УДК 004.896
DOI: 10.17277/vestnik.2020.01.pp.064-078

ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ФИНАНСОВОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬЮ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

Д. В. Поляков[1], А. И. Попов[2]

Кафедры: «Информационные системы и защита информации» (1), «Техника и технологии производства нанопродуктов» (2), dimadress@yandex.ru; ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия

Ключевые слова: искусственный интеллект; теория нечетких множеств; управление деятельностью; цифровизация экономики.

Аннотация: Обоснована необходимость формализации механизма принятия управленческих решений для использования в программных средствах и целесообразность использования теории нечетких множеств для построения систем искусственного интеллекта. Показано применение теории нечетких множеств для разработки механизма оценки привлекательности инвестиционного проекта. Дано описание модели принятия решения о приобретении финансовых активов.

Цифровизация экономики предполагает активное внедрение информационных технологий как при производстве продукции, так и на различных этапах управления деятельностью хозяйствующих субъектов. В контексте разработки систем искусственного интеллекта представляет актуальность разработка процедур анализа информации, определяющей ключевые параметры экономических процессов, и, прежде всего, связанных со значительными финансовыми потоками.

Анализ функционирования сложных экономических систем невозможно себе представить без экспертов. Например, их опыт позволяет довольно точно предсказывать выгодную стратегию поведения на финансовых рынках или подготовить обоснованное и экономически выгодное управленческое решение, определяющее стратегию поведения предприятия [1 – 4]. Разработка механизма агрегирования данного опыта и его формализации для использования в программных средствах является актуальной задачей.

Теория нечетких множеств является тем самым методом построения искусственного интеллекта, который позволяет формализовать человеческую логику и, по сути, научить вычислительное устройство оперировать человеческими категориями, посредством специализированного программного обеспечения [5].

Рассмотрим применение теории нечетких множеств для разработки механизма оценки привлекательности инвестиционного проекта. Пусть есть n активов, которые можно купить или продать. Покупка означает инвестирование в актив, а продажа – вывод средств. Множество $A = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$ задает цену для единицы (или размера минимальной покупки) каждого актива, а именно a_i – цена покупки i-го актива, $\forall i = \overline{1, n}$, $a_i \in N_0$, где $N_0 = N \cup \{0\} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$. Цену, в рамках предлагаемой модели, будем рассматривать как неотрицательное целое число в некоторых условных единицах. Кроме множества A введем еще множество $B = \{b_1, b_2, ..., b_n\}$, аналогичным образом задающее стоимость продажи каждого актива. В частном случае A может быть равно B, вместе с тем, при торговле на специализированных платформах из-за кредитного плеча и маржи рассматриваемые множества могут не совпадать. Очевидно, что значения a_i и b_i , $\forall i = \overline{1, n}$, будут различаться, на этом собственно и строится возможность заработать, инвестируя в тот или иной актив. Однако, в силу того, что вид кривых $a_i(t)$ и $b_i(t)$, где t – время, неизвестен, и в рамках предлагаемой модели задача построения данных кривых не актуальна, будем рассматривать дискретную ситуацию, при которой в каждый фиксированный момент времени принятия решения о покупке или продаже актива, цены, заданные множествами A и B – фиксированы. Также введем в рассмотрение множество $C = \{c_1, c_2, ..., c_n\}$, где c_i – волатильность i-го актива $\forall i = \overline{1, n},\ a_i \in R$.

Прежде чем осуществить дальнейшие построения, уточним, что предлагаемая модель не несет в себе задачу разработки новых более эффективных торговых роботов, так как является крайне обобщенной. Данная работа создана с целью предложить подход к формализации торговых алгоритмов, основанных на мнениях экспертов, посредством теории нечетких множеств. В работе не рассматриваются вопросы, связанные с тем, как строятся мнения экспертов и кто является экспертами. Так, в качестве экспертов могут выступать сами торговые роботы. Также не рассматриваются вопросы разработки торговых алгоритмов, которые связаны с конкретной торговой площадкой, типом активов, условиями инвестирования, а также экономической теорией.

Зададим ряд лингвистических переменных, формализующих интересующие нас характеристики активов, экспертов и их мнений и построим на их основе подход к формализации торговых алгоритмов посредством нечеткой логики.

Пусть X – некоторая произвольная лингвистическая переменная, тогда в соответствии с классическим подходом [6] X имеет вид

$$X = \langle x, T_x, C_x, G_x, M_x \rangle, \qquad (1)$$

где x – имя лингвистической переменной X; T_x – терм-множество значений X, то есть множество базовых значений лингвистической переменной; G_x – множество синтаксических правил, порождающих новые (не базовые) значения лингвистической переменной X и состоящих из синтаксических связок Sv_x и модификаторов Mod_x, то есть $G_x = Sv_x \cup Mod_x$; C_x – область определения функций принадлежности, формализующих значения лингвистических переменных; M_x – множество правил, задающих как вид функций принадлежности, формализующих значения лингвистической переменной, представленные в терм-множестве, так и семантику для новых, порожденных посредством G_x, значений.

Отметим ряд важных моментов при построении лингвистических переменных.

1. Каждому терму из множества T_x ставится в соответствие некоторая функция принадлежности из M_x, задавая, таким образом, семантику данного терма.

2. Каждому модификатору или синтаксической связке из G_x ставится в соответствие унарное или бинарное преобразование из M_x соответственно.

3. Синтаксические связки «и» и «или», а также модификатор «не», являются классическими для всех лингвистических переменных. Они формализуются посредством норм, конорм и операции отрицания соответственно. Существует множество видов данных операций [7], конкретный вид операции выбирается из соображений адекватности модели. На этапе разработки модели норма, конорма

и операция отрицания классически обозначаются как $T(x, y)$, $S(x, y)$ и $n(x)$ соответственно, где $x, y \in C_x$.

4. При построении T_x в основном используются три терма, которые можно условно обозначить как «маленькое», «среднее» и «большое» значения величины, формализуемой лингвистической переменной. Прочие значения лингвистических переменных строятся на основе данных посредством модификаторов. Например, модификатор «очень», позволяет построить значения «очень маленькое» или «очень большое», а модификатор «не» добавить к данным вариантам такие значения лингвистической переменной как «не маленькое» или «не очень большое». Семантику значений «маленькое» и «большое» удобно задавать функциями вида:

$$\mu_{\text{маленькое}}(x) = \min\{1, \max\{0, f(x)\}\} \forall x \in C_x, \tag{2}$$

где $f(x)\downarrow$ на C_x;

$$\mu_{\text{большое}}(x) = \min\{1, \max\{0, g(x)\}\} \forall x \in C_x, \tag{3}$$

где $g(x)\uparrow$ на C_x.

Таким образом, для задания функций принадлежности, формализующих значения лингвистической переменной из терм-множества, условно обозначенные как «маленькое» и «большое» в виде (2) и (3), достаточно задать $f(x)\downarrow$ на C_x и $g(x)\uparrow$ на C_x.

5. Значение лингвистической переменной из терм-множества T_x, условно обозначенное как «среднее», с семантической точки зрения близко к понятию «не большое и не малое». А семантику данного значения легко построить, используя функции (2) и (3), а также норму и операцию отрицания. Тогда

$$\mu_{\text{среднее}}(x) = T\left(n\left(\mu_{\text{большое}}(x)\right), n\left(\mu_{\text{маленькое}}(x)\right)\right) \forall x \in C_x. \tag{4}$$

Таким образом, достаточно задать вид функций $f(x)$ и $g(x)$, а также нормы и операцию отрицания, чтобы посредством (2) – (4) построить функции принадлежности, формализующие значения терм-множества T_x.

Отметим, что норма, конорма и операция отрицания выбираются одинаковыми для всех лингвистических переменных в рамках модели, так как соответствующие им синтаксические связки и модификатор применяются не только к элементам терм-множества в рамках построения значения одной лингвистической переменной, но и к нескольким лингвистическим переменным для формирования правил. Поэтому для задания функций принадлежности конкретной лингвистической переменной удобно ограничиться заданием $f(x)$ и $g(x)$, тогда как непосредственно сами функции уже строятся на основе (2) – (4).

Моменты, определенные в пунктах 1 – 5, позволяют задать лингвистическую переменную в виде таблицы. Примером послужит лингвистическая переменная V «волатильность», заданная посредством табл. 1.

Зададим для примера норму, конорму и операцию отрицания

$$\begin{cases} T(x, y) = xy\,, \\ S(x, y) = x + y - xy\,, \\ n(x) = 1 - x\,. \end{cases} \tag{5}$$

Норма и конорма, предложенные в (5), называются вероятностными и довольно широко используются, а операция отрицания из (5) является классической и наиболее часто используемой в нечеткой логике.

Таблица 1

Лингвистическая переменная *V*

Наименование элемента	Значение элемента
T_V	{«низкая», «средняя», «высокая»}
C_V	R – множество действительных чисел
$f_V(x)$	$2{,}1 - 11x$
$g_V(x)$	$0{,}5x - 1$
G_V	M_V
«очень»	x^2
«крайне»	x^3

Отметим, что каждое значение лингвистической переменной задает нечеткое подмножество C_x, которое в свою очередь определяется некоторой функцией принадлежности. Рассмотрим, в качестве примера, подробнее синтаксис и семантику нескольких значений переменной *V*.

1. $V = \text{низкая}$. В этом случае в силу (2) и данных из табл. 1 строим функцию принадлежности

$$\mu_{\text{низкая}}(x) = \min\{1, \max\{0, 2{,}1 - 11x\}\} \; \forall x \in R. \qquad (6)$$

График $\mu_{\text{низкая}}(x)$ изображен на рис. 1, *а*.

2. $V = \text{высокая}$. В этом случае в силу (3) и данных из табл. 1 строим функцию принадлежности

$$\mu_{\text{высокая}}(x) = \min\{1, \max\{0, 0{,}5x - 1\}\} \; \forall x \in R\,. \qquad (7)$$

График $\mu_{\text{высокая}}(x)$ изображен на рис. 1, *б*.

3. $V = \text{средняя}$. Для построения функции принадлежности, формализующее значение лингвистической переменной «средняя» воспользуемся выражением (4), а также формализациями нормы и операции отрицания из (5). Тогда искомая функция принадлежности имеет вид

$$\mu_{\text{средняя}}(x) = (1 - \mu_{\text{высокая}}(x))(1 - \mu_{\text{низкая}}(x))\,, \qquad (8)$$

где $\mu_{\text{высокая}}(x)$ и $\mu_{\text{низкая}}(x)$ вычисляются по формулам (6) – (7). График $\mu_{\text{средняя}}(x)$ изображен на рис. 1, *в*.

Отметим, что построение (8) уже предполагает формализацию семантики значения, созданного с использованием модификатора «не» и связки «и», так как было допущено, что семантика значения «среднее» эквивалентно семантике значения «не большое и не малое».

4. $V = \text{крайне средняя}$. Данное значение сконструировано из значения «среднее» посредством модификатора «крайне». Следовательно, функция принадлежности, задающая семантику «крайне средняя», создается из $\mu_{\text{средняя}}(x)$, путем применения к ней правила из M_x, соответствующего модификатору «среднее». Согласно табл. 1, данное правило представляет собой возведение в куб. Тогда функция принадлежности, формализующая значение лингвистической переменной «крайне средняя», имеет вид

$$\mu_{\text{крайне средняя}}(x) = (1 - \mu_{\text{высокая}}(x))^3 (1 - \mu_{\text{низкая}}(x))^3, \tag{9}$$

где $\mu_{\text{высокая}}(x)$ и $\mu_{\text{низкая}}(x)$ вычисляются по формулам (6) – (7), а ее график представлен на рис. 1, *г*.

5. $V = \text{не очень высокая}$. Здесь рассматривается пример значения лингвистической переменной, сформированного двойным последовательным применением модификаторов «не» и «очень». Соответствующая функция принадлежности строится на основе последовательного применения соответствующим данным модификаторам правил к $\mu_{\text{высокая}}(x)$. Тогда, согласно (7), (5) и табл. 1, искомая функция принадлежности будет иметь вид

$$\mu_{\text{не очень высокая}}(x) = (1 - \mu_{\text{высокая}}(x))^2, \tag{10}$$

где $\mu_{\text{высокая}}(x)$ задано выражением (7). На рисунке 1, *д*, представлен график функции (10).

Отметим, что порядок применения модификаторов также крайне важен. В качестве иллюстрации на рис. 1, *е*, изображен график функции принадлежности, формализующий значение «очень не высокая» лингвистической переменной V.

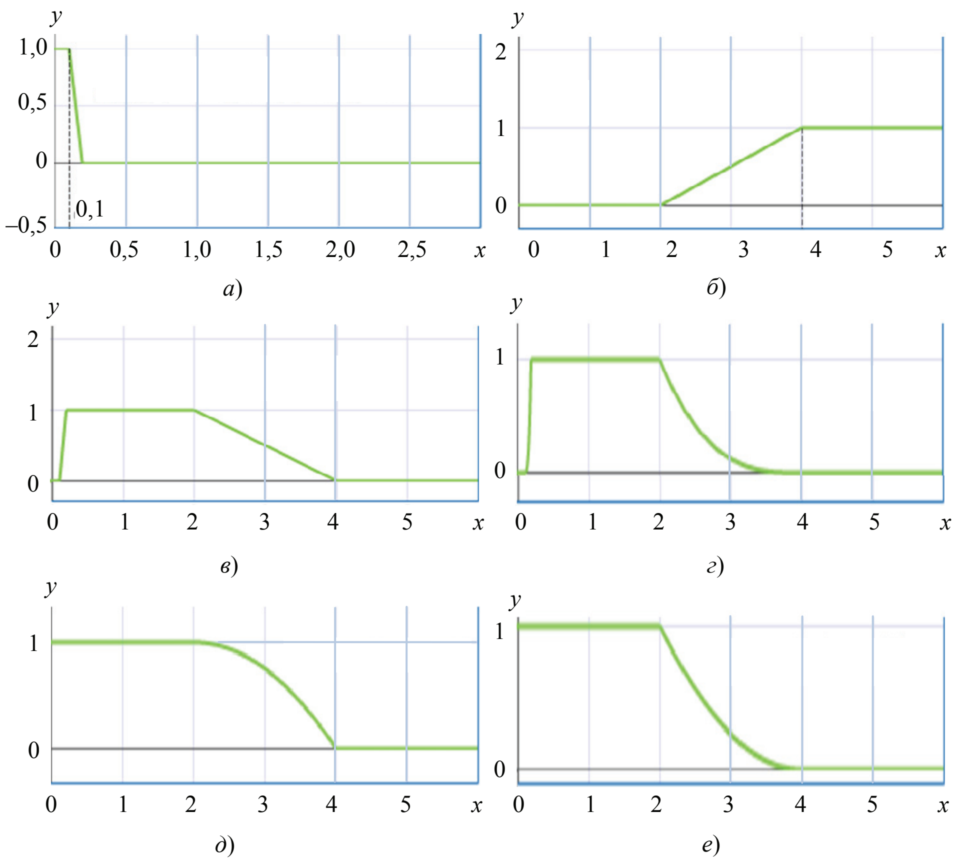

Рис. 1. Графики функций принадлежности значений «низкая» (*а*), «высокая» (*б*), «средняя» (*в*), «крайне средняя» (*г*), «не очень высокая» (*д*), «очень не высокая» (*е*) лингвистической переменной *V*

Каждое значение лингвистической переменной задает нечеткое множество, являющееся подмножеством C_x, в общем случае и, согласно табл. 1, подмножеством R в случае рассматриваемого примера с волатильностью V. Так, например, значение «не очень высокая» задает нечеткое подмножество $\widetilde{M}_{\text{не очень высокая}} \in R$, формализованное функцией принадлежности (10).

Пусть волатильность c_i некоторого актива $i = \overline{1, n}$ измерена. В таблице 2 представлен расчет по формулам (6) – (10) степеней принадлежности нескольких примеров значений волатильности к рассмотренным ранее значениям лингвистической переменной. Каждый столбец в своем заголовке имеет конкретное значение волатильности, и ниже рассчитаны степени принадлежности к нечетким множествам, заданным различными значениями лингвистической переменной. Например, из шестого столбца видно, что волатильность 2,5 принадлежит к нечеткому множеству «низких волатильностей» ($\widetilde{M}_{\text{низкая}} \in R$) со степенью принадлежности 0, то есть другими словами: 2,5 не принадлежит множеству $\widetilde{M}_{\text{низкая}}$ или можно сказать, что 2,5 не является низкой волатильностью, но все остальные значения в шестом столбце табл. 2 не нулевые. Таким образом, волатильность 2,5, согласно предложенной модели, является одновременно и «высокой», и «средней», и «крайне средней», и «не очень высокой», то есть 2,5 одновременно принадлежит множествам $\widetilde{M}_{\text{высокая}}, \widetilde{M}_{\text{средняя}}, \widetilde{M}_{\text{крайне средняя}}, \widetilde{M}_{\text{не очень высокая}} \in R$. Вместе с тем 2,5 принадлежит данным множествам не в равной степени. Если бы модель строилась в рамках классической теории множеств, все значения функций принадлежности μ были бы 0 и 1: значение, равное 0, означало бы, что 2,5 не принадлежит некоторому множеству, а 1 – напротив, принадлежит. Теория нечетких множеств позволяет построить более гибкую модель, так как можно судить не только о принадлежности элемента множеству, но и о степени этой принадлежности, то есть ответить на вопрос: насколько данное значение волатильности является большим или средним? Например, тот факт, что $\mu_{\text{высокая}}(2{,}5) = 0{,}25$, а $\mu_{\text{средняя}}(2{,}5) = 0{,}75$, говорит о том, что 0,25 «в большей степени средняя волатильность, чем высокая», а $\mu_{\text{не очень высокая}}(2{,}5) = 0{,}938$ означает, что 0,25 «скорее не очень высокая волатильность, чем средняя».

Таблица 2

Примеры степеней принадлежности к значениям лингвистической переменной *V*

Функция принадлежности c_i	Пример волатильности								
	0,050	0,100	0,150	2,000	2,500	3,000	3,500	4,000	4,500
$\mu_{\text{низкая}}(c_i)$	1,000	1,000	0,450	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
$\mu_{\text{высокая}}(c_i)$	0,000	0,000	0,000	0,000	0,250	0,500	0,750	1,000	1,000
$\mu_{\text{средняя}}(c_i)$	0,000	0,000	0,550	1,000	0,750	0,500	0,250	0,000	0,000
$\mu_{\text{крайне средняя}}(c_i)$	0,000	0,000	0,166	1,000	0,422	0,125	0,016	0,000	0,000
$\mu_{\text{не очень высокая}}(c_i)$	1,000	1,000	1,000	1,000	0,938	0,750	0,438	0,000	0,000

Такая ситуация с конкретными значениями волатильности имеет место только при заданных в системе (5) норме, конорме и операции отрицания, а также в виде функций из табл. 1.

Таким образом, теория нечетких множеств позволяет на основе собранных данных оперировать логикой в естественных для человека терминах и семантике, применяя при этом строгий математический аппарат.

Заметим, что в табл. 2 приведены только функции принадлежности рассмотренных в качестве примеров значений лингвистической переменной. Вместе с тем возможных значений V гораздо больше. Они формулируются посредством терм-множества T_V и модификаторов G_V. После чего на основе $f_V(x)$, $g_V(x)$ и M_V строятся соответствующие данным значениям лингвистической переменной функции принадлежности.

Рассмотрим задачу формализации экспертного мнения. Сигналом s назовем высказывание эксперта, которое можно формально представить в виде кортежа

$$s = \langle k, b, t, \Delta t, \mu \rangle, \tag{11}$$

где $k \in N$ – номер актива; $b \in B = \{0, 1\}$ – число, задающее мнение эксперта относительно k-го актива, а именно, если $b = 0$, это означает, что эксперт рекомендует не покупать k-й актив, в противном случае, при $b = 1$, сигнал означает, что эксперт рекомендует приобрести k-й актив; $t \in N$ – момент времени, в который сделан прогноз; Δt – временной интервал, на котором, по мнению эксперта, будет рост стоимости актива или не будет, в случае если $b = 0$; $\mu \in [0, 1]$ – степень принадлежности эксперта к множеству доверенных экспертов ($\widetilde{D} \subset U$, где U – множество всех возможных экспертов), которую можно оценить например как долю верных прогнозов, сделанных экспертом или на основе опыта и результатов его прошлых инвестиций.

Отметим, что экономическая система зачастую предлагает возможность заработать как на росте цены актива, так и на ее падении. Примером может служить так называемая «игра на понижение» или торговля валютными парами. В рамках рассматриваемой модели заработок на росте цены реального актива и на ее падении рассматривается как покупка разных активов. В качестве примера удобно рассмотреть торговлю валютными парами. Рассмотрим, например, пару AUD/JPY, она задает поведение австралийского доллара относительно японской иены. Торговые платформы предлагают купить или продать пару AUD/JPY, что, по сути, означает сделать ставку на то, что австралийский доллар будет расти по отношению к иене и наоборот соответственно. Если предлагаемую модель применить к данной задаче, то покупка и продажа пары AUD/JPY будут формализованы как покупка двух разных активов.

Таким образом, сигнал с $b = 0$ не означает, что цена актива будет падать. Это означает, что покупка данного актива, по мнению эксперта, не принесет прибыли, а под покупкой актива может пониматься как непосредственная покупка реального актива, так и действия по получению прибыли из снижения его стоимости.

Рассмотрим некоторое правило H для принятия решения о покупке активов, сформулированное на естественном языке и подход к его формализации средствами нечеткой логики.

Пусть H = «**Если** стоимость актива при покупке не высокая, **а** при продаже не низкая, **и** волатильность не очень высокая **и** много недавних сигналов на разные временные интервалы от доверенных экспертов о том, что актив надо покупать, **а также** крайне мало сигналов от доверенных экспертов о том, что актив покупать не надо, **то** актив стоит купить».

Отметим, что в данной работе не рассматривается целесообразность того или иного правила для инвестирования. В разное время и на разных площадках эффективные правила могут существенно отличаться. Правило *A* взято для примера построения нечеткого логического выражения на основе правил инвестирования, сформулированных не естественном языке.

Для формализации правила *H* достаточно ввести следующие лингвистические переменные и нечеткие множества.

1) Стоимость актива при покупке $P = \langle p, T_p, C_p, G_p, M_p \rangle$. По аналогии с заданием лингвистической переменной «волатильность» посредством табл. 1, зададим лингвистическую переменную *P* с помощью табл. 3.

2) Стоимость актива при продаже $L = \langle l, T_l, C_l, G_l, M_l \rangle$. Аналогично, данная лингвистическая переменная зададим посредством табл. 3.

3) Волатильность $V = \langle v, T_v, C_v, G_v, M_v \rangle$. Несмотря на то что лингвистическая переменная *V* была задана еще в табл. 1, в целях соблюдения базовой добросовестности при построении модели целесообразно переопределить данную переменную. Так как конкретные значения, приведенные в табл. 1, взяты для примера и не отражают наши представления относительно какого-либо конкретного актива и, тем более, не годятся для обобщенного, независимого от типа актива задания лингвистической переменной $V = \langle v, T_v, C_v, G_v, M_v \rangle$. Поэтому здесь и далее будем считать, что *V* задается табл. 3.

Таблица 3

Лингвистические переменные

Наименование элемента	Значение элемента
1	2
	P
T_p	{«низкая», «средняя», «высокая»}
C_p	N_0 – множество натуральных чисел и 0
$f_p(x)$	$P_f\ (x)$ – многочлен, удовлетворяющий требованиям $f_p\,(x)$ на ее области определения
$g_p(x)$	$P_g\ (x)$ – многочлен, удовлетворяющий требованиям $g_p\,(x)$ на ее области определения
G_p	M_p
«очень»	$x^{\alpha\ p}$
«крайне»	$x^{\beta\ p}$
	L
T_l	{«низкая», «средняя», «высокая»}
C_l	N_0 – множество натуральных чисел и 0
$f_l(x)$	$L_f\,(x)$ – многочлен, удовлетворяющий требованиям f_l (x) на ее области определения
$g_l(x)$	$L_g\,(x)$ – многочлен, удовлетворяющий требованиям g_l (x) на ее области определения
G_l	M_l
«очень»	$x^{\alpha\ l}$
«крайне»	$x^{\beta\ l}$

1	2
Повторное определение лингвистической переменной *V*	
T_V	{«низкая», «средняя», «высокая»}
C_V	R – множество действительных чисел
$f_V(x)$	V_f (x) – многочлен, удовлетворяющий требованиям $f_V(x)$ на ее области определения
$g_V(x)$	V_g (x) –многочлен, удовлетворяющий требованиям $g_V(x)$ на ее области определения
G_V	M_V
«очень»	x^{α_v}
«крайне»	x^{β_v}
Q	
T_q	{«мало», «средне», «много»}
C_q	R – множество действительных чисел
$f_q(x)$	Q_f (x) – многочлен, удовлетворяющий требованиям $f_q(x)$ на ее области определения
$g_q(x)$	Q_g (x) – многочлен, удовлетворяющий требованиям $g_q(x)$ на ее области определения
G_q	M_q
«очень»	x^{α_q}
«крайне»	x^{β_q}
T	
T_τ	{«недавно», «средней давности», «давно»}
C_τ	N_0 – множество натуральных чисел и 0
$f_\tau(x)$	T_f (x) – многочлен, удовлетворяющий требованиям $f_\tau(x)$ на ее области определения
$g_\tau(x)$	T_g (x) – многочлен, удовлетворяющий требованиям $g_\tau(x)$ на ее области определения
G_τ	M_τ
«очень»	x^{α_τ}
«совсем»	x^{β_τ}
O	
T_o	{«маленькое», «среднее», «большое»}
C_o	R – множество действительных чисел
$f_o(x)$	O_f (x) – многочлен, удовлетворяющий требованиям $f_o(x)$ на ее области определения
$g_o(x)$	O_g (x) – многочлен, удовлетворяющий требованиям $g_o(x)$ на ее области определения
G_o	M_o
«очень»	x^{α_o}
«крайне»	x^{β_o}

4) Количество сигналов $Q = \langle q, T_q, C_q, G_q, M_q \rangle$. Зададим Q с помощью табл. 3.

5) Время появления сигнала $T = \langle \tau, T_\tau, C_\tau, G_\tau, M_\tau \rangle$. Рассмотрим табл. 3, в которой задана переменная T.

6) Количество различных временных интервалов Δt, на которые есть сигналы $O = \langle o, T_o, C_o, G_o, M_o \rangle$. Лингвистическая переменная O задана в табл. 3.

Пусть S – множество сигналов на момент принятия решения, представленных в виде (11). Введем следующие обозначения:

$|S| = m$, где – мощность (количество элементов) множества;

$S = \{s_1, s_2, ..., s_m\}$, причем $s_i = \langle k_i, b_i, t_i, \Delta t_i, \mu_i \rangle$, $\forall i = \overline{1, m}$;

рассмотрим также семейство множеств $S_1, S_2, ..., S_h$, таких что $S = \bigcup_{j=1}^{h} S_j$, $S_i \cap S_j = \varnothing$ для $\forall i, j = \overline{1, h}$, $S_i \neq \varnothing$ для $\forall s_{k_1}, s_{k_2} \in S_j$, $\Delta t_{k_1} = \Delta t_{k_2}$, $\forall j = \overline{1, h}$, а для $\forall s_{k_1}, s_{k_2} \in S$, $s_{k_1} \in S_j$, $s_{k_2} \notin S_j$, $\Delta t_{k_1} \neq \Delta t_{k_2}$, $\forall j = \overline{1, h}$.

Заметим, что семейство $S_1, S_2, ..., S_h$ подмножеств S является разбиением последнего на множества сигналов с одинаковыми значениями Δt, h – количество различных временных интервалов Δt, на которые есть сигналы в S.

Степени принадлежности нечетких множеств, формируемых значениями введенных лингвистических переменных, будем обозначать как μ_x^y, где x – значение переменной, y – ее имя, а соответствующие нечеткие множества обозначим M_x^y. Так, например, $\mu_{\text{высокая}}^p$ – функция принадлежности, формализующая значение лингвистической переменной P (стоимость актива при покупке), равное «высокая» или заданное этим значением такое нечеткое подмножество N_0, как «высокая стоимость актива при покупке» $\left(M_{\text{высокая}}^p\right)$.

Пусть $\tilde{S}_{\text{new}}$ – нечеткое подмножество S $\left(\tilde{S}_{\text{new}} \subset S\right)$, задающее недавние сигналы, тогда на основе теории нечетких множеств $\tilde{S}_{\text{new}} = \left\{ \mu_{\text{недавно}}^T(t_i) / s_i \mid \forall i = \overline{1, m} \right\}$. Аналогично нечеткое подмножество $\tilde{S}_{\text{exp}} \subset S$, задающее сигналы от доверенных экспертов определяется как $\tilde{S}_{\text{exp}} = \left\{ \mu_i / s_i \mid \forall i = \overline{1, m} \right\}$. Тогда нечеткое подмножество $\tilde{S}_{\text{rez}} \subset S$ недавних сигналов от доверенных экспертов определяется как пересечение вышерассмотренных нечетких множеств, а именно $\tilde{S}_{\text{rez}} = \tilde{S}_{\text{new}} \cap \tilde{S}_{\text{exp}} = \left\{ T\left(\mu_{\text{недавно}}^T(t_i), \mu_i \right) / s_i \mid \forall i = \overline{1, m} \right\}$, а нечеткое подмножество $\tilde{S}_{\text{rez}}^+ \subset S$ недавних сигналов от доверенных экспертов с рекомендацией покупки актива определяется как $\tilde{S}_{\text{rez}}^+ = \tilde{S}_{\text{rez}} \cap \left\{ b_i / s_i \mid \forall i = \overline{1, m} \right\} = \left\{ b_i T\left(\mu_{\text{недавно}}^T(t_i), \mu_i \right) / s_i \mid \forall i = \overline{1, m} \right\}$.

Если бы множество $\tilde{S}_{\text{rez}}^+$ было классическим, то количество его элементов определялось как его мощность. В рамках теории нечетких множеств обобщением понятия мощность является кардинальное число w_{rez}, которое рассчитывается [8, 9] как

$$w_{\text{rez}} = \sum_{i=1}^{m} b_i T\left(\mu_{\text{недавно}}^T(t_i), \mu_i \right). \tag{12}$$

Аналогично множество сигналов от доверенных экспертов о том, что актив не надо покупать $\widetilde{S}_{\text{neg}}$ определяется как $\widetilde{S}_{\text{neg}} = \widetilde{S}_{\text{exp}} \bigcap \left\{ (1-b_i)/s_i \mid \forall i = \overline{1, m} \right\} = \left\{ \mu_i(1-b_i)/s_i \mid \forall i = \overline{1, m} \right\}$ Тогда количество элементов этого множества или его кардинальное число w_{neg} рассчитывается как

$$w_{\text{neg}} = \sum_{i=1}^{m} \mu_i (1-b_i). \tag{13}$$

Поясним использование множеств $\left\{ b_i/s_i \mid \forall i = \overline{1,m} \right\}$ и $\left\{ (1-b_i)/s_i \mid \forall i = \overline{1,m} \right\}$. Они представляют собой нечеткое представление таких классических подмножеств *S*, как множество сигналов с рекомендацией покупки актива S_{rez} и множество сигналов с рекомендацией воздержаться от покупки актива S_{neg} соответственно. Так как нечеткие множества являются обобщением классических множеств, последние могут быть заданы в нечетким виде. В этом случае степень принадлежности каждого элемента нечеткого множества становится тождественной характеристической функции [8, 9] обобщаемого им классического множества, а b_i и $1-b_i$ удобно совпадают со значением характеристических функций S_{rez} и S_{neg} соответственно. Кроме того, так как b_i и $1-b_i$ могут принимать в качестве значений только 0 или 1 для $\forall i = \overline{1, m}$, $T(b_i, x) = b_i x$ и $T((1-b_i), x) = (1-b_i)x$ для $\forall x \in [0, 1]$. Отсюда имеем такие результаты пересечений при построении $\widetilde{S}^{+}_{\text{rez}}$ и $\widetilde{S}_{\text{neg}}$.

Переформулируем правило *H* в семантике значений рассмотренных лингвистических переменных и связок между ними. Назовем такую формулировку H'. Возьмем и зафиксируем некоторый актив *k*, положим, что все построения на основе множества сигналов были относительно *k*, тогда:

$H' =$ «**Если** P_k = «не высокая», **и** L_k = «не низкая», **и** V_k = «не очень высокая», **и** $Q_{\widetilde{S}^{+}_{\text{rez}}}$ = «много», **и** $O_{S_1 \ldots S_h}$ = «большое», **и** $Q_{\widetilde{S}_{\text{neg}}}$ = «крайне мало», **то актив стоит купить**».

В качестве нижних индексов лингвистические переменные были выставлены номер актива или соответствующие множества. Обозначим $\mu_{\text{bye}}(H')$ степень принадлежности отражающую истинность правила H', тогда согласно принятым обозначения и введенным лингвистическим переменным и нечетким множествам:

$$\mu_{\text{bye}}(H') = T\Big(\mu^{p}_{\text{не высокая}}(a_k),\ \mu^{l}_{\text{не низкая}}(b_k),\ \mu^{V}_{\text{не очень высокая}}(c_k),$$

$$\mu^{q}_{\text{много}}(w_{rez}),\ \mu^{o}_{\text{большое}}(h),\ \mu^{q}_{\text{крайне мало}}(w_{\text{neg}})\Big) \tag{14}$$

Заметим, что в (14) использована норма относительно шести переменных, хотя классически в теории нечетких множеств норма определяется как функция двух переменных. Вместе с тем, норма, как и конорма, обладают свойствами коммутативности и ассоциативности [7], то есть $T(x, y) = T(y, x)$ и $T(T(x, y), z) = T(x, T(y, z))$, а также $S(x, y) = S(y, x)$ и $S(S(x, y), z) = S(x, S(y, z))$. Эти свойства позволяют определить норму и конорму относительно произвольного числа аргументов как последовательное взятие нормы и конормы соответственно относительно нового аргумента и результата предыдущей итерации, не беря в учет порядок взятия этих операций. Для понимания удобно сравнить рассматриваемые операции с операцией суммы и произведения вещественных чисел. Данные операции также определены для двух аргументов, обладают свойствами ассоциативности и коммутативности и поэтому легко обобщаются на произвольное число элементов. Формально норму и конорму относительно произвольного (больше двух) числа элементов удобно задать, как:

$$\left[\begin{array}{ll} T(x_1, x_2, ..., x_m) = \begin{cases} T(x_1, x_2), m = 2, \\ T(x_m, S(x_1, x_2, ..., x_{m-1})), m > 2, \end{cases} & \forall m \ge 2, x_i \in [0, 1], i = \overline{1, m}; \\ S(x_1, x_2, ..., x_m) = \begin{cases} S(x_1, x_2), m = 2, \\ S(x_m, S(x_1, x_2, ..., x_{m-1})), m > 2, \end{cases} & \forall m \ge 2, x_i \in [0, 1], i = \overline{1, m}. \end{array}\right. \tag{15}$$

Выражения (12) – (15) с учетом конкретизированных значений в табл. 3 позволяют рассчитать $\mu_{\text{bye}}(H')$ – степень истинности правила *H*.

Вместе с тем таких правил может быть несколько и, более того, могут существовать правила, выполнение которых относительно конкретного актива свидетельствует о необходимости воздержаться от покупки последнего. Пусть $H_1, H_2, ..., H_e$ – совокупность правил с рекомендациями о покупке актива, а $F_1, F_2, ..., F_z$ – совокупность с рекомендацией воздержаться от такой покупки. По аналогии с построением H' на основе *H*, введя соответствующие лингвистические и нечеткие множества, построим семейства $H'_1, H'_2, ..., H'_e$ и $F'_1, F'_2, ..., F'_z$. Тогда синтаксически о целесообразности покупки актива свидетельствует высказывание вида H'_1 или H'_2 или ... или H'_e, а об отсутствии целесообразности F'_1 или F'_2 или ... или F'_z. Связка «или» в рамках предложенной модели формализуется конормой. Тогда, если обозначить μ_{bye} – степень истинности того, что актив надо купить, а $\mu_{\text{not\_bye}}$ – того, что от покупки стоит воздержаться, то

$$\begin{cases} \mu_{\text{bye}} = S(\mu_{\text{bye}}(H_1), \mu_{\text{bye}}(H_2), ..., \mu_{\text{bye}}(H_m)); \\ \mu_{\text{not\_bye}} = S(\mu_{\text{not\_bye}}(F_1), \mu_{\text{not\_bye}}(F_2), ..., \mu_{\text{not\_bye}}(F_m)). \end{cases} \tag{16}$$

Значения μ_{bye} и $\mu_{\text{not\_bye}}$ являются степенями истинности высказываний в рамках нечеткой логики. Для степени истинности важными значениями являются 1, 0,5 и 0. Единица означает, что высказывание истинно, 0 – ложно, а 0,5 – в равной степени ложно и истинно, то есть на основе данного значения ничего нельзя сказать об истинности или ложности высказывания. В то время как значение степени истинности меньше 0,5 свидетельствует о том, что высказывание скорее ложно, чем истинно, а больше 0,5 – скорее истинно, чем ложно. Поэтому покупка актива целесообразно только в том случае, когда $\mu_{\text{bye}} > \mu_{\text{not\_bye}}$ и $\mu_{\text{bye}} > 0{,}5$ и $\mu_{\text{not\_bye}} < 0{,}5$ или в силу (16):

$$\begin{cases} S(\mu_{\text{bye}}(H_1), \mu_{\text{bye}}(H_2), ..., \mu_{\text{bye}}(H_m)) > 0{,}5; \\ S(\mu_{\text{not\_bye}}(F_1), \mu_{\text{not\_bye}}(F_2), ..., \mu_{\text{not\_bye}}(F_m)) < 0{,}5. \end{cases} \tag{17}$$

Выражение (17) задает условие инвестирования. Тем не менее, заметим, что в построенной модели осталась большая доля неопределенности, связанной с видом нормы, конормы, операции отрицания, многочленов $P_f(x), P_g(x), L_f(x),$ $L_g(x), V_f(x), V_g(x), Q_f(x), Q_g(x), T_f(x), T_g(x), O_f(x), O_g(x)$ и значениями чисел

$\alpha_p, \beta_p, \alpha_l, \beta_l, \alpha_v, \beta_v, \alpha_q, \beta_q, \alpha_\tau, \beta_\tau, \alpha_o, \beta_o$. Добавление новых правил способствует увеличению количества лингвистических переменных и, как следствие, неопределенности модели.

Вместе с тем полученная неопределенность позволяет подстраивать модель под конкретную торговую площадку или даже конкретный тип активов и конкретный набор экспертов. По любой торговой площадке существует статистика, включающая в себя как поведение активов, так и прогнозы экспертов и торговых роботов. На основе данной выборки можно обучить модель, выбрав такой вид многочленов, чисел, норм, конорм и операции отрицания, который позволил бы максимизировать прибыль, если бы на основе (17) осуществлялось принятие решения о покупке актива. По сути, это постановка довольно широкой оптимизационной задачи с потенциально неограниченным (из-за наличия многочленов с неопределенным числом элементов) числом параметров оптимизации. Такую задачу возможно решить посредством эволюционных алгоритмов [10 – 12], например, алгоритма дифференциальной эволюции [13] или каким-либо иным алгоритмом.

Подготовка финансовых управленческих решений на основе теории нечетких множеств будет способствовать построению систем искусственного интеллекта в экономике и позволит повысить эффективность хозяйственной деятельности.

Список литературы

1. Зайцева, О. Л. Стратегический и операционный анализ в финансовом менеджменте : монография / О. Л. Зайцева. – Новосибирск : СибУПК, 2018. – 157 с.

2. Хлусова, О. С. Разработка финансовой стратегии поведения компании на рынке ценных бумаг / О. С. Хлусова, И. Г. Рзун, А. Л. Зинченко // Вестник академии знаний. – 2018. – № 4 (27). – С. 248 – 254.

3. Романенко, А. В. Об информационных основах принятия решений при управлении хозяйствующим субъектом / А. В. Романенко, А. И. Попов, В. Л. Пархоменко // Наука и бизнес: пути развития. – 2013. – № 8 (26). – С. 134 – 136.

4. Романенко, А. В. О системных основах управления в реальном секторе экономики / А. В. Романенко, А. И. Попов, В. Л. Пархоменко // Вестник Волжского университета им. В. Н. Татищева. – 2014. – № 2 (31). – С. 28 – 35.

5. Dubois, D. A Review of Fuzzy Set Aggregation Connectives / D. Dubois, H. Prade // Information Sciences. – 1985. – Vol. 36, Issues 1-2. – P. 85 – 121.

6. Заде, Л. А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Л. А. Заде ; пер. с англ. Н. И. Ринго ; под ред. Н. Н. Моисеева, С. А. Орловского. – М. : МИР, 1976. – 167 с.

7. Батыршин, И. З. Основные операции нечеткой логики и их обобщения / И. З. Батыршин. – Казань : Отечество, 2001. – 100 с.

8. Introduction to Algorithms, Second Edition / T. H. Cormen, Ch. E. Leiserson, R. L. Rivest, C. Stein. – The MIT Press and McGraw-Hill, 2001. – 984 p.

9. Поляков, Д. В. Обобщение векторно-пространственной модели для оценки семантической значимости характеристик текстовых документов / Д. В. Поляков, Н. М. Митрофанов, Е. Н. Лепешкин // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2016. – № 2. – С. 45 – 55.

10. Растригин, Л. А. Адаптация сложных систем / Л. А. Растригин. – Рига : Зинатне, 1981. – 375 с.

11. Скобцов, Ю. А. Основы эволюционных вычислений : учеб. пособие / Ю. А. Скобцов. – Донецк : ДонНТУ, 2008. – 326 с.

12. Fogel, D. B. System Identification Through Simulated Evolution: A Machine Learning Approach to Modeling / D. B. Fogel. – Ginn Press,1991. – 207 p.

13. Price, K. V. Differential Evolution – A Practical Approach to Global Optimization / K. V. Price, R. M. Storn, J. A. Lampinen. – Springer, 2005. – 543 p.

Optimization of Financial Management Based on the Theory of Fuzzy Sets

D. V. Polyakov[1], A. I. Popov[2]

*Departments of Information Systems and Information Protection (1),
Equipment and Production Technology of Nanoproducts (2), dimadress@yandex.ru;
TSTU, Tambov, Russia*

Keywords: artificial intelligence; theory of fuzzy sets; activity management; digitalization of the economy.

Abstract: The necessity of formalizing the mechanism of making managerial decisions for their use in software and the feasibility of using the theory of fuzzy sets to build artificial intelligence systems is substantiated. The application of the theory of fuzzy sets to develop a mechanism for assessing the attractiveness of an investment project is shown. The description of the decision-making model for the acquisition of financial assets is given.

References

1. Zaytseva O.L. *Strategicheskiy i operatsionnyy analiz v finansovom menedzhmente: monografiya* [Strategic and operational analysis in financial management: a monograph], Novosibirsk: SibUPK, 2018, 157 p. (In Russ.)

2. Khlusova O.S., Rzun I.G., Zinchenko A.L. [Development of a financial strategy for a company's behavior in the securities market], *Vestnik akademii znaniy* [Bulletin of the Academy of Knowledge], 2018, no. 4 (27), pp. 248-254. (In Russ., abstract in Eng.)

3. Romanenko A.V., Popov A.I., Parkhomenko V.L. [On the informational basis of decision-making in managing an economic entity], *Nauka i biznes: puti razvitiya* [Science and Business: Ways of Development], 2013, no. 8 (26), pp. 134-136. (In Russ., abstract in Eng.)

4. Romanenko A.V., Popov A.I., Parkhomenko V.L. [On the systemic foundations of management in the real sector of the economy], *Vestnik Volzhskogo universiteta im. V. N. Tatishcheva* [Bulletin of the Volga University. V. N. Tatishchev], 2014, no. 2 (31), pp. 28-35. (In Russ., abstract in Eng.)

5. Dubois D., Prade H. A Review of Fuzzy Set Aggregation Connectives, *Information Sciences*, 1985, vol. 36, issues 1-2, pp. 85-121.

6. Zade L.A., Moiseyev N.N., Orlovskiy S.A. [Eds.] *Ponyatiye lingvisticheskoy peremennoy i yego primeneniye k prinyatiyu priblizhennykh resheniy* [The concept of a linguistic variable and its application to the adoption of approximate solutions], Moscow: MIR, 1976, 167 p. (In Russ.)

7. Batyrshin I.Z. *Osnovnyye operatsii nechetkoy logiki i ikh obobshcheniya* [Basic operations of fuzzy logic and their generalization], Kazan: Otechestvo, 2001, 100 p. (In Russ.)

8. Cormen T.H., Leiserson Ch.E., Rivest R.L., Stein C. Introduction to Algorithms, Second Edition, *The MIT Press and McGraw-Hill*, 2001, 984 p.

9. Polyakov D.V., Mitrofanov N.M., Lepeshkin Ye.N. [Generalization of the vector-spatial model for assessing the semantic significance of the characteristics of text documents], *Pribory i sistemy. Upravleniye, kontrol', diagnostika* [Devices and Systems. Management, control, diagnostics], 2016, no. 2, pp. 45-55. (In Russ., abstract in Eng.)

10. Rastrigin L.A. *Adaptatsiya slozhnykh sistem* [Adaptation of complex systems], Riga: Zinatne, 1981, 375 p. (In Russ.)

11. Skobtsov Yu.A. *Osnovy evolyutsionnykh vychisleniy: uchebnoye posobiye* [Fundamentals of evolutionary computing: a training manual], Donetsk: DonNTU, 2008, 326 p. (In Russ.)

12. Fogel D.B. System Identification Through Simulated Evolution: A Machine Learning Approach to Modeling, *Ginn Press*, 1991, 207 p.

13. Price K.V., Storn R.M., Lampinen J.A. Differential Evolution – A Practical Approach to Global Optimization, *Springer*, 2005, 543 p.

Optimierung des Finanzmanagements auf der Grundlage der Fuzzy-Mengen-Theorie

Zusammenfassung: Es ist die Notwendigkeit der Formalisierung des Mechanismus für Managemententscheidungen zur Verwendung in Software-Tools und die Effizienz der Verwendung der Fuzzy-Mengen-Theorie zum Aufbau künstlicher Intelligenzsysteme begründet. Die Anwendung der Fuzzy-Mengen-Theorie zur Entwicklung des Mechanismus der Bewertung der Attraktivität des Investitionsprojekts ist gezeigt. Es ist die Beschreibung des Entscheidungsmodells für den Erwerb von finanziellen Vermögenswerten gegeben.

Optimisation de la gestion financière basée sur la théorie des ensembles flous

Résumé: Est argumentée la nécessitée de la formalisation du mécanisme d'adoption des décisions de gestion pour une utilisation dans les outils logiciels ainsi que l'argumentation de l'utilisation de la théorie des ensembles flous pour la construction des systèmes d'intelligence artificielle. Est montrée l'application de la théorie des ensembles flous pour l'élaboration d'un mécanisme d'évaluation de l'attractivité d'un projet d'investissement. Est décrit le modèle de la prise de la décision d'acquisition d'actifs financiers.

Авторы: ***Поляков Дмитрий Вадимович*** – кандидат технических наук, доцент кафедры «Информационные системы и защита информации»; ***Попов Андрей Иванович*** – кандидат педагогических наук, доцент кафедры «Техника и технологии производства нанопродуктов», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

Рецензент: ***Литовка Юрий Владимирович*** **–** доктор технических наук, профессор кафедры «Системы автоматизированной поддержки принятия решений», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.