

К ПРОЕКТИРОВАНИЮ ОБОРУДОВАНИЯ ДЛЯ ПНЕВМАТИЧЕСКОГО УПЛОТНЕНИЯ ТОНКОДИСПЕРСНЫХ МАТЕРИАЛОВ

А. В. Оборин¹, А. А. Мурашов²

*Кафедра «Компьютерно-интегрированная технология машиностроения»,
oborinav@ystu.ru; ФГБОУ ВО «Ярославский государственный
технический университет» (1);
кафедра «Математика», ФГКВООУ ВО «Ярославское высшее военное
училище противовоздушной обороны» (2), Ярославль, Россия*

Ключевые слова: газодинамические эффекты; математическая модель; оборудование для пневматического уплотнения; пневматическое уплотнение (деаэрация); расчет; тонкодисперсный материал.

Аннотация: Рассмотрен процесс пневматического уплотнения порошков. Предложена математическая модель процесса пневматического уплотнения порошков, включающая уравнение в частных производных второго порядка с учетом изменения высоты слоя порошка с заданием на верхней подвижной границе раздела твердой и газообразной фаз условия равенства нулю перепада давления. Система уравнений решена численным методом. Исследование модели показало, что учет изменения высоты слоя порошка может иметь существенное значение для повышения эффективности использования оборудования для пневматического уплотнения порошков.

В промышленности и сельском хозяйстве возрастает потребность в повышении эффективности процессов транспортирования, затаривания, хранения тонкодисперсных сыпучих материалов (каолина, технического углерода, белой сажи и др.). Для этого используются различные методы снижения их насыпной плотности. Одним из наиболее эффективных является метод пневмоуплотнения, основанный на использовании газодинамических эффектов, поскольку при небольшом перепаде давления может быть существенно уменьшен объем порошка [1]. Для повышения эффективности его реализации возможно использование различного оборудования с сужающимися каналами (поршневого, шнекового, с вращающимися лопатками и др.) [2]. Необходимым условием его успешного расчета и конструирования является развитие математического моделирования таких процессов [3].

Для расчета параметров пневмоуплотнителей, в частности с изменяющимся объемом камер для порошка, важно знать, как будет меняться высота слоя порошка в процессе его пневмоуплотнения и какое влияние данное изменение будет оказывать на процесс.

В работе [4] рассматривался способ пневмоуплотнения в сосуде с воздухопроницаемым дном и вакуумной установкой. При этом сначала из сосуда откачивался воздух для создания в порошке и вокруг него пониженного давления, а затем в сосуд подавался воздух, и за счет атмосферного давления происходила упаковка частиц порошка. Данный процесс представлен математической моделью вида:

$$\frac{\partial^2(\Delta P_r)}{\partial z^2}(P_a - \Delta P_r) - \left(\frac{\partial(\Delta P_r)}{\partial z}\right)^2 = \frac{k}{\mu_r} \frac{\partial(\Delta P_r)}{\partial t}, \quad (1)$$

$$z = 0, \quad \frac{\partial(\Delta P_r)}{\partial z} = 0;$$

$$z = h, \quad \Delta P_r = 0;$$

$$t = 0, \quad \Delta P_r = \Delta P,$$

в которой распределение перепада давления в слое порошка ΔP_r с течением времени рассматривалось без учета изменения высоты слоя порошка $h(t)$ в цилиндре (рис. 1); P_a – атмосферное давление; h – начальная высота слоя порошка; ΔP – перепад давления в слое порошка и вне его.

Объем, занимаемый порошком до процесса уплотнения, будет определяться выражением

$$V_{c0} = \frac{\pi d_{ц}^2}{4} h, \quad (2)$$

где $d_{ц}$ – внутренний диаметр цилиндра.

По мере пневмоуплотнения объем порошка в цилиндре будет уменьшаться, его текущее значение равно

$$V_c = \frac{\pi d_{ц}^2}{4} h(t), \quad (3)$$

где $h(t)$ – текущая высота слоя порошка.

Тогда с учетом выражений (2) и (3) текущая высота слоя порошка будет равна

$$h(t) = \frac{V_c}{V_{c0}} h, \quad (4)$$

Выразим текущую высоту слоя порошка через пористость. Согласно [2], текущая и начальная порозность порошка определяются выражениями:

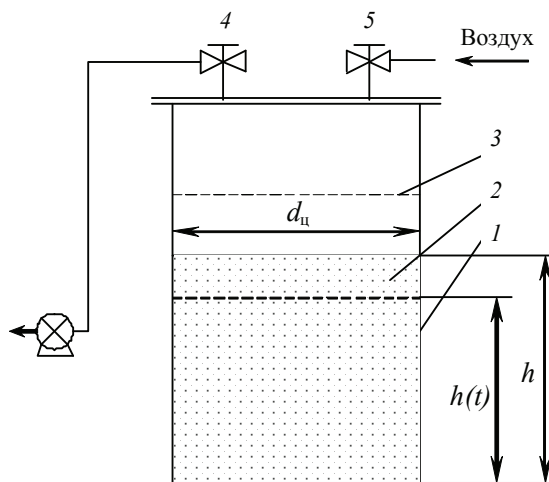


Рис. 1. Принципиальная схема пневматической деаэрации порошков:

1 – сосуд; 2 – порошок; 3 – фильтр; 4, 5 – клапаны

$$\alpha_2 = \frac{\rho_c}{\rho_T}; \quad \alpha_{20} = \frac{\rho_{c0}}{\rho_T}, \quad (5)$$

где $\rho_c, \rho_{c0}, \rho_T$ – плотности соответственно порошка, насыпная и твердой фазы.

Учитывая известное соотношение между плотностью, массой, объемом вещества и пренебрегая массой газообразной фазы порошка, получим:

$$\alpha_2 = \frac{V_T}{V_{c0}}; \quad \alpha_{20} = \frac{V_T}{V_c}. \quad (6)$$

Порозность в свою очередь связана с пористостью соотношениями [2]:

$$\alpha_2 = 1 - \alpha_1; \quad \alpha_{20} = 1 - \alpha_{10}. \quad (7)$$

С учетом выражений (6) и (7) текущая высота слоя порошка равна

$$h(t) = \frac{1 - \alpha_{10}}{1 - \alpha_1} h. \quad (8)$$

Пористость α_1 можно рассматривать как среднюю величину по высоте слоя порошка в момент времени t

$$\alpha_1 = \bar{\alpha}_1(t) = \frac{1}{h(t)} \int_0^{h(t)} \alpha_1(z, t) dz, \quad (9)$$

где пористость $\alpha_1(z, t)$ определяется выражением [3]

$$\alpha_1(z, t) = 1 - (1 - \alpha_{10}) e^{-\frac{\Delta P - \Delta P_T}{A}}, \quad (10)$$

где $A = (\lambda + 2\mu)/3$, λ и μ – коэффициенты Ламэ зернистого скелета.

После подстановки выражения (10) в (9) и преобразования получим уравнение

$$\int_0^{h(t)} e^{-\frac{\Delta P - \Delta P_T}{A}} dz - h = 0. \quad (11)$$

Тогда, с учетом вышеизложенного, граничные и начальные условия для уравнения (1) запишутся в виде:

$$z = 0, \quad \frac{\partial(\Delta P_T)}{\partial z} = 0; \quad (12)$$

$$z = h(t), \quad \int_0^{h(t)} e^{-\frac{\Delta P - \Delta P_T}{A}} dz - h = 0, \quad \Delta P_T = 0; \quad (13)$$

$$t = 0, \quad \Delta P_T = \Delta P. \quad (14)$$

Уравнение (1) с граничными условиями (12), (13) и начальным условием (14) решалось численно, с помощью метода конечных элементов в вариационной постановке.

В результате подобран функционал χ вида

$$\chi = \int_V \frac{\Delta P_T^2}{2} \frac{\partial^2(\Delta P_T)}{\partial z^2} + \left(\frac{P_a}{2} + \Delta P_T \right) \left(\frac{\partial(\Delta P_T)}{\partial z} \right)^2 - \frac{k}{\mu_T} \frac{\partial(\Delta P_T)}{\partial t} \Delta P_T dV, \quad (15)$$

который с помощью условий:

$$\frac{\partial F}{\partial \Delta P_{\Gamma}} - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial F}{\partial \frac{\partial(\Delta P_{\Gamma})}{\partial z}} \right) = 0; \quad (16)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \frac{\partial(\Delta P_{\Gamma})}{\partial z}} = 0,$$

где F – подинтегральная функция из выражения (15), позволяет записать уравнение (1) с граничным условием (12). Далее проведена разбивка одномерной области определения функции ΔP_{Γ} на конечные симплекс-элементы длиной h_z и аппроксимация неизвестной функции полиномом первой степени

$$\Delta P_{ij} = \frac{z - z_{i,k}}{z_{i+1,k} - z_{i,k}} \Delta P_{\Gamma i,k} + \frac{z_{i+1,k} - z}{z_{i+1,k} - z_{i,k}} \Delta P_{\Gamma i+1,k}. \quad (17)$$

По переменной t выбираем шаг h_t . Область решения представлена на рис. 2. Произвольной точке решения (i, k) соответствуют координаты:

$$z_i = h_z i, \quad i = 0, l - 1; \quad (18)$$

$$t_k = h_t k, \quad k = 0, m, \quad (19)$$

где параметры l и m определяются выражениями:

$$l = \frac{h}{h_z}; \quad m = \frac{T}{h_t},$$

где T – период времени, в который происходит процесс.

Для аппроксимации производной по времени в выражении (15) используем конечную разность

$$\frac{\partial(\Delta P_{\Gamma})}{\partial t} \approx \frac{\Delta P_{\Gamma i, k+1} - \Delta P_{\Gamma i, k}}{h_t}. \quad (20)$$

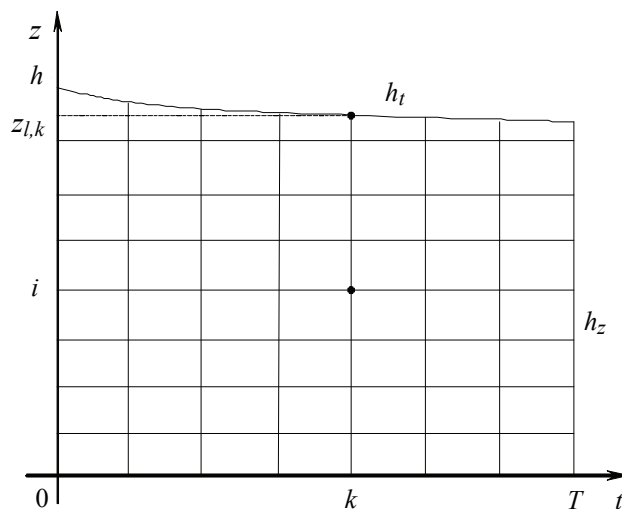


Рис. 2. Область решения задачи

После подстановки выражений (17), (18) в функционал (15) получаем его приближенное значение

$$\tilde{\chi} = \sum_{j=1}^n \int_V \frac{\Delta P_{\Gamma j}^2}{2} \frac{\partial^2 (\Delta P_{\Gamma j})}{\partial z^2} + \left(\frac{P_a}{2} + \Delta P_{\Gamma j} \right) \left(\frac{\partial (\Delta P_{\Gamma j})}{\partial z} \right)^2 - \frac{k}{\mu_{\Gamma}} \frac{\Delta P_{\Gamma i, k+1} - \Delta P_{\Gamma i, k}}{h_t} \Delta P_{\Gamma j} dV, \quad (21)$$

где n – количество конечных элементов.

Таким образом, для нахождения численного решения задачи (1), (12) – (14) необходимо минимизировать функционал (21). Для этого берем от него частные производные по неизвестным $\Delta P_{\Gamma i, k}$ и приравниваем их к нулю

$$\frac{\partial \tilde{\chi}}{\partial (\Delta P_{\Gamma i, k})} = 0. \quad (22)$$

В результате получаем систему уравнений:

$$\begin{aligned} & P_a \left(\frac{\Delta P_{\Gamma i, k+1} - \Delta P_{\Gamma i-1, k+1}}{z_{i, k+1} - z_{i-1, k+1}} + \frac{\Delta P_{\Gamma i, k+1} - \Delta P_{\Gamma i-1, k+1}}{z_{i+1, k+1} - z_{i, k+1}} \right) + \\ & + \frac{\mu_{\Gamma}}{2kh_t} \left[(2\Delta P_{\Gamma i, k+1} - \Delta P_{\Gamma i, k} - \Delta P_{\Gamma i, k+2})(z_{i+1, k+1} - z_{i, k+1}) + \right. \\ & + (\Delta P_{\Gamma i+1, k+1} - \Delta P_{\Gamma i+1, k+2})(z_{i+1, k+2} - 3z_{i, k+1}) + \\ & \left. + (\Delta P_{\Gamma i, k+1} - \Delta P_{\Gamma i, k})(z_{i, k+1} - 3z_{i-1, k+1}) \right] = 0; \\ & i = 1, l-1; \quad k = 1, m-1. \end{aligned} \quad (23)$$

Кроме того, учитываем:

$$\begin{aligned} \Delta P_{\Gamma i-1, 1} &= \Delta P, \quad i = 1, l+1; \\ \Delta P_{\Gamma 0, k} &= \Delta P_{\Gamma 1, k}, \quad i = 1, m; \\ \Delta P_{\Gamma l, k+1} &= 0, \quad k = 1, m-1; \\ \Delta P_{\Gamma i, k} &= 0, \quad k > l \text{ или } k > m. \end{aligned} \quad (24)$$

Для определения координаты верхней границы слоя порошка используем систему уравнений

$$\begin{aligned} z_{l, k+1} &= z_{l-1, k+1} + \frac{\Delta P_{\Gamma l-1, k+1}}{\frac{\Delta P}{e^A} - e^{-A}} \times \\ & \times \left[\frac{h}{A} + \sum_{i=1}^{l-2} e^{\frac{\Delta P - \Delta P_{\Gamma i+1, k+1}}{A}} \frac{e^{-\frac{\Delta P - \Delta P_{\Gamma i, k+1}}{A}}}{\Delta P_{\Gamma i+1, k+1} - \Delta P_{\Gamma i, k+1}} (z_{i+1, k+1} - z_{i, k+1}) \right], \end{aligned} \quad (25)$$

$$k = 1, m-1.$$

Уравнения (23) с условиями (24), (25) решались при следующих условиях: $T = 15$ с; $h = 0,32$ м; $\Delta P = 8 \cdot 10^3$ Па; $k = 0,54 \cdot 10^{-11}$ м²; $\mu_{\Gamma} = 0,182 \cdot 10^{-4}$ Па·с; $P_a = 10^5$ Па; $h_t = 0,75$ с; $h_z = 0,025$ м; $\lambda = 38,7 \cdot 10^3$ Па; $\mu = 38,1 \cdot 10^3$ Па; $\alpha_{10} = 0,31$.

На рисунках 3 и 4, а, приведены соответственно зависимость высоты слоя порошка от времени и расчеты значения ΔP_{Γ} при разных значениях времени, с учетом и без учета изменения высоты слоя порошка, выполненные в среде Microsoft Excel.

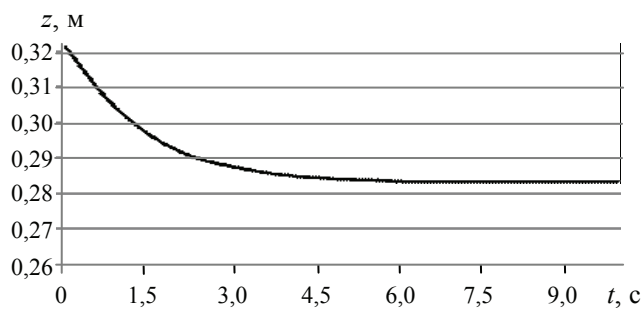


Рис. 3. Зависимость высоты слоя порошка от времени

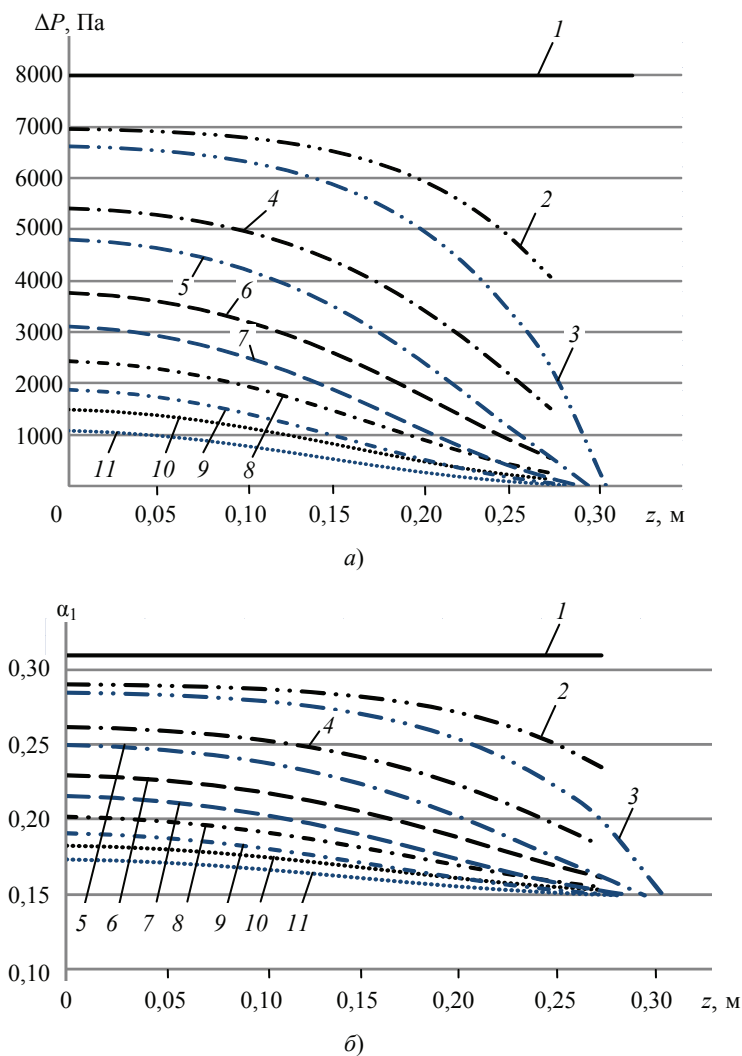


Рис. 4. Зависимости перепада давлений газа (а) и пористости порошка (б) от высоты слоя порошка:

без учета изменения высоты слоя порошка: 1 – $t_1 = 0$ с; 2 – $t_2 = 0,75$ с; 3 – $t_3 = 1,5$ с; 4 – $t_4 = 2,25$ с; 5 – $t_5 = 3$ с; 6 – $t_6 = 3,75$ с; с учетом изменения высоты слоя порошка: 7 – $t_7 = 0,75$ с; 8 – $t_8 = 1,5$ с; 9 – $t_9 = 2,25$ с; 10 – $t_{10} = 3$ с; 11 – $t_{11} = 3,75$ с

Для определения пористости α_i использовались соотношения:

$$\alpha_{1i, j+1} = \alpha_{1i, j} + \frac{1 - \alpha_{1i, j}}{A} (\Delta P_{\Gamma i, j+1} - \Delta P_{\Gamma i, j});$$
$$\alpha_{1i, 0} = \alpha_{10}.$$

Задача решалась при следующих условиях: $T = 15$ с; $h = 0,32$ м; $\lambda = 38,7 \cdot 10^3$ Па; $\mu = 38,1 \cdot 10^3$ Па; $h_t = 0,75$ с; $h_z = 0,025$ м; $\alpha_{10} = 0,31$.

На рисунке 4, б, приведены графики зависимости значения α_i от высоты слоя порошка при различных значениях времени с учетом и без учета изменения высоты слоя порошка, выполненные в среде Microsoft Excel.

Анализ полученных теоретических результатов показывает, что разница между пористостью с учетом и без учета изменения высоты слоя порошка в процессе пневмоуплотнения может достигать 10 % и более (в зависимости от вида и характеристик порошка), сначала увеличиваясь, затем уменьшаясь. Это может учитываться при определении характеристик оборудования для пневмоуплотнения и транспортировки порошка с изменяющимся объемом камер и выборе режимов его работы.

После уплотнения характеристики порошков в обоих случаях имеют примерно одинаковое расхождение с данными экспериментальных исследований по пневматическому уплотнению порошков, приведенными в работах [4, 5].

Список литературы

1. Densification of Powders by Means of Air, Vibratory and Mechanical Compactions / T. Akiyama, Y. Miyamoto, N. Yamanaka, J. Q. Zhang // Powder Technol. – 1986. – Vol. 46, No. 2-3. – P. 173 – 180. doi: 10.1016/0032-5910(86)80024-9
2. Капранова, А. Б. Инженерный расчет уплотнителей порошков с сужающимися каналами : монография / А. Б. Капранова, А. А. Мурашов, А. И. Зайцев. – Ярославль : Ярославский гос. техн. ун-т, 2008. – 79 с.
3. Математическое описание процесса механического уплотнения тонкодисперсных материалов: монография / А. Б. Капранова, А. А. Мурашов, А. И. Зайцев, А. Е. Лебедев. – Ярославль : Ярославский гос. техн. ун-т, 2006. – 100 с.
4. Оборин, А. В. Математическая модель пневматического уплотнения порошков / А. В. Оборин, А. А. Мурашов // Фундаментальные исследования. – 2017. – № 8-2. – С. 292 – 297.
5. Капранова, А. Б. Экспериментальные исследования процесса механического уплотнения тонкодисперсных материалов : монография / А. Б. Капранова, А. И. Зайцев, А. В. Оборин. – Ярославль : Ярославский гос. техн. ун-т, 2008. – 104 с.

To the Design of Equipment for Pneumatic Compaction of Fine Materials

A. V. Oborin¹, A. A. Murashov²

Department of Computer-Integrated Technology of Mechanical Engineering,

oborinav@ystu.ru; Yaroslavl State Technical University (1);

Department of Mathematics, Yaroslavl Higher Military School of Air Defense (2),

Yaroslavl, Russia

Keywords: gas dynamic effects; mathematical model; equipment for pneumatic sealing; pneumatic seal (de-aeration); calculation; fine material.

Abstract: The process of pneumatic compaction of powders is considered. A mathematical model of the process of pneumatic compaction of powders is proposed, which includes a second-order partial differential equation, taking into account the change in the height of the powder layer, and setting the condition of equality to zero of the pressure drop at the upper moving boundary between the solid and gaseous phases. The system of equations is solved by numerical method. The study of the model showed that taking into account the change in the height of the powder layer can be essential to improve the efficiency of using equipment for pneumatic compaction of powders.

References

1. Akiyama T., Miyamoto Y., Yamanaka N., Zhang J.Q. Densification of Powders by Means of Air, Vibratory and Mechanical Compactions, *Powder Technol.*, 1986, vol. 46, no. 2-3, pp. 173-180, doi: 10.1016/0032-5910(86)80024-9

2. Kapranova A.B., Murashov A.A., Zaytsev A.I. *Inzhenernyy raschet uplotniteley poroshkov s suzhayushchimiyami kanalami: monografiya* [Engineering calculation of powder compactors with tapering channels: monograph], Yaroslavl: Yaroslavskiy gosudarstvennyy tekhnicheskiy universitet, 2008, 79 p. (In Russ.)

3. Kapranova A.B., Murashov A.A., Zaytsev A.I., Lebedev A.Ye. *Matematicheskoye opisaniye protsessa mekhanicheskogo uplotneniya tonkodispersnykh materialov: monografiya* [Mathematical description of the process of mechanical compaction of fine materials: monograph], Yaroslavl: Yaroslavskiy gosudarstvennyy tekhnicheskiy universitet, 2006, 100 p. (In Russ.)

4. Oborin A.V., Murashov A.A. [Mathematical model of pneumatic compaction of powders], *Fundamental'nyye issledovaniya* [Fundamental research], 2017, no. 8-2, pp. 292-297. (In Russ., abstract in Eng.)

5. Kapranova A.B., Zaytsev A.I., Oborin A.V. *Ekspperimental'nyye issledovaniya protsessa mekhanicheskogo uplotneniya tonkodispersnykh materialov: monografiya* [Experimental studies of the process of mechanical compaction of fine-dispersed materials: monograph], Yaroslavl: Yaroslavskiy gosudarstvennyy tekhnicheskiy universitet, 2008, 104 p. (In Russ.)

Zur Konstruktion von Anlagen für pneumatische Verdichtung feinkörniger Materialien

Zusammenfassung: Der Prozess der pneumatischen Verdichtung von Pulvern ist betrachtet. Es ist ein mathematisches Modell des Prozesses der pneumatischen Verdichtung von Pulvern vorgeschlagen, das eine partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung enthält, die die Änderung der Höhe der Pulverschicht berücksichtigt und die Gleichheitsbedingung des Differenzdrucks Null auf der oberen beweglichen Grenze zwischen der festen und der gasförmigen Phase aufweist. Das Gleichungssystem ist numerisch gelöst. Die Untersuchung des Modells zeigte, dass die Berücksichtigung der Änderung der Höhe der Pulverschicht wesentlich für die Verbesserung der Effizienz der Verwendung von Geräten zur pneumatischen Verdichtung von Pulvern sein kann.

Sur la conception de l'équipements de compactage pneumatique des matériaux fins

Résumé: Est examiné le processus de compactage pneumatique des poudres. Est proposé le modèle mathématique du processus de compactage pneumatique des poudres comprenant une équation dans les dérivées partielles du second ordre en tenant compte du changement de la hauteur de la couche de poudre avec une condition d'égalité de zéro chute de pression à l'interface mobile supérieure des phases solide et gazeuse. Le système d'équations est résolu par la méthode numérique. L'étude du modèle a montré que la prise en compte de la variation de la hauteur de la couche de poudre peut être essentielle pour améliorer l'efficacité de l'utilisation de l'équipement de compactage pneumatique des poudres.

Авторы: *Оборин Анатолий Владимирович* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Компьютерно-интегрированная технология машиностроения», ФГБОУ ВО «Ярославский государственный технический университет», Ярославль, Россия; *Мурашов Анатолий Александрович* – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Математика», ФГКВУОУ ВО «Ярославское высшее военное училище противовоздушной обороны», Ярославль, Россия.