

К РАЗВИТИЮ ФЕНОМЕНОЛОГИИ БЫСТРЫХ СДВИГОВЫХ ТЕЧЕНИЙ ЗЕРНИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ

В. Н. Долгунин, О. О. Иванов, С. А. Акопян

*Кафедра «Технологии и оборудование пищевых и химических производств»,
dolgunin-vn@yandex.ru; ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия*

Ключевые слова: быстрое сдвиговое течение; зернистая среда; объемная доля твердой фазы; поперечный массоперенос; сдвиговое напряжение; скорость сдвига.

Аннотация: Рассмотрены феноменологические подходы к описанию реологического поведения зернистых материалов в условиях быстрых и квазипластических сдвиговых деформаций. Предложен единый подход к феноменологическому описанию физического параметра, называемого температурой зернистой среды, и механизмов генерирования сдвигового напряжения. Дано описание механизма генерирования сдвиговых напряжений под действием потока импульсов, направленных вдоль градиента скорости сдвига и обусловленных поперечной квазидиффузией частиц. Данный механизм учитывается в реологической модели в дополнение к традиционному механизму генерирования кинетических сдвиговых напряжений под действием тангенциальных ударных импульсов.

Сдвиговые потоки зернистых сред являются предметом интенсивного исследования и входят в число приоритетных объектов, изучаемых механикой жидкости, механикой грунтов, реологией и статистической физикой. Особое внимание приковано к инициируемым гравитацией сдвиговым потокам, что обусловлено их широким прикладным значением для многочисленных технологических объектов, функционирующих с участием дисперсной твердой фазы (тепломассообменные, химические и гидромеханические процессы, вспомогательные операции транспортирования, дозирования, загрузки и хранения), и природных геофизических явлений (лавины, сели, камнепады, оползни, экспансия песков в дюнах и др.).

Кроме того, неугасающий научный интерес к изучению течений зернистых сред поддерживается спонтанно вследствие богатой феноменологии, которую демонстрируют зернистые материалы. В зависимости от масштаба объекта и условий его существования зернистые материалы могут проявлять свойства необычного твердого тела, газа или специфической жидкости [1], что сопровождается постоянно возрастающим числом фундаментальных вопросов, связанных с необходимостью объяснения данных свойств [2, 3]. Многообразную феноменологию зернистых материалов можно наблюдать на примере кварцевого песка, который может служить прочным основанием для огромных строительных конструкций и течь подобно жидкости в песочных часах или газу при экспансии дюн.

Из множества вопросов, имеющих фундаментальное значение, выделяются вопросы, связанные с формулировкой определяющих соотношений, описывающих многообразное реологическое поведение несвязных зернистых материалов. Вследствие проблем описания течений для такого рода материалов, отсутствуют определяющие соотношения, подобные уравнению Навье–Стокса для классических жидкостей. Проблемы формулировки универсальных определяющих соотношений для течений зернистых материалов объясняются их неординарными физическими свойствами, свидетельствующими об их мезоскопической дискретной и гетерогенной физической природе. Среди такого рода свойств определяющими являются высокие и трудно идентифицируемые диссипативные эффекты взаимодействия частиц, сложность определения принципов перехода от характеристик объекта на микроуровне (на уровне отдельной частицы) к макроскопическим характеристикам потока и отсутствие возможности использовать для описания состояния материала универсального параметра – термодинамической температуры [4]. Обширная непредсказуемая феноменология течений зернистых сред все еще не поддается нашему пониманию и никакой теоретической основы, открывающей в ближайшее время доступ к описанию разнообразных наблюдаемых форм поведения зернистых сред, не существует [3].

Вследствие этого, в зависимости от скорости сдвиговой деформации различают три характерных режима течений зернистых материалов [1, 5]. При малых скоростях деформации имеет место режим квазистатического (квазипластического) течения, при котором частицы находятся в длительных контактах друг с другом, сопровождаемых их фрикционным взаимодействием. При высоких скоростях деформации наблюдается режим быстрого сдвигового течения, когда зернистый материал входит в состояние, получившее название «газа твердых частиц», сопровождаемое быстро протекающими ударными контактными взаимодействиями. Кроме названных режимов выделяют переходный режим течения, при котором зернистый материал проявляет свойства и вязкопластичной жидкости и газа. В переходном режиме течения зернистого материала напряжения генерируются вследствие и фрикционных и ударных взаимодействий частиц. В статье анализируются особенности феноменологического описания течений в режиме быстрых сдвиговых деформаций, как наиболее характерного для гравитационных течений, и обсуждаются физические закономерности квазимежфазного перехода зернистого материала «жидкость – газ».

Пионерской работой, внесшей чрезвычайно важный вклад в разработку определяющих соотношений для быстрых сдвиговых течений зернистых сред стала работа Bagnold [6]. Достоверность полученных им фундаментальных результатов в дальнейшем неоднократно подтверждена, например, путем 2D и 3D имитационного моделирования [7] и тщательно выполненных экспериментальных исследований [8]. Вместе с тем, результаты многих исследований [7, 9, 10] свидетельствуют об ограниченных возможностях прикладного использования так называемого масштабирования (scaling) Bagnold, определяющего зависимость сдвиговых τ и нормальных P напряжений от второй степени произведения скорости сдвига $\dot{\phi}$ и диаметра d частиц:

$$\tau = \rho d^2 f_1(v) \dot{\phi}^2; \quad P = \rho d^2 f_2(v) \dot{\phi}^2, \quad (1)$$

где ρ – плотность частиц; $f_1(v)$, $f_2(v)$ – функции объемной доли частиц в потоке v .

Ограниченные возможности масштабирования Bagnold объясняются множеством неучтенных особенностей формирования напряжений в сдвиговом потоке, среди которых в первую очередь называется [11] более сложный диссипативный механизм взаимодействия частиц, анализ которого не может быть ограничен

только использованием основных положений статистической механики. Кроме того, наряду с механизмом генерирования напряжений путем передачи ударных импульсов через поверхность сдвига, единственно принятым во внимание Bagnold, проявляет себя и поточный механизм, который является следствием переноса количества движения вдоль градиента скорости сдвига за счет поперечной квазидиффузии частиц. При этом механизм генерирования напряжений через столкновения частиц доминирует при их высокой концентрации в потоке, а поточный механизм – при низкой [11].

Для корректного вычисления частоты столкновений частиц потребовался учет эффектов диссипации их кинетической энергии, что сопряжено с необходимостью решения уравнения сохранения энергии для элементарного объема потока зернистой среды [12, 13]. Вследствие эффектов диссипации энергии, обусловленных ее рассеянием при трении и упругой деформации взаимодействующих частиц, формируется распределенный по объему потока отрицательный источник энергии. Соответствующий поток рассеяния энергии в совокупности с потоком энергии сдвиговой деформации, генерируемым гравитацией, и потоками кондуктивности квазитепловой энергии в отношении элементарного объема потока позволяют записать дифференциальное уравнение сохранения энергии при сдвиговом течении зернистой среды.

Необходимость учета в энергетическом балансе кинетической энергии частиц, обусловленной их хаотическими перемещениями при столкновениях, инициировала введение параметра состояния среды, отражающего удельное значение соответствующей энергии и получившего название «температура зернистой среды» (англ. Granular Temperature) [10, 13]. Существуют различные варианты выражения температуры зернистой среды. Традиционная формулировка температуры отражает осредненное для нулевого промежутка времени значение квадрата скорости флуктуаций в отношении некоторой статистически значимой совокупности частиц [10]. Однако, достаточно часто, например, в работах [14, 15], температуру определяют, как соответствующую осредненную удельную кинетическую энергию частиц потока. В соответствии с последним вариантом формулировки температуры $\theta(x, y, t)$ уравнение сохранения энергии в единице объема быстрого сдвигового двухмерного гравитационного потока зернистой среды без учета энергии турбулентных пульсаций записывается в следующем виде [10]:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u_x \frac{\partial \theta}{\partial x} + u_y \frac{\partial \theta}{\partial y} = \mu_{\text{dyn}} P \frac{\partial u_x}{\partial y} - \gamma, \quad (2)$$

где u_x, u_y – осредненные компоненты скорости поступательного перемещения частиц в продольном x и поперечном y направлениях соответственно; t – время; P – нормальное напряжение; μ_{dyn} – динамический коэффициент внутреннего трения, который определяется как отношение сдвигового напряжения к нормальному τ_{yx}/P ; γ – поток диссипации кинетической энергии частиц.

В условиях установившегося гравитационного течения в отсутствие турбулентных пульсаций поток диссипации энергии в соответствии с (2) может быть выражен в следующем виде [12]:

$$\gamma = \gamma_{\text{col}} = \tau_{yx}^{\text{col}} \frac{du_x}{dy} = NFD, \quad (3)$$

где N – число частиц в единице объема потока, определяемое как функция объемной доли твердой фазы; F – частота столкновений в расчете на одну частицу; D – потеря кинетической энергии частицей в расчете на одно столкновение вследствие эффектов поверхностного трения, упругости и вязкостного сопротивления среды, заполняющей пространство между частицами.

Традиционная формулировка соотношения между потоками энергии, генерируемой сдвигом, и диссипации в виде выражения (3) свидетельствует о том, что сдвиговые напряжения в потоке представляются исключительно как следствие обмена частиц ударными импульсами через поверхность сдвига. При этом без учета остается еще один очевидный механизм генерирования напряжений, называемый поточным [11], обусловленный поперечным переносом твердой фазы и, как следствие, соответствующего количества движения.

Очевидно, что следствием такого ординарного подхода к механизму генерирования сдвиговых напряжений является традиционный односторонний взгляд на температуру зернистой среды, как на параметр, отражающий кинетическую энергию частиц, обусловленную исключительно их флуктуациями. Вместе с тем очевидно, что сдвиговые напряжения являются результатом действия импульсов силы, продольно ориентированных на поверхности сдвига и являющихся следствием изменений количества движения в потоках частиц, взаимодействующих через эту поверхность. Перенос же количества движения происходит при наличии у частиц относительной сдвиговой скорости вследствие не только контактного взаимодействия, но и поперечного массопереноса. С учетом этого вполне правомерно температуру зернистой среды представить в виде кинетической энергии частиц, которую они имеют вследствие всего комплекса элементарных взаимных относительных перемещений, приводящих к генерированию напряжений. Таким образом, в ряду такого рода относительных перемещений кроме флуктуаций частиц следует учесть и их относительное сдвиговое перемещение, и поперечный массоперенос. В соответствии с данным подходом температуру зернистой среды в уравнении (2) следует представить в виде комплекса [16]

$$\theta = \theta_{sh} + \theta_{fl} + \theta_{tr}, \quad (4)$$

где θ_{sh} , θ_{fl} , θ_{tr} – составляющие температуры (кинетической энергии частиц) зернистой среды, обусловленные относительными сдвиговыми перемещениями, хаотическими флуктуациями и поперечным квазидиффузионным переносом соответственно.

Важно отметить более строгую логику предложенного подхода к определению температуры зернистой среды в отношении возможности характеристики и квазипластических течений, в которых флуктуации частиц могут быть пренебрежимо малыми, и условий перехода от состояния псевдожидкости к состоянию твердого тела. Очевидно, что условия перехода «псевдожидкость – твердое тело» будут логично определяться и пределом текучести, и нулевым значением температуры зернистой среды при нулевом значении скорости сдвига. Таким образом, предложенный вариант формулировки температуры зернистой среды вносит определенный вклад в развитие теоретической базы для универсального подхода к анализу различных режимов сдвиговых течений зернистых сред.

Вместе с тем изложенный подход требует проведения дополнительного анализа в отношении формулировок определяющих соотношений для параметров, входящих в уравнение сохранения энергии (2). Сказанное относится как к формулировке сдвигового напряжения τ_{yx} , так и к выражению потока диссипации энергии γ .

В соответствии с предложенным подходом, сдвиговые напряжения в быстром гравитационном потоке зернистого материала будут результатом обмена частиц смежных слоев, контактирующих через поверхность сдвига, импульсами согласно ударному и поточному механизмам. При допущении отсутствия корреляции поточного и ударного механизмов передачи импульсов общее сдвиговое напряжение будет определяться как алгебраическая сумма двух составляющих напряжения. Традиционная составляющая кинетического напряжения τ_{yx}^{col} , зави-

сящая от скорости сдвига, генерируется вследствие обмена тангенциальными ударными импульсами частиц смежных слоев, взаимодействующих через поверхность сдвига. Еще одна составляющая напряжений τ_{yx}^{tr} обусловлена изменением продольного импульса в смежных слоях сдвигового потока вследствие квазидиффузионного массопереноса частиц, аккумулирующих различное количество движения. В результате общее кинетическое сдвиговое напряжение будет определяться путем суммирования названных его составляющих

$$\tau_{yx} = \tau_{yx}^{col} + \tau_{yx}^{tr}. \quad (5)$$

Механизм генерирования составляющей напряжений τ_{yx}^{col} ударными импульсами является наиболее очевидным и традиционно единственным используемым для выражения зависящих от скорости сдвига кинетических напряжений. Традиционно кинетические напряжения выражают в предположении их генерирования исключительно ударными импульсами, полагая столкновения частиц бинарными и протекающими в условиях либо изотропного распределения контактных точек по поверхности сталкивающихся частиц [12], либо анизотропного [17]. Анизотропное распределение контактных точек подтверждается методами статистической механики [17] и результатами DEM-моделирования [18]. Очевидно, что вследствие существенной роли относительной сдвиговой скорости частиц в процессах переноса импульсов при быстром сдвиге [11, 12], предположение об изотропном распределении контактных точек (углов столкновения) на поверхности взаимодействующих частиц является грубым допущением. Отсюда следует, что полная аналогия с молекулярным хаосом Больцмана в случае относительно плотных потоков зернистых сред является весьма грубым предположением, препятствующим проведению интегральной оценки условий столкновения частиц, необходимой для безусловного применения кинетической теории. В связи с этим формулировку определяющих соотношений, устанавливающих взаимосвязь между напряжением, объемной долей частиц, скоростью сдвига и, соответственно, температурой зернистой среды, предпочтительно проводить с учетом анизотропного распределения контактных точек на поверхности соударяющихся частиц, задействованных в передаче тангенциальных импульсов. Учет анизотропии может быть осуществлен либо путем определения условий столкновения частиц в зависимости от их объемной доли в потоке с использованием методов статистической механики [6, 13], либо эвристическими методами. В последнем случае условия взаимодействия частиц учитываются, например, путем введения безразмерных комплексов, в зависимости от которых формулируются определяющие соотношения для основных реологических характеристик сдвиговых потоков. Примером успешного эвристического подхода к формулировке определяющих соотношений могут послужить соотношения, позволяющие вычислить сдвиговое напряжение τ_{yx} и объемную долю частиц v , а в результате и дилатансию, в зависимости от числа инерции I [19, 20]:

$$\tau_{yx} = P\mu(I); \quad v = v(I), \quad (6)$$

где $\mu(I)$ – динамический коэффициент внутреннего трения, определяемый как отношение сдвигового напряжения к нормальному.

Число инерции I интерпретируется авторами [19] как отношение микроструктурного $\frac{d}{\sqrt{P/\rho}}$ и макроструктурного $\frac{1}{\phi}$ масштабов времени

$$I = \frac{\phi d}{\sqrt{P/\rho}}, \quad (7)$$

где ϕ – скорость сдвига; d – диаметр частиц; P – давление; ρ – плотность частиц.

Для идентификации вида функций $\mu(I)$ и $v(I)$ использованы результаты виртуального эксперимента, выполненного методом DEM-моделирования, которые свидетельствуют, что коэффициент внутреннего трения увеличивается с возрастанием числа инерции I , стабилизируется в переходном режиме и несколько снижается с увеличением I в режиме быстрого сдвигового течения. Коэффициент внешнего трения частиц оказывает только небольшое влияние на эффективное внутреннее трение, за исключением случая абсолютно гладких частиц. Объемная доля твердой фазы снижается с увеличением I по линейному закону. С учетом результатов виртуального эксперимента искомые функции представлены в следующем виде [19]:

$$\mu(I) = \mu_1 + \frac{\mu_2 - \mu_1}{I_0/I + 1}; \quad v(I) = v_{\max} + (v_{\min} - v_{\max})I. \quad (8)$$

В соответствии с подходом входящие в выражения (8) граничные значения коэффициента внутреннего трения μ_1 и μ_2 , объемной доли частиц в потоке v_{\min} , v_{\max} , а также минимальное пороговое значение числа инерции I_0 идентифицируются для конкретного материала. Очевидно, что необходимость в такой идентификации реологических параметров существенно обесценивает теоретическую значимость предложенного подхода.

В то же время, зависимости (8) содержат чрезвычайно важную для инженерной практики информацию, касающуюся состояния сдвигового потока зернистой среды. В комплексе зависимости (8) устанавливают взаимосвязь между важнейшими гидродинамическими, структурными и кинематическими параметрами течения. Так, второе из приведенных выражений (8) описывает зависимость дилатансии потока от относительной сдвиговой скорости частиц ϕd и нормального давления P , что демонстрируется при представлении выражения в развернутом виде

$$v = v_{\max} + (v_{\min} - v_{\max}) \frac{\phi d}{\sqrt{P/\rho}}. \quad (9)$$

Анализ зависимости (9) свидетельствует об ее полуэмпирической природе и чрезвычайно упрощенной физической модели объекта, взятой за основу при ее формулировке. Принятые допущения об отсутствии эффектов трения и упругости, а также определяющей роли относительной сдвиговой скорости частиц в ограниченном диапазоне изменения их объемной доли в потоке позволили авторам [19] получить простую и удобную для инженерного применения форму уравнения состояния зернистой среды при сдвиговом течении.

Однако критический анализ, во многом совпадающий с мнением авторов [3, 19], показывает, что, несмотря на перспективы использования предложенных уравнений состояния для описания различных режимов сдвиговых течений, они не отражают деталей физических механизмов взаимодействия частиц даже в ограниченных условиях квазипластического течения. Тем более, трудно рассчитывать на прогностические возможности уравнений при определении условий граничных переходов из режима псевдожидкого течения в состояние твердого тела или газа твердых частиц.

В этом отношении более перспективным представляется уравнение состояния зернистой среды, имеющее более богатую феноменологию, которая предполагает наличие формальной аналогии динамики сдвигового течения зернистой среды с динамикой плотного газа [16, 20]

$$P\bar{\varepsilon} = \chi\theta, \quad (10)$$

где P – нормальное давление; $\bar{\varepsilon}(y) = \frac{\varepsilon(y) - \varepsilon_0}{1 - \varepsilon(y)}$ – дилатансия зернистого материала;

ε – порозность (доля свободного объема) в потоке зернистой среды; ε_0 – порозность среды в условиях свободной плотной (неорганизованной) насыпки ее частиц (для однородных сферических частиц $\varepsilon_0 = 0,4$); χ – коэффициент уравнения состояния зернистой среды; y – координата, совпадающая с направлением градиента скорости сдвига; θ – температура зернистой среды.

Многообразие феноменологических аспектов уравнения состояния (10) объясняется относительно строгим физическим смыслом, устанавливаемой им взаимосвязи физических параметров и более широким осмыслением универсального параметра состояния потока, называемого температурой зернистой среды θ . В правой части уравнения состояния стоит температура зернистой среды, определяющая кинетическую энергию частиц, которой они обладают, участвуя в различных формах взаимных перемещений в потоке (4). При этом важно заметить, что составляющие температуры определены как функции скорости сдвига с учетом диссипативных потерь энергии при трении, упругой деформации контактирующих частиц и вязкостном их трении в среде, заполняющей свободное пространство [16, 20]. Произведение же в левой части уравнения соответствует работе, совершаемой частицами при сдвиге зернистой среды и приводящей к ее дилатансии в расчете на единицу объема твердой фазы. В связи с этим коэффициент χ может быть позиционирован как характеристика, отражающая соотношение между работой, совершаемой частицами в процессе сдвиговой дилатансии среды, и кинетической энергией частиц, обусловленной их взаимным перемещением в потоке. Целесообразность учета различных форм взаимных перемещений частиц при определении температуры объясняется пониманием того, что каждая из форм, очевидно, вносит определенный вклад в дилатансию потока.

Уравнение состояния зернистой среды в условиях сдвиговой деформации (10) характеризуется достаточно высокими прогностическими свойствами. Это подтверждается результатами исследования зависимости входящего в уравнение коэффициента взаимосвязи χ от условий течения. Представленные на рис. 1 результаты свидетельствуют об относительно стабильных значениях коэффициента χ в широком диапазоне углов наклона шероховатого ската и высоты слоя, что вносит высокую определенность в корреляцию динамических, кинематических и структурных параметров сдвигового потока.

Изложенное физическое представление о температуре зернистой среды, входящей в уравнение состояния (10), находится в соответствии с реологическими механизмами сдвигового течения (4). Один из механизмов является традиционным и определяет сдвиговые напряжения τ_{yx}^{col} как следствие переноса ударных импульсов. Данный механизм теоретически относительно неплохо проработан [10 – 12] и в рамках статьи дополнительно не рассматривается. В соответствии с другим же механизмом сдвиговое напряжение τ_{yx}^{tr} генерируется вследствие поперечного переноса количества движения частицами, участвующими в поперечном квазидиффузионном массопереносе. В отличие от первого механизма, механизм генерирования напряжений за счет передачи импульсов под действием поперечного

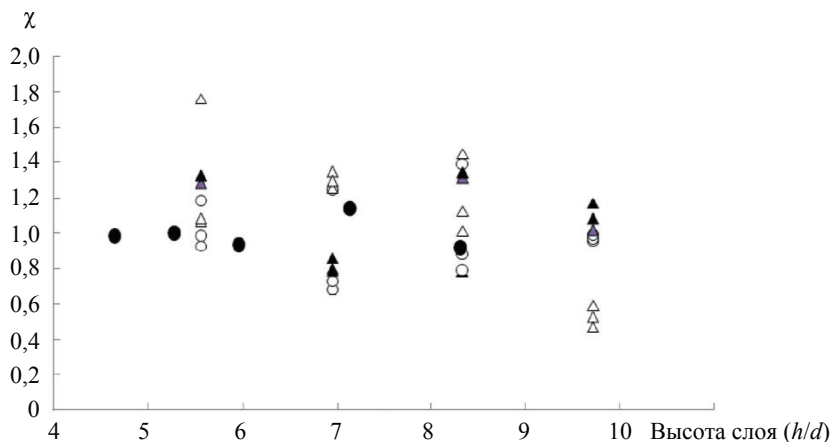


Рис. 1. Коэффициент χ уравнения состояния (10) как функция отношения толщины слоя h к диаметру частиц d при быстром гравитационном течении стеклянного бисера для различных значений относительного угла шероховатого ската $\sin\alpha/\sin\alpha_0$ (α_0 – угол естественного откоса материала) [21]:
 ○ – 1; ● – 1,03; △ – 1,08, ▲ – 1,12

массопереноса намного меньше изучен и нуждается в теоретическом обосновании. Анализ этого механизма с позиции молекулярно-кинетической теории показывает, что для его понимания наиболее важны физические понятия проницаемости, диффузии и вязкости [22]. Представляется, что особое внимание при этом должно быть уделено анализу явления проницаемости, лежащего в основе эффектов и диффузии и вязкости.

Чем выше проницаемость среды, тем интенсивнее поток самодиффузии и тем выше вклад возникающих при этом поперечных потоков частиц в изменение продольной составляющей количества движения в элементарных слоях потока, взаимодействующих через поверхность сдвига. Отсюда следует, что повышение проницаемости зернистой среды приводит к усилению псевдовязкостных эффектов. В соответствии с молекулярно-кинетической теорией проницаемость среды возрастает с увеличением длины свободного пробега частиц. Результаты исследований структурных и кинематических характеристик быстрых гравитационных течений зернистых материалов [16, 23] свидетельствуют о том, что длины свободного пробега неоднородных частиц мало различимы и могут быть приняты равными среднему расстоянию между частицами s . Такой, на первый взгляд парадоксальный, результат является следствием существенно более высоких значений относительной сдвиговой скорости частиц, по сравнению со средней скоростью их флуктуаций ($d (du_x/dy) \gg V'$).

Кроме того, склонность среды к самопроницанию возрастает прямолинейно с увеличением скорости флуктуаций V' ее элементарных частиц. Таким образом самопроницаемость зернистой среды проявляет себя как физический параметр, величина которого пропорциональна произведению скорости флуктуаций и длины свободного пробега частиц sV' . Однако согласно молекулярно-кинетической теории данное произведение физических величин применяют для определения коэффициента диффузии, который может быть использован для оценки интенсивности встречных уравновешенных потоков хаотически перемещающихся однородных частиц (квазидиффузионного перемешивания). Сказанное позволяет идентифицировать коэффициент диффузии как абстрактную характеристику интенсивности проницаемости среды [22] и поперечного массопереноса.

Вследствие поперечного массопереноса в сдвиговом потоке зернистой среды проявляет себя вязкостный эффект, величина которого будет возрастать пропорционально проницаемости среды и величине составляющей импульса, связанной с направлением сдвига. Поскольку величина сдвиговой составляющей импульса пропорциональна скорости сдвига и объемной плотности среды $\nu\rho$, а изменение импульса равно импульсу силы, то сдвиговые напряжения в зернистой среде, обусловленные поперечным массопереносом, будут определяться в соответствии с молекулярно-кинетической теорией как произведение проницаемости на насыпную плотность и скорость сдвига. Для случая двухмерного установившегося сдвигового течения поперечный массоперенос ограничен встречными потоками частиц исключительно вдоль градиента скорости сдвига, в связи с чем в определяющем соотношении для расчета составляющей сдвигового напряжения вводится коэффициент пропорциональности, равный 1/3:

$$\tau_{yx}^{\text{tr}} = 1/3\nu\rho s V' (\partial u_x / \partial y) = \mu_{\text{tr}} (\partial u_x / \partial y), \quad (11)$$

где μ_{tr} – коэффициент эффективного внутреннего трения, вызванного вязкостной составляющей, обусловленной поперечным массопереносом при сдвиговой деформации зернистой среды.

Очевидно, что для поддержания встречных квазидиффузионных потоков и, как следствие, поперечного переноса импульсов необходим постоянный подвод энергии к частицам для преодоления сопротивления среды их поперечному перемещению. Подвод энергии к частицам обеспечивается за счет гравитационного сдвига зернистой среды при скатывании частиц по шероховатому скату. Интенсивность соответствующего потока энергии пропорциональна скорости сдвиговой деформации и составляющей тангенциального напряжения τ_{yx}^{tr} , которая формируется вследствие поперечного переноса количества движения перемещающейся массой частиц

$$A_{\text{tr}} = \tau_{yx}^{\text{tr}} (\partial u_x / \partial y). \quad (12)$$

В условиях установившегося течения эта энергия затрачивается на преодоление сопротивления зернистой среды поперечному прониканию ее отдельными частицами, перемещающимися из одного элементарного слоя сдвигового потока в другой. В соответствии с молекулярно-кинетической теорией сила псевдовязкостного сопротивления перемещению сферической частицы в зернистой среде может быть определена в виде зависимости [24]

$$P_{\text{tr}} = 3\pi d\mu_{\text{tr}} V_{\text{tr}}, \quad (13)$$

где V_{tr} – осредненная компонента скорости для статистически значимой совокупности частиц в процессе их поперечного массопереноса, которая, в первом приближении, может быть принята равной осредненной скорости флуктуаций частиц.

При определении величины соответствующей диссипативной составляющей в энергетическом балансе для сдвигового потока частиц пренебрежем эффектом вязкостной диссипации в газовой среде, заполняющей пространство между частицами, и выразим коэффициент эффективного внутреннего трения μ_{tr} согласно его значению в (11). В таком случае, в расчете на единицу объема скатывающегося слоя зернистой среды, поток диссипации энергии, вызванный псевдовязкостным эффектом при поперечном массопереносе частиц, будет определяться как

$$\gamma_{\text{tr}} = NP_{\text{tr}} V_{\text{tr}} = N\pi d\nu\rho s V' V_{\text{tr}}^2. \quad (14)$$

Таким образом, уточнение значения сдвигового напряжения в уравнении сохранения энергии (2) путем учета его составляющей от поперечного переноса импульса τ_{yx}^{tr} , согласно выражениям (5) и (11), должно сопровождаться введением дополнительной составляющей потока диссипации энергии γ_{tr} , обусловленной сопротивлением среды поперечному массопереносу

$$\gamma = \gamma_{col} + \gamma_{tr} = NFD + NP_{tr}V_{tr}. \quad (15)$$

Заключение. По сравнению с подходом, использующим определяющие соотношения, сформулированные с применением эмпирических зависимостей реологических характеристик от числа инерции [19, 20], изложенный подход отличается более богатой феноменологией. Данное обстоятельство открывает определенную перспективу использования его для развития обобщенной реологической теории различных режимов сдвиговых течений зернистых сред. Однако следует заметить, что предложенные соотношения базируются на предположении о квазимолекулярном хаосе в потоке зернистой среды и, очевидно, нуждаются в их верификации и адаптации, в том числе, к условиям псевдожидких течений негладких неэластичных частиц с использованием методов математического и физического моделирования.

Работа выполнена с использованием научного оборудования ЦКП НИЦ «Курчатовский институт» – ИРЕА.

Список литературы

1. Jaeger, H. M. Granular Solids, Liquids, and Gases / H. M. Jaeger, S. R. Nagel, R. P. Behringer // Reviews of Modern Physics. – 1996. – Vol. 68. – P. 1259 – 1273.
2. Aranson, I. S. Patterns and Collective Behavior in Granular Media: Theoretical Concepts / I. S. Aranson, L. S. Tsimring // Reviews of Modern Physics. – 2006. – Vol. 78. – P. 641 – 692.
3. Forterre, Y. Granular Flows / Y. Forterre, O. Pouliquen // Glasses and Grains / B. Duplantier, T. Halsey, V. Rivasseau [Eds.]. – Springer Basel, 2011. – P. 77 – 110.
4. Goldhirsch, I. Rapid Granular Flows / I. Goldhirsch // Annual Review of Fluid Mechanics. – 2003. – Vol. 35. – P. 267 – 293.
5. Lois, G. Emergence of Multi-Contact Interactions Incontact Dynamics Simulations of Granular Shear Flows / G. Lois, A. Lemaitre, J. M. Carlson // Europhysics Letters. – 2006. – Vol. 76, No. 2. – P. 318 – 324. doi: 10.1209/epl/i2005-10605-1
6. Bagnold, R. A. Experiments on a Gravity Free Dispersion of Large Solid Spheres in a Newtonian Fluid under Shear / R. A. Bagnold // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences. – 1954. – Vol. 225, Issue 1160. – P. 49 – 63. doi: 10.1098/rspa.1954.0186
7. Granular Flow Down an Inclined Plane: Bagnold Scaling and Rheology / L. E. Silbert, D. Ertas, G. S. Grest [et al.] // Physical Review E. – 2001. – Vol. 64, Issue 5. – P. 051302. doi: 10.1103/PhysRevE.64.051302
8. Revisiting the 1954 Suspension Experiments of R. A. Bagnold / M. L. Hunt, R. Zenit, C. S. Campbell, C. E. Brennen // Journal of Fluid Mechanics. – 2002. – Vol. 452. – P. 1 – 24. doi: 10.1017/S0022112001006577

9. Savage, S. B. The Stress Tensor in a Granular Flow at High Shear Rates / S. B. Savage, D. J. Jeffrey // *Journal of Fluid Mechanics*. – 1981. – Vol. 110. – P. 255 – 272. doi: 10.1017/S0022112081000736
10. Brennen, C. E. *Fundamentals of Multiphase Flows* / C. E. Brennen. – Cambridge University Press, 2005. – 410 p.
11. Campbell, C. S. Granular Material Flows – An Overview / C. S. Campbell // *Powder Technology*. – 2006. – Vol. 162, Issue 3. – P. 208 – 229. doi: 10.1016/J.POWTEC.2005.12.008
12. Shen, H. H. Stress in Rapidly Sheared Fluid – Solid Mixtures / H. H. Shen, N. L. Ackermann // *Journal of Engineering Mechanics ASCE*. – 1982. – Vol. 108. – P. 113.
13. Savage, S. B. Granular Flows Down Rough Inclines – Review and Extension / S. B. Savage // *Mechanics of Granular Materials: New Models and Constitutive Relations* / J. T. Jenkins, M. Satake [Eds.]. – Elsevier Science Publishers, 1983. – Vol. 7. – P. 261 – 282. doi: 10.1016/B978-0-444-42192-0.50028-1
14. Baxter, G. W. The Temperature of a Vibrated Granular Gas / G. W. Baxter, J. S. Olafsen // *Granular Matter*. – 2007. – Vol. 9, No. 1-2. – P. 135 – 139. doi: 10.1007/s10035-006-0019-x
15. Rapid Granular Flows on a Vibrated Rough Chute: Behavior Patterns and Interaction Effects of Particles / V. N. Dolgunin, A. N. Kudi, A. A. Ukolov, M. A. Tuev // *Chemical Engineering Research and Design*. – 2017. – Vol. 122. – P. 22 – 32. doi: 10.1016/j.cherd.2017.03.038
16. Borschov, V. Ya. Phenomenological Analysis of the Interaction of Nonelastic Incoherent Particles in a Rapid Gravity Flow / V. Ya. Borschov, V. N. Dolgunin, P. A. Ivanov // *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*. – 2008. – Vol. 42 (343). – P. 331 – 335. doi: 10.1134/S0040579508030147
17. Долгунин, В. Н. Модель механизма сегрегации при быстром гравитационном течении частиц / В. Н. Долгунин, А. А. Уколов, П. В. Классен // *Теорет. основы хим. технологии*. – 1992. – Т. 26, № 5. – С. 100 – 109.
18. Campbell, C. S. Chute Flows of Granular Material: Some Computer Simulations / C. S. Campbell, C. E. Brennen // *Journal of Applied Mechanics*. – 1985. – Vol. 52, Issue 1. – P. 172 – 178. doi: 10.1115/1.3168990
19. Forterre, Y. Flows of Dense Granular Media / Forterre, O. Pouliquen // *Annual Review of Fluid Mechanics*. – 2008. – Vol. 40. – P. 1 – 24.
20. Dolgunin, V. N. Segregation Modeling of Particle Rapid Gravity Flow / V. N. Dolgunin, A. A. Ukolov // *Powder Technology*. – 1995. – Vol. 83, Issue 2. – P. 95 – 103. doi: 10.1016/0032-5910(94)02954-M
21. Interrelation of Structural and Kinematic Characteristics During Free-Surface Gravity Flows of Granular Materials / V. N. Dolgunin, A. N. Kudi, O. O. Ivanov, M. A. Tuev // *Proceedings of the Seventh International Conference on Advances in Civil, Structural and Mechanical Engineering – CSM 2018, 27–28 October, 2018, Rome, Italy. – USA, 2018. – P. 6 – 12. doi: 10.15224/978-1-63248-163-4-14*
22. Чуев, А. С. О противоречивости определений физических величин динамическая и кинематическая вязкость / А. С. Чуев // *Законодательная и прикладная метрология*. – 2012. – № 1. – С. 54 – 60.
23. Dolgunin, V. N. Development of the Model of Segregation of Particles Undergoing Granular Flow Down on Inclined Chute / V. N. Dolgunin, A. N. Kudy, A. A. Ukolov // *Powder Technology*. – 1998. – Vol. 96, Issue 3. – P. 211 – 218. doi: 10.1016/S0032-5910(97)03376-7
24. Ferziger, J. H. *Mathematical Theory of Transport Processes in Gases* / J. H. Ferziger, H. G. Kaper. – Amsterdam : North-Holland Publ., 1972. – 568 p.

To the Development of the Phenomenology of Fast Shear Flows of Grain Materials

V. N. Dolgunin, O. O. Ivanov, S. A. Akopyan

*Department of Technologies and Equipment for Food and Chemical Production,
dolgunin-vn@yandex.ru; TSTU, Tambov, Russia*

Keywords: fast shear flow; granular environment; volume fraction of solid phase; transverse mass transfer; shear stress; shear rate.

Abstract: Phenomenological approaches to describing the rheological behavior of granular materials under conditions of rapid and quasi-plastic shear deformations are considered. A unified approach to the phenomenological-logical description of the physical parameter, called the temperature of the granular medium, and the mechanisms of shear stress generation is proposed. A description is given of the mechanism for generating shear stresses under the action of a flow of pulses directed along the shear rate gradient and caused by transverse quasi-diffusion of particles. This mechanism is taken into account in the rheological model in addition to the traditional mechanism of generating kinetic shear stresses under the action of tangential shock pulses.

References

1. Jaeger H.M., Nagel S.R., Behringer R.P. Granular Solids, Liquids, and Gases, *Reviews of Modern Physics*, 1996, vol. 68, pp. 1259-1273.
2. Aranson I.S., Tsimring L.S. Patterns and Collective Behavior in Granular Media: Theoretical Concepts, *Reviews of Modern Physics*, 2006, vol. 78, pp. 641-692.
3. Forterre Y., Pouliquen O., Duplantier B., Halsey T., Rivasseau V. [Eds.] *Glasses and Grains*, Springer Basel, 2011, pp. 77-110.
4. Goldhirsch I. Rapid Granular Flows, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2003, vol. 35, pp. 267-293.
5. Lois G., Lemaître A., Carlson J.M. Emergence of Multi-Contact Interactions Incontact Dynamics Simulations of Granular Shear Flows, *Europhysics Letters*, 2006, vol. 76, no. 2, pp. 318-324, doi: 10.1209/epl/i2005-10605-1
6. Bagnold R.A. Experiments on a Gravity Free Dispersion of Large Solid Spheres in a Newtonian Fluid under Shear, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 1954, vol. 225, issue 1160, pp. 49-63, doi: 10.1098/rspa.1954.0186
7. Silbert L.E., Ertas D., Grest G.S. [et al.] Granular Flow Down an Inclined Plane: Bagnold Scaling and Rheology, *Physical Review E*, 2001, vol. 64, issue 5, p. 051302, doi: 10.1103/PhysRevE.64.051302
8. Hunt M.L., Zenit R., Campbell C.S., Brennen C.E. Revisiting the 1954 Suspension Experiments of R. A. Bagnold, *Journal of Fluid Mechanics*, 2002, vol. 452, pp. 1-24, doi: 10.1017/S0022112001006577
9. Savage S.B., Jeffrey D.J. The Stress Tensor in a Granular Flow at High Shear Rates, *Journal of Fluid Mechanics*, 1981, vol. 110, pp. 255-272, doi: 10.1017/S0022112081000736
10. Brennen C.E. *Fundamentals of Multiphase Flows*, Cambridge University Press, 2005, 410 p.
11. Campbell C.S. Granular Material Flows - An Overview, *Powder Technology*, 2006, vol. 162, issue 3, pp. 208-229, doi: 10.1016/J.POWTEC.2005.12.008

12. Shen H.H., Ackermann N.L. Stress in Rapidly Sheared Fluid - Solid Mixtures, *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, 1982, vol. 108, p. 113.
 13. Savage S.B., Jenkins J.T., Satake M. [Eds.] *Mechanics of Granular Materials: New Models and Constitutive Relations*, Elsevier Science Publishers, 1983, vol. 7, pp. 261-282, doi: 10.1016/B978-0-444-42192-0.50028-1
 14. Baxter G.W., Olafsen J.S. The Temperature of a Vibrated Granular Gas, *Granular Matter*, 2007, vol. 9, no. 1-2, pp. 135-139, doi: 10.1007/s10035-006-0019-x
 15. Dolgunin V.N., Kudi A.N., Ukolov A.A., Tuev M.A. Rapid Granular Flows on a Vibrated Rough Chute: Behavior Patterns and Interaction Effects of Particles, *Chemical Engineering Research and Design*, 2017, vol. 122, pp. 22-32, doi: 10.1016/j.cherd.2017.03.038
 16. Borschov V.Ya., Dolgunin V.N., Ivanov P.A. Phenomenological Analysis of the Interaction of Nonelastic Incoherent Particles in a Rapid Gravity Flow, *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, 2008, vol. 42 (343), pp. 331-335, doi: 10.1134/S0040579508030147
 17. Dolgunin V.N., Ukolov A.A., Klassen P.V. [Model of the mechanism of segregation in a fast gravitational flow of particles], *Teoreticheskiye osnovy khimicheskoy tekhnologii* [Theoretical foundations of chemical technology], 1992, vol. 26, no. 5, pp. 100-109. (In Russ.)
 18. Campbell C.S., Brennen C.E. Chute Flows of Granular Material: Some Computer Simulations, *Journal of Applied Mechanics*, 1985, vol. 52, issue 1, pp. 172-178, doi: 10.1115/1.3168990
 19. Forterre Y., Pouliquen O. Flows of Dense Granular Media, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2008, vol. 40, pp. 1-24.
 20. Dolgunin V.N., Ukolov A.A. Segregation Modeling of Particle Rapid Gravity Flow, *Powder Technology*, 1995, vol. 83, issue 2, pp. 95-103, doi: 10.1016/0032-5910(94)02954-M
 21. Dolgunin V.N., Kudi A.N., Ivanov O.O., Tuev M.A. Interrelation of Structural and Kinematic Characteristics During Free-Surface Gravity Flows of Granular Materials, Proceedings of the Seventh International Conference on Advances in Civil, Structural and Mechanical Engineering - CSM 2018, 27-28 October, 2018, Rome, Italy, USA, 2018, pp. 6-12, doi: 10.15224/978-1-63248-163-4-14
 22. Chuyev A.S. [On the inconsistency of definitions of physical quantities dynamic and kinematic viscosity], *Zakonodatelnaya i prikladnaya metrologiya* [Legislative and applied metrology], 2012, no. 1, pp. 54-60. (In Russ., abstract in Eng.)
 23. Dolgunin V.N., Kudy A.N., Ukolov A.A. Development of the Model of Segregation of Particles Undergoing Granular Flow Down on Inclined Chute, *Powder Technology*, 1998, vol. 96, issue 3, pp. 211-218, doi: 10.1016/S0032-5910(97)03376-7
 24. Ferziger J.H., Kaper H.G. *Mathematical Theory of Transport Processes in Gases*, Amsterdam: North-Holland Publ., 1972, 568 p.
-

Zur Entwicklung der Phänomenologie der schnellen Scherströmungen von Kornmaterialien

Zusammenfassung: Es sind phänomenologische Ansätze zur Beschreibung des rheologischen Verhaltens von körnigen Materialien unter Bedingungen schneller und quasi-plastischer Scherverformungen betrachtet. Vorgeschlagen ist ein einheitlicher Ansatz zur phänomenologisch-logischen Beschreibung des physikalischen Parameters, der als Temperatur des granularen Mediums bezeichnet wird, und der Mechanismen der Schubspannungserzeugung. Es ist der Mechanismus zur Erzeugung von

Schubspannungen unter Einwirkung eines entlang des Schergeschwindigkeitsgradienten gerichteten Pulsstroms beschrieben, der durch eine transversale Quasidiffusion von Partikeln verursacht wird. Dieser Mechanismus wird im rheologischen Modell zusätzlich zum traditionellen Mechanismus der Erzeugung kinetischer Schubspannungen unter Einwirkung von tangentialen Stoßimpulsen berücksichtigt.

Vers le développement de la phénoménologie des courants de cisaillement des matériaux granulaires

Résumé: Sont examinées les approches phénoménologiques pour décrire le comportement rhéologique des matériaux granulaires dans des conditions des déformations de cisaillement rapides et quasi-plastiques. Est proposée une approche pour la description phénoménologique d'un paramètre physique appelé température du milieu granulaire et des mécanismes de la génération des contraintes de cisaillement. Est décrit le mécanisme de la génération des contraintes de cisaillement sous l'action d'un flux d'impulsions dirigées le long du gradient de vitesse de cisaillement et entraînées par la quasi-diffusion transversale des particules. Ce mécanisme est pris en compte dans le modèle rhéologique en plus du mécanisme traditionnel de la génération de contraintes cinétiques de cisaillement sous l'influence des impulsions tangentielles.

Авторы: *Долгунин Виктор Николаевич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Технологии и оборудование пищевых и химических производств»; *Иванов Олег Олегович* – кандидат технических наук, доцент, проректор по инновационному развитию; *Акопян Сергей Акопович* – аспирант кафедры «Технологии и оборудование пищевых и химических производств», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

Рецензент: *Борщев Вячеслав Яковлевич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Технологические процессы, аппараты и техносферная безопасность», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.