

## ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ПЕРЕМЕШИВАНИЯ ЖИДКОСТИ В ВЕРТИКАЛЬНЫХ ЕМКОСТНЫХ АППАРАТАХ С МЕХАНИЧЕСКИМИ ПЕРЕМЕШИВАЮЩИМИ УСТРОЙСТВАМИ

Е. И. Мартьянов, С. В. Карпушкин

*Кафедра «Компьютерно-интегрированные системы в машиностроении»,  
karp@mail.tstu.ru; ФГБОУ ВПО «ТГТУ», Тамбов, Россия*

**Ключевые слова:** задача оптимизации конструкции и режима функционирования; механические перемешивающие устройства; осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса.

**Аннотация:** Представлена постановка задачи оптимизации параметров конструкции и режима функционирования механических перемешивающих устройств вертикальных емкостных аппаратов, критерием оптимальности решения которой является суммарная длина вектора скорости перемешиваемой среды. Разработана математическая модель процесса механического перемешивания с применением осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса, замкнутых уравнениями турбулентности. Адекватность модели подтверждена экспериментальными исследованиями. Предложена методика оптимизации параметров конструкции и режима функционирования механических перемешивающих устройств, предусматривающая обоснование, выбора перебираемых значений параметров их конструкции и режима функционирования. Методика реализована в проблемно-ориентированной системе оптимизации параметров конструкции и режима функционирования механических перемешивающих устройств, внедренной в проектно-конструкторском отделе ПАО «Пигмент» (Тамбов).

---

### Введение

Самым распространенным процессом химических, фармацевтических и пищевых производств является процесс перемешивания гомогенных или гетерогенных сред в вертикальных емкостных аппаратах с механическими перемешивающими устройствами (МПУ). Кинетика процесса механического перемешивания характеризуется системой дифференциальных уравнений с частными производными (уравнениями Навье–Стокса). Решение данных уравнений требует высокой квалификации персонала и больших затрат времени, поэтому в проектно-конструкторских отделах промышленных предприятий либо применяется физический эксперимент в конкретной производственной ситуации, либо используются инженерные методики, рекомендованные к применению головными организациями.

Разработка инженерных методик расчета процессов механического перемешивания (ПМП) требует проведения большого количества физических экспериментов на лабораторных установках для мешалок разных конструкций. Любое отклонение параметров мешалок или аппаратов от параметров экспериментальных установок может привести к неэффективному использованию оборудования и даже возникновению аварийных ситуаций.

Более приемлемые результаты могут быть получены с применением систем инженерного анализа или автоматизации инженерных расчетов (ANSYS, COMSOL, STAR-CD, QForm, Nastran или Open FOAM). Однако данные системы достаточно требовательны к возможностям используемой вычислительной техники и квалификации персонала. Кроме того, эти комплексы ориентированы на решение широкого круга задач и требуют настройки на рассматриваемую предметную область. В результате возможны потери в скорости вычислений и точности получаемых результатов. Поэтому в настоящее время актуальны исследования влияния параметров конструкций (геометрии и высоты установки мешалки над днищем аппарата) и режима функционирования МПУ (частоты вращения мешалки) на эффективность ПМП, оптимизация конструкций и режима работы МПУ с применением систем конечно-элементного анализа.

Вопросами исследования и моделирования гидродинамики в аппаратах с МПУ занимались ученые по всему миру на протяжении многих лет. Проведенные отечественными учеными фундаментальные исследования в области моделирования ПМП [1] легли в основу современных инженерных методик расчета МПУ [2].

В настоящее время широкое распространение получило применение вычислительной гидродинамики (*англ.* CFD – Computational Fluid Dynamics), в том числе и при моделировании ПМП в аппаратах с МПУ [3 – 6]. В представленных работах, помимо вычислительной гидродинамики, требующей применения больших вычислительных мощностей, принимается ряд допущений, которые могут повлиять на степень достоверности получаемых результатов. Тем не менее данный подход является наиболее эффективным при условии, что применяемая модель ПМП адекватно его описывает.

Помимо применения CFD начинает развиваться новое направление в исследовании ПМП, а именно применение нейронных сетей для прогнозирования и определения целевых показателей готовой продукции [7, 8]. Данный подход интересен с точки зрения реализации, однако точность получаемых результатов сильно зависит от достоверности полученных статистических данных, на которых обучается нейронная сеть.

Цель работы – повышение степени достоверности определения параметров конструкции и режима функционирования МПУ посредством разработки методики оптимизации их значений с точки зрения эффективности перемешивания с применением системы конечно-элементного анализа.

### **Постановка задачи оптимизации конструкции и режима функционирования МПУ**

Для математического описания ПМП в вертикальном аппарате с МПУ использована цилиндрическая система координат при допущении о симметричности поля скоростей перемешиваемой среды относительно оси вращения мешалки, то есть постоянства осредненного значения составляющей вектора скорости  $\bar{u}_\varphi$  во всем объеме аппарата. Это обусловлено ослаблением тангенциальных потоков жидкости при установившемся режиме перемешивания за счет существенного усиления радиальных и аксиальных потоков.

Основными параметрами конструкции МПУ являются диаметр мешалки  $D_m$ , высота ее лопасти  $H_m$  и высота расположения мешалки над днищем аппарата  $H_{hm}$ , а единственным параметром режима функционирования МПУ – частота вращения вала мешалки  $n$ . Поскольку значение  $D_m$ , наряду с диаметром  $D$  аппарата и высотой  $L$  уровня жидкости в нем, однозначно определяет значения остальных параметров конструкции МПУ, моделируется определение осредненных значений состав-

ляющих вектора скорости  $\bar{u}_l$  и  $\bar{u}_r$ , соответствующих комбинации фиксированных значений  $n$  и  $D_m$ , для установившегося (квазистационарного) течения гомогенной жидкости внутри аппарата с МПУ при постоянной температуре.

В качестве расчетной характеристики интенсивности перемешивания (критерия оптимальности параметров конструкции и режима функционирования МПУ) предлагается использовать суммарную длину вектора скорости перемешиваемой среды

$$K_{SVS} = \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z \sqrt{\bar{u}_{li}^2 + \bar{u}_{ri}^2}, \quad (1)$$

где  $\bar{u}_{li}$ ,  $\bar{u}_{ri}$  – осредненные по времени значения составляющих вектора скорости для  $i$ -го узла конечно-элементной расчетной модели, м/с;  $l \in [0; L]$  – текущее значение уровня жидкости в аппарате, м;  $L \approx 0,08V/R^2 + 0,417R \leq H/1,2$ ;  $V$  – объем перемешиваемой жидкости, м<sup>3</sup>;  $H$  – внутренняя высота аппарата, м;  $R$  – внутренний радиус аппарата, м;  $r \in [0; R]$  – текущее значение радиуса аппарата, м;  $z$  – общее число узлов конечно-элементной расчетной модели.

Математическая модель ПМП разработана на основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса:

$$\bar{u}_l \frac{\partial \bar{u}_l}{\partial l} + \bar{u}_r \frac{\partial \bar{u}_l}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_l}{\partial l} + \nu \left( \frac{\partial^2 \bar{u}_l}{\partial l^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}_l}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_l}{\partial r} \right) + \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial}{\partial l} (-\rho \bar{u}_l'^2) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (-\rho r \bar{u}_l' \bar{u}_r') \right], \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_l \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial l} + \bar{u}_r \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial r} = F_r - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P_r}{\partial l} + \nu \left( \frac{\partial^2 \bar{u}_r}{\partial l^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial r} \right) + \\ + \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial}{\partial l} (-\rho \bar{u}_l' \bar{u}_r') + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (-\rho r \bar{u}_r'^2) \right], \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial l} (r \bar{u}_l) + \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{u}_r) = 0, \quad (4)$$

где  $\bar{u}_l'$ ,  $\bar{u}_r'$  – осредненные по времени пульсационные составляющие вектора скорости, м/с;  $\rho$  – плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  $P_l = \frac{\rho \bar{u}_l'^2}{2} + \rho g l$ ,  $P_r = \frac{\rho \bar{u}_r'^2}{2} + \rho g l$  – составляющие вектора гидродинамического давления, Па;  $\nu$  – кинематическая вязкость жидкости, м<sup>2</sup>/с;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $F_r = V \rho \omega^2 / R$  – центробежная сила, Н;  $\omega = \pi R n / 30$  – окружная скорость жидкости в аппарате, м/с;  $n$  – частота вращения мешалки, об/мин.

В качестве компенсации чрезмерного роста мощности, затрачиваемой на перемешивание, используется ограничение

$$P_{дв} \leq 1,1 P_{дв.доп}, \quad (5)$$

где  $P_{дв.доп}$  – допустимое значение мощности, при котором на каждый м<sup>3</sup> объема аппарата приходится 1 кВт мощности двигателя (из практического опыта эксплуатации вертикальных емкостных аппаратов с МПУ).

Мощность электродвигателя мешалки, Вт,

$$P_{\text{дв}} = K_{NA} \rho n^3 D_m^5, \quad (6)$$

$K_{NA}$  – коэффициент мощности, зависящий от типа мешалки: для двухлопастной  $K_{NA} = 847 / \text{Re}_{\text{ц}}^2$ , турбинной открытой –  $K_{NA} = 0,00038 / \text{Re}_{\text{ц}}^{0,43}$ , трехлопастной –  $K_{NA} = 0,00048 / \text{Re}_{\text{ц}}^{0,57}$ ;  $\text{Re}_{\text{ц}} = nD_m^2 / \nu$  – циркуляционный критерий Рейнольдса.

Система уравнений (2) – (4) не замкнута, так как неизвестными являются четыре параметра: две компоненты скорости ( $\bar{u}_l, \bar{u}_r$ ) и две пульсации ( $\bar{u}'_l, \bar{u}'_r$ ), образующие три напряжения Рейнольдса ( $-\bar{u}'_l{}^2, \bar{u}'_l \bar{u}'_r, -\bar{u}'_r{}^2$ ). Для замыкания системы (2) – (4) использована RNG (Renormal Group)  $k$ - $\varepsilon$ -модель турбулентности (7) – (15), которая удовлетворяет требованиям точности решений, а также:

– имеет дополнительное условие в уравнении для скорости турбулентной диссипации  $\varepsilon$ , которое улучшает точность решений для высоконапряженных потоков;

– учитывает эффект циркуляции турбулентности, что улучшает точность решений для высокоскоростных вращающихся и циркуляционных потоков;

– включает соотношение для расчета числа Прандтля для случаев, когда оно является константой;

– включает соотношение для определения динамической вязкости перемешиваемой среды, повышающее точность решений для турбулентных течений с низким числом Рейнольдса (требует качественного сеточного разрешения области пограничного слоя).

RNG-модель турбулентности в цилиндрических координатах:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial l}(\rho k r \bar{u}_l) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho k r \bar{u}_r) = \frac{\partial}{\partial l} \left( a_k \mu_{\text{eff}} \frac{\partial k}{\partial l} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left( a_k \mu_{\text{eff}} \frac{\partial k}{\partial r} \right) + G_k + G_b - \rho \varepsilon; \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial l}(\rho \varepsilon r \bar{u}_l) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho \varepsilon r \bar{u}_r) = \\ & = \frac{\partial}{\partial l} \left( a_\varepsilon \mu_{\text{eff}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial l} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left( a_\varepsilon \mu_{\text{eff}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon; \quad (8) \end{aligned}$$

где

– кинетическая энергия, Вт,

$$k = 0,5 \left( -\bar{u}'_l{}^2 - \bar{u}'_l \bar{u}'_r - \bar{u}'_r{}^2 \right); \quad (9)$$

– диссипация энергии

$$\varepsilon = \nu \frac{\partial}{\partial k} \left( -\bar{u}'_l{}^2 - \bar{u}'_l \bar{u}'_r - \bar{u}'_r{}^2 \right); \quad (10)$$

– эффективная вязкость перемешиваемой среды, Па·с,

$$\mu_{\text{eff}} = 0,0845 \rho \frac{k^2}{\varepsilon}; \quad (11)$$

– турбулентная кинетическая энергия, Вт,

$$G_k = -\rho \left[ \bar{u}_l'^2 \frac{\partial}{\partial l} (r\bar{u}_l) + \bar{u}_l' \bar{u}_r' \frac{\partial}{\partial l} (r\bar{u}_r) + \bar{u}_r'^2 \frac{\partial}{\partial r} (r\bar{u}_r) + \bar{u}_l' \bar{u}_r' \frac{\partial}{\partial r} (r\bar{u}_l) \right]; \quad (12)$$

– кинетическая энергия выталкивающей силы, Вт,

$$G_b = 0,138\mu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial \bar{u}_l}{\partial r} + \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial l} \right); \quad (13)$$

$a_k = a_\varepsilon = 1,393$  – обратные эффективные числа Прандтля для  $k$  и  $\varepsilon$  соответственно;  $C_{1\varepsilon} = 1,42$ ;  $C_{2\varepsilon} = 1,68$ ,  $C_{3\varepsilon} = 1$  – эмпирические константы;

– ренормализационный член для скорости диссипации

$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu \rho \eta^3 \left( 1 - \frac{\eta}{\eta_0} \right) \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3 \frac{1}{k}}, \quad (14)$$

$C_\mu = 0,0845$ ;  $\eta_0 = 4,38$ ;  $\beta = 0,012$  – эмпирические константы;

– расчетный коэффициент

$$\eta = \frac{\varepsilon}{k} \sqrt{\frac{\partial \bar{u}_l}{\partial r} + \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial l}}. \quad (15)$$

Граничные условия:

– для осредненных значений, составляющих вектора скорости,

$$\bar{u}_l(0, r) = 0; \quad \bar{u}_l(L, r) = ps(r); \quad \bar{u}_r(l, 0) = \bar{u}_r(l, R) = 0, \quad (16)$$

где  $ps(r)$  – полуэмпирическая зависимость окружной скорости перемешиваемой среды от радиуса аппарата [1];

– для пульсационных составляющих вектора скорости:

$$\bar{u}_l'(0, r) = \bar{u}_l'(L, r) = 0; \quad \bar{u}_r'(l, 0) = \bar{u}_r'(l, R) = 0. \quad (17)$$

Отличия модели (2) – (17) от классической формы уравнений Навье–Стокса:

1) использована цилиндрическая система координат, более подходящая для описания ПМП в цилиндрическом аппарате с эллиптическим днищем, симметричном относительно оси вращения мешалки;

2) используется оригинальный способ представления составляющих вектора гидродинамического давления, основанный на использовании интеграла Бернулли, так как рассматривается однородная несжимаемая жидкость и установившееся течение внутри аппарата. Применение данного подхода позволило более точно описать влияние гидродинамического давления жидкости на ПМП.

Вместо эмпирического коэффициента мощности  $K_N$  используется аналитический  $K_{NA}$ , значения которого получены в результате аппроксимации данных экспериментов из общедоступных компетентных источников с учетом эмпирических коэффициентов, полученных при проведении физического эксперимента на лабораторной установке.

Для проверки адекватности модели проведена серия экспериментов на лабораторной установке (рис. 1) с использованием двухлопастной и открытой турбинной мешалок, а также трехлопастной, лопасти которой наклонены под углом в  $30^\circ$ .

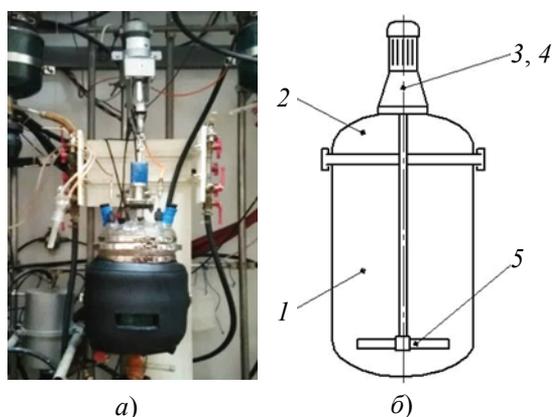


Рис. 1. Лабораторная установка: фото (а), схема (б)

В установку входит колба 1 высотой 0,5 м и диаметром 0,35 м с эллиптическим днищем и крышкой 2, на которой находится привод мешалки, состоящий из редуктора 3 с электродвигателем постоянного тока 4, вращающим вал с мешалкой 5. Мешалки для проведения экспериментов изготавливались с использованием технологии трехмерной печати. Аппарат заполнялся 0,04 м<sup>3</sup> жидкости с характеристиками: температура – 20 °С; плотность – 1027 кг/м<sup>3</sup>; кинематическая вязкость –  $1,006 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с. Вначале замерялась сила тока при вращении мешалок в пустом аппарате, а затем – в заполненном. Замеры силы тока проводились в течение 5 мин с интервалом в 10 с после того, как колебания измеряемой величины приходили в состояние относительного покоя (амплитуда колебаний не превышала 10 %). Новые замеры для следующей частоты вращения мешалки проводились только после того, как течение жидкости в аппарате стабилизировалось.

Определение фактической мощности, затрачиваемой на перемешивание, проводилось косвенным методом посредством измерения силы тока цифровым амперметром СА3010/3-000 (класс точности 0,1), включенным в цепь между питающим трансформатором и электродвигателем постоянного тока со следующими характеристиками: мощность – 150 Вт, напряжение питания  $U = 24$  В, номинальная частота вращения ротора – 2730 об/мин, номинальный ток  $I_n = 6,3$  А. Для получения фактических значений затрат мощности на перемешивание из значения мощности ( $Q = UI$ ) при заполненном аппарате вычитали мощность, полученную при замерах на пустом аппарате.

Сравнение результатов решения модели (2) – (17) и результатов экспериментов (табл. 1) свидетельствует о ее адекватности (отклонения результатов расчетов от экспериментальных данных не превышают 10 %). Следовательно, предложенная математическая модель ПМП применима для моделирования и расчетов процесса перемешивания гомогенных сред в емкостных аппаратах с МПУ. В таблице также приведены результаты расчета затрат мощности на перемешивание, полученные согласно [2].

Как видно, результаты расчетов согласно [2] для лопастной мешалки незначительно отличаются от результатов, полученных по модели (2) – (17): среднее отклонение не превышает 25 %. Однако для открытой турбинной мешалки применение методики [2] приводит к существенному завышению расчетных затрат мощности (при  $n = 350$  об/мин почти в семь раз). При использовании данной методики на практике мощность выбранного привода будет завышена, что приведет к необоснованному завышению энергозатрат и снижению эффективности оборудования в целом. Для трехлопастной мешалки наблюдается обратная ситуация, то есть

Таблица 1

**Результаты расчетов и измерений мощности перемешивания**

Тип мешалки	Частота вращения мешалки, об/мин	Мощность, Вт		
		рассчитанная по модели (2) – (17)	рассчитанная по [2]	измеренная на лабораторной установке
Двухлопастная	20	0,009	0,004	0,008
	40	0,017	0,014	0,016
	60	0,026	0,022	0,024
	80	0,034	0,032	0,032
	100	0,043	0,042	0,040
Турбинная открытая	150	0,027	0,040	0,024
	200	0,056	0,154	0,056
	250	0,099	0,445	0,096
	300	0,159	0,946	0,160
	350	0,236	1,700	0,216
Трехлопастная	350	0,073	0,042	0,072
	450	0,134	0,129	0,136
	550	0,218	0,173	0,208
	650	0,327	0,267	0,312
	750	0,464	0,320	0,448

полученные по [2] значения мощности на 30 % меньше, чем результаты расчетов по модели (2) – (17). В результате привод МПУ может быть перегружен, что приведет к выходу аппарата из строя.

### **Методика оптимизации конструкции и режима функционирования МПУ**

Определяемыми параметрами задачи (1) – (17) являются диаметр мешалки заданного типа  $D_m$  и частота ее вращения  $n$ , значения которых изменяются в пределах ограничений, рекомендуемых в нормативном документе [2]. Диаметр  $D$  и высота  $H$  аппарата, определяющие значения некоторых параметров конструкций мешалок, при решении задачи считаются константами.

Диаметры и частоты вращения мешалок промышленных аппаратов стандартизованы, то есть задача (1) – (17) является задачей дискретной оптимизации.

Объем перебора комбинаций значений  $D_m$  и  $n$  для фиксированного типа мешалки не превышает нескольких тысяч, поэтому для решения задачи использован метод перебора, позволяющий найти глобальный максимум критерия (1) на всей области его определения.

Предлагаемую методику оптимизации параметров конструкции и режима функционирования МПУ вертикального емкостного аппарата при перемешивании гомогенных сред иллюстрирует рис. 2.

Реализующая методику проблемно-ориентированная система оптимизации включает модули ввода данных, начального приближения, генерации сеток конечных элементов (КЭ), расчета и оптимизации целевых параметров, вывода.

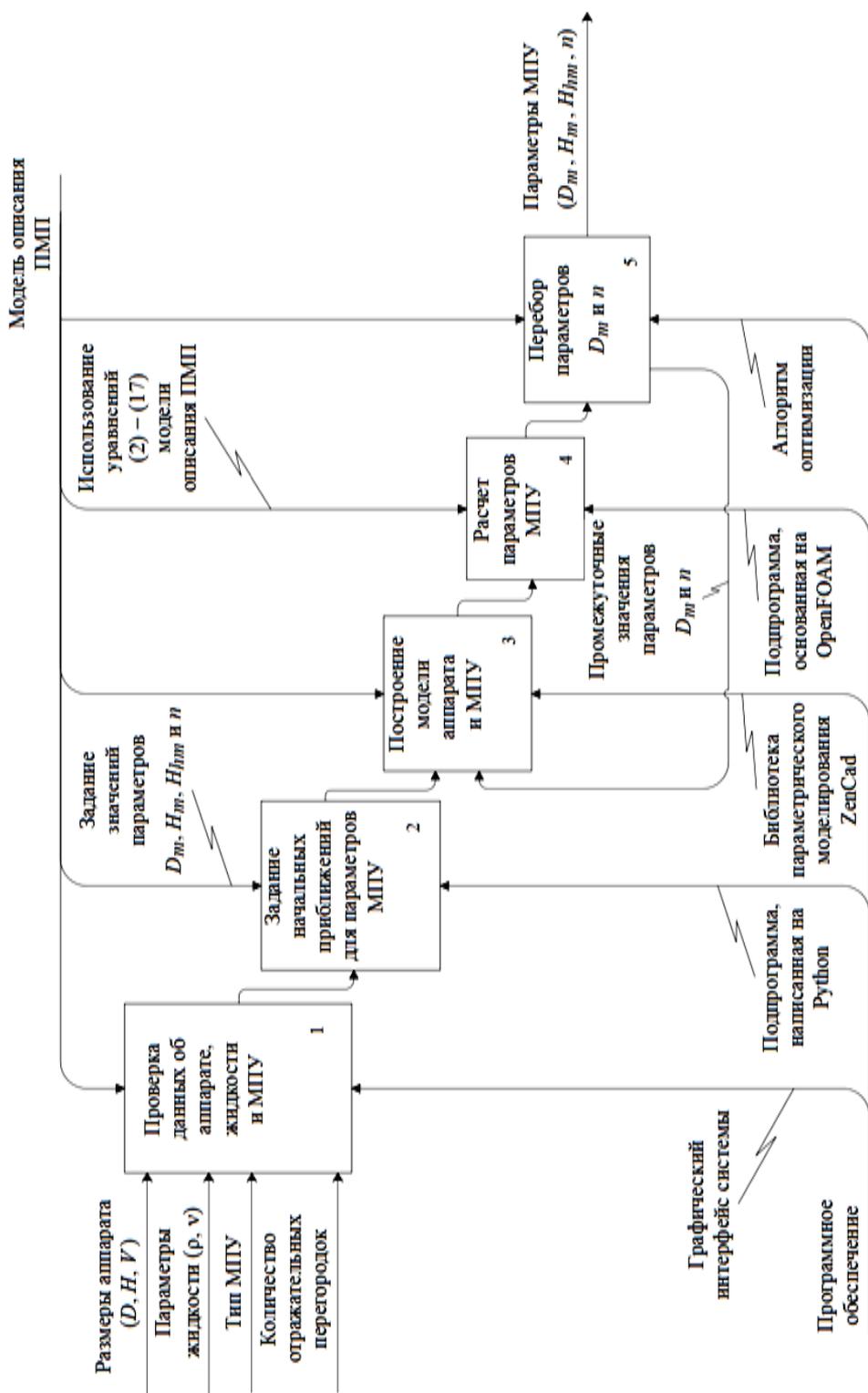


Рис. 2. Структура разработанной проблемно-ориентированной системы

В модуле 1 осуществляется ввод значений параметров  $D$ ,  $H$ ,  $V$ ,  $\rho$  и  $\nu$ , проводится выбор типа мешалки и количества отражательных перегородок, проверяется условие переполнения аппарата  $L \leq H/1,2$ , определяются другие параметры геометрии мешалки и аппарата.

В модуле 2 с использованием генератора случайных чисел в определенном для каждого типа МПУ интервале фиксируются значения параметров  $D_m$ ,  $H_m$ ,  $h_m$  и  $n$ , а в модуле 3 формируется трехмерная геометрическая модель аппарата и мешалки. Для разбиения модели на КЭ применяется библиотека параметрического моделирования ZenCad.

В модуле 4 осуществляются решение модели (2) – (17) с применением программы, разработанной на основе OpenFOAM, и расчет соответствующих значений  $P_{дв}$  и  $K_{SVS}$ . Текущие значения  $D_m$ ,  $H_m$ ,  $h_m$ ,  $n$ ,  $P_{дв}$  и  $K_{SVS}$  записываются в промежуточный текстовый файл и передаются в модуль 5, где реализуется перебор значений параметров  $D_m$  и  $n$  в заданных интервалах.

Для обоснования шага перебора параметров  $D_m$  и  $n$  рассмотрим промышленный аппарат ВЭЭ2-3-0,63-0,6У объемом  $0,63 \text{ м}^3$  с размерами  $D = 1 \text{ м}$  и  $H = 0,875 \text{ м}$ , наполненного  $V = 0,47 \text{ м}^3$  жидкости с параметрами:  $\rho = 1027 \text{ кг/м}^3$  и  $\nu = 1,006 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ , в котором установлена открытая турбинная мешалка. При первом расчете использовался шаг  $0,02 \text{ м}$  для параметра  $D_m$  и  $20 \text{ об/мин}$  для параметра  $n$ . Полученные данные приведены в табл. 2, проведено 225 расчетов. Однако с учетом того, что отклонения результатов расчетов по модели (2) – (17) от результатов экспериментов  $\sim 10\%$ , а допустимыми стандартизованными значениями  $D_m$  этого аппарата являются  $0,16; 0,18; 0,2; 0,22; 0,25; 0,28$  и  $0,3 \text{ м}$ , значениями  $n - 100, 125, 130, 160, 170, 180, 195, 200, 250, 280, 315$  и  $355 \text{ об/мин}$ , для каждого фиксированного значения  $n$  достаточно провести расчеты для значений  $D_m 0,16; 0,2; 0,25$  и  $0,3 \text{ м}$ , то есть шаг перебора может быть выбран равным  $0,04 \text{ м}$  с возможностью увеличения до ближайшего стандартизованного. Аналогично, из допустимых стандартизованных значений  $n$  необходимо перебрать  $100, 130, 160, 195, 250, 280, 315$  и  $355 \text{ об/мин}$ , то есть минимальный шаг перебора –  $30 \text{ об/мин}$  с возможностью увеличения до ближайшего стандартизованного. В рассматриваемой ситуации достаточно провести 32 расчета без потери точности получаемых результатов.

Таким образом, при расчетах ПМП в промышленных аппаратах перебираемые значения  $D_m$  (шаг  $0,04 \text{ м}$ ) и  $n$  (шаг  $30 \text{ об/мин}$ ) должны соответствовать ближайшим большим стандартизованным значениям.

Для проверки адекватности предложенного подхода проведено сравнение программных комплексов ANSYS Fluent и COMSOL Multiphysics с разработанной проблемно-ориентированной системой оптимизации по точности получаемых результатов и быстродействию. Для исследования использовалась двухлопастная мешалка, установленная в аппарат с размерами  $D = 0,35 \text{ м}$  и  $H = 0,5 \text{ м}$ , наполненный жидкостью с параметрами  $\rho = 1027 \text{ кг/м}^3$  и  $\nu = 1,006 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Для расчетов использовался ПК со следующими характеристиками:

- процессор Intel Pentium 2020M (2,4 ГГц);
- оперативная память 8 ГБ DDR3 (800 МГц);
- видеокарта NVIDIA GeForce GT 720M 2 ГБ (DDR3);
- жесткий диск WD Blue 500 ГБ (5400 об/мин).

Значения мощности, затрачиваемой на перемешивание, полученные разными программами различаются менее, чем на  $5\%$ , что свидетельствует о корректности предложенного алгоритма и выбранного уровня точности получаемых результатов (табл. 3).

Продолжительность расчета дана без учета продолжительности построения модели и расчетной сетки, то есть это время, затрачиваемое на однократный расчет.

Таблица 2

Значения параметра  $K_{SVL}$  при фиксированных параметрах  $n$  и  $D_m$ 

Диаметр мешалки $D_m$ , м	Частота вращения мешалки $n$ , об/мин															
	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360		
0,10	18003	21604	25204	28805	30047	33386	43392	47336	58320	62806	73345	78235	85392	90415		
0,12	21604	25924	30245	34566	36057	40063	52070	56804	69984	75367	88015	93882	102471	108498		
0,14	25204	30245	35286	40327	42066	46740	60748	66271	81648	87929	102684	109529	119549	126581		
0,16	28805	34566	40327	46088	48076	53418	69427	75738	93312	100490	117353	125176	136627	144664		
0,18	32406	38887	45368	51849	54085	60095	78105	85205	104976	113051	132022	140823	153706	162747		
0,20	36006	43207	50409	57610	60095	66772	86783	94673	116640	125612	146691	156470	170784	180830		
0,22	39607	47528	55449	63371	66104	73449	95462	104140	128304	138173	161360	172117	187863	198913		
0,24	43207	51849	60490	69132	72114	80126	104140	113607	139968	150735	176029	187764	204941	216996		
0,26	46808	56170	65531	74893	78123	86804	112818	123075	151632	163296	190698	203411	222020	235080		
0,28	50409	60490	70572	80654	84133	93481	121497	132542	163296	175857	205367	219059	239098	253163		
0,30	54009	64811	75613	86415	90142	100158	130175	142009	174960	188418	220036	234706	256176	271246		
0,32	58510	70212	81914	93616	129361	143735	185669	202549	245339	264211	296916	316710	341411	361495		
0,34	79133	94960	110787	126613	171643	190715	243560	265702	314180	338348	370547	395250	423050	447935		
0,36	83788	100546	117303	134061	181740	201933	257887	281331	332661	358251	392344	418500	447935	474284		
0,38	110225	132270	154315	176359	238731	265257	333807	364153	425087	457787	498781	532033	570438	603994		
0,40	135125	162150	189175	216201	324773	360859	451243	492265	564185	607583	664488	708788	753116	797416		

Таблица 3

## Результаты проверки адекватности

Программа	Частота вращения мешалки $n$ , об/мин	Мощность $P_{дв}$ , мВт	Отклонение значения мощности от расчета в разработанной системе, %	Число элементов в модели	Время расчета, мин	Отклонение по времени от расчета в разработанной системе, %
ANSYS Fluent	20	9,12	+3	220 103	158	-2
	40	17,18	+4		158	-5
	60	27,69	+4		160	-5
	80	36,63	+3		164	-4
	100	42,16	+3		159	-6
COMSOL Multiphysics	20	9,00	+2	213 692	189	+14
	40	16,98	+3		196	+15
	60	27,32	+3		196	+14
	80	36,77	+4		199	+14
	100	42,08	+3		196	+14
Разработанная проблемно-ориентированная система оптимизации	20	8,82	-	210 401	162	-
	40	16,49			166	
	60	26,52			168	
	80	35,36			171	
	100	40,85			169	

Если же сравнивать полный цикл расчета, то есть учитывать затраты времени на переработку модели и сетки КЭ, то в программах ANSYS Fluent и COMSOL Multiphysics на это затрачивается от 80 до 140 мин, в то время как в предложенной системе данный процесс происходит в автоматическом режиме и занимает от 5 до 30 с.

## Выводы

Предложена методика решения задачи оптимизации параметров конструкции и режима функционирования МПУ, реализованная в виде проблемно-ориентированной системы оптимизации, позволяющей определять такое сочетание параметров, при которых интенсивность перемешивания достигает максимума, а затраты мощности на перемешивание превышают допустимые не более чем на 10 %.

Методика включает:

- постановку задачи оптимизации параметров режима и конструкции МПУ, ориентированную на определение комбинации параметров, максимизирующей суммарную длину вектора скорости перемешиваемой среды в вертикальном емкостном аппарате;

- математическую модель ПМП гомогенной жидкости с применением осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса в цилиндрической системе координат, замкнутых (k-ε)-моделью турбулентности;

– алгоритм оптимизации параметров конструкции и режима функционирования МПУ, ориентированный на решение задач проектирования типового оборудования.

Проблемно-ориентированная система оптимизации, реализующая предложенную методику, прошла успешную апробацию и внедрена в проектно-конструкторском отделе ПАО «Пигмент» (Тамбов). Применение разработанной системы позволяет сократить сроки проектирования МПУ вертикальных емкостных аппаратов на 25 – 30 % по сравнению с использованием типовой системы инженерных расчетов и методики, рекомендованной к применению НИИХИММАШ [2].

#### *Список литературы*

1. Брагинский, Л. Н. Перемешивание в жидких средах / Л. Н. Брагинский, В. И. Бегачев, В. М. Барабаш. – Л. : Химия, 1984. – 336 с.
2. Руководящий нормативный документ РД 26-01-90-85 : механические перемешивающие устройства, метод расчета ; Введ. с 01.01.1986. – Л. : РТП ЛенНИИхиммаша, 1985. – 257 с.
3. Войтович, Р. Математическое моделирование гидродинамики смесителя с эксцентрически расположенной мешалкой / Р. Войтович, А. А. Липин, А. Г. Липин // Известия высших учебных заведений. Сер. : Химия и химическая технология. – 2015. – Т. 58, № 11. – С. 83 – 86.
4. Ettl, M. F. Mixing by Stirring: Optimizing Shapes and Strategies / M. F. Ettl, P. J. Schmid // Flow: Cambridge University press. – 2021. – Vol. 1. – P. 1 – 24. doi: 10.1103/PhysRevFluids.7.073904
5. Mohiuddin, A. K. M. Numerical Modelling of Mixed Flow Impeller in Stirred Vessel / A. K. M. Mohiuddin, N. Adeyemi, A. T. Jameel // Proceedings of the ASME 2012 International Mechanical Engineering Congress & Exposition. – 2012. – IMECE 2012-89368. – P. 1 – 9.
6. Shi, L. Numerical Simulation of Turbulent Mixing for Dislocated Blades in a Stirred Tank / L. Shi, S. J. Zhou, F. L. Yang, F. J. Hu // Advanced Materials Research. – 2011. – Vols. 354–355. – P. 559 – 563. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMR.354-355.559
7. Mikito, K. Fluid Mixing Optimization with Reinforcement Learning / K. Mikito, I. Masanobu, G. Susumu // Scientific Reports. – 2022. – Vol. 12, No. 1. – P. 14268. doi: 10.1038/s41598-022-18037-7
8. Ochieng, A. CFD Simulation of the Hydrodynamics and Mixing Time in a Stirred Tank / A. Ochieng, M. Onyango // Chemical Industry and Chemical Engineering Quarterly. – 2010. – Vol. 16, No. 4. – P. 379 – 386.

---

## **Optimization of the Liquid Mixing Process in Vertical Capacitive Apparatus with Mechanical Agitators**

**E. I. Martyanov, S. V. Karpushkin**

*Department of Computer-Integrated Systems in Mechanical Engineering,  
karp@mail.tstu.ru; TSTU, Tambov, Russia*

**Keywords:** problem of design and operation mode optimization; mechanical mixing devices; Reynolds-averaged Navier–Stokes equations.

**Abstract:** A statement of the problem of optimizing the design parameters and the mode of operation of mechanical agitators of vertical capacitive apparatus is presented, the criterion for the optimal solution of which is the total length of the

velocity vector of the agitated medium. A mathematical model of the mechanical mixing process has been developed using the Reynolds-averaged Navier–Stokes equations closed by the turbulence equations. The adequacy of the model is confirmed by experimental studies. A technique for optimizing the design parameters and the mode of operation of mechanical agitators is proposed, which provides for the rationale for choosing the values of the parameters of their design and mode of operation that are sorted out. The technique is implemented in a problem-oriented system for optimizing the design parameters and the mode of operation of mechanical agitators, implemented in the design department of PJSC Pigment (Tambov).

### References

1. Braginskiy L.N., Begachev V.I., Barabash V.M. *Peremeshvaniye v zhidkikh sredakh* [Mixing in liquid media], Leningrad: Khimiya, 1984, 336 p. (In Russ.).
2. RD 26-01-90-85: *mekhanicheskiye peremeshivayushchiye ustroystva, metod rascheta* [mechanical mixing devices, calculation method], Leningrad: RTP Len-NIIkhimmasha, 1985, 257 p. (In Russ.).
3. Voytovich R., Lipin A.A., Lipin A.G. [Mathematical modeling of the hydrodynamics of a mixer with an eccentrically located agitator], *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Ser. : Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya* [News of higher educational institutions. Ser. : Chemistry and chemical technology], 2015, vol. 58, no. 11, pp. 83-86. (In Russ., abstract in Eng.).
4. Eggl M.F., Schmid P.J. *Mixing by Stirring: Optimizing Shapes and Strategies*, *Flow: Cambridge University press*, 2021, vol. 1, pp. 1-24. doi: 10.1103/PhysRevFluids.7.073904
5. Mohiuddin A.K.M., Adeyemi N., Jameel A.T. Numerical Modelling of Mixed Flow Impeller in Stirred Vessel, *Proceedings of the ASME 2012 International Mechanical Engineering Congress & Exposition*, 2012, IMECE 2012-89368, pp. 1-9.
6. Shi L., Zhou S.J., Yang F.L., Hu F.J. Numerical Simulation of Turbulent Mixing for Dislocated Blades in a Stirred Tank, *Advanced Materials Research*, 2011, vols. 354-355, pp. 559-563. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMR.354-355.559
7. Mikito K., Masanobu I., Susumu G. Fluid Mixing Optimization with Reinforcement Learning, *Scientific Reports*, 2022, vol. 12, no. 1, pp. 14268. doi: 10.1038/s41598-022-18037-7
8. Ochieng A., Onyango M. CFD Simulation of the Hydrodynamics and Mixing Time in a Stirred Tank, *Chemical Industry and Chemical Engineering Quarterly*, 2010, vol. 16, no. 4, pp. 379-386.

---

## Optimierung des Mischprozesses der Flüssigkeiten in vertikalen kapazitiven Apparaten mit mechanischen Rührvorrichtungen

**Zusammenfassung:** Es ist eine Problemstellung zur Optimierung der Konstruktionsparameter und der Funktionsweise mechanischer Rührwerke vertikaler kapazitiver Apparate vorgestellt, deren optimales Lösungskriterium die Gesamtlänge des Geschwindigkeitsvektors des gerührten Mediums ist. Das mathematische Modell des mechanischen Mischprozesses ist unter Verwendung der Reynolds-gemittelten Navier–Stokes-Gleichungen entwickelt, die durch die Turbulenzgleichungen geschlossen sind. Die Angemessenheit des Modells ist durch experimentelle Studien bestätigt. Es ist eine Methode zur Optimierung der Konstruktionsparameter und des Funktionsmodus mechanischer Rührvorrichtungen vorgeschlagen, die die Begründung für die Auswahl der zu wählenden Parameterwerte für ihre Konstruktion und den

Funktionsmodus vorsieht. Die Technik ist in einem problemorientierten System zur Optimierung der Designparameter und des Funktionsmodus mechanischer Rührvorrichtungen implementiert, das in der Design- und Konstruktionsabteilung der öffentlichen Aktiengesellschaft «Pigment» (Tambov) eingeführt ist.

---

### **Optimisation du processus du mélange du liquide dans les dispositifs capacitifs verticaux avec agitateurs mécaniques**

**Résumé:** Est présentée la tâche d'optimisation des paramètres de la conception et du mode de fonctionnement des dispositifs de mélange mécanique des dispositifs capacitifs verticaux dont le critère d'optimalité est la longueur totale du vecteur de vitesse du milieu agité. Est élaboré un modèle mathématique du processus de permutation mécanique en utilisant les équations de Navier–Stokes moyennées par Reynolds, fermées par des équations de turbulence. L'adéquation du modèle est confirmée par des études expérimentales. Est proposée une méthode d'optimisation des paramètres de la conception et du mode de fonctionnement des dispositifs de changement mécanique fournissant la justification, le choix des valeurs itératives des paramètres de leur conception et du mode de fonctionnement. La méthode est mise en œuvre dans le système d'optimisation des paramètres de conception et du mode de fonctionnement des dispositifs de mélange mécanique dans le département de conception de l'entreprise «Pigment» (Tambov).

---

**Авторы:** *Мартьянов Евгений Игоревич* – аспирант кафедры «Компьютерно-интегрированные системы в машиностроении»; *Карпушкин Сергей Викторович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Компьютерно-интегрированные системы в машиностроении», ФГБОУ ВО «ТГТУ», Тамбов, Россия.

---