

К ВОПРОСУ О СУЩЕСТВОВАНИИ СТРУКТУР ВРЕМЕННЫХ СООТНОШЕНИЙ

Е. И. Алгазин

*Кафедра «Электроника и электротехника», evgeniialgazin@gmail.com;
ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный технический университет»,
г. Новосибирск, Россия*

Ключевые слова: временные соотношения; линейная система автоматики; проекция вектора.

Аннотация: Исследованы вопросы перехода исследуемого параметра (напряжения на конденсаторе U_C) из текущей временной структуры в требуемую. Проведено исследование, указывающее на то, что исследуемый параметр может находиться одновременно во всех трех структурах временных соотношений.

Введение

Существование структур временных соотношений – мнимой, представленной переменной jt , комплексной $(t + jt)$ и вещественной t , подробно показано в работах [1, 2], где рассматривалось поведение пилотной цепи, состоящей из последовательно соединенных резистивного, емкостного и индуктивного элементов, без источника питания, с предварительно заряженным емкостным элементом до напряжения U_0 .

Изначально в структуре t номиналы элементов подобраны так, что обеспечивали колебательный режим. С помощью средств программы MathCAD показано аналитическое выражение, описывающее поведение исследуемого параметра (напряжения на емкостном элементе U_C) во всех трех временных структурах [1, 2]; раскрыты особенности описания, использования и функционирования линейных систем автоматики (ЛСА) при различных структурах временных соотношений.

Цель работы – расширить исследования путем анализа следующих вопросов: увеличение количества пилотных цепей за счет добавления новой цепи и возможности перевода U_C пилотной цепи из одной временной структуры в другую. Предложен способ оценки нахождения исследуемого параметра в различных временных структурах.

Для простоты и наглядности исследований выбран язык электротехники и линейной алгебры. Данные дисциплины изучались практически всеми техническими специалистами, поэтому выбор их неслучаен.

К особенностям исследований относятся следующие моменты: прежде всего, выбор вида пилотной цепи и описание ее функционирования в различных структурах временных соотношений, а в настоящей работе – использование аппарата линейной алгебры. Особенности исследования обеспечивают поступательное продвижение теории временных соотношений в электротехнике. Кроме того, в ходе исследований появляются новые вопросы, требующие внимания и последующего решения.

Возможно, что сужение языка исследований до использования терминов и понятий электротехники и линейной алгебры несколько уменьшает описание исследуемых процессов и не в полной мере позволяет понять процессы, происходящие в другого рода системах (например, в электромеханических, механических, квантово-механических, термодинамических и др.). Но основы анализа ЛСА могут быть распространены и на вышеперечисленные системы, в случае если математическое описание таких систем позволяет рассматривать их в различных структурах временных соотношений.

Исследование более сложных систем в будущем позволит получить информацию об их состоянии более широко и детально, чем в ЛСА, что, несомненно, полезно с точки зрения исследования структур временных соотношений.

По сравнению со сложными системами, ЛСА на начальном этапе исследований более удобны в понимании.

Постановка задачи

Дана пилотная цепь, состоящая из последовательно соединенных резистивного элемента с сопротивлением R , емкостного элемента с емкостью C и индуктивного элемента с индуктивностью L . Источник питания отсутствует. Емкостный элемент предварительно заряжен до напряжения U_0 . Далее эту цепь будем называть $R-C-L-0-U_0$.

Дана вторая пилотная цепь, состоящая из последовательно соединенных резистивного элемента с сопротивлением R' и емкостного элемента емкостью C' . Источник питания отсутствует. Емкостный элемент заряжен предварительно до напряжения U'_0 . Далее эту цепь назовем $R'-C'-0'-U'_0$.

Номиналы элементов первой пилотной цепи обеспечивают затухающий колебательный режим в цепи, второй – затухающий аperiodический режим.

Предложены структуры времени: мнимая, комплексная и вещественная. Существуют подходы в электротехнике на основе формирования аналитического выражения коэффициента передачи исследуемого параметра и подходы в линейной алгебре с оценкой величины проекции одного n -мерного вектора на другой n -мерный вектор.

Приняты следующие допущения:

- элементы, образующие первую и вторую пилотные цепи, сосредоточенные;
- обе пилотные цепи возможно использовать в различных структурах временных соотношений без дополнительных оговорок.

Исследуем способ перехода из одной временной структуры в другую с помощью коэффициента передачи и оценим присутствие исследуемого параметра в различных структурах временных соотношений.

Пути решения

Рассмотрим следующие аналитические выражения коэффициентов перехода из вещественной структуры в комплексную на примере цепи $R'-C'-0'-U'_0$.

- Выражения, описывающие поведение исследуемого параметра, имеют вид:
- в вещественной структуре

$$U_C(t) = U_0 e^{-\frac{t}{R'C'}};$$

- в комплексной

$$U_C(t + jt) = U_0 e^{-\frac{t+jt}{R'C'}}.$$

Коэффициент перехода из структуры t в $t + jt$

$$K_1 = \frac{U_C(t + jt)}{U_C(t)} = \frac{U_0 e^{-\frac{t+jt}{R'C'}}}{U_0 e^{-\frac{t}{R'C'}}} = e^{-j\frac{t}{R'C'}}.$$

Выражение, описывающее поведение исследуемого параметра, в мнимой структуре имеет вид

$$U_C(jt) = U_0 e^{-j\frac{t}{R'C'}}.$$

Коэффициенты перехода:

– из структуры $t + jt$ в jt

$$K_2 = \frac{U_C(jt)}{U_C(t + jt)} = \frac{U_0 e^{-j\frac{t}{R'C'}}}{U_0 e^{-\frac{t+jt}{R'C'}}} = e^{\frac{t}{R'C'}};$$

– из структуры jt в $t + jt$

$$K_3 = \frac{U_C(t + jt)}{U_C(jt)} = \frac{U_0 e^{-\frac{t+jt}{R'C'}}}{U_0 e^{-\frac{jt}{R'C'}}} = e^{-\frac{t}{R'C'}};$$

– из структуры $t + jt$ в t

$$K_4 = \frac{U_C(t)}{U_C(t + jt)} = \frac{U_0 e^{-\frac{t}{R'C'}}}{U_0 e^{-\frac{t+jt}{R'C'}}} = e^{\frac{jt}{R'C'}}.$$

Коэффициенты перехода возможно формировать с помощью обычных поворотных множителей, реализованных на элементах R' , C' .

Анализ величин проекций векторов исследуемого параметра U_C обеих пилотных цепей на векторы реальных и мнимых частей U_C в различных временных структурах осуществляется методами линейной алгебры.

Для описания существования исследуемого параметра в различных структурах задаются следующие номиналы элементов исследуемых пилотных цепей и напряжения U_0 :

$$U_0 = 100 \text{ В}; \quad L = 10^{-3} \text{ Гн}; \quad C = 10^{-5} \text{ Ф}; \quad \text{примем } R = \sqrt{\frac{L}{C}} = 10 \text{ Ом}.$$

В структуре времени $t + jt$ для пилотной цепи $R'-C'-O'-U'_0$ исследуемый параметр U_C будет иметь следующее аналитическое выражение:

$$U_C(t + jt) = U_0 e^{-\frac{1}{R'C'}t} e^{-\frac{1}{R'C'}jt} = U_0 e^{-\frac{1}{R'C'}t} \cos \frac{1}{R'C'}t - jU_0 e^{-\frac{1}{R'C'}t} \sin \frac{1}{R'C'}t.$$

В вещественном времени t для пилотной цепи $R-C-L-O-U_0$ исследуемый параметр U_C будет иметь следующий вид [3 – 5]:

$$U_C(t) = \frac{U_0}{\omega_{\text{св}} \sqrt{LC}} e^{-\frac{R}{2L}t} \sin(\omega_{\text{св}}t + \theta),$$

где $\omega_{\text{св}}$ – частота свободных колебаний, $\omega_{\text{св}} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$; ω_0 – резонансная частота, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$; δ – коэффициент затухания, $\delta = \frac{R}{2L}$; θ – постоянная интегрирования, $\theta = \text{arctg} \frac{\omega_{\text{св}}}{\delta}$.

Если в структуре t для пилотной цепи R–C–L–0–U₀ $R=0$, то $\delta=0$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $\omega_{\text{св}} = \omega_0$, $\theta = \text{arctg} \infty = \frac{\pi}{2}$ и аналитическое выражение для исследуемого параметра примет вид

$$U_C(t) = U_0 \sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Исследуемая цепь в дальнейшем будет названа C–L–0–U₀.

В структуре jt для пилотной цепи R'–C'–0'–U'0 исследуемый параметр U_C будет иметь следующий вид:

$$U_C(jt) = U_0 e^{-\frac{1}{R'C'}jt} = U_0 \cos \frac{1}{R'C'}t - jU_0 \sin \frac{1}{R'C'}t.$$

В структуре t , при условии $\frac{1}{RC} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $R = \sqrt{\frac{L}{C}}$, для пилотной цепи C–L–0–U₀ исследуемый параметр имеет вид

$$U_C(t) = U_0 \sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Во всех вышеприведенных аналитических выражениях исследуемого параметра U_C в пилотных цепях R–C–L–0–U₀, R'–C'–0'–U'0 и C–L–0–U₀ в вещественной структуре времени, описываемой переменной t , а также параметра U_C во временных структурах, описываемых выражением $t + jt$ и переменной jt в тех же пилотных цепях, включающего реальную и мнимую части соответственно вида $\text{Re}[U_C(t + jt)]$, $\text{Im}[U_C(t + jt)]$ и $\text{Re}[U_C(jt)]$, $\text{Im}[U_C(jt)]$, формируем n -мерные векторы, состоящие из мгновенных отсчетов представленных аналитических выражений параметра U_C путем квантования исследуемого параметра по времени $\omega = \frac{1}{RC}$.

Далее $2\pi f = \frac{1}{RC}$, $f = \frac{1}{2\pi RC}$, $2\pi f_{\text{св}} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$, $f_{\text{св}} = \frac{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}{2\pi}$, где f – циклическая частота; $f_{\text{св}}$ – циклическая частота свободных колебаний.

Находим интервал дискретизации Δt :

$$\Delta t = \frac{1}{2f} \text{ либо } \Delta t = \frac{1}{2f_{\text{св}}}.$$

При моделировании выбираем из f или $f_{\text{св}}$ наибольшую.

Используя мгновенные отсчеты, получаем значение угла между рассматриваемыми векторами и величину искомой проекции (табл. 1).

**Проекция вектора U_C пилотных цепей на вещественные
и мнимые части U_C во всех временных структурах**

Вид цепи	Проекция U_C , В		
	t	$t + jt$	jt
<i>Вещественные</i>			
R–C–L–0– U_0	100,988	100,516	16,071
C–L–0– U_0	713,358	104,431	713,358
<i>Мнимые</i>			
R–C–L–0– U_0	100,988	14,088	0,071
C–L–0– U_0	713,358	108,838	614,422

Примечание. Длина U_C для вещественной и мнимой частей в цепях R–C–L–0– U_0 и C–L–0– U_0 составляет соответственно 100,988 и 713,358 В.

Результаты

К результатам проведенного исследования следует отнести то, что при применении ЛСА в виде простейших электротехнических цепей стало возможным использовать традиционные методы анализа таких цепей. Эти методы применяются на протяжении многих лет для исследований электрических цепей в вещественной структуре временных соотношений.

Коэффициент перехода входного параметра в выходной сформирован на основе частного данных параметров. Значение исследуемого параметра в требуемой структуре равно его произведению на коэффициент перехода.

Значения углов между двумя n -мерными векторами с координатами, равными мгновенным значениям в определенные моменты времени исследуемого параметра в рассматриваемых структурах, получены на основе известного способа нахождения значения угла [5], и найдены значения проекции вектора U_C пилотных цепей в рассматриваемой структуре t на векторы реальной и мнимой частей U_C в структурах jt и $t + jt$.

Таким образом, предложенный способ перевода исследуемого параметра из текущей в требуемую структуру универсален, равно как и способ оценки величин проекций исследуемого параметра в одной структуре на Re- и Im-части такого вектора в других структурах.

Выводы

При рассмотрении поставленных задач с помощью классических цепей электротехники и методов линейной алгебры стало возможным решать следующие вопросы.

1. Возможно переводить исследуемый параметр U_C для рассматриваемых в данной работе пилотных цепей из одной временной структуры в другую с помощью коэффициента перехода. Такой коэффициент легко находится из аналитических выражений исследуемого параметра в рассматриваемых структурах.

2. На основании того, что найдены проекции вектора $U_C(t)$ на векторы $\text{Re}[U_C(t + jt)]$, $\text{Im}[U_C(t + jt)]$, $\text{Re}[U_C(jt)]$ и $\text{Im}[U_C(jt)]$, можно сделать вывод о том, что вектор $U_C(t)$ в структуре t имеет составляющие из проекции в структурах jt и $t + jt$ и, таким образом, присутствует во всех трех структурах.

3. Предложенные способы анализа состояния пилотных цепей можно использовать в дополнение к уже существующим способам исследования таких цепей [3].

4. Проведенные исследования указывают на существование структур временных соотношений и возможность анализа состояния пилотных цепей в каждой из таких структур с помощью хорошо известных подходов и способов [3].

Список литературы

1. Алгазин, Е. И. Особенности описания линейных систем автоматики при различных структурах временных соотношений / Е. И. Алгазин // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2020. – Т. 26, № 3. – С. 388 – 392. doi: 10.17277/vestnik.2020.03.pp.388-392

2. Алгазин, Е. И. Особенности функционирования линейных систем автоматики при различных структурах временных соотношений / Е. И. Алгазин // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2020. – Т. 26, № 4. – С. 604 – 608. doi: 10.17277/vestnik.2020.04.pp.604-608

3. Веселовский, О. Н. Основы электротехники и электротехнические устройства радиоэлектронной аппаратуры : учеб. пособие для вузов / О. Н. Веселовский, Л. М. Браславский. – М. : Высш. школа, 1977. – 312 с.

4. Арнольд, В. И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений / В. И. Арнольд. – М. : Наука, 1978. – 304 с.

5. Краткий физико-технический справочник. Том 1. Математика. Физика / Под общ. ред. К. П. Яковлева. – М. : Физматгиз, 1960. – 446 с.

On the Existence of Structures of Temporal Relationships

E. I. Algazin

*Department of Electronics and Electrical Engineering, evgeniialgazin@gmail.com;
Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

Keywords: temporal relationships; linear automation system; vector projection.

Abstract: The issues of the transition of the investigated parameter (voltage across the U_C capacitor) from the current temporal structure to the required one were investigated. A study was carried out to indicate that the investigated parameter can be simultaneously in all three structures of temporal relationships.

References

1. Algazin Ye.I. [Features of the description of linear automation systems with different structures of temporal relationships], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2020, vol. 26, no. 3, pp. 388-392, doi: 10.17277/vestnik.2020.03.pp.388-392 (In Russ., abstract in Eng.)

2. Algazin Ye.I. [Features of the functioning of linear systems of automation for different structures of time relationships], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2020, vol. 26, no. 4, pp. 604-608, doi: 10.17277/vestnik.2020.04.pp.604-608 (In Russ., abstract in Eng.)

3. Veselovskiy O.N., Braslavskiy L.M. *Osnovy elektrotekhniki i elektrotekhnicheskiye ustroystva radioelektronnoy apparatury: uchebnoye posobiye dlya vuzov* [Fundamentals of electrical engineering and electrical devices of electronic equipment: a textbook for high schools], Moscow: Vysshaya shkola, 1977, 312 p. (In Russ.)

4. Arnol'd V.I. *Dopolnitel'nyye glavy teorii obyknovennykh differentsial'nykh uravneniy* [Additional chapters of the theory of ordinary differential equations], Moscow: Nauka, 1978, 304 p. (In Russ.)

5. Yakovlev K.P. [Ed.] *Kratkiy fiziko-tekhnicheskiy spravochnik. Tom 1. Matematika. Fizika* [Brief physical and technical reference book. Vol. 1. Mathematics. Physics], Moscow: Fizmatgiz, 1960, 446 p. (In Russ.)

Zur Frage nach der Existenz zeitlicher Beziehungsstrukturen

Zusammenfassung: Es sind die Fragen des Übergangs des untersuchten Parameters (Spannung am Kondensator U_C) aus der aktuellen zeitlichen Struktur in die erforderliche untersucht. Es ist eine Studie durchgeführt, die darauf hinweist, dass der untersuchte Parameter gleichzeitig in allen drei Strukturen zeitlicher Beziehungen vorkommen kann.

Vers une question de l'existence des structures des relations temporelles

Résumé: Sont étudiés les problèmes de la transition du paramètre étudié (tension aux bornes du condensateur U_C) à partir de la structure temporelle actuelle à la structure requise. Est effectuée une étude qui a montré que le paramètre étudié pourrait se trouver simultanément dans les trois structures des relations temporelles.

Автор: *Алгазин Евгений Игоревич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Электроника и электротехника», ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный технический университет», г. Новосибирск, Россия.

Рецензент: *Разинкин Владимир Павлович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Теоретические основы радиотехники», ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный технический университет», г. Новосибирск, Россия.