

ОСОБЕННОСТИ ОПИСАНИЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИКИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СТРУКТУРАХ ВРЕМЕННЫХ СООТНОШЕНИЙ

Е. И. Алгазин

*Кафедра «Электроника и электротехника», evgeniialgazin@gmail.com;
ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный технический университет»,
г. Новосибирск, Россия*

Ключевые слова: временные соотношения; комплексная плоскость; электрическая цепь.

Аннотация: Наиболее часто используется структура времени в виде вещественного числа, позволяющего представлять времязависимые процессы в виде аналитических выражений, дающих возможность анализировать исследуемые параметры данных процессов. Однако автором сделаны допущения о неединственности структуры времени, с учетом которой проведены оценки состояния параметров, характеризующих такие процессы.

Введение

В теории дифференциальных уравнений в ряде случаев используются известное комплексное представление времени для получения аналитических выражений [1, с. 284], однако, в области значений, соответствующей электротехнике, применяется впервые. Кроме того, в исследуемом случае, когда $\tau = -\frac{1}{p}$ и корень характеристического уравнения комплексный, возможно появление комплексного τ . В дальнейшем это учитывается при оценке напряжения на конденсаторе U_C в виде затухающей экспоненты с комплексными показателями. При этом часть решения соответствует мнимой части параметра напряжения на конденсаторе. Формально нельзя вмешиваться в мнимую часть решения, однако, реализовать в виде фрагмента технического устройства, для оценки процессов в цепи, возможно. При этом можно менять характеристики такого фрагмента, но создать датчик мнимого времени на сегодняшний день затруднительно.

Постановка задачи

Пусть задана линейная электрическая цепь R–C–L–0 в виде последовательного соединения следующих элементов: R – резистор, обладающий сопротивлением R ; C – конденсатор, обладающий емкостью C ; L – катушка, обладающая индуктивностью L .

Конденсатор предварительно заряжен до напряжения U_0 . В цепи происходит разряд конденсатора. Номиналы элементов цепи подобраны таким образом, чтобы обеспечить колебательный разряд, при этом корни характеристического уравнения являются комплексно-сопряженными.

Элементы цепи являются сосредоточенными линейными элементами. Кроме того, приняты следующие допущения:

- конденсатор не имеет токов утечки.
- катушка индуктивности не имеет межвитковых емкостей.

Необходимо, задавшись нижеописанными структурами времени, оценить колебательный процесс в виде аналитических выражений для напряжения на конденсаторе.

Пути решения

В работе [2] несмотря на то, что корни, указывающие на колебательный режим исследуемой цепи, комплексно-сопряжены, и им соответствуют формально комплексно-сопряженные постоянные времени цепи, анализ величины напряжения на конденсаторе U_c ведется в области вещественного времени.

Рассмотрим структуру времени и введем комплексное время, состоящее из вещественной и мнимой частей, а также чисто мнимое время, состоящее только из мнимой части.

С учетом такого введения получим аналитическое выражение $U_c(t)$ и проведем анализ всех трех структур времени.

На основании такого анализа выявим особенности поведения исследуемой R–C–L–0 цепи.

В общем виде $U_c(t)$ имеет следующее аналитическое выражение:

$$U_c(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t},$$

где $U_c(t)$ – мгновенное значение напряжения на конденсаторе; A_1, A_2 – постоянные интегрирования; p_1, p_2 – комплексно-сопряженные корни.

Найдем A_1 и A_2 :

при $t = 0$:

$$U_c(0) = A_1 + A_2 = U_0;$$

$$i_c(t) = C \frac{dU_c}{dt} = CA_1 p_1 e^{p_1 t} + CA_2 p_2 e^{p_2 t},$$

где $i_c(t)$ – ток конденсатора в цепи;

$$i_c(0) = CA_1 p_1 = CA_2 p_2 = 0,$$

откуда:

$$A_1 = U_0 - A_2, A_2 = U_0 - A_1,$$

далее:

$$CA_1 p_1 + C(U_0 - A_1) p_2 = 0;$$

$$CA_1 p_1 + CU_0 p_2 - CA_1 p_2 = 0.$$

Сократим множитель C и, проведя преобразование, получим:

$$A_1 = -\frac{U_0 p_2}{p_1 - p_2};$$

$$A_2 = -\frac{U_0 p_1}{p_1 - p_2}.$$

Зная, что $p_1 = \alpha + j\beta$, $p_2 = \alpha - j\beta$, где α , β – соответственно вещественная и мнимая части корня, детализируем A_1 и A_2 :

$$A_1 = -\frac{U_0(\alpha - j\beta)}{2j\beta};$$

$$A_2 = -\frac{U_0(\alpha + j\beta)}{2j\beta}.$$

Откуда:

$$A_1 + A_2 = U_0;$$

$$A_1 - A_2 = -\frac{U_0\alpha}{j\beta};$$

$$A_2 - A_1 = -\frac{U_0\alpha}{j\beta}.$$

Пусть время описывается вещественной переменной t . Тогда получим

$$\begin{aligned} U_c(t) &= A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} = (A_1 + A_2) e^{-\alpha t} \cos(\beta t) + j(A_1 - A_2) e^{-\alpha t} \sin(\beta t) = \\ &= U_0 e^{-\alpha t} \cos(\beta t) - U_0 \frac{\alpha}{\beta} e^{-\alpha t} \sin(\beta t). \end{aligned}$$

При описании времени комплексной переменной $t = jt$ имеем

$$\begin{aligned} U_c(t) &= A_1 e^{(-\alpha - \beta)t} \cos(-\alpha + \beta)t + A_2 e^{(-\alpha + \beta)t} \cos(-\alpha - \beta)t + \\ &+ jA_1 e^{(-\alpha - \beta)t} \sin(-\alpha + \beta)t + jA_2 e^{(-\alpha + \beta)t} \sin(-\alpha - \beta)t. \end{aligned}$$

При описании времени чисто мнимой переменной jt имеем

$$\begin{aligned} U_c(t) &= \frac{U_0}{2} (e^{-\beta t} + e^{\beta t}) \cos(\alpha t) + \frac{U_0\alpha}{2\beta} (e^{-\beta t} - e^{\beta t}) \sin(\alpha t) + \\ &+ j \left[\frac{U_0\alpha}{2\beta} (e^{-\beta t} - e^{\beta t}) \cos(\alpha t) - \frac{U_0}{2} (e^{-\beta t} + e^{\beta t}) \sin(\alpha t) \right]. \end{aligned}$$

Результаты

В результате проведенных исследований выяснено, что при различных структурах времени существует описание исследуемых параметров (в нашем случае напряжения на конденсаторе U_c) как в реальной, так и мнимой частях описания анализируемой схемы.

С точки зрения методологии исследования электрических цепей это представляет собой несомненный интерес. Исследования колебательного режима для всех структур времени проведены впервые и указывают на то, что в настоящее время все цепи рассчитываются в области вещественной составляющей времени, полагая мнимую составляющую равной нулю, а также позволяют оценить как вещественную, так и мнимую составляющие напряжения на конденсаторе.

Выводы

Установлено, что структура времени может быть вещественной, комплексной, мнимой.

Описание исследуемого параметра U_c в реальной и мнимой частях исчерпывающее. При появлении мнимой части времени появляется мнимая часть описания исследуемого параметра U_c .

Невозможно сказать, что мнимая часть времени обуславливает наличие мнимой части U_c . (В нашем случае R–C–L–0 цепи), и наоборот, мнимая U_c обуславливает наличие мнимой части времени. Таким образом, мнимое время и мнимая составляющая U_c являются взаимосвязанными понятиями.

Приоритет в смысле времени обусловлен вещественной частью описания исследуемого параметра U_c . Это следует из того, что в момент $t = 0$ существует напряжение U_0 в вещественной части U_c , а его мнимая часть равна нулю.

Представленный метод анализа линейных электронных цепей является дополнением и расширением существующих методов.

Список литературы

1. Арнольд, В. И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений / В. И. Арнольд. – М. : Наука, 1978. – 304 с.
2. Веселовский, О. Н. Основы электротехники и электротехнические устройства радиоэлектронной аппаратуры : учеб. пособие для вузов / О. Н. Веселовский, Л. М. Браславский. – М. : Высш. школа, 1977 – 312 с.

Features of the Description of Linear Automation Systems with Different Time Structures

E. I. Algazin

*Department of Electronics and Electrical Engineering, evgeniialgazin@gmail.com;
Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia*

Keywords: timing relationships; complex plane; electrical circuit.

Abstract: The most frequently used structure of time is the one in the form of a real number, which represents time-dependent processes in the form of analytical expressions that make it possible to analyze the studied parameters of these processes. However, the author made assumptions about the non-uniqueness of the time structure, taking into account which the estimates of the state of the parameters characterizing such processes were made.

References

1. Arnol'd V.I. *Dopolnitel'nyye glavy teorii obyknovennykh differentsial'nykh uravneniy* [Additional chapters of the theory of ordinary differential equations], Moscow: Nauka, 1978, 304 p. (In Russ.)

2. Veselovskiy O.N., Braslavskiy L.M. *Osnovy elektrotehniki i elektrotekhnicheskiye ustroystva radioelektronnoy apparatury: uchebnoye posobiye dlya vuzov* [Fundamentals of electrical engineering and electrical devices of electronic equipment: a textbook for high schools], Moscow: Vysshaya shkola, 1977, 312 p. (In Russ.)

Merkmale der Beschreibung der linearen Automatisierungssysteme mit unterschiedlichen Zeitstrukturen

Zusammenfassung: Die am häufigsten verwendete Zeitstruktur ist die Form einer reellen Zahl, die es ermöglicht, zeitabhängige Prozesse in Form der analytischen Ausdrücke darzustellen, mit deren Hilfe man die untersuchten Parameter dieser Prozesse analysieren kann. Der Autor machte jedoch Annahmen über die Nicht-Eindeutigkeit der Zeitstruktur, unter Berücksichtigung derer die Bewertung des Zustandes der Parameter, die solche Prozesse charakterisieren, durchgeführt worden ist.

Particularités de la description des systèmes linéaires d'automatisation avec de différentes structures des relations temporelles

Résumé: La structure du temps est le plus couramment utilisée sous forme de nombre réel ce qui permet de représenter les processus dépendant du temps sous la forme d'expressions analytiques qui donnent la possibilité d'analyser les paramètres étudiés de ces processus. Cependant, l'auteur expose une hypothèse que la structure temporelle n'est pas unique en tenant compte des évaluations de l'état des paramètres caractérisant ces processus.

Автор: *Алгазин Евгений Игоревич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Электроника и электротехника», ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный технический университет», г. Новосибирск, Россия.

Рецензент: *Разинкин Владимир Павлович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Теоретические основы радиотехники», ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный технический университет», г. Новосибирск, Россия.