

## ОПТИМАЛЬНОЕ РАЗМЕЩЕНИЕ ДЕТАЛЕЙ КАТОДОВ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ГАЛЬВАНИЧЕСКОЙ ВАННОЙ ПО КРИТЕРИЮ МИКРОТВЕРДОСТИ

А. А. Банников, Ю. В. Литовка

*Кафедра «Системы автоматизированной поддержки принятия решений»,  
sapr.tstu@mail.ru; ФГБОУ ВО «ТГТУ», Тамбов, Россия*

**Ключевые слова:** гальванические покрытия; деталь; микротвердость; оптимальное размещение; расчет.

**Аннотация:** Поставлена и решена задача оптимального размещения деталей катодов на подвесочном устройстве при управлении гальванической ванной по критерию микротвердости. Введен критерий – отношение числа отбракованных деталей к общему числу деталей, размещенных на подвеске. Для связи критерия с варьируемым параметром – матрицей размещения деталей на подвеске – использована математическая модель электрического поля в электролите. Решение задачи показало, что оптимальное размещение деталей на подвесочном устройстве приводит к снижению брака в 2,5 раза.

---

### Введение

Гальваническое покрытие в зависимости от назначения может характеризоваться различными качественными показателями. Например, для хромового и никелевого покрытий на деталях, используемых в парах трения, важным показателем является микротвердость  $\gamma$ , так как от нее зависит износостойкость. Экспериментальные исследования [1 – 3] показали, что микротвердость хромового покрытия зависит от температуры  $t$  электролита и плотности тока  $D$  на поверхности детали катода. Выражение, аппроксимирующее экспериментальные данные, имеет вид

$$\gamma = f(t, D). \quad (1)$$

Известно, что при нанесении хромового или никелевого покрытия экспериментально найдена оптимальная температура электролита с точки зрения микротвердости покрытия [2, 3]. Таким образом, примем допущение, что на микротвердость покрытия будет влиять только плотность электрического тока на поверхности детали катода. Тогда выражение (1) примет вид

$$\gamma = f(D). \quad (2)$$

Электрическое поле в гальванической ванне имеет сложную структуру [4]. Плотность тока на поверхности детали катода будет различна вследствие неоднородности электрического поля. Как следствие, в разных точках поверхности детали будет отличаться и микротвердость.

Для гальванической обработки средних и крупных деталей используют подвесочные устройства [5, 6], представляющие собой стальную раму с перекладинами, на каждой из которых на равных расстояниях друг от друга располагаются крюки для размещения деталей (рис. 1).



**Рис. 1. Подвесочное устройство для обработки деталей в электрохимической ванне**

В зависимости от размеров электрохимической ванны на подвеске может размещаться до нескольких десятков деталей. Если детали будут иметь разную форму и размеры, то распределение плотности тока на их поверхностях будет в значительной мере зависеть от расположения деталей на подвеске [7, 8]. Как следствие, будет различаться и микротвердость, определяемая выражением (2).

Зададим массив  $A[k, j]$ , где  $k$  – номер строки;  $j$  – номер позиции в строке (под строками понимаются перекладины подвеса, под номером позиции – кронштейны для фиксации деталей);  $A$  – номер размещенной на  $k$ -й,  $j$ -й позициях детали.

При нанесении гальванического покрытия на группу деталей, техническим заданием оговаривается минимальное значение микротвердости  $\gamma_{\min}$ , которое должно быть для всех  $m$  точек с координатами  $(x_i, y_i, z_i)$  каждой  $(k, j)$ -й детали, размещенной на подвеске, где проводилось измерение микротвердости  $\gamma_{k,j}(x_i, y_i, z_i)$ . Таким обра-

зом, если для некоторой  $(k, j)$ -й детали не выполняется условие

$$\gamma_{k,j}(x_i, y_i, z_i) \geq \gamma_{\min}, \quad i = \overline{1, m}, \quad (3)$$

то  $(k, j)$ -я деталь будет являться браком.

*Цель работы* – снижение брака с точки зрения критерия микротвердости при гальванической обработке партии деталей за счет решения задачи оптимального размещения деталей на подвесочном устройстве.

### Постановка задачи

Введем критерий  $\Psi$  – отношение числа отбракованных деталей  $M_0$  к общему числу  $M$  деталей, размещенных на подвеске:

$$\Psi = M_0 / M. \quad (4)$$

Покрытие на  $(k, j)$ -ю деталь будет считаться качественным, если выполняется условие (3).

Математическая постановка задачи имеет следующий вид.

Найти значение  $A[k, j]$ ,  $k = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{1, h}$  ( $p$  – число перекладин подвесочного устройства;  $h$  – число кронштейнов для крепления деталей на каждой перекладине (одинаково для всех перекладин)), при которых  $\Psi \rightarrow \min$ .

Для связи критерия  $\Psi$  с варьируемыми переменными применяется математическая модель, включающая следующие уравнения.

Уравнение (2) переписывается в виде

$$\gamma_{k,j}(x_i, y_i, z_i) = f(D(x_i, y_i, z_i)), \quad k = \overline{1, p}, \quad j = \overline{1, h}, \quad i = \overline{1, m}. \quad (5)$$

Катодная плотность тока  $D$  определяется с помощью закона Ома в дифференциальной форме

$$D(x_i, y_i, z_i) = -\chi \text{grad} \varphi(x_i, y_i, z_i), \quad (6)$$

где  $\chi$  – электропроводность электролита;  $\varphi$  – потенциал электрического поля в любой точке гальванической ванны с координатами  $(x_i, y_i, z_i)$ .

Для нахождения распределения потенциала  $\varphi$  в объеме электролита используется дифференциальное уравнение Лапласа

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0. \quad (7)$$

В этом случае применяются следующие краевые условия:

а) на границе с изолятором (стенки электрохимической ванны и граница электролит – воздух)

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_{S_{\text{и}}} = 0, \quad (8)$$

где  $S_{\text{и}}$  – площадь поверхности изолятора;  $n$  – нормаль к поверхности изолятора;

б) на поверхности  $S$  анода

$$\varphi + F_1(i_a)|_S = U, \quad (9)$$

где  $U$  – напряжение между анодом и катодом;  $F_1$  – функция анодной плотности тока  $i_a$ , учитывающая поляризацию анода;

в) на поверхности детали катода  $A[k, j]$

$$\varphi - F_2(D)|A[k, j] = 0, \quad (10)$$

где  $F_2$  – функция катодной плотности тока  $D$ , учитывающая поляризацию катода.

### Решение задачи

Задавая различные значения варьируемых переменных  $A[k, j]$  в выражении (10), будем каждый раз получать новые краевые условия для уравнения Лапласа (7). Как следствие, будет изменяться распределение потенциала  $\varphi$  в объеме гальванической ванны, что повлечет изменение плотности тока, рассчитываемого по уравнению (6). Соответственно, будут меняться значения микротвердости, рассчитываемые по уравнению (5).

После проверки условия (3) определяется число отбракованных деталей  $M_0$  и рассчитывается критерий  $\Psi$  по выражению (4).

Для решения наиболее сложного уравнения математической модели – уравнения Лапласа (7), использовались методы расщепления и релаксации с прогонкой по строке [9].

Задача оптимизации относится к классу целочисленных, в связи с чем для ее решения были использованы комбинаторные методы [8]. Для уменьшения времени расчетов применялось распараллеливание вычислений [10].

### Пример решения оптимизационной задачи

В качестве примера рассмотрим задачу размещения деталей на подвесочном устройстве при нанесении хромового гальванического покрытия из стандартного электролита. Состав электролита: ангидрид хрома  $\text{CrO}_3$  – 250 г/л; серная кислота  $\text{H}_2\text{SO}_4$  – 2,5 г/л.

Выражение, аппроксимирующее экспериментальные данные [1], имеет вид

$$\gamma_{k,j}(x_i, y_i, z_i) = 270 + 36,9t - 3,9D(x_i, y_i, z_i) - 0,5t^2 - 0,04D^2(x_i, y_i, z_i) + 0,2t D(x_i, y_i, z_i), \quad (11)$$

Таблица 1

**Матрица размещения деталей,  
полученная генератором  
случайных чисел**

$k$	$j$			
	1	2	3	4
1	12	10	7	2
2	11	6	3	4
3	5	8	1	9

Таблица 2

**Оптимальная матрица  
размещения деталей**

$k$	$j$			
	1	2	3	4
1	6	1	11	3
2	2	8	4	12
3	7	5	9	10

Известно, что при нанесении хромового покрытия оптимальная температура электролита с точки зрения критерия микротвердости равна 55 °С [2]. Тогда выражение (11) примет вид

$$\gamma_{k,j}(x_i, y_i, z_i) = 788,7 + 7,1D(x_i, y_i, z_i) - 0,045D^2(x_i, y_i, z_i). \quad (12)$$

Параметры системы уравнений (6) – (10) математической модели, полученные аппроксимацией экспериментальных данных из [2, 3]:

$$\chi = 18,5 [1/(\text{см}\cdot\text{Ом})]; \quad S = 5 \text{ дм}^2; \quad U = 6 \text{ В}; \quad \gamma_{\min} = 900 \text{ кг/мм}^2; \quad F_1 = 18,5 i_a;$$

$$F_2 = \begin{cases} -0,375D - 0,985, & \text{при } U \in (-\infty, -1]; \\ 0,866D - 1,0347, & \text{при } U \in (-1, -0,67); \\ -0,325D - 0,5375, & \text{при } U \in (-0,67, \infty). \end{cases}$$

Для расчета использовался набор из 12 деталей [10], размещаемых на подвесочном устройстве, имеющем три перекладины с четырьмя кронштейнами для закрепления деталей на каждой перекладине.

В таблице 1 приведено размещение деталей, полученное генератором случайных чисел (данный случай имитирует работу оператора); в табл. 2 – оптимальное размещение деталей с точки зрения критерия микротвердости. В первом случае критерий  $\Psi = 0,42$  – для пяти деталей не выполнилось условие (3). Для оптимального размещения деталей  $\Psi = 0,17$  – для двух деталей не выполнилось условие (3). Таким образом, получено снижение брака в 2,5 раза. При решении задачи методом полного перебора выявлено наихудшее расположение деталей, при котором критерий  $\Psi = 0,67$ , то есть для восьми деталей не выполнено условие (3). Сравнение показывает, что наилучший и наихудший случаи отличаются почти в 4 раза.

### Заключение

В работе поставлена и решена задача оптимального размещения деталей катодов при управлении гальванической ванной по критерию микротвердости. Показано, что оптимальное размещение деталей на подвесочном устройстве по сравнению с вариантом, полученным генератором случайных чисел, имитирующим работу оператора, приводит к снижению брака в 2,5 раза. Оптимальное размещение деталей, по сравнению с наихудшим случаем, приводит к снижению брака в 4 раза.

### Список литературы

1. Гибкие автоматизированные гальванические линии : справочник / В. Л. Зубченко, В. И. Захаров, В. М. Рогов [и др.]. – М. : Машиностроение, 1989. – 672 с.
2. Солодкова, Л. Н. Электролитическое хромирование / Л. Н. Солодкова, В. Н. Кудрявцев. – Красноармейск : ООО «ГЕО-ТЭК»? 2007. – 192 с.
3. Кудрявцев, Н. Т. Электрохимические покрытия металлами / Н. Т. Кудрявцев. – М. : Химия, 1979. – 352 с.
4. Гнусин, Н. П. Основы теории расчета и моделирования электрических полей в электролитах / Н. П. Гнусин, Н. П. Поддубный, А. И. Маслий. – Новосибирск : Наука, 1972. – 276 с.
5. Оборудование цехов электрохимических покрытий : справочник / В. М. Александров, Б. В. Антонов, Б. И. Гендлер [и др.]. – Л. : Машиностроение, 1987. – 309 с.
6. Гибкие автоматизированные гальванические линии : хрестоматия / сост. : А. Е. Новиков, А. Б. Даринцева. – Екатеринбург : ГОУ ВПО УГТУ – УПИ, 2006. – 221 с.
7. Каданер, Л. И. Равномерность гальванических покрытий / Л. И. Каданер. – Харьков : Изд-во Харьк. ГУ, 1960. – 414 с.
8. Банников, А. А. Формирование облика АСУ технологическим процессом нанесения гальванических покрытий на основе решения задачи оптимизации / А. А. Банников, Ю. В. Литовка, В. А. Нестеров [и др.] // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2023. – № 2. – С. 117 – 122. doi: 10.31857/S000233882302004X
9. Марчук, Г. И. Методы вычислительной математики / Г. И. Марчук. – М. : Наука, 1989. – 608 с.
10. Банников, А. А. Решение задачи управления неравномерностью гальванического покрытия с использованием параллельной обработки информации / А. А. Банников, Ю. В. Литовка, Г. В. Шишкина // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – Т. 28, № 3. – С. 365 – 375. doi: 10.17277/vestnik.2022.03.pp.365-375

---

## Optimal Positioning of Cathode Parts When Controlling the Electroplate Bath by the Microhardness Criterion

A. A. Bannikov, Yu. V. Litovka

*Department of Automated Decision Support Systems,  
sapr.tstu@mail.ru; TSTU, Tambov, Russia*

**Keywords:** electroplated coatings; part; microhardness; optimal placement; calculation.

**Abstract:** The problem of optimal placement of cathode parts on a suspension device was posed and solved when controlling an electroplate bath by the microhardness criterion. A criterion – the ratio of the number of rejected parts to the total number of parts placed on the suspension – has been introduced. To link the criterion with a variable parameter – the matrix of placement of parts on the suspension – a mathematical model of the electric field in the electrolyte is used. The solution of the problem showed that the optimal placement of parts on the suspension device leads to a 2.5-fold reduction in rejects.

### References

1. Zubchenko V.L., Zakharov V.I., Rogov V.M. [et al.]. *Gibkiye avtomatizirovannyye gal'vanicheskiye linii : spravochnik* [Flexible automated galvanic lines: Handbook], Moscow: Mashinostroenie, 1989, 672 p. (In Russ.).
2. Solodkova L.N., Kudryavtsev V.N. *Elektroliticheskoye khromirovaniye* [Electrolytic chrome plating], Krasnoarmeysk: GEO-TEK LLC. 2007, 192 p. (In Russ.).

3. Kudryavtsev N.T. *Elektrokhimicheskiye pokrytiya metallami* [Electrochemical coatings with metals], Moscow: Khimiya, 1979, 352 p. (In Russ.).
  4. Gnusin N.P., Poddubny N.P., Masliy A.I. *Osnovy teorii rascheta i modelirovaniya elektricheskikh poley v elektrolitakh* [Fundamentals of the theory of calculation and modeling of electric fields in electrolytes], Novosibirsk: Nauka, 1972, 276 p. (In Russ.).
  5. Alexandrov V.M., Antonov B.V., Gendler B.I. [et al.], *Oborudovaniye tsekhov elektrokhimicheskikh pokrytiy: spravochnik* [Equipment of electrochemical coating workshops: Reference book], Leningrad: Mashinostroenie, 1987, 309 p. (In Russ.).
  6. Novikov A.E., Darintseva A.B. (Comp.) *Gibkiye avtomatizirovannyye gal'vanicheskiye linii : khrestomatiya* [Flexible automated galvanic lines: textbook], Yekaterinburg: GOU VPO UGTU – UPI, 2006, 221 p. (In Russ.).
  7. Kadaner L.I. *Ravnomernost' gal'vanicheskikh pokrytiy* [Uniformity of electroplating coatings], Kharkiv: Publishing House of Kharkiv GU, 1960, 414 p. (In Russ.).
  8. Bannikov A.A., Litovka Yu.V., Nesterov V.A. [et al.], [Formation of the image of the automated control system by the technological process of electroplating based on the solution of the optimization problem], *Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya* [Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Theory and control systems], 2023, no. 2, pp. 117-122. doi: 10.31857/S000233882302004X (In Russ., abstract in Eng.).
  9. Marchuk G.I. *Metody vychislitel'noy matematiki* [Methods of computational mathematics], Moscow: Nauka, 1989, 608 p. (In Russ.).
  10. Bannikov A.A., Litovka Yu.V., Shishkina G.V. [Solving the problem of controlling the unevenness of galvanic coating using parallel information processing], *Transactions of the Tambov State Technical University*, vol. 28, no. 3, pp.365-375. doi: 10.17277/vestnik.2022.03.pp.365-375 (In Russ., abstract in Eng.).
- 

### **Optimale Platzierung der Kathodenteile bei der Steuerung des galvanischen Bades nach dem Kriterium der Mikrohärtigkeit**

**Zusammenfassung:** Es ist das Problem der optimalen Platzierung von Kathodenteilen auf einer Aufhängevorrichtung bei der Steuerung eines galvanischen Bades nach dem Kriterium der Mikrohärtigkeit gestellt und gelöst. Es ist ein Kriterium eingeführt – das Verhältnis der Anzahl der zurückgewiesenen Teile zur Gesamtzahl der auf der Aufhängung platzierten Teile. Um das Kriterium mit einem variablen Parameter – der Matrix der Teileanordnung auf der Suspension – zu verknüpfen, ist ein mathematisches Modell des elektrischen Feldes im Elektrolyten verwendet worden. Die Lösung des Problems hat gezeigt, dass die optimale Platzierung der Teile auf der Aufhängevorrichtung zu einer 2,5-fachen Verringerung des Ausschusses führt.

---

### **Placement optimal des pièces cathodiques dans la commande du bain galvanique selon le critère de micro-dureté**

**Résumé:** Est mis au point le problème du placement optimal des pièces cathodiques sur le dispositif de suspension dans la commande du bain galvanique selon le critère de la micro-dureté. Est donné le critère qui est le rapport entre le nombre des pièces défectueuses et le nombre total des pièces placées sur la suspension. Pour relier le critère à un paramètre variable – la matrice de placement des pièces sur la suspension – est utilisé un modèle mathématique du champ électrique dans le trolite électrique. La solution du problème a montré que le placement optimal des pièces sur le dispositif de suspension entraîne une réduction de 2,5 fois.

---

**Авторы:** *Банников Андрей Алексеевич* – аспирант кафедры «Системы автоматизированной поддержки принятия решений»; *Литовка Юрий Владимирович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Системы автоматизированной поддержки принятия решений», ФГБОУ ВО «ТГТУ», Тамбов, Россия.

---