УДК 69.04
DOI: 10.17277/vestnik.2023.03.pp.514-528

РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ АДЕКВАТНЫХ ПОДКОНСТРУКЦИЙ В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ «ЛИРА» ДЛЯ ПЕРЕНОСА ТРЕЩИН

Вл. И. Колчунов

Кафедра инженерной графики и компьютерного моделирования, vlik52@mail.ru,
ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский
Московский государственный строительный университет»;
ФГБУ «Научно-исследовательский институт строительной физики
Российской академии архитектуры и строительных наук», Москва, Россия

Ключевые слова: булева алгебра; двухэлементная консольная модель; дискретные трещины; теорема перемещений; функция перемещений; ширина раскрытия трещины; эффект железобетона.

Аннотация: В аналитическо-численных методах механики железобетона расчетные сопротивления вычисляются с использованием метода конечных элементов. Существует необходимость исследований физических важных эффектов и процессов, где анализируются магистральные трещины, нарушающие сплошность бетона с учетом работы арматуры. Рассмотрена методика расчета железобетонных конструкций с учетом изменения параметров трещин на основе булевой алгебры. Представлен алгоритм, включающий наличие итерационного процесса в программном комплексе (ПК) «ЛИРА» для моделирования железобетона с позиции раскрытия трещин и создания эффекта железобетона в виде несплошности бетона и реакции арматуры на основе механики разрушения. Предложено ПК «ЛИРА» дополнить новыми разработанными модулями.

Введение

Широкое применение железобетонных конструкций в сложных и ответственных сооруженных вызывает потребность совершенствования теории методов их расчета [1 – 4, 10 – 20]. Анализ методик расчета железобетонных конструкций показал, что заложенные в методике предпосылки отвечают современному уровню эволюции расчетного аппарата такого сложного конструкционного материала, как железобетон [5 – 9, 15 – 24]. Нарушение сплошности железобетона при различных воздействиях определяется расчетными методиками преимущественно с применением ЭВМ. Однако в настоящее время нет удобного способа проведения расчетов железобетонных конструкций с учетом изменения параметров трещин. В связи с этим предложена методика расчета железобетонных конструкций с учетом изменения параметров трещин на основе булевой алгебры. Далее подключается метод конечных элементов, с помощью которого «расшивается» рассчитываемая конструкция, моделируя при этом с помощью двухконсольной модели (**ДКМ**) пространственную трещину, раскрытие которой задается в виде деформационного воздействия на основе эффекта железобетона.

Теоретические предпосылки

Основу метода составляют следующие теоретические предпосылки.

1. *Зависимость между моментами равнодействующей и составляющих сил* устанавливается теоретической механикой, где момент силы относительно точки в пространстве изображается вектором, модуль которого равен произведению модуля силы P на ее плечо d относительно этой точки (центра момента) (рис. 1)

$$M_0 = Pd, \tag{1}$$

При этом, согласно теореме Вариньона (теорема 1), момент равнодействующей силы относительно любой точки равен геометрической сумме моментов составляющих сил относительно этой точки, а момент равнодействующей силы относительно любой оси равен алгебраической сумме моментов составляющих сил относительно этой оси и т.д. Тогда модуль момента силы относительно точки может быть выражен удвоенной площадью треугольника AOB (см. рис 1, *в*).

Установим сначала зависимость между равнодействующим моментом и моментами составляющих сил относительно какой-либо точки. Определим модуль

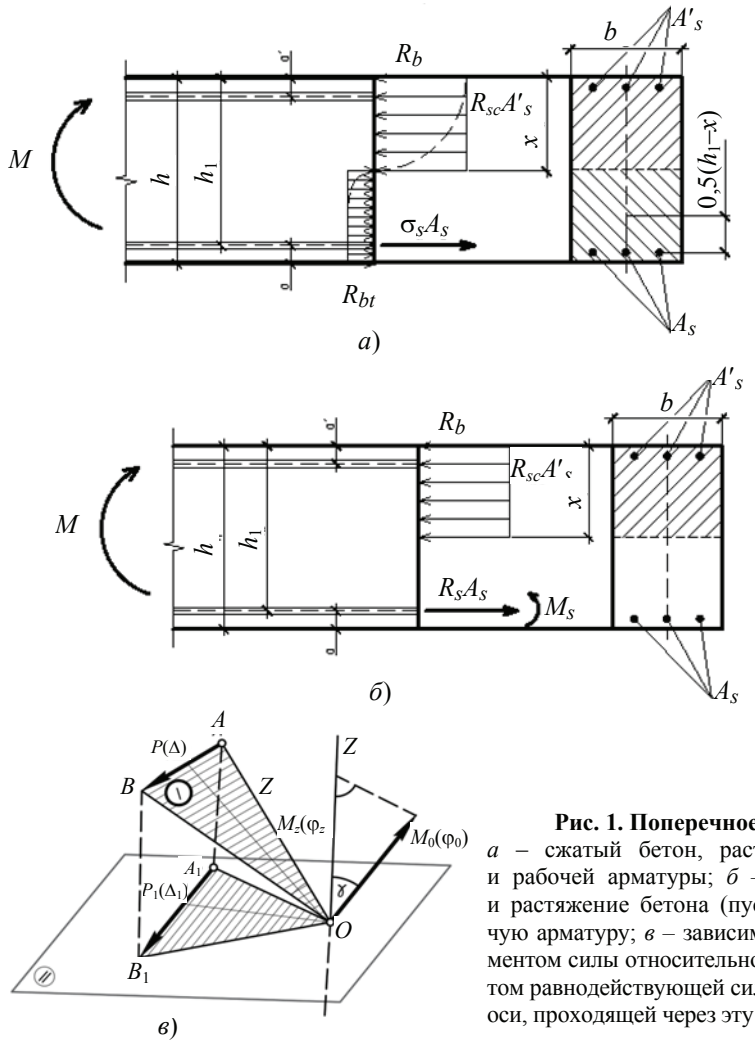


Рис. 1. Поперечное сечение:
а – сжатый бетон, растяжение бетона и рабочей арматуры; *б* – сжатый бетон и растяжение бетона (пусто) через рабочую арматуру; *в* – зависимость между моментом силы относительно точки и моментом равнодействующей силы относительно оси, проходящей через эту точку

момента $M_0(R)$ равнодействующей силы в плоскости относительно центра приведения O (см. рис. 1, *в*), который является произвольной точкой,

$$M_z(R) = M_0(R)\cos\gamma = M_z\,. \qquad (2)$$

Известно, что главный момент системы сил M_z относительно оси Z равен алгебраической сумме моментов составляющих сил относительно этой оси, поэтому

$$M_z(R) = M_z + M_{1z} + \ldots + M_{n,z}. \qquad (3)$$

Согласно теореме автора (теорема 2), для переноса трещин в железобетонных адекватных расчетных подконструкциях из булевой алгебры с подмножеств определенными операциями (форма геометрической суммы (в интеграле) перемещений раскрытия, сдвиг для плеч и углов трещины, проецирование относительно любой оси) получим формулы (4) и (5):

$$\sum(a_i - b_i)\,\Delta_{z,i} e_* \cos\gamma = \sum \vec{u}\; e_* \cos\gamma = e_{*i,j}\cos\gamma \iint\limits_s f(zx)\,dzdx\,; \qquad (4)$$

$$\sum(a_i - b_i)\,\Delta_{z,i} e_* \cos(\gamma-\theta) = \sum \vec{u}\; e_* \cos(\gamma-\theta) = e_{*i,j}\cos(\gamma-\theta)\iint\limits_s f(zx)\,dzdx\,, \qquad (5)$$

здесь $(a_i - b_i)\,\Delta_{z,i}$ – градиент площади из длины $(a_i - b_i)$ и высоты $\Delta_{z,i}$; $f(zx)$ – функция трещины и ее форма через интеграл в ее площади $\iint\limits_s f(zx)\,dzdx$; $e_{*i,j}$ – плечо для элементарной площади; γ – угол между перемещением Δ_1 и Δ_2, для параллелограмма; $(\gamma-\theta)$ – угол для разъединения параллелограмма перемещением Δ_1 или Δ_2.

Установим сначала зависимость между равнодействующим углом и углами составляющих перемещений относительно какой-либо точки. Определим модуль угла перемещения $\varphi_0(\Delta)$, расположенного в плоскости относительно центра приведения O (см. рис. 1, *в*), который является произвольной точкой,

$$\varphi_z(\Delta) = \varphi_0(\Delta)\cos\gamma = \varphi_z. \qquad (6)$$

Рассмотрим сложение двух пар сил, расположенных в пересекающихся плоскостях, и докажем следующую *теорему* (рис. 2).

Геометрическая сумма моментов (углов) равна моменту (углу) эквивалентной им пары сил (перемещений).

Пусть требуется сложить две пары сил, расположенные в пересекающихся плоскостях *I* и *II*, имеющие моменты M_1 (аналог φ_1) и M_2 (аналог φ_2) (см. рис. 2). Принимаем силы этих пар равными по модулю. Они имеют аналог перемещений

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = \Delta_4 = \Delta\,, \qquad (7)$$

и определим плечи этих пар:

$$d_1 = \varphi_1/\Delta \;\text{ и }\; d_2 = \varphi_2/\Delta\,. \qquad (8)$$

Расположим данные пары таким образом, чтобы силы P_1 (аналог Δ_1) и P_3 (аналог Δ_1) были направлены по линии пересечения плоскостей K_1 в противоположные стороны и уравновешивались.

Оставшиеся пары сил образуют пару перемещений (аналог сил P_2 (Δ_2) и P_4 (Δ_4)), эквивалентную данным двум парам. Такая пара сил имеет плечо $BC = d$ и момент, перпендикулярный к плоскости пары, равный по модулю $M = Pd$ (аналог $\varphi = \Delta d$).

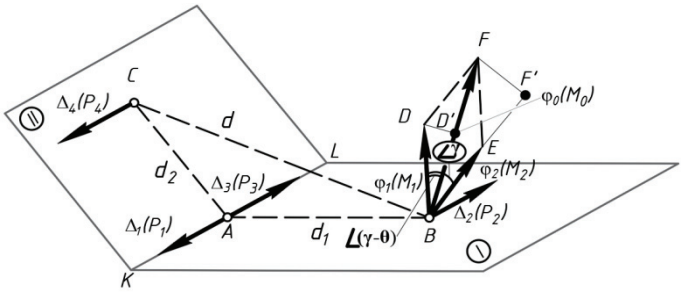


Рис. 2. Сумма двух пар сил, расположенных в пересекающихся плоскостях *I* и *II*, имеющих моменты (углы): φ_1 (аналог M_1) и φ_2 (аналог M_2)

Покажем, что геометрическая сумма моментов составляющих пар равна моменту эквивалентной пары. Так как момент пары сил является свободным вектором, перенесем моменты составляющих пар M_1 (аналог φ_1) и M_2 (аналог φ_2) в точку B и сложим их, построив на этих моментах (углах) параллелограмм.

Докажем, что его диагональ $\overline{BC} = M_1 + M_2$ (аналог $\overline{BF} = \varphi_1 + \varphi_2$) представляет собой момент эквивалентной пары сил P_2 (аналог Δ_2), P_4 (аналог Δ_4). Для этого необходимо доказать, что:

1) $BF = Pd$ (аналог $BF = \Delta d$);

2) отрезок BF перпендикулярен к плоскости действия эквивалентной пары P_2 (аналог Δ_2), P_4 (аналог Δ_4);

3) смотря навстречу вектору $\overline{BF}$, можно видеть пару P_2 (аналог Δ_2) и P_4 (аналог Δ_4), стремящуюся вращать плоскость, в которой она расположена, в сторону, противоположную движению часовой стрелки.

Доказательство:

а) Треугольники BAC и BDF подобны, так как:

$$\varphi_1 = \Delta d_1; \quad \varphi_2 = \Delta d_2; \tag{9}$$

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{d_1}{d_2}, \text{ то есть } \frac{BD}{DF} = \frac{BA}{AC}$$

и $\angle BDF = \angle BAC$, как углы со взаимно перпендикулярными сторонами.

Из подобия данных треугольников следует, что

$$\frac{BF}{BD} = \frac{BC}{BA}, \text{ то есть } \frac{BF}{M_1} = \frac{d}{d_1}, \tag{10}$$

откуда

$$BF = \varphi_1 \frac{d}{d_1} = \Delta d_1 \frac{d}{d_1} = \Delta d. \tag{11}$$

б) Так как вектор момента каждой пары сил перпендикулярен к плоскости действия этой пары, то $\varphi_1 \perp \Delta_1$ и $\varphi_2 \perp \Delta_2$, а потому плоскость параллелограмма $BDFE$ перпендикулярна к силе пары Δ_2 и $\overline{BF} \perp \Delta_2$.

Кроме того, $\angle DBA = 90°$ и $\angle CBA = \angle FBD$, откуда $\angle CBF = 90°$, то есть $BF \perp BC$.

Так как диагональ параллелограмма BF перпендикулярна к силе пары Δ_2 и плечу пары BC, то можно утверждать, что она перпендикулярна к плоскости действия эквивалентной пары Δ_2, Δ_4.

в) Выполнение третьего условия показано на рис. 3. Смотря навстречу вектору $\overline{BF}$, можно видеть пару Δ_2 и Δ_4, стремящуюся вращать плоскость, в которой она расположена, против движения часовой стрелки.

Из вышеизложенного следует, что вектор $\overline{BF} = \varphi$, то есть геометрическая сумма углов (моментов) составляющих пар равна углу (моменту) эквивалентной пары

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \varphi\,. \tag{12}$$

Важно установленное правило сложения углов (моментов) пар называется *правилом параллелограмма углов* (*моментов*).

Для первого уравнения, где треугольник BFF', получим

$$(\varphi_2 + \varphi_1 \cos\gamma)^2 + (\varphi_1 \sin\gamma)^2 = \varphi_0\,. \tag{13}$$

Для второго уравнения треугольников получим BDD' и FDD', где в результате *разъединим* углы γ и θ:

$$\varphi_2 \cos(\gamma - \theta) + \varphi_1 \cos\theta = \varphi_0\,. \tag{14}$$

Тогда

$$A\cos^2\theta - B\cos\theta + C = 0\,, \tag{15}$$

здесь $A = \varphi_2 \sin^2\gamma + (\varphi_2 \cos\gamma + \varphi_1)^2$; $B = \varphi_2 \cos\gamma + \varphi_1$; $C = \varphi_2^2 \sin^2\gamma - \varphi_0^2$.

Совокупность углов параллелограмма (см. рис. 2), где M_0 (угол φ_0), момент расположенный в плоскости, перпендикулярной линии действия силы (перемещения), называют *силовым винтом* (*перемещением углов кручения*):

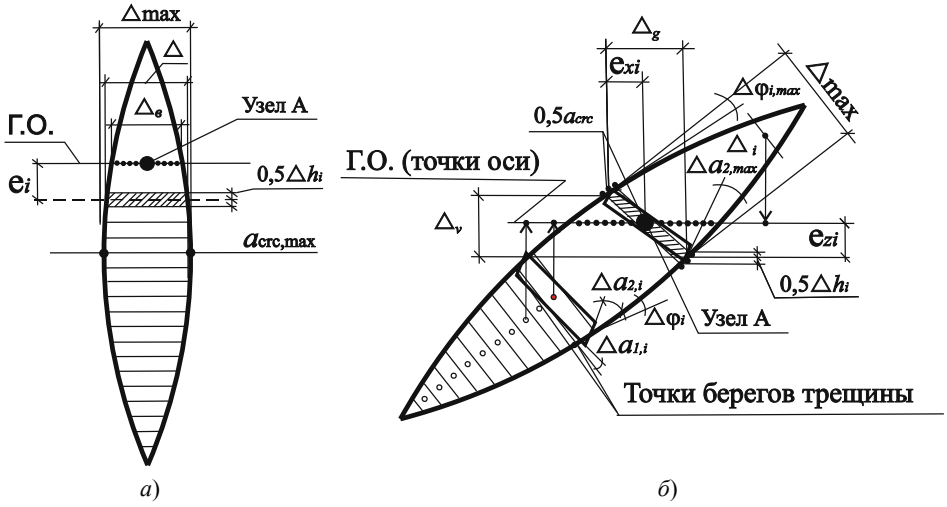
$$\varphi_0' = \sqrt{\varphi_0^2 + \varphi_*^2}\,; \tag{16}$$

$$\cos\left(\varphi_0', \varphi_*\right) = \cos\Delta\varphi_{t,i} = \frac{\varphi_*}{\sqrt{\varphi_0^2 + \varphi_*^2}}\,. \tag{17}$$

2. *Типы трещин в растянутом и сжатом бетоне и внутренние перемещения* показаны на рис. 3 и 4.

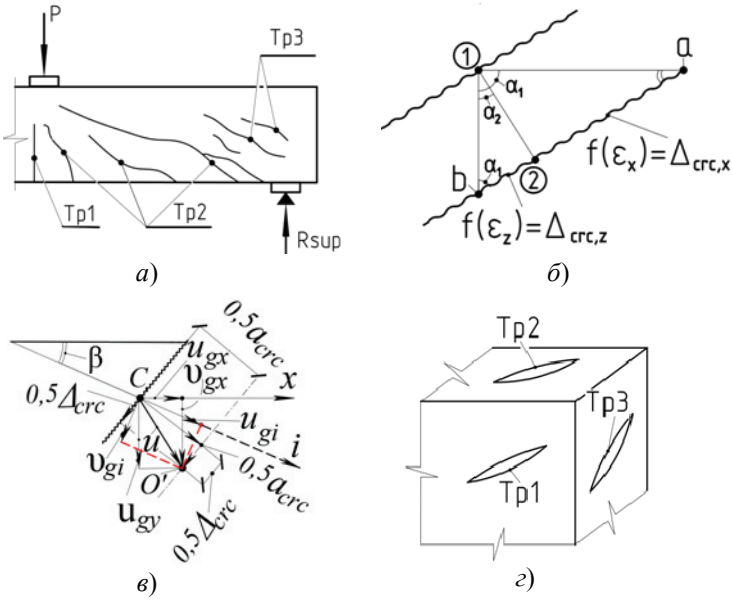
С повышением нагрузки (силы и перемещений) увеличивается трещина разрыва в бетоне и, продолжая развиваться, поднимается вверх, а область еще работающего на растяжение бетона сокращается. Нулевая линия неизменно смещается к сжатому краю сечения, и сжатая зона сечения уменьшается. Опыт строительства и эксплуатации сооружений говорит о том, что эти трещины не опасны и не нарушают общей монолитности железобетона. В зависимости от характера перемещений и силовых воздействий в железобетонных изгибаемых конструкциях могут образоваться трещины, нормальные к продольной оси конструкции и наклонные (см. рис. 4).

Первые образуются обычно в зоне чистого изгиба, вторые – в зонах совместного действия изгибающих моментов и поперечных сил. При этом можно выделить два основных типа наклонных трещин. Трещины первого типа появляются в зоне действия больших изгибающих моментов и начинаются от растянутой грани конструкции. Они, как правило, появляются первыми и в начале направлены нормально к продольной оси, а затем искривляются в сторону груза. Если обеспечена трещиностойкость нормальных сечений и обжатие бетона к опорам не уменьшается, то образование этих трещин практически исключается.



а) *б*)

Рис. 3. Трещины: *а* – нормальные; *б* – наклонные
(узлы *А* из перемещений внутренних параметров тензоров деформаций φ_i, $\Delta\varphi_i$, $\Delta\varphi_{i+1}$)



а) *б*)

в) *г*)

Рис. 4. Типы трещин в растянутом и сжатом бетоне
для зависимости от характера силовых и деформационных воздействий:
а – железобетонная балка (*1* – нормальные; *2* – наклонные первого типа; *3* – наклонные второго типа); *б* – угловые перемещения $\Delta_{crc,z}$ и $\Delta_{crc,x}$; *в* – связанные перемещения стержней арматуры и υ_{gi} (для смятого бетона) в трещине с раскрытием a_{crc} и сдвигом берегов Δ_{crc} трещины, учитывающей главный вектор *u* и угол β усилий в арматуре, пересекающей трещину; *г* – наклонные трещины Тр1, Тр2, Тр3

На определенном этапе нагружения в зонах с преобладающим влиянием поперечных сил появляются трещины второго типа [2 – 5]. Они возникают в средней части высоты конструкции с наклоном к ее продольной оси и по мере роста нагрузки развиваются в сторону груза и в сторону опоры. Такие трещины в коротких балках при больших поперечных силах, а также в коротких балках двутаврового сечения с тонкой стенкой могут появляться раньше нормальных.

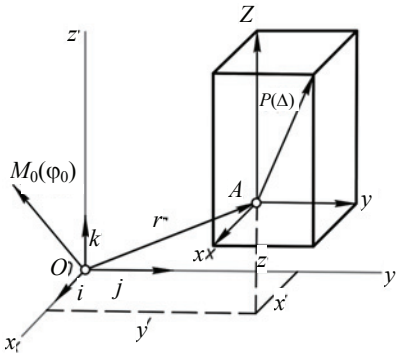


Рис. 5. Аналитические выражения момента (угла) и силы (перемещения))

Аналитические выражения моментов силы относительно координатных осей x, y, z, которым соответствуют орты i, j, k, приведены на рис. 5.

Модуль и направление главного вектора R^* или аналог для перемещения Δ^* определяется формулой

$$\Delta^* = \sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_y^2 + \Delta_z^2}\,, \tag{19}$$

здесь $\cos\left(\Delta^*, i\right) = \dfrac{\Delta_x}{\Delta^*}$; $\cos\left(\Delta^*, j\right) = \dfrac{\Delta_y}{\Delta^*}$; $\cos\left(\Delta^*, k\right) = \dfrac{\Delta_z}{\Delta^*}$.

Модуль и направление главного момента M_0 или аналог для угла φ_0 определяется формулой

$$\varphi^* = \sqrt{\varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_z^2}\,, \tag{20}$$

здесь $\cos(\varphi_0, i) = \dfrac{\Delta_x}{\varphi_0}$; $\cos(\varphi_0, j) = \dfrac{\Delta_y}{\varphi_0}$; $\cos(\varphi_0, k) = \dfrac{\Delta_z}{\varphi_0}$.

Главный вектор $\vec{u}$ усилий в арматуре характеризуется двумя величинами u_{gi}, υ_{gi} и связан с нормальными напряжениями $\sigma_{s,i}$ арматуры в трещинах и касательными напряжениями $\tau_{s,i}$ (см. рис. 4, *в*).

Связи между υ_{gi} и углом β имеют вид

$$\upsilon_{gi} = k_{\sup} R_{\sup} = k_{\sup}\left(Q_s + N_s\ \mathrm{tg}\beta + P_i\right)\zeta\,, \tag{21}$$

где $k_{\sup}$ – функции податливости стержней сдвигу для расстояния l_{crc}, пересекающих трещину на некотором малом отрезке u_{gi} и υ_{gi}; ζ – коэффициент для обобщенной реакции $R_{\sup}$.

Составляющие главного вектора по некоторым ортогональным направлениям связаны между собой зависимостью

$$0{,}5a_{crc} = u_{gz}\cos\alpha + u_{gx}\sin\alpha \quad (i \neq x, z)\,, \tag{22}$$

из нее получим:

$$u_{gz} = \frac{0{,}5a_{crc} - u_{gx}\sin\alpha}{\cos\alpha}\,; \tag{23}$$

$$\upsilon_{gi} = u_{gy}\cos\beta_i - u_{gx}\sin\beta_i\,; \tag{24}$$

$$\upsilon_{gi} = u_{gz}\cos\beta_i - u_{gx}\sin\beta_i\,; \tag{25}$$

Тогда в трещинах и касательных напряжениях (см. рис. 4, *в*) и их связях между углом β имеем

$$\cos\beta = 0{,}5A_\beta \pm \sqrt{\left(0{,}5A_\beta\right)^2 - B_\beta}\,, \tag{26}$$

где $A_\beta = \dfrac{2\upsilon_{gi}u_{gz}}{\left(u_{gx}^2 + u_{gz}^2\right)}$; $B_\beta = \dfrac{\upsilon_{gi}^2 - u_{gx}^2}{\left(u_{gx}^2 + u_{gz}^2\right)}$.

Тогда

$$u_{gi} = u_{gx} \cos\beta_i + u_{gy} \sin\beta_i \,. \tag{27}$$

3. Автор ввел эффект железобетона [2, 3, 5], физическая суть которого заключается в дополнительном деформационном воздействии, вызванном нарушением сплошности бетона и трещины в форме эллипсоида, а также с использованием универсального двухконсольного элемента из механики разрушения (рис. 6). При этом в растянутой области бетона для определения расстояния между трещинами и ширины их раскрытия важно учитывать сцепление и напряжения сжатого бетона.

4. *Использование в расчетах универсального двухконсольного элемента* (**ДКЭ**) представляется наиболее удачным, так как имеем связь его напряженно-деформированного состояния с величиной скорости высвобождения удельной энергии в зоне предразрушения. При этом податливость берегов трещины, через которую может быть выражена величина b_u, определяется с использованием функционала механики разрушения, где δV – уменьшение потенциальной энергии тела при продвижении трещины на малое приращение δa; δW – дополнительная работа, совершаемая над телом при продвижении трещины на малое приращение δa. Есть особенность построения расчетного аппарата, который должен учитывать сцепление между арматурой и бетоном, а также ширину раскрытия (деформационное воздействия) в зонах, прилегающих к трещине.

Таким образом, ДКЭ используется в качестве связующего звена между зависимостями механики твердого деформируемого тела и механики разрушения (при разработке универсальных двухконсольных элементов их можно использовать и для решения задачи сопротивления железобетонных конструкций при кручении с изгибом).

5. *Расчетные модели сопротивления РМС*, представленные в работах [15 – 21], полностью отвечают современной тенденции развития деформационных моделей теории железобетона, обозначаемой сегодня понятийной иерархией «сечение – элемент – система». Выполнен анализ *первой* модели (РМС1) – стержень с магистральными нормальными трещинами для аналитического функционала МР, и *второй* модели (РМС2) с магистральными наклонными трещинами, через замкнутые уравнения. Они были включены в функцию Лагранжа, физический смысл

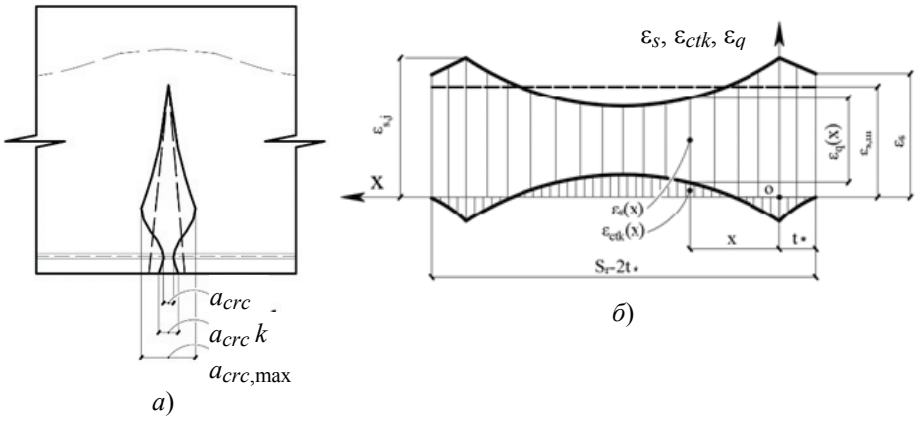


Рис. 6. Эффект железобетона:
а – форма трещины (от треугольника до эллипсоида и реакция от несплошного бетона до сплошной арматуры); *б* – относительные деформаци арматуры и растянутого бетона по оси *x*

которой – отыскание опасной трещины из веера нескольких наклонных трещин). *Третья* модель РМС3) имеет диагональные и другие трещины, которые решались с учетом податливости узлов в отличие от жестких узлов. *Четвертая* модель РМС4 – стена с магистральными наклонными трещинами, а также диагональными (сейсмическими) и РМС4а – плита с магистральными трещинами из «конверта». В *пятой* модели РМС5 используются объемные пространственные блоки при кручении с изгибом.

6. С помощью *метода конечных элементов* «расшивается» рассчитываемая конструкция, моделируя при этом пространственную трещину (рис. 7 и 8) [24].

Суть предлагаемой модели трещин [20, 21, 24] состоит в том, что действительная трещина заменяется моделью трещины, раскрытие которой задается в виде деформационного воздействия $\Delta = a_{crc\,j}$, направленного перпендикулярно к поверхности пространственной трещины [15 – 24]. Учет эффекта нарушения сплошности [1 – 9] выполняется с помощью введения переменной ширины раскрытия трещины в зависимости от ее удаления от оси рабочей (продольной или поперечной) арматуры (см. рис. 7 и 8).

При решении обратной задачи [24] определения ширины раскрытия трещин деформационное воздействие не задается, а с помощью «расшивки» моделируется лишь наличие щели минимально возможной ширины и определяется ширина раскрытия трещины при соответствующем нагружении, как расхождение берегов этой смоделированной щели.

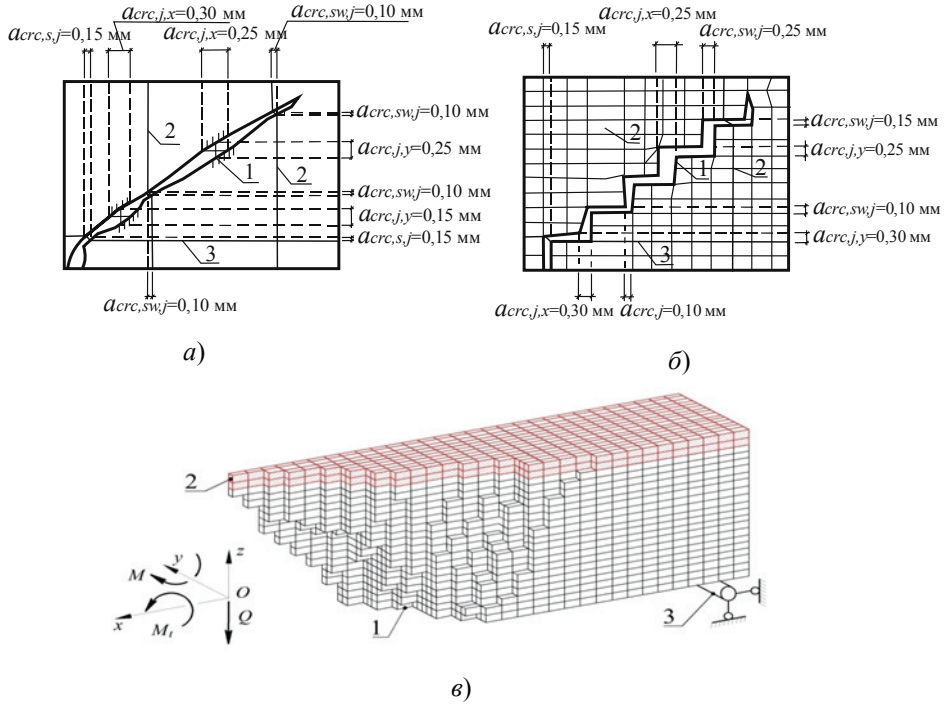


Рис. 7. Модель трещин:

а – действительная трещина; *б* – моделируемая с помощью «расшивки» плосконапряженных КЭ и деформационного воздействия $\Delta = a_{crc\,j}$; *в* – моделируемая с помощью «расшивки», пространственных КЭ и деформационных воздействий в блочной расчетной модели с пространственным и нормальным сечением, проходящим через конец спиралеобразной трещины; *1* – трещина; *2* – поперечная арматура и ее моделирование с помощью КЭ; *3* – продольная арматура и ее моделирование с помощью КЭ

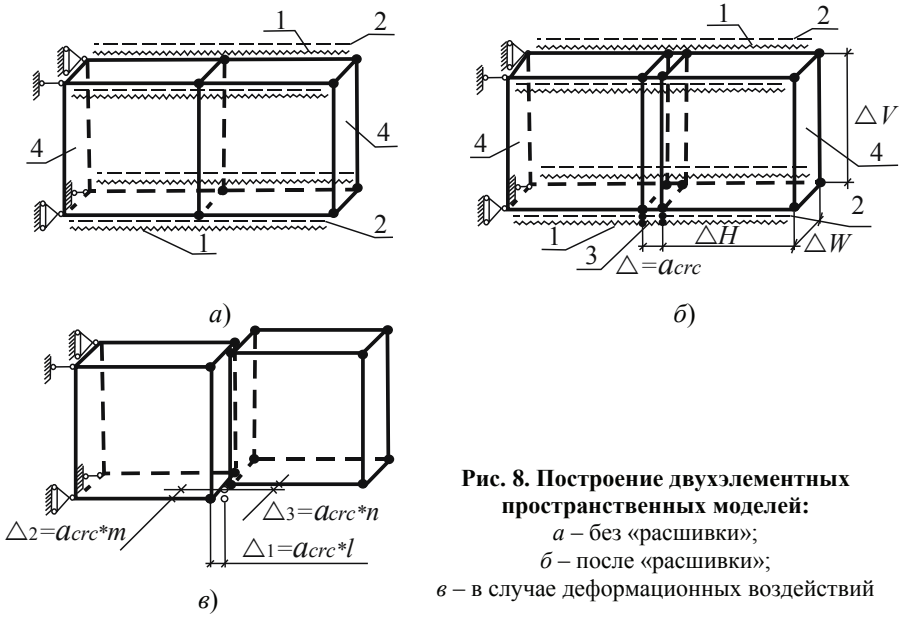


Рис. 8. Построение двухэлементных пространственных моделей:
а – без «расшивки»;
б – после «расшивки»;
в – в случае деформационных воздействий

7. При решении прямой задачи жесткость определяется с *использованием специального приема моделирования явных трещин-щелей при их раскрытии и закрытии* (см. рис. 7 и 8), с учетом эффекта нарушения сплошности и несовместности деформаций бетона. При этом используется перенумерация узлов расчетной схемы железобетонной конструкции, связанная с необходимостью «расшивки» [24]. Арматурные стержни моделируются дополнительно. С использованием универсальной ДКМ для прилегающих к трещине КЭ жесткость определяется по формулам, приведенным в работах [2, 3, 5, 24].

Задание деформационного воздействия выполняется в каждом узле (кроме опорных) по трем направлениям в соответствии с рис. 8, где l, m и n – направляющие косинусы главного вектора раскрытия трещины в той или иной ее точке к осям x, y и z соответственно.

При решении обратной задачи определения ширины раскрытия трещин деформационное воздействие не задается, а моделируется лишь наличие «щели» (минимально возможной ширины), где по перемещению берегов трещины по трем взаимно перпендикулярным направлениям на основании расчета ДКМ определяются соответствующие составляющие ширины раскрытия дискретной трещины между парой КЭ в программном комплексе (**ПК**) «ЛИРА».

Заключение

Таким образом, предлагаемый алгоритм предусматривает наличие итерационного процесса в ПК «ЛИРА» для моделирования железобетона с позиции раскрытия трещин и создания эффекта железобетона в виде несплошности бетона и реакции арматуры на основе механики разрушения. В связи с этим ПК «ЛИРА» дополнен новыми модулями, разработанными с участием автора [1 – 9, 23, 24]: *модуль 1* «Эффект железобетона»; *модуль 2* «Двухконсольный элемент»; *модуль 3* «Билинейная поверхность» (уравнение пучка из поперечного сечения для тензора напряженно-деформируемого состояния); *модуль 4* «Экстремум функции многих переменных для максимальной ширины трещины»; *модуль 5* «Аналитическая модель сцепления арматуры с бетонами и их податливости»; *модуль 6* «Расшивка конечных элементов»; *модуль 7* «Двухконсольная модель» (задание силовых

и деформационных воздействий для пары конечных элементов, рассматриваемых в двух состояниях: до и после их «расшивки»); *модуль 8* «Несовместности деформаций»; *модуль 9* «Перемещение берегов трещины»; *модуль 10* «Образование и раскрытие трещин».

Вышепредставленная методика расчета железобетонных адекватных подконструкций в ПК «ЛИРА» для переноса трещин будет полезна научным работникам и проектировщикам при углубленном изучении работы железобетонных конструкций.

Список литературы

1. Карпенко, Н. И. Общие модели механики железобетона / Н. И. Карпенко. – М. : Стройиздат, 1996. – 412 с.

2. Голышев, А. Б. Сопротивление железобетона / А. Б. Голышев, Вл. И. Колчунов. – Киев : Основа, 2009. – 432 с.

3. Бондаренко, В. М. Расчетные модели силового сопротивления железобетона : монография / В. М. Бондаренко, Вл. И. Колчунов. – М. : Изд-во АСВ, 2004. – 471 с.

4. Железобетонные составные конструкции зданий и сооружений : монография / Х. З. Баширов, Вл. И. Колчунов, В. С. Федоров, И. А. Яковенко. – М. : Изд-во АСВ, 2017. – 248 с.

5. Верюжский, Ю. В. Методы механики железобетона : учеб. пособие / Ю. В. Верюжский, Вл. И. Колчунов. – Киев : Изд-во Нац. авиац. ун-та, 2005. – 653 с.

6. Справочное пособие по строительной механике : учеб. пособие : в 2 томах. Т. 2. / Ю. В. Верюжский, А. Б. Голышев, Вл. И. Колчунов [и др.]. – М. : Изд-во АСВ, 2014. – 432 с.

7. Колчунов, Вл. И. Понятийная иерархия моделей в теории сопротивления строительных конструкций / Вл. И. Колчунов, В. С. Федоров // Промышленное и гражданское строительство. – 2020. – № 8. – С. 16 – 23. doi: 10.33622/0869-7019.2020.08.16-23

8. Голышев, А. Б. Сопротивление железобетонных конструкций, зданий и сооружений, возводимых в сложных инженерно-геологических условиях : монография / А. Б. Голышев, Вл. И. Колчунов, И. А. Яковенко. – Киев : Талком, 2015. – 371 с.

9. Calculation Models of Deformation of Reinforced Concrete Constructions with Spatial Cracks / V. S. Fedorov, Vl. I. Kolchunov, A. A. Pokusaev, N. V. Naumov // Russian Journal of Building Construction and Architecture. – 2020. – No. 3(47). – P. 6 – 26. doi: 10.36622/VSTU.2020.47.3.001

10. Karpenko, N. I. Calculation Model of a Complex Stress Reinforced Concrete Element of a Boxed Section During Torsion with Bending / N. I. Karpenko, Vl. I. Kolchunov, V. I. Travush // Russian Journal of Building Construction and Architecture. – 2021. – No. 3(51). – P. 7 – 26. doi: 10.36622/VSTU.2021.51.3.001

11. Torsional Behavior of Reinforced Concrete Beams with High-Strength Steel Bars / C. Kim, S. Kim, K.-H. Kim [et al.] // ACI Structural Journal. – 2019. – Vol. 116, No. 6. – P. 251 – 233. doi: 10.14359/51718014

12. Bernardo, L. Modeling the Full Behavior of Reinforced Concrete Flanged Beams under Torsion / L. Bernardo // Applied Sciences. – 2019. – Vol. 9, No. 13. – P. 2730. doi: 10.3390/app9132730

13. Lin, W. Experimental Investigation on Composite Beams under Combined Negative Bending and Torsional Moments / W. Lin // Advances in Structural Engineering. – 2021. – Vol. 24, No. 6. – P. 1456 – 1465. – doi: 10.1177/1369433220981660

14. Результаты экспериментальных исследований конструкций квадратного и коробчатого сечений из высокопрочного бетона при кручении с изгибом / В. И. Травуш [и др.]. // Строительство и реконструкция. – 2018. – № 6(80). – С. 32 – 43.

15. Kolchunov, Vl. Analysis of the “Nagel Effect” in Reinforced Concrete Structures under Torsion with Bending / Vl. Kolchunov, A. Dem’yanov, N. Naumov // IOP Conference Series : Materials Science and Engineering: XIII International Scientific Conference Architecture and Construction. – Bristol, 2020. – Vol. 953. – P. 012052. doi: 10.1088/1757-899X/953/1/012052

16. Kolchunov, Vl. Physical Essence of the “Nagel Effect” for Main Reinforcement in an Inclined Crack of Reinforced Concrete Structures / Vl. Kolchunov, B. Smirnov, N. Naumov // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 896(1). – P. 012055. doi: 10.1088/1757-899X/896/1/012055

17. Kolchunov, Vl. I. Calculation of the Stiffness of Reinforced Concrete Structures under the Action of Torsion and Bending / Vl. I. Kolchunov, A. I. Dem’yanov, N. V. Naumov, M. M. Mikhaylov // Journal of Physics Conference Series. – 2019. – Vol. 1425 (1). – P. 012077. doi: 10.1088/1742-6596/1425/1/012077

18. Kolchunov, Vl. I. The Second Stage of the Stress-Strain State of Reinforced Concrete Constructions under the Action of Torsion with Bending (Theory) / Vl. I. Kolchunov, A. I. Dem'yanov, N. V. Naumov // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering : International Science and Technology Conference "FarEastCon 2019". – Vladivostok, Russky Island, 2020. – Vol. 753, No. 3. – P. 032056. doi: 10.1088/1757-899X/753/3/032056

19. Kolchunov, Vl. I. The Modeling Method of Discrete Cracks and Rigidity in Reinforced Concrete / Vl. I. Kolchunov, A. I. Demyanov // Magazine of Civil Engineering. – 2019. – Vol. 4, No. 88. – P. 60 – 69. – URL: https://engstroy.spbstu.ru/userfiles/files/2019/4(88)/06.pdf. – doi: 10.18720/MCE.88.6 (дата обращения : 11.09.2023).

20. Demyanov, A. I. The Dynamic Loading in Longitudinal and Transverse Reinforcement at Instant Emergence of the Spatial Crack in Reinforced Concrete Element under the Action of a Torsion with Bending / A. I. Demyanov, Vl. I. Kolchunov // Journal of Applied Engineering Science. – 2017. – Vol. 15, No 3. – P. 381 – 386. doi: 10.5937/jaes15-14663

21. Колчунов, Вл. И. Метод моделирования дискретных трещин в железобетоне при кручении с изгибом. – Текст : электрон. / Вл. И. Колчунов, А. И. Демьянов // Инженерно-строительный журнал. – 2018. – № 5(81). – С. 160 – 173. – URL: https://engstroy.spbstu.ru/userfiles/files/2018/5(81)/16.pdf. doi: 10.18720/MCE.81.16 (дата обращения : 11.09.2023).

22. Колчунов, Вл. И. Статико-динамическое деформирование сжатого бетона в неопределимой железобетонной раме при изгибе с кручением / Вл. И. Колчунов, М. М. Михайлов, А. И. Демьянов // Известия высших учебных заведений. Строительство. – 2020. – № 4(736). – С. 5 – 21. doi: 10.32683/0536-1052-2020-736-4-5-21

23. Колчунов, В. И. Деформационные модели железобетона при особых воздействиях / Вл. И. Колчунов, В. И. Колчунов, Н. В. Федорова // Промышленное и гражданское строительство. – 2018. – № 8. – С. 54 – 60.

24. Колчунов, Вл. И. Методика расчета жесткости плосконапряженных железобетонных конструкций с привлечением програмного комплекса «Лира–Pro» / Вл. И. Колчунов, И. А. Яковенко, Т. В. Тугай // Зб. наук. праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава, 2014. – Т. 2, № 3(42). С. 55 – 66.

Calculation of Reinforced Concrete Adequate Substructures in the LIRA Software Package for Transportation of Cracks

Vl. I. Kolchunov

Department of Engineering Graphics and Computer Modeling, vlik52@mail.ru, National Research Moscow State University of Civil Engineering (1); Research Institute of Building Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences (2), Moscow, Russia

Keywords: Boolean algebra; two-element console model; discrete cracks; displacement theorem; movement function; crack opening width; reinforced concrete effect.

Abstract: In analytical-numerical methods of reinforced concrete mechanics, design resistances are calculated using the finite element method. There is a need to study important physical effects and processes, where the main cracks that break the continuity of concrete are analyzed, taking into account the operation of the reinforcement. A method for calculating reinforced concrete structures taking into account changes in crack parameters based on Boolean algebra is considered. An algorithm is presented that includes the presence of an iterative process in the LIRA software package for modeling reinforced concrete from the position of crack opening and creating the effect of reinforced concrete in the form of concrete discontinuity and reinforcement response based on fracture mechanics. It is proposed to supplement the LIRA software package with new developed modules.

References

1. Karpenko N.I. *Obshchiye modeli mekhaniki zhelezobetona* [General models of reinforced concrete mechanics], Moscow: Stroyizdat, 1996, 412 p. (In Russ.).
2. Golyshev A.B., Kolchunov V.I. *Soprotivleniye zhelezobetona* [Resistance of reinforced concrete], Kiyev: Osnova, 2009, 432 p. (In Russ.).
3. Bondarenko V.M., Kolchunov V.I. *Raschetnyye modeli silovogo soprotivleniya zhelezobetona: monografiya* [Calculation models of force resistance of reinforced concrete: monograph], Mosocow: Izdatel'stvo ASV, 2004, 471 p. (In Russ.).
4. Bashirov Kh.Z., Kolchunov V.I., Fedorov V.S., Yakovenko I.A. *Zhelezobetonnyye sostavnyye konstruktsii zdaniy i sooruzheniy: monografiya* [Reinforced concrete composite structures of buildings and structures: monograph], Moscow: Izdatel'stvo ASV, 2017, 248 p. (In Russ.).
5. Veryuzhskiy Yu.V., Kolchunov V.I. *Metody mekhaniki zhelezobetona: ucheb. posobiye* [Methods of mechanics of reinforced concrete: textbook], Kiyev: Izdatel'stvo Natsionalnogo aviatsionnogo unstituta, 2005, 653 p. (In Russ.).
6. Veryuzhskiy Yu.V., Golyshev A.B., Kolchunov V.I., Klyuyeva N.V., Lisitsin B.M., Mashkov I.L., Yakovenko I.A. *Spravochnoye posobiye po stroitel'noy mekhanike: ucheb. posobiye* [Reference manual on structural mechanics: textbook]: In 2 vols. Vol. 2., Moscow: Izdatel'stvo ASV, 2014, 432 p. (In Russ.).
7. Kolchunov V.I., Fedorov V.S. [Conceptual hierarchy of models in the theory of resistance of building structures], *Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitel'stvo* [Industrial and civil engineering], 2020, no. 8, pp. 16-23. doi: 10.33622/0869-7019.2020.08.16-23 (In Russ., abstract in Eng.)
8. Golyshev A.B., Kolchunov V.I., Yakovenko I.A. *Soprotivleniye zhelezobetonnykh konstruktsiy, zdaniy i sooruzheniy, vozvodimykh v slozhnykh inzhenerno-geologicheskikh usloviyakh: monografiya* [Resistance of reinforced concrete

structures, buildings and structures erected in difficult engineering-geological conditions: monograph], Kiyev: Talkom, 2015, 371 p. (In Russ.).

9. Fedorov V.S., Kolchunov V.I., Pokusaev A.A., Naumov N.V. Calculation Models of Deformation of Reinforced Concrete Constructions with Spatial Cracks, *Russian Journal of Building Construction and Architecture*, 2020, no. 3(47), pp. 6-26. doi: 10.36622/VSTU.2020.47.3.001

10. Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Travush V.I. Calculation Model of a Complex Stress Reinforced Concrete Element of a Boxed Section During Torsion with Bending, *Russian Journal of Building Construction and Architecture*, 2021, no. 3(51), pp. 7-26. doi: 10.36622/VSTU.2021.51.3.001

11. Kim C., Kim S., Kim K.-H., Shin D., Haroon M., Lee J.-Y. Torsional Behavior of Reinforced Concrete Beams with High-Strength Steel Bars, *ACI Structural Journal*, 2019, vol. 116, no. 6, pp. 251-233. doi: 10.14359/51718014

12. Bernardo L. Modeling the Full Behavior of Reinforced Concrete Flanged Beams under Torsion, *Applied Sciences*, 2019, vol. 9, no. 13, pp. 2730. doi: 10.3390/app9132730

13. Lin W. Experimental Investigation on Composite Beams under Combined Negative Bending and Torsional Moments, *Advances in Structural Engineering*, 2021, vol. 24, no. 6, pp. 1456-1465, doi: 10.1177/1369433220981660

14. Travush V.I., Karpenko N.I., Kolchunov V.I., Kapriyelov S.S., Dem'yanov A.I., Konorev A.V. [Results of experimental studies of structures of square and box sections made of high-strength concrete under torsion with bending], *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya* [Construction and reconstruction], 2018, no. 6(80), pp. 32-43. (In Russ., abstract in Eng.)

15. Kolchunov V., Dem'yanov A., Naumov N. Analysis of the "Nagel Effect" in Reinforced Concrete Structures under Torsion with Bending, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering: XIII International Scientific Conference Architecture and Construction*, Bristol, 2020, vol. 953, pp. 012052. doi: 10.1088/1757-899X/953/1/012052

16. Kolchunov V., Smirnov B., Naumov N. Physical Essence of the "Nagel Effect" for Main Reinforcement in an Inclined Crack of Reinforced Concrete Structures, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2020, vol. 896(1), p. 012055. doi: 10.1088/1757-899X/896/1/012055

17. Kolchunov V.I., Dem'yanov A.I., Naumov N.V., Mikhaylov M.M. Calculation of the Stiffness of Reinforced Concrete Structures under the Action of Torsion and Bending, *Journal of Physics Conference Series*, 2019, vol. 1425 (1), pp. 012077. doi: 10.1088/1742-6596/1425/1/012077

18. Kolchunov V.I., Dem'yanov A.I., Naumov N.V. The Second Stage of the Stress-Strain State of Reinforced Concrete Constructions under the Action of Torsion with Bending (Theory), *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering: International Science and Technology Conference "FarEastCon 2019"*, Vladivostok, Russky Island, 2020, vol. 753, no. 3, pp. 032056. doi: 10.1088/1757-899X/753/3/032056

19. Kolchunov V.I., Demyanov A.I. The Modeling Method of Discrete Cracks and Rigidity in Reinforced Concrete, *Magazine of Civil Engineering*, 2019, vol. 4, no. 88, pp. 60-69. available at: https://engstroy.spbstu.ru/userfiles/files/2019/4(88)/06.pdf, doi: 10.18720/MCE.88.6 (accessed 11 September 2023).

20. Demyanov A.I., Kolchunov V.I. The Dynamic Loading in Longitudinal and Transverse Reinforcement at Instant Emergence of the Spatial Crack in Reinforced Concrete Element under the Action of a Torsion with Bending, *Journal of Applied Engineering Science*, 2017, vol. 15, no 3, pp. 381-386. doi: 10.5937/jaes15-14663

21. Kolchunov V.I., Demyanov A.I. [Method for modeling discrete cracks in reinforced concrete during torsion with bending], *Inzhenerno-stroitel'nyy zhurnal* [Engineering and Construction Journal], 2018, no. 5(81), pp. 160-173. available at: https://engstroy. spbstu.ru/userfiles/files/2018/5(81)/16.pdf, doi: 10.18720/MCE.81.16 (accessed 11 September 2023) (In Russ., abstract in Eng.)

22. Kolchunov V.I., Mikhaylov M.M., Demyanov A.I. [Static-dynamic deformation of compressed concrete in an indeterminable reinforced concrete frame during bending with torsion], *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Stroitel'stvo* [News of higher educational institutions. Construction.], 2020, no. 4(736), pp. 5-21. doi: 10.32683/0536-1052-2020-736-4-5-21 (In Russ., abstract in Eng.)

23. Kolchunov V.I., Kolchunov V.I., Fedorova N.V. [Deformation models of reinforced concrete under special influences], *Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitel'stvo* [Industrial and civil engineering], 2018, no. 8, pp. 54-60. (In Russ., abstract in Eng.)

24. Kolchunov V.I., Yakovenko I.A., Tugay T.V. [Methodology for calculating the rigidity of plane-stressed reinforced concrete structures using the Lyra-Pro software package], *Coll. of science works (industry mechanical engineering, construction)*, Poltava, 2014, vol. 2, no. 3(42), pp. 55-66. (In Russ., abstract in Eng.)

Berechnung von Stahlbeton angemessenen Unterkonstruktionen im LIRA-Softwarepaket zum Übertragen von Rissen

Zusammenfassung: Bei analytisch-numerischen Methoden der Stahlbetonmechanik werden Bemessungswiderstände mit der Finite-Elemente-Methode berechnet. Es besteht Bedarf, wichtige physikalische Effekte und Prozesse zu untersuchen, wobei die Hauptrisse, die die Kontinuität des Betons unterbrechen, unter Berücksichtigung der Wirkungsweise der Bewehrung analysiert werden. Es ist die Methode zur Berechnung von Stahlbetonkonstruktionen unter Berücksichtigung von Änderungen der Rissparameter auf Basis der Booleschen Algebra betrachtet. Es ist ein Algorithmus vorgestellt, der das Vorhandensein eines iterativen Prozesses im LIRA-Softwarepaket zur Modellierung von Stahlbeton aus der Position der Rissöffnung und zur Erzeugung der Wirkung von Stahlbeton in Form von Betondiskontinuität und Bewehrungsreaktion auf der Grundlage der Bruchmechanik umfasst. Es ist vorgeschlagen, den LIRA-Softwarepaket durch neu entwickelte Module zu ergänzen.

Calcul des sous-structures adéquates en béton armé dans le PC “LYRA” pour le transfert des fissures

Résumé: Dans les méthodes analytiques et numériques de la mécanique du béton armé, les résistances calculées sont comptées à l'aide de la méthode des éléments finis. Il est nécessaire d'étudier les effets et les processus physiques importants où les fissures principales qui perturbent la continuité du béton sont analysées en tenant compte du travail des armatures. Est examinée la méthode de calcul des structures en béton armé en tenant compte des changements dans les paramètres des fissures à la base de l'algèbre booléenne. Est présenté un algorithme qui comprend la présence d'un processus itératif dans le PC “LYRA” pour simuler le béton armé à partir de la position de la couverture des fissures et pour créer un effet de béton armé sous la forme d'une réaction de béton et de renforcement basée sur la mécanique de la rupture. Est proposé de compléter le PC "LYRA" par de nouveaux modules élaborés.

Автор: ***Колчунов Владимир Иванович*** – доктор технических наук, профессор кафедры инженерной графики и компьютерного моделирования, ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет»; профессор ФГБУ «Научно-исследовательский институт строительной физики Российской академии архитектуры и строительных наук», Москва, Россия.