации и смешивания сыпучих сред на примере работы центробежного устройства / А. Б. Капранова // Теоретические основы химической технологии. – 2019. – Т. 53, № 2. – С. 229 – 240. doi: 10.1134/S004035711901007X
3. Капранова, А. Б. Исследование порозности порошков при компактировании давлением в смесителях-деаэраторах / А. Б. Капранова, А. И. Зайцев, И. О. Кузьмин // Теоретические основы химической технологии. – 2015. – Т. 49, № 4. – С. 456 – 466. doi: 10.7868/S0040357115040065
4. Bauman, I. Mixing of Solids in Different Mixing Devices / I. Bauman, D. Curic, M. Boban // *Sadhana*. – 2008. – Vol. 33, No. 6. – P. 721 – 731. doi: 10.1007/s12046-008-0030-5
5. Макаров, Ю. И. Аппараты для смешения сыпучих материалов / Ю. И. Макаров. – М. : Машиностроение, 1973. – 216 с.
6. Ким, В. С. Диспергирование и смешение в процессах производства и переработки пластмасс / В. С. Ким, В. В. Скачков. – М. : Химия, 1988. – 240 с.
7. Satomo, I. Solids Mixing / I. Satomo // *Puranto Kogaku*. – 1972. – Vol. 10, No. 5. – P. 63 – 69.
8. Капранова, А. Б. Стохастическое описание процесса формирования поттоков сыпучих компонентов в аппаратах со щеточными элементами / А. Б. Капранова, И. И. Верлока // Теоретические основы химической технологии. – 2018. – Т. 52, № 6. – С. 707 – 721. doi: 10.1134/S0040357118050044
9. Капранова, А. Б. Моделирование критерия качества смеси в объеме барабанно-ленточного устройства / А. Б. Капранова, М. Н. Бакин, И. И. Верлока // Химическое и нефтегазовое машиностроение. – 2018. – № 5. – С. 3 – 9.
10. Kapranova, A. B. About Preparation of the Analytical Platform for Creation of a Cyber-Physical System of Industrial Mixture of Loose Components / A. B. Kapranova, I. I. Verloka, D. D. Bahaeva // In monograph: *Cyber-Physical Systems: Advances in Design & Modelling. Studies in Systems, Decision and Control* / eds. A. Kravets, A. Bolshakov, M. Shcherbakov. – Springer, Cham, 2020. – V. 259. – P. 81 – 91. doi: 10.1007/978-3-030-32579-4_7

11. Shaul, S. Generalized Flow Regime Diagram of Fluidized Beds Based on the Height to Bed Diameter Ratio / S. Shaul, E. Rabinovich, H. Kalman // *Powder Technology*. – 2012. – Vol. 228. – P. 264 – 271. doi: 10.1016/j.powtec.2012.05.029
12. Lai, F. S. The Convective Mixing Process and Striated Mixture / F. S. Lai, L. T. Fan, Y. Akao // *Journal of Powder and Bulk Solids Technology*. – 1978. – Vol. 2. – P. 38.
13. Леончик, Б. И. Измерения в дисперсных потоках / Б. И. Леончик, В. П. Маякин. – М. : Энергия, 1971. – 248 с.
14. Dehling, H. G. Stochastic Modeling in Process Technology / H. G. Dehling, T. Gottschalk, A. C. Hoffmann. – London : Elsevier Science, 2007. – 279 p.
15. Almendros-Ibanez, J. A. A new model for ejected particle velocity from erupting bubbles in 2-D fluidized beds / J. A. Almendros-Ibanez, C. Sobrino, M. de Vega, D. Santana // *Chemical Engineering Science*. – 2016. – Vol. 61, No. 18. – P. 5981 – 5990. doi: 10.1016/j.ces.2006.05.008
16. Климонтович, Ю. Л. Турбулентное движение и структура хаоса: Новый подход к статистической теории открытых систем / Ю. Л. Климонтович. – М. : ЛЕНАНД, 2014. – 328 с.
17. Kaye, B. H. Mixing of Powders / B. H. Kaye // In: Fayed M. E., Otten L. (Eds.) *Handbook of Powder Science & Technology*. – Boston, MA : Springer, 1997. – P. 568 – 585. doi: 10.1007/978-1-4615-6373-011
18. Пат. 2325993 Российская Федерация, МПК В 28 С 5/36. Устройство для приготовления сухой строительной смеси / В. И. Трофимов, В. Е. Лебедев ; заявитель и патентообладатель Тверской государственный технический университет. – № 2006140197/03 ; заявл. 14.11.2006 ; опубл. 10.06.2008, Бюл. № 16. – 5 с.
19. Pat. 4591275 USA, IPC В 28 С 5/36. Apparatus for Mixing Pulverulent Material on a Conveyor Belt / Donald R. Garthus. – Publ. 27.05.1986.
20. Пат. 2242273 Российская Федерация, МПК В 01 F 3/18. Способ приготовления многокомпонентных смесей и устройство для его реализации / В. Ф. Першин, С. В. Барышникова, Д. К. Каляпин, А. А. Осипов ; заявитель и патентообладатель Тамбовский государственный технический университет. – № 2003113033/15, заявл. 05.05.2003; опубл. 20.12.04, Бюл. № 35.
21. Пат. 2624698 Российская Федерация, В01F3/18. Агрегат для смешения и уплотнения сыпучих материалов / А. Е. Лебедев, А. А. Ватагин, М. Е. Борисовский, М. Н. Романова, Н. В. Бадаева, И. С. Шеронина ; заявитель и патентообладатель ООО «МилИнвест». – № 2016143292, заявл. 02.11.2016; опубл. 05.07.2017, Бюл. № 19. – 7 с.
22. Моделирование процесса ротационного смешивания сыпучих компонентов на платформе кибер-физических систем / А. Б. Капранова, Д. Д. Бахаева, Д. В. Стенько, И. И. Верлока // *Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-33 : сб. трудов 33-й Междунар. науч. конф. в 12 т. (г. Казань) / под общ. ред. А. А. Большакова. – СПб., 2020. – Т. 4. – С. 20 – 26.*
23. A Model of Rotational Mixing of Loose Environment on the Platform of Cyber-Physical Systems / A. B. Kapranova, D. D. Bahaeva, D. V. Stenko, I. I. Verloka // In: Kravets A.G., Bolshakov A.A., Shcherbakov M. (Eds.). *Cyber-Physical Systems: Design and Application for Industry 4.0. Studies in Systems, Decision and Control*. Springer, Cham, 2021. – Vol. 342. – P. 167 – 178. doi: 10.1007/978-3-030-66081-9_13

Modeling of Mixing Bulk Components in a Rotary Device on a Cyber-Physical Systems Platform

A. B. Kapranova¹, D. D. Bakhaeva², D. V. Stenko¹, I. I. Verloka¹

Departments: “Theoretical and Applied Mechanics” (1), kapranova_anna@mail.ru;
“Information Systems and Technologies” (2), Yaroslavl State Technical University,
Yaroslavl, Russia

Keywords: model; options; combined processes; mixing; bulk components; compaction; distribution function; elastic shoulder blades.

Abstract: Stochastic modeling of the process of formation of rarefied flows of bulk components at the stage of rotational mixing on the platform of cyber-physical systems was carried out. The use of the energy method for a stochastic description of the technological operation of mixing solid dispersed media in the working volume of a mixer-compactor with rotary elements made it possible to obtain analytical relationships between the indicators of the process under study and its main design and operating parameters, as well as the physical and mechanical characteristics of the working materials.

References

1. Kafarov V.V., Dorokhov I.N., Arutyunov S.Yu. *Sistemnyi analiz protsessov khimicheskoi tekhnologii. Protssy izmel'cheniya i smesheniya sypuchikh materialov* [System analysis of the processes of chemical technology. Processes of grinding and mixing of bulk materials], Moscow: Nauka, 1985, 440 p. (In Russ.)
2. Kapranova A.B. [Stochastic model of combined or sequential processes of deaeration and mixing of bulk media on the example of the operation of a centrifugal device], *Teoreticheskiye osnovy khimicheskoy tekhnologii* [Theoretical Foundations of Chemical Engineering], 2019, vol. 53, no. 2, pp. 229-240. doi: 10.1134/S004057951901007X (In Russ., abstract in Eng.)
3. Kapranova A.B., Zaytsev A.I., Kuz'min I.O. [Investigation of the porosity of powders during compaction by pressure in mixers-deaerators], *Teoreticheskiye osnovy khimicheskoy tekhnologii* [Theoretical Foundations of Chemical Engineering], 2015, vol. 49, no. 4, pp. 456-466. doi: 10.7868/S0040357115040065 (In Russ., abstract in Eng.)
4. Bauman I., Curic, D., Boban, M. Mixing of solids in different mixing devices, *Sadhana*, 2008, vol. 33, no. 6, pp. 721-731. doi: 10.1007/s12046-008-0030-5
5. Makarov Yu.I. *Apparaty dlya smesheniya sypuchikh materialov* [Devices for mixing bulk materials], Moscow: Mashinostroyeniye, 1973, 216 p. (In Russ.)
6. Kim V.S., Skachkov V.V. *Dispergirovanie i smeshenie v protsessakh proizvodstva i pererabotki plastmass* [Dispersion and mixing in plastics manufacturing and processing], Moscow: Khimiya, 1988, 240 p. (In Russ.)
7. Satomo, I. Solids mixing, *Puranto Kogaku*, 1972, vol. 10, no. 5, pp. 63-69.
8. Kapranova A.B., Verloka I.I. [Studying the Porosity of Powders under Pressure Compaction in Deaeration Mixers], *Teoreticheskiye osnovy khimicheskoy tekhnologii* [Theoretical Foundations of Chemical Engineering], 2018, vol. 52, no. 6, pp. 707-721. doi: 10.1134/S0040357118050044 (In Russ., abstract in Eng.)

9. Kapranova A. B., Bakin M. N., Verloka I. I. Simulation of the Quality Criterion of a Mixture in a Drum-Belt Apparatu, *Chemical and Petroleum Engineering*, 2018, vol. 54, no. 5-6, pp. 287-297. doi: 10.1007/s10556-018-0477-0
10. Kapranova A.B., Verloka I.I., Bahaeva D.D. [About Preparation of the Analytical Platform for Creation of a Cyber-Physical System of Industrial Mixture of Loose Components], *In monograph: Kravets A., Bolshakov A., Shcherbakov M. (Eds.) Cyber-Physical Systems: Advances in Design & Model-ing. Studies in Systems, Decision and Control*, Cham: Springer, 2020, vol. 259. pp. 81-91. doi: 10.1007/978-3-030-32579-4_7
11. Shaul S., Rabinovich E., Kalman H. Generalized flow regime diagram of fluidized beds based on the height to bed diameter ratio, *Powder Technology*, 2012, vol. 228, pp. 264-271.
12. Lai F.S., Fan L.T., Akao Y. The convective mixing process and striated mixture, *Journal of Powder and Bulk Solids Technology*, 1978, vol. 2, pp. 38.
13. Leonchik B.I., Mayakin V.P. *Izmereniya v dispersnykh potokakh* [Dispersed flow measurements], Moscow: Energiya, 1971, 248 p. (In Russ.).
14. Dehling H.G., Gottschalk T., Hoffmann A.C. *Stochastic Modeling in Process Technology*. London: Elsevier Science, 2007, 279 p.
15. Almendros-Ibanez J.A., Sobrino C., de Vega M., Santana D. A New Model for Ejected Particle Velocity from Erupting Bubbles in 2-D Fluidized Beds, *Chemical Engineering Science*, 2016, vol. 61, pp. 5981-5990.
16. Klimontovich Yu.L. *Turbulentnoye dvizheniye i struktura khaosa: Novyy podkhod k statisticheskoy teorii otkrytykh sistem* [Turbulent motion and the structure of chaos: A new approach to the statistical theory of open systems], Moscow: LENAND, 2014, 328 p. (In Russ.)
17. Kaye B.H. Mixing of Powders. In: Fayed M.E., Otten L. (Eds.). *Handbook of Powder Science & Technology*, Boston, MA: Springer, 1997. doi: 10.1007/978-1-4615-6373-011
18. Trofimov V.I., Lebedev V.E. *Ustroystvo dlya prigotovleniya sukhoy stroitel'noy smesi* [Device for preparation of dry construction mixture], Russian Federation, 2010, Pat. 2325993. (In Russ.)
19. Garthus Donald R. Apparatus for mixing pulverulent material on a conveyor belt, USA, 1986, Pat. 4591275.
20. Pershin V.F., Baryshnikova S.V., Kalyapin D.K., Osipov A.A. *Sposob prigotovleniya mnogokomponentnykh smesey i ustroystvo dlya ego realizatsii* [Method for preparing multicomponent mixtures and device for its implementation], Russian Federation, 2004, Pat 2242273 (In Russ.)
21. Lebedev A.E., Vatagin A.A., Borisovskiy M.E., Romanova M.N., Badaeva N.V., Sheronina I.S. *Agregat dlya smesheniya i uplotneniya sypuchikh materialov* [Bulk Material Mixing and Compaction Machine], Russian Federation, 2017, Pat. 2624698. (In Russ.).
22. Kapranova A.B., Bahaeva D.D., Stenko D.V., Verloka I.I.; Bol'shakov A.A. (Ed.). *Matematicheskie metody v tekhnike i tekhnologiyakh – MMTT-33, sb. trudov 33-y Mezhdunar. nauch. konf. v 12 t. (Kazan)* [Mathematical methods in engineering and technology - MMTT-33, Sat. Proceedings of the 33rd Intern. scientific conf. in 12 volumes. (Kazan)], St. Petersburg, 2020. vol. 4. pp. 20-26. (In Russ.)
23. Kapranova A.B., Bahaeva D.D., Stenko D.V., Verloka I.I. A Model of Rotational Mixing of Loose Environment on the Platform of Cyber-Physical Systems. In: Kravets A.G., Bolshakov A.A., Shcherbakov M. (Eds.). *Cyber-Physical Systems: Design and Application for Industry 4.0. Studies in Systems, Decision and Control*, vol. 342, pp. 167-178. Cham: Springer, 2021. doi: 10.1007/978-3-030-66081-9_13

Modellierung des Mischens von Schüttgütern im Rotationsgerät auf der Plattform für cyber-physische Systeme

Zusammenfassung: Es ist eine stochastische Modellierung des Prozesses der Bildung verdünnter Ströme von Massenkomponenten im Stadium der Rotationsmischung auf der Plattform cyber-physikalischer Systeme durchgeführt. Die Verwendung der Energiemethode zur stochastischen Beschreibung des technologischen Vorgangs des Mischens fester dispergierter Medien im Arbeitsvolumen des Dichtungsmischers mit rotierenden Elementen ermöglichte es, analytische Beziehungen zwischen den Indikatoren des untersuchten Prozesses und seinem Hauptdesign und Betriebsparameter zu erhalten sowie den physikalischen und mechanischen Eigenschaften der Arbeitsstoffe.

Simulation du mélange des composants en vrac dans un appareil rotatif sur une plate-forme des systèmes cyber-physiques

Résumé: Est réalisée une simulation stochastique du processus de la formation des flux clairsemés des composants en vrac au cours de l'étape de mélange rotatif sur la plate-forme de systèmes cyber-physiques. L'utilisation de la méthode énergétique pour la description stochastique de l'opération technologique du mélange de milieux solides dispersés dans le volume de travail du mélangeur-compacteur avec des éléments rotatifs a permis d'obtenir des relations analytiques entre les indicateurs du processus étudié et ses principaux paramètres de structure et de régime, ainsi que les caractéristiques physico-mécaniques des matériaux de travail.

Авторы: *Капанова Анна Борисовна* – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Теоретическая и прикладная механика», *Бахаева Дарья Дмитриевна* – старший преподаватель кафедры «Информационные системы и технологии», *Стенько Дмитрий Владимирович* – аспирант кафедры «Теоретическая и прикладная механика», *Верлока Иван Игоревич* – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры «Теоретическая и прикладная механика», ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет», Ярославль, Россия.