

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЛЕСНОГО ПОЖАРА И ИМПУЛЬСНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СХЕМ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ

Д. А. Масленников<sup>1</sup>, Л. Ю. Катаева<sup>1</sup>,  
М. Н. Ильичева<sup>2</sup>, А. А. Лоцилов<sup>1</sup>

*Лаборатория математического моделирования социально-экономических и экологических систем (1), кафедра «Прикладная математика» (2), ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный технический университет им. П. Е. Алексеева», roman99@mail.ru; г. Нижний Новгород, Россия*

**Ключевые слова:** импульсное воздействие; лесной пожар; механика реагирующих сред; схема WENO; схемы высокого порядка; численное моделирование.

**Аннотация:** Для моделирования взаимодействия лесного пожара и импульсного воздействия предложено использование метода расщепления по направлениям в сочетании с модифицированной одномерной схемой WENO. Показано согласование результатов моделирования взрывов с известными данными. Выполнено моделирование динамики лесного пожара в сочетании с распространением импульсного воздействия. Использование схемы WENO позволяет более детально моделировать вихревые течения при распространении пожара и взрыва. Сделан вывод о приемлемости использования метода расщепления вместо двумерной полиномиальной реконструкции. Показано, что наличие физико-химических процессов приводит к возникновению резких перепадов массовых долей газовых компонент, что потребовало для их вычисления включения в алгоритм элементов схемы «против потока».

---

Исследование процессов, происходящих при взрыве, и их влияние на окружающую среду с помощью математического моделирования происходит с первой половины XIX века. Появление ЭВМ и задача создания ракетно-ядерного щита дало новый толчок для развития данной методики. основополагающие работы связаны с изучением характеристик ядерного взрыва в штате Нью-Мексико в 1945 году [1, 2]. Расчеты эффективности бомбы в зависимости от параметров взрыва с учетом радиальной симметрии, выполненные в работе [1], сопоставляются с изменениями реального взрыва [2]. Более детальное использование безразмерных переменных показано в работе [3], где выявлены различия параметров взрыва ядерных и неядерных зарядов при сопоставимом тротиловом эквиваленте. Изменение параметров приводит к изменению масштабов процесса на начальном этапе взрыва и влияет на долю энергии, переходящей в тепловое излучение. Поиск новых эффективных способов ликвидации лесных пожаров привел к рассмотрению взрывов как одного из средств пожаротушения.

При взрыве происходят разрушения структуры горючих материалов и сдвиг сформированной пожаром волны горения. Приток кислорода в зону с высокой температурой прекращается. Таким образом, удаляются окислитель и лесные горючие материалы из зоны пожара, горение прекращается. Однако возможны случаи, при которых взрыв приводит к усугублению ситуации в результате увеличе-

ния тепловой энергии волны горения. Для изучения эффективного использования взрыва необходимо моделировать различные сценарии данного процесса при различных параметрах.

В работе [4] проводятся исследования на разной высоте и при различных значениях аэродинамического сопротивления слоя лесной растительности полей давлений при взрыве, и определяется оптимальное расположение заряда в пологе леса. Работа [5] посвящена моделированию влияния взрыва космического объекта над слоем лесной растительности. Здесь показано, что на результат влияет способ учета в модели движения разрушенной растительности. При неподвижной растительности возможна ситуация, когда нижняя часть слоя разрушена, а верхняя не имеет опоры. Учет падения обрушившейся растительности приводит к перераспределению областей высокого аэродинамического сопротивления и, как следствие, обрушению верхней части растительности. Способ тушения низовых пожаров упругой волной, порождаемой взрывом, предлагается в работе [6], где оптимизируется форма конфузора, которая позволяет обеспечивать наименьшую степень рассеивания потока газа до достижения им фронта горения. Принцип действия конфузора при увеличении дальности его сдвига заключается в фокусировке взрывной волны на пламени.

Для выделения и изучения различных параметров лесных пожаров и поиска увеличения эффективности тушения требуется моделирование процессов газодинамики с высоким разрешением. Схемы высокого разрешения ENO (*Essentially Non-Oscillatory*) и WENO (*Weighted Essentially Non-Oscillatory*) являются базовым вычислительным инструментом в новом поколении расчетных программ для решения сложных задач газодинамики. Применяемые схемы для решения нелинейных задач гиперболических законов сохранения должны отображать все важные характеристики, такие как турбулентность и ударная волна. Схемы семейства ENO-WENO и их многочисленные модификации доказали свою надежность для задач с кусочно-гладкими решениями, содержащими разрывы. Часто схемы ENO и WENO применяются при численном конечно-разностном решении уравнения переноса, поскольку эти схемы сохраняют свойство монотонности решения, обеспечивая высокую точность расчетов. Вычисление значений при решении задачи о распаде разрыва происходит путем линейной комбинацией нескольких различным образом реконструированных значений. При определении значений весов линейной комбинации используются интегральные характеристики интерполяционных полиномов. Применение схемы WENO для одномерных задач с использованием сумм полиномов ENO с весовыми коэффициентами и дискретизация времени TVD Рунге–Кутты показано в работе [7]. Получение аппроксимационного полинома выполнено на основе нелинейной адаптивной процедуры выбора локального гладкого шаблона, что ограничивает диссипацию решения в окрестности разрыва. Метод конечных объемов на основе схемы WENO для приближения гиперболических законов сохранения на адаптивно уточненных декартовых сетках представлен в работе [8]. Показано, что использование двумерной полиномиальной реконструкции весьма сложно, а метод расщепления по направлениям в сочетании с одномерной версией схемы WENO понижает порядок точности до второго.

Цель работы – применение возможностей схемы WENO для моделирования взаимодействия лесного пожара и взрыва. В работе решены задачи построения математической модели лесного пожара и взрыва, а также моделирование распространения взрыва от шнурового заряда и распространения лесного пожара с применением схемы WENO. Проведена верификация полученных результатов.

Лес рассматриваем как продуваемый массив однородной, однотемпературной, многофазной, пористой, реагирующей среды. Математическая модель включает в себя законы сохранения количества движения, уравнение неразрывности газовой фазы, уравнение сохранения концентраций компонентов газовой фазы,

уравнения сохранения объемных долей компонентов твердой фазы [9]. Уравнения сохранения являются гиперболическими и, следовательно, для их решения возможно применение схемы WENO.

При моделировании лесного пожара при определенных параметрах возможны резкие перепады концентраций за счет физико-химических процессов. Для предотвращения осцилляций в ячейках с резкими перепадами применяем весовые коэффициенты, обеспечивающие устойчивость решения, но снижающие его точность. При высоких температурах, близких к максимальным, физико-химические процессы имеют очень большие скорости. Это является причиной усложнения реализации схем высокого порядка по времени. Таким образом, в подобных точках используется алгоритм, уменьшающий скорость физико-химических процессов, предотвращая возникновение отрицательных концентраций и удовлетворяя законам сохранения массы и энергии. Полиномиальная реконструкция решения схемы WENO на границах ячеек, где концентрация в несколько раз ниже, чем на соседних ячейках, дает осредненные величины, используемые для вычисления потоков через грани. Это приводит к тому, что через грань проходит больше вещества, чем там есть. Для решения данной проблемы, потоки газовых компонент вычисляются с учетом концентраций по схеме «против потока». На каждой грани определяется направление газового потока и предполагается, что в нем соотношение газовых компонент соответствует массовым долям в ячейке-источнике.

Построение решателя для одномерной системы уравнений Эйлера осуществлено на основе подхода, описанного в работах [7, 10]. Система уравнений в случае двумерной задачи записывается в виде:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial(F_x)}{\partial x} + \frac{\partial(F_z)}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x}(D_x) + \frac{\partial}{\partial z}(D_z) = S_p; \quad (1)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \rho_5 \\ \rho_5 U \\ \rho_5 W \\ (E_{\text{gas}} + E_{\text{cond}}) \\ \rho_5 C_\alpha \end{bmatrix}; \quad F_x = \begin{bmatrix} \rho_5 U \\ \rho_5 U^2 + P \\ \rho_5 UW \\ (E_{\text{gas}} + P)U \\ \rho_5 C_\alpha U \end{bmatrix}; \quad F_z = \begin{bmatrix} \rho_5 W \\ \rho_5 UW \\ \rho_5 W^2 + P \\ (E_{\text{gas}} + P)W \\ \rho_5 C_\alpha W \end{bmatrix}; \quad (2)$$

$$D_x = \begin{bmatrix} 0 \\ \mu_t \frac{\partial U}{\partial x} \\ \mu_t \frac{\partial W}{\partial x} \\ \lambda_t \frac{\partial T}{\partial x} \\ \rho_5 D_t \frac{\partial C_\alpha}{\partial x} \end{bmatrix}; \quad D_z = \begin{bmatrix} 0 \\ \mu_t \frac{\partial U}{\partial z} \\ \mu_t \frac{\partial W}{\partial z} \\ \lambda_t \frac{\partial T}{\partial z} \\ \rho_5 D_t \frac{\partial C_\alpha}{\partial z} \end{bmatrix}; \quad S_p = \begin{bmatrix} Q + \Delta Q_{\text{expl}} \\ -\rho_5 S c_d U \sqrt{U^2 + W^2} \\ -\rho_5 S c_d W \sqrt{U^2 + W^2} - \rho_5 g \\ k_s (c U_R - 4\sigma T^4) + \sum_{i=1}^6 q_i R_i + \Delta E_{\text{expl}} \\ R_{5\alpha} + \Delta C_{\text{expl},\alpha} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где  $C_\alpha$  – вектор концентраций компонент;  $\alpha = 1, \dots, 6$ .

Закон распространения лучистой энергии описывается уравнением Гельмгольца в форме

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{c}{3k_{\Sigma}} \frac{\partial U_R}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{c}{3k_{\Sigma}} \frac{\partial U_R}{\partial y} \right) - k_s (c U_R - 4\sigma (T^4 - T_e^4)) = 0. \quad (4)$$

Энергия газовой и конденсированной фазы определяется соответственно:

$$E_{\text{gas}} = \rho_5 \sum_{i=1}^5 \varphi_i \left( T c_{vi} + \frac{U^2 + W^2}{2} \right); \quad (5)$$

$$E_{\text{cond}} = T \sum_{i=1}^4 \rho_i \varphi_i c_{pi}. \quad (6)$$

Массовые скорости изменения компонентов газовой фазы определяются соотношениями:

$$R_{51} = -R_3 - \frac{R_5 M_1}{2M_2}; \quad R_{52} = (1 - \alpha_c) \nu_{\Gamma} R_1 - R_5; \quad (7)$$

$$R_{53} = (1 - \alpha_c)(1 - \nu_{\Gamma})R_1 + \left( 1 + \frac{M_c}{M_1} \right) R_3 + \left( 1 + \frac{M_1}{2M_2} \right) R_5; \quad (8)$$

$$R_{54} = 0; \quad R_{55} = R_2 + R_4 + R_6; \quad R_{56} = -R_6, \quad (9)$$

где  $R_{5\alpha}$  – скорость образования  $\alpha$ -компоненты газовой фазы (положительная скорость – выделение вещества; отрицательная – расход).

Приведем уравнения массовых скоростей реакций, записанных в форме закона Аррениуса:

– пиролиза сухого органического вещества лесных горючих материалов

$$R_1 = k_1 \rho_1 \varphi_1 \exp\left(-\frac{E_1}{RT}\right); \quad (10)$$

– испарения влаги

$$R_2 = k_2 \rho_2 \varphi_2 T^{-0,5} \exp\left(-\frac{E_2}{RT}\right); \quad (11)$$

– горения конденсированных продуктов пиролиза

$$R_3 = k_3 S_{\sigma} \rho_5 \varphi_3 C_1 \exp\left(-\frac{E_3}{RT}\right); \quad (12)$$

– горения летучих продуктов пиролиза

$$R_5 = \begin{cases} k_5 M_2 T^{-2,25} \exp\left(-\frac{E_5}{RT}\right) x_1^{0,25} x_2, & x_1 \geq 0,05; \\ k_5 M_2 T^{-2,25} \exp\left(-\frac{E_5}{RT}\right) x_1 x_2, & x_1 < 0,05, \end{cases} \quad x_i = \frac{M C_i}{M_i}. \quad (13)$$

Процессы испарения свободной воды в жидко-капельном и дисперсном состояниях имеют скорости соответственно  $R_4$  и  $R_6$  [9]:

$$\rho_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = -R_1; \quad \rho_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} = -R_2; \quad \rho_3 \frac{\partial \varphi_3}{\partial t} = \alpha_c R_1 - \frac{M_c}{M_1} R_3; \quad \rho_4 \frac{\partial \varphi_4}{\partial t} = -R_4; \quad (14)$$

$$Q = (1 - \alpha_c)R_1 + R_2 + \frac{M_c}{M_1}R_3 + R_4 + R_6; \quad (15)$$

$$P = \frac{\rho_5 RT}{M}; \quad \frac{1}{M} = \sum_{\alpha=1}^5 \frac{C_\alpha}{M_\alpha}; \quad \sum_{\alpha=1}^6 C_\alpha = 1; \quad \sum_{i=1}^4 \varphi_i = 1. \quad (16)$$

Для замыкания системы уравнений (1) – (16) необходимо корректно выставить начальные и граничные условия. На поверхности земли выставляются условия непротекания и прилипания для скорости газовой фазы. В данной постановке задачи предполагается, что твердая поверхность не пропускает тепловую энергию и вещество. Это означает нулевую динамическую вязкость и теплопроводность. Верхняя и боковые границы расчетной области являются свободными. Граничные условия по скорости выставлены исходя из априори заданной скорости ветра на данной высоте с добавлением слагаемого для гашения волн, проходящих через границу. Температура и концентрации газообразных веществ на свободных границах считаются равными концентрациям в невозмущенном состоянии. Излучение на свободных краях расчетной области считается равным излучению среды, что не приводит к существенной погрешности при условии, что фронт находится на достаточном расстоянии от границы расчетной области для затухания излучения. Твердая граница считается полностью отражающей лучистую энергию, что позволяет реализовать на ней граничное условие практически без численной погрешности. Описанные выше граничные условия представляются следующими соотношениями:

$$z = h_{\max}: T = T_e; \quad U = U_e; \quad W = \frac{P - P_e}{P} \sqrt{\frac{RT}{M}}; \quad C_\alpha = C_{\alpha e}; \quad \alpha = \overline{1, 6}; \quad U_R = 0; \quad (17)$$

$$x = 0: T = T_e; \quad U = \frac{z}{h_{\max}} U_e - \frac{P - P_e}{P} \sqrt{\frac{RT}{M}}; \quad W = 0; \quad C_\alpha = C_{\alpha e}; \quad \alpha = \overline{1, 6}; \quad U_R = 0; \quad (18)$$

$$x = x_{\max}: T = T_e; \quad U = \frac{z}{h_{\max}} U_e + \frac{P - P_e}{P} \sqrt{\frac{RT}{M}}; \quad W = 0; \quad C_\alpha = C_{\alpha e}; \quad \alpha = \overline{1, 6}; \quad U_R = 0; \quad (19)$$

$$G: D_t = 0; \quad \mu_t = 0; \quad \lambda_t = 0; \quad U = 0; \quad W = 0; \quad \frac{\partial U_R}{\partial \bar{n}} = 0, \quad (20)$$

где  $G$  – твердая граница;  $\bar{n}$  – вектор нормали к границе  $G$ ;  $e$  – значения невозмущенной среды.

При записи системы уравнений (1) – (20) используются следующие обозначения:  $c_{pi}, \rho_i, \varphi_i$  – соответственно удельная теплоемкость (Дж/(кг·К)), истинная плотность (кг/м<sup>3</sup>) и объемная доля ( $i = 1$  – сухое органическое вещество;  $i = 2$  – вода, связанная с органическим веществом;  $i = 3$  – конденсированные продукты пиролиза;  $i = 4$  – вода на поверхности элементов растительности;  $i = 5$  – газовая фаза);  $T$  – температура среды, К;  $C_\alpha$  – массовые концентрации компонентов газодисперсной фазы ( $\alpha = 1$  – кислород;  $\alpha = 2$  – продукты пиролиза;  $\alpha = 3$  – углекислый газ;  $\alpha = 4$  – смесь инертных атмосферных газов (азот и аргон);  $\alpha = 5$  – водяной пар;  $\alpha = 6$  – мелкодисперсная фаза воды);  $U, W$  – соответственно горизонтальная и вертикальная составляющие скорости газовой фазы, м/с;  $P$  – давление среды, Па;  $U_R$  – плотность потока излучения, Дж/м<sup>4</sup>;  $k_s$  – спектральный ко-

коэффициент поглощения;  $k_{\Sigma}$  – коэффициент ослабления,  $c^{-2}$ ;  $c$  – скорость света, м/с;  $\sigma$  – постоянная Стефана–Больцмана,  $\text{кг}\cdot\text{с}^{-3}\cdot\text{К}^{-4}$ ;  $R_j, q_j$  – соответственно массовые скорости ( $\text{кг}/(\text{с}\cdot\text{м}^3)$ ) и тепловые эффекты химико-физических процессов (Дж/кг) ( $j = 1$  – пиролиз сухого органического вещества;  $j = 2$  – испарение влаги из лесной растительности;  $j = 3$  – горение конденсированных продуктов пиролиза;  $j = 4$  – испарение воды с поверхности растительности;  $j = 5$  – горение летучих продуктов пиролиза;  $j = 6$  – испарение мелкодисперсной воды);  $Q$  – массовая скорость образования газовой фазы,  $\text{кг}/(\text{с}\cdot\text{м}^3)$ ;  $M_{\alpha}, M_c, M$  – молярные массы соответственно индивидуальных компонентов, углерода и смеси в целом,  $\text{кг}/\text{моль}$ ;  $S$  – удельная поверхность фитомассы полого,  $\text{м}^{-1}$ ,  $c_d$  – коэффициент аэродинамического сопротивления;  $\alpha_c, \nu_{\Gamma}$  – коксовое число растительных горючих материалов и массовая доля горючего газа в общей массе летучих продуктов пиролиза соответственно;  $\mu_t, \lambda_t, D_t$  – коэффициенты динамической вязкости (Па·с), турбулентной теплопроводности ( $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ ) и турбулентной диффузии ( $\text{м}^2/\text{с}$ ) соответственно;  $E_i$  и  $k_i$  – соответственно энергия активации и предэкспонента химической реакции пиролиза сухого органического вещества растительных горючих материалов, испарения влаги, горения конденсированных продуктов пиролиза, горения летучих продуктов пиролиза.

В расчетах при отсутствии тушения свободной водой использовались значения  $R_4 = 0, R_6 = 0$ . Моделирование взрыва осуществлялось путем мгновенного (то есть в пренебрежении времени детонации) изменения массы газовой фазы в целом и покомпонентно, а также энергии в области взрыва. Продукты взрыва имеют следующие массовые доли:

$$C_1^* = C_2^* = C_6^* = 0, C_3^* = 0,2887, C_4^* = 0,3149, C_5^* = 0,3964.$$

Масса продуктов взрыва равна массе взрывчатого вещества на единицу длины шнуrowого заряда  $M_{\text{expl}}$ . Энергия, вносимая взрывом в систему, определяется выражением

$$\Delta E = M_{\text{expl}} \left( \left( \sum_{\alpha=1}^6 C_{\alpha}^* c_{v5\alpha} T_e \right) + E_{\text{expl}} \right),$$

где  $E_{\text{expl}} = 4,51$  МДж/кг – удельная энергия окисления заряда.

Распределение массы заряда осуществлялось по соотношению

$$\rho_{\text{expl}}(x, y) = \frac{M_{\text{expl}}}{2\pi} \exp \left( - \frac{1}{2\sigma_{\text{expl}}^2} \left( (x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 \right) \right), \quad (21)$$

где  $x_c$  и  $y_c$  – координаты заряда;  $\sigma_{\text{expl}}$  – дисперсия массы и энергии заряда.

При дискретизации данной формулы на расчетной сетке следует выполнить нормировку данной величины на основе численного интегрирования для обеспечения выполнения законов сохранения массы и энергии заряда

$$\Delta Q_{\text{expl}} = M_{\text{expl}} \delta(t - t_{\text{expl}});$$

$$\Delta C_{\text{expl}, \alpha} = M_{\text{expl}} C_{\alpha}^* \delta(t - t_{\text{expl}});$$

$$\Delta E_{\text{expl}} = \Delta E_{\text{expl}} \delta(t - t_{\text{expl}}),$$

где  $t_{\text{expl}}$  – момент взрыва;  $M_{\text{expl}}$  – масса взрывного заряда;  $\delta$  – дельта-функция по времени определяется по формуле

$$\int_a^b \delta(t - t_{\text{expl}}) dt = \begin{cases} 1, & a < t_{\text{expl}} < b; \\ 0, & a > t_{\text{expl}} \vee t_{\text{expl}} > b. \end{cases}$$

Такая система уравнений решается на равномерной прямоугольной сетке. Хотя для ее решения можно использовать двумерную полиномиальную реконструкцию, в данной работе применяется метод расщепления по направлениям. Реконструкция значений  $F_x$  и  $F_y$  выполняется с учетом изменения физических величин только по нормали к грани. Достоинство данного подхода – алгоритмическая простота, позволяющая решать трехмерные задачи, а также задачи сохранения второго порядка точности; меньшая ресурсоемкость метода в связи с отсутствием необходимости выполнения многомерной реконструкции решения. Погрешность, вносимая расщеплением по направлениям, зависит от степени нелинейности решаемой системы уравнений [7]. При дозвуковых течениях с числами Маха ниже 0,3, величина погрешности мала.

Структура системы уравнений аналогична общей физико-математической модели распространения лесных пожаров [9]. В отличие от рассматриваемой тестовой задачи при моделировании лесного пожара присутствуют многофазность, физико-химические процессы, тепловое излучение и источниковые слагаемые. Учет физико-химических процессов при моделировании распространения лесного пожара сводится к дополнительным источниковым слагаемым, которые не требуют пространственной дискретизации. Это приводит к резким перепадам массовых долей компонент, что требует модификации алгоритма их вычисления. Распространение лучистого потока описывается уравнением Гельмгольца, решаемым спектральным методом. Перенос газовых компонент аналогичен переносу поперечной скорости. В отличие от [9], для моделирования импульсного воздействия следует учитывать работу среды при изменении ее давления и кинетическую энергию газовой фазы.

Для тестирования реализованного алгоритма используется упрощенная постановка задачи о распространении импульсного воздействия в однородной газовой среде. Она состоит из уравнения (1), дополненного соотношениями:

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E_{\text{expl}} \end{bmatrix}; \quad F_x = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho v u \\ (E_{\text{expl}} + p)u \end{bmatrix}; \quad F_z = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho v^2 + P \\ (E_{\text{expl}} + p)v \end{bmatrix}; \quad (22)$$

$$E_{\text{expl}} = \frac{p}{\gamma - 1} + \rho \frac{u^2 + v^2}{2} = \rho \left( e_{\text{expl}} + \frac{u^2 + v^2}{2} \right);$$

$$e_{\text{expl}} = c_v T; \quad T = \frac{E_{\text{expl}} - \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2)}{\rho c_v}, \quad (23)$$

здесь  $\rho$  – плотность;  $u, v$  – компоненты скорости вдоль осей  $x$  и  $y$ ;  $P$  – давление;  $E_{\text{expl}}$  – полная энергия на единицу объема;  $c_v$  – удельная теплоемкость при по-

стоянном объеме;  $\gamma$  – показатель адиабаты;  $e_{\text{expl}}$  – внутренняя энергия единицы массы.

Считаем, что в начальный момент времени плотность и энергия газовой фазы распределены по нормальному закону согласно (21) при  $M_{\text{expl}} = 1,019$  кг/м;  $\sigma_{\text{expl}} = 0,1$  м. Энергия окисления заряда предполагалась равной 5,447 МДж/кг.

Использование явной схемы WENO позволяет получить более точное решение задачи о распространении лесного пожара и импульсного воздействия, чем схема против потока, для которой характерна высокая степень диссипации. Тем не менее схема WENO требует выполнения умножения и обращения матриц с размером, определяемым числом переменных в каждой ячейке на каждый шаг по времени, а в случае применения метода Рунге–Кутты число вычислений дополнительно увеличивается. Достоинством схемы WENO является возможность моделирования как лесного пожара, так и влияния на него импульсного воздействия. Полученные результаты сопоставлены с работой [11], и как видно на рис. 1,

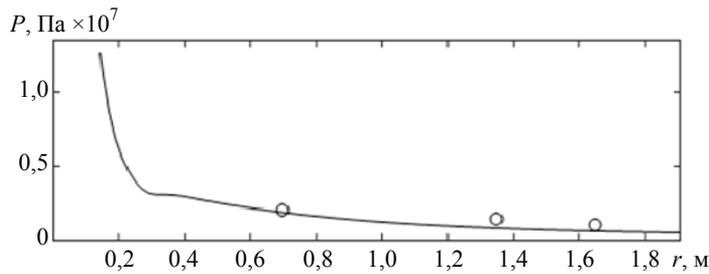


Рис. 1. Максимальное давление взрывной волны в зависимости от расстояния

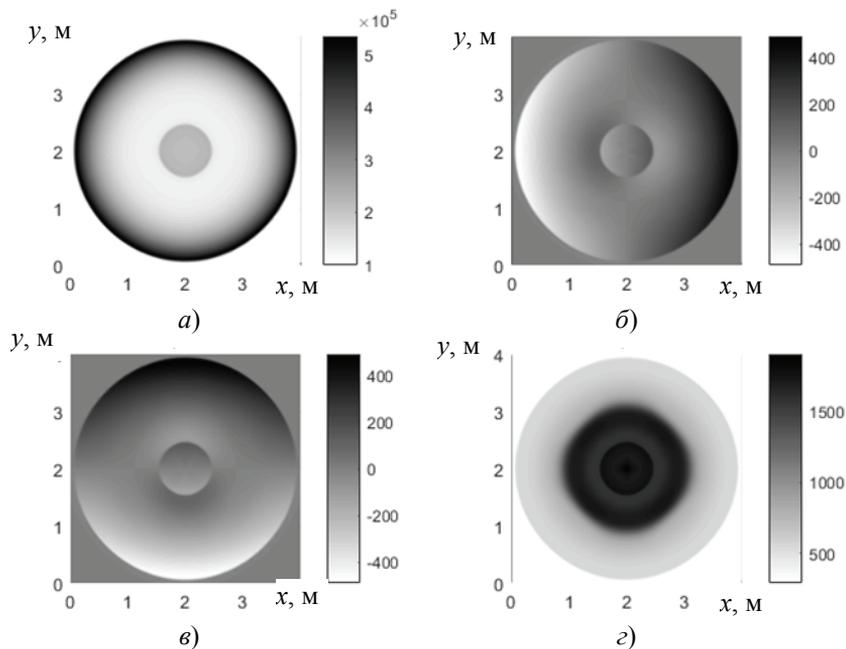
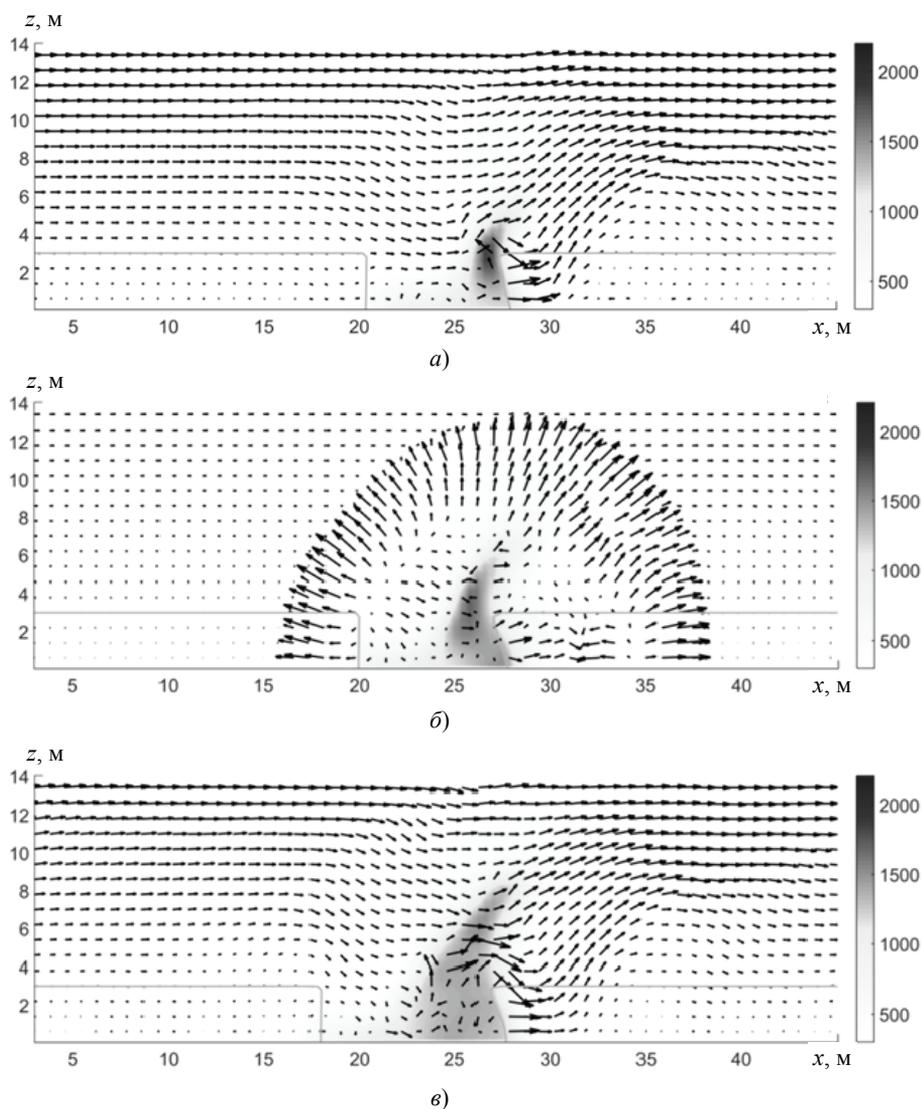


Рис. 2. Основные характеристики среды на момент  $t = 0,0015$  с:  
 $a - P$ , Па;  $b - U$ , м/с;  $v - W$ , м/с;  $z - T$ , К



**Рис. 3. Динамика лесного пожара с использованием схемы WENO,  $t$ , с:**  
 $a - 4,501$ ;  $b - 4,55$ ;  $v - 5,0$

показали удовлетворительное согласование. Линия соответствует авторским результатам, кружочки – данные работы [11].

Результаты моделирования распространения импульсного воздействия показаны на рис. 2. Начальные условия задачи и система уравнений, описывающая моделируемые процессы, должны обеспечивать радиальную симметрию решения. Нарушение симметрии следует считать численной погрешностью примененной реализации схемы WENO. Очевидно, что давление и скорость в целом обладают радиальной симметрией, тогда как область повышенной температуры имеет некоторое искажение с меньшей температурой по диагональным направлениям. Данный эффект связан с наличием более существенной нелинейности на начальном этапе распространения импульсного воздействия.

При моделировании пожара были использованы следующие значения переменных:  $E_1 = 9400R$  К;  $E_2 = 6000R$  К;  $E_3 = 10000R$  К;  $E_5 = 11500R$  К;  $k_1 = 36300$  с<sup>-1</sup>;  $k_2 = 600000$  К<sup>0,5</sup>·с<sup>-1</sup>;  $k_3 = 1000$  кг·с<sup>-1</sup>/м<sup>2</sup>;  $k_5 = 3 \cdot 10^{13}$  К<sup>2,25</sup>·моль·с<sup>-1</sup>/м<sup>3</sup>;  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>;  $T_e = 300$  К;  $\rho_1 = 360$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_2 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_3 = 200$  кг/м<sup>3</sup>;

$$\bar{q}_\alpha = \begin{bmatrix} 0 \\ -3,911 \cdot 10^6 \\ 1,2 \cdot 10^7 \\ -3,171 \cdot 10^6 \\ 1 \cdot 10^7 \\ -3,171 \cdot 10^6 \end{bmatrix}; \quad c_{p5\alpha} = \begin{bmatrix} 1000 \\ 1150 \\ 1200 \\ 1150 \\ 2000 \\ 4200 \end{bmatrix}; \quad c_{pi} = \begin{bmatrix} 2000 \\ 4200 \\ 900 \\ 4200 \end{bmatrix}; \quad M_\alpha = \begin{bmatrix} 0,03200 \\ 0,02801 \\ 0,04400 \\ 0,02815 \\ 0,01802 \\ 0,01802 \end{bmatrix}.$$

Результаты численного моделирования динамики лесного пожара показаны на рис. 3. Температура соответствует шкале в правой части рисунка. Стрелки указывают направление движения газовой фазы, серая линия – 50 % непрореагировавшего сухого органического вещества. При выполнении расчетов использован дискретный сдвиг расчетной области на один шаг при условии достижения доли выгоревшей растительности заданного значения. В связи с этим на рис. 3 можно видеть сдвиг левого края невыгоревшей области растительности. В отличие от результатов работы [9], полученных при использовании схемы Харлоу, поле скоростей имеет более нестабильный характер ввиду существенно меньшей схемной вязкости. На момент времени 4,501 с (см. рис. 3, а) происходит взрыв аммонита с зарядом 4,51 МДж/кг и массой 1 кг по координатам  $x = 28$  м,  $z = 1,5$  м. На момент 4,55 с (см. рис. 3, б) можно наблюдать отбрасывание пламени взрывом и соответствующее поле скоростей взрывной волны. Фактическая мощность заряда недостаточна для тушения и на момент 5 с (см. рис. 3, в) пожар возобновляется.

Моделирование процесса детонации выходит за рамки данного исследования, поэтому в работе используется упрощенный метод формирования очага взрыва на основе гауссова распределения массы и энергии. Для более точного моделирования начальной стадии взрыва можно использовать метод вложенных сеток, описанный в работе [8]. Он позволяет сохранить прямоугольную регулярную структуру расчетной области, уменьшая размер ячеек в нужных подобластях.

Полученные результаты численного моделирования взрыва и динамики лесного пожара на основе схемы WENO и их верификации с известными результатами дают основания считать данный подход перспективным при моделировании динамики их взаимодействия. Очевидно, что схеме WENO не характерно чрезмерное сглаживание физических величин. Именно данный аспект обуславливает возможности исследования более тонких газодинамических эффектов, возникающих при взаимодействии лесного пожара и взрыва.

#### Список литературы

1. Taylor, G. The Formation of a Blast Wave by a Very Intense Explosion. I. Theoretical Discussion / G. Taylor // Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. – 1950. – Vol. 201, No. 1065. – P. 159 – 174.
2. Taylor, G. The Formation of a Blast Wave by a Very Intense Explosion. II. The Atomic Explosion of 1945 / G. Taylor // Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences. – 1950. – Vol. 201, No. 1065. – P. 175 – 186.

3. Deakin, M. A. B. G. I. Taylor and the Trinity Test / M. A. B. Deakin // *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. – 2011. – Vol. 42, No. 8. – P. 1069 – 1079. doi: 10.1080/0020739X.2011.562324
4. Моделирование взрыва шнуrowого заряда в пологе леса при отсутствии пожара / В. А. Антонов [и др.] // *Физика горения и взрыва*. – 1993. – Т. 29, № 4. – С. 115 – 123.
5. Ситник, В. В. Моделирование разрушения лесного массива ударной волной, вызванной падением крупного космического тела / В. В. Ситник // *Химическая физика*. – 2009. – Т. 28, № 5. – С. 45 – 55.
6. Grishin, A. M. Mathematical Modeling of the Stripping of Combustible Forest Materials by Explosion of a Cord Charge / A. M. Grishin, A. F. Tsimbalyuk // *Combustion, Explosion and Shock Waves*. – 2006. – Vol. 42, No. 3. – P. 329 – 335.
7. Shu, Ch.-W. Essentially Non-Oscillatory and Weighted Essentially Non-Oscillatory Schemes for Hyperbolic Conservation Laws / Ch.-W. Shu // *Advanced Numerical Approximation of Nonlinear Hyperbolic Equations*. – Springer, 1998. – P. 325 – 432.
8. Buchmueller, P. High-Order WENO Finite Volume Methods on Cartesian Grids with Adaptive Mesh Refinement // Ph. D thesis, Heinrich-Heine-Universit at Dusseldorf. 2016. 102 p.
9. Kataeva, L. Yu. On the Laws of Combustion Wave Suppression by Free Water in a Homogeneous Porous Layer of Organic Combustible Materials / L. Yu. Kataeva, D. A. Maslennikov, N. A. Loshchilova // *Fluid Dynamics*. – 2016. – Vol. 51, No. 3. – С. 389 – 399. doi: 10.1134/S001546281603011X
10. Jiang, G. S. A High-Order WENO Finite Difference Scheme for the Equations of Ideal Magnetohydrodynamics / G. S. Jiang, C. C. Wu // *Journal of Computational Physics*. – 1999. – Vol. 150, No. 2. – P. 561 – 594. doi: 10.1006/jcph.1999.6207
11. Шестаковская, Е. С. Математическое моделирование распространения цилиндрических ударных волн в гетерогенных средах : автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук : 01.02.05 / Е. С. Шестаковская. – Челябинск, 2005. – 18 с.

---

### Modeling the Interaction of Forest Fires and Impulse Effects Using High Accuracy Schemes

D. A. Maslennikov<sup>1</sup>, L. Yu. Kataeva<sup>1</sup>, M. N. Ilyicheva<sup>2</sup>, A. A. Loshchilov<sup>1</sup>

*Laboratory for Mathematical Modeling of Socio-Economic and Ecological Systems (1),  
Department of Applied Mathematics (2),*

*R. E. Alekseev Nizhny Novgorod State Technical University, poman99@mail.ru;  
Nizhny Novgorod, Russia*

**Keywords:** impulse action; wildfire; mechanics of reacting media; WENO circuit; high order circuits; numerical simulation.

**Abstract:** To model the interaction of forest fires and impulse effects, it is proposed to use the directional splitting method in combination with the modified one-dimensional WENO scheme. The agreement of the simulation results of explosions with the data of other authors is shown. The dynamics of a forest fire in combination with the propagation of impulse effects is simulated. The WENO scheme allows more detailed modeling of vortex flows during the spread of fire and explosion. The conclusion is drawn on the acceptability of using the splitting method instead of two-dimensional polynomial reconstruction. It is shown that the presence of

physicochemical processes leads to sharp differences in mass fractions of gas components, which required the inclusion of upstream elements in the algorithm for their calculation.

### References

1. Taylor G. The Formation of a Blast Wave by a Very Intense Explosion. I. Theoretical Discussion, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1950, vol. 201, no. 1065, pp. 159-174.
2. Taylor G. The Formation of a Blast Wave by a Very Intense Explosion. II. The Atomic Explosion of 1945, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1950, vol. 201, no. 1065, pp. 175-186.
3. Deakin M.A.B. G. I. Taylor and the Trinity Test, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 2011, vol. 42, no. 8, pp. 1069-1079, doi: 10.1080/0020739X.2011.562324
4. Antonov V.A., Grishin A.M., Kovalev Yu.M., Naymushina D.Yu. [Simulation of the explosion of a cord charge in a forest canopy in the absence of a fire], *Fizika gorenija i vzryva* [Combustion and Explosion Physics], 1993, vol. 29, no. 4, pp. 115-123. (In Russ.)
5. Sitnik V.V. [Modeling the destruction of the forest massif by a shock wave caused by the fall of a large cosmic body], *Khimicheskaya fizika* [Chemical Physics], 2009, vol. 28, no. 5, pp. 45-55. (In Russ.)
6. Grishin A.M., Tsimbalyuk A.F. Mathematical Modeling of the Stripping of Combustible Forest Materials by Explosion of a Cord Charge, *Combustion, Explosion and Shock Waves*, 2006, vol. 42, no. 3, pp. 329-335.
7. Shu Ch.-W. Advanced Numerical Approximation of Nonlinear Hyperbolic Equations, *Springer*, 1998, pp. 325-432.
8. Buchmueller P. High-Order WENO Finite Volume Methods on Cartesian Grids with Adaptive Mesh Refinement // Ph. D thesis, Heinrich-Heine-Universit at Dusseldorf, 2016, 102 p.
9. Kataeva L.Yu., Maslennikov D.A., Loshchilova N.A. On the Laws of Combustion Wave Suppression by Free Water in a Homogeneous Porous Layer of Organic Combustible Materials, *Fluid Dynamics*, 2016, vol. 51, no. 3, pp. 389-399, doi: 10.1134/S001546281603011X (In Eng., abstract in Russ.)
10. Jiang G.S., Wu C.C. A High-Order WENO Finite Difference Scheme for the Equations of Ideal Magnetohydrodynamics, *Journal of Computational Physics*, 1999, vol. 150, no. 2, pp. 561-594, doi: 10.1006/jcph.1999.6207
11. Shestakovskaya Ye.S., *Extended abstract of candidate's of physical and mathematical sciences thesis*, Chelyabinsk, 2005, 18 p. (In Russ.)

---

## Modellierung der Waldbrandinteraktion und Impulseinwirkung mit Benutzung der hochpräzisen Schaltungen

**Zusammenfassung:** Um die Wechselwirkung von Waldbränden und Impulseeffekten zu modellieren, ist vorgeschlagen, die Methode der gerichteten Aufteilung in Kombination mit dem modifizierten eindimensionalen WENO-Schema zu verwenden. Es ist die Übereinstimmung der Simulationsergebnisse der Explosionen mit den Daten anderer Autoren gezeigt. Die Dynamik eines Waldbrands in Kombination mit der Ausbreitung von Impulseeffekten ist simuliert. Die Verwendung des WENO-Schemas ermöglicht eine detailliertere Modellierung der Wirbelströmungen bei der Ausbreitung von Feuer und Explosion. Es ist festgestellt, dass die Verwendung der

Spaltmethode anstelle der zweidimensionalen Polynomrekonstruktion zulässig ist. Es ist gezeigt, dass das Vorhandensein von physikalisch-chemischen Prozessen zu starken Schwankungen der Massenanteile der Gaskomponenten führt, was für Ihre Berechnung die Einbeziehung in den Algorithmus der Elemente des Stromaufwärtsschemas erforderlich machte.

---

### **Modélisation de l'interaction de l'incendie dans une forêt et de l'effet impulsif avec l'emploi des schémas de haute précision**

**Résumé:** Pour modéliser l'interaction entre l'incendie dans une forêt et de l'effet impulsif il est proposé d'utiliser la méthode du fractionnement directionnel en combinaison avec le schéma unidimensionnel modifié WENO. Les résultats de la modélisation des explosions sont cohérents avec ceux d'autres auteurs. Est réalisée une simulation de la dynamique des incendies dans une forêt en combinaison avec la propagation de l'impact impulsif. L'utilisation du circuit WENO permet de modéliser plus en détails les courants de vortex lors de la propagation d'un incendie et d'une explosion. Est donnée la conclusion qu'il est acceptable d'utiliser la méthode du fractionnement au lieu de la reconstruction polynomiale bidimensionnelle. Est montré que la présence des processus physico-chimiques entraîne des changements brusques dans les fractions massiques des composants gazeux, ce qui nécessite l'inclusion d'éléments du circuit «contre-courant» dans l'algorithme pour les soustraire.

---

**Авторы:** *Масленников Дмитрий Александрович* – кандидат физико-математических наук, доцент, лаборатория математического моделирования социально-экономических и экологических систем; *Катаева Лилия Юрьевна* – доктор физико-математических наук, профессор, лаборатория математического моделирования социально-экономических и экологических систем; *Ильичева Мария Николаевна* – старший преподаватель, кафедра «Прикладная математика»; *Лоцилов Александр Андреевич* – аспирант, лаборатория математического моделирования социально-экономических и экологических систем, ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева», г. Нижний Новгород, Россия.

**Рецензент:** *Петрухин Николай Семенович* – доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Математика», Нижегородский филиал НИУ «Высшая школа экономики», г. Нижний Новгород, Россия.