

ТОЧНОСТЬ ОЦЕНКИ СОСТОЯНИЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИКИ

Е. И. Алгазин

*Кафедра «Электроника и электротехника»,
ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный технический университет»,
evgeniialgazin@gmail.com, г. Новосибирск, Россия*

Ключевые слова: ряд Фурье; системы автоматики; собственное время электрической цепи; электрическая цепь.

Аннотация: Исследована точность оценки состояния линейных систем автоматики путем увеличения числа гармоник разложения в ряд Фурье функции, описывающей временно-энергетическую модель исследуемой электрической цепи. Исследование проведено методом сравнения угла между векторами отсчетов исходной функции и суммы гармоник ряда Фурье. Рассмотрен модуль набора отсчетов исходной функции в сравнении с модулем набора отсчетов суммы гармоник ряда Фурье.

Введение

Существующий аппарат рядов Фурье позволяет использовать его при оценке точности представления исходной функции, описывающей временно-энергетическую модель линейной системы автоматики.

В работе рассматривается линейная система, содержащая источник ЭДС, генерирующий меандр. Для такой цепи предложена временно-энергетическая модель в виде меандра, а не синусоидального колебания [1]. Данная модель позволяет вести исследования по оценке точности представления функциональной зависимости, описывающей модель в виде ряда Фурье путем суммирования необходимого числа гармоник.

Новизна метода состоит в том, что гармоники и меандр представлены в виде зависимости времени от энергии, а не классически – энергии от времени.

Постановка задачи

Рассмотрим линейную систему автоматики в виде источника ЭДС, нагруженного на сопротивление [2]. При этом пусть источник ЭДС генерирует последовательность прямоугольных импульсов в виде меандра в течение определенного времени.

Необходимо предложить временно-энергетическую модель данной линейной системы и получить аналитические выражения для коэффициентов гармоник ряда Фурье, описывающего с требуемой точностью последовательность импульсов вида меандр. Кроме того, необходимо предложить способ оценки точности описания прямоугольных импульсов в сравнении с суммой гармоник ряда Фурье.

Пути решения

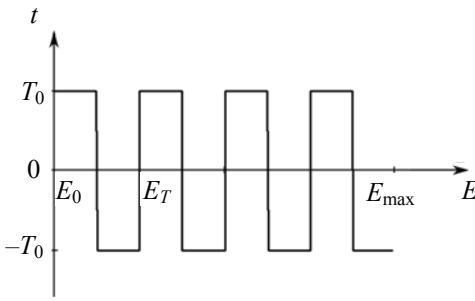


Рис. 1. Геометрическая интерпретация временно-энергетической модели меандра

На рисунке 1 показана геометрическая интерпретация временно-энергетической модели меандра, где T_0 – время изменения энергии в рассматриваемом диапазоне энергий; E_0 – минимальное значение энергии в цепи; E_T – энергия, соответствующая периоду колебаний меандра; E_{\max} – максимальное значение энергии в цепи.

В данной модели за положительное направление оси собственного времени линейной системы выбрано

направление положительного импульса меандра.

Функцию, описывающую зависимость времени от энергии, можно представить следующим образом

$$t(E) = \begin{cases} T_0 E_0 \leq E \leq \frac{E_T}{2} \\ -T_0 \frac{E_T}{2} < E \leq E_T \end{cases}.$$

Предложенную геометрическую интерпретацию можно записать в виде суммы нескольких первых гармоник ряда Фурье, каждая из которых имеет вид

$$t_i(E) = \frac{1}{K} T_0 \sin\left(2\pi K \frac{1}{E_T} (E_0 + i\Delta E)\right),$$

где t_i – мгновенное значение i -го отсчета времени; K – номер гармоники; ΔE – шаг по энергии.

Здесь $T = \frac{2\pi}{\omega}$; $E_T = \int_0^T Ri^2(t)dt$; $\Delta E = \frac{E_T}{N}$; T_0 – задается произвольно;

ω – круговая частота первой гармоники; N – число отсчетов; R – сопротивление резистора в цепи; $i(t)$ – ток в цепи.

Оценивается угол между векторами отсчетов исходного меандра временно-энергетической модели и увеличиваемых сумм гармоник: первой; первой и третьей; первой, третьей и пятой и т.д.

Аналитическое выражение выглядит следующим образом

$$\alpha = \arccos \left(\frac{\sum_{i=1}^N X_i Y_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^N X_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N Y_i^2}} \right),$$

где α – угол между векторами модели и суммы гармоник; X_i , Y_i – мгновенные i -е отсчеты модели и суммы гармоник.

Вычисляются модули наборов отсчетов X_i и Y_i :

$$\text{mod } X = \sqrt{\sum_{i=1}^N X_i^2}; \quad \text{mod } Y = \sqrt{\sum_{i=1}^N Y_i^2}.$$

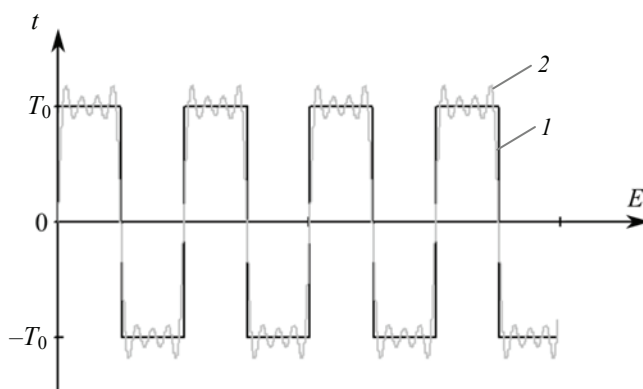


Рис. 2. Влияние числа гармоник:

1 – исходная функция $t_{\text{meandr}}(j\Delta E)$; 2 – сумма гармоник $t\Sigma_j$ (первых четырех)

Результаты

При компьютерном моделировании для указанных выше параметров получены следующие результаты:

$$\alpha_1 = 26,23^\circ; \quad \alpha_{13} = 18,674^\circ;$$

$$\alpha_{135} = 15,265^\circ; \quad \alpha_{1357} = 13,213^\circ,$$

где α_1 – угол между векторами набора отсчета меандра и первой гармоники; α_{13} , α_{135} , α_{1357} – соответственно углы между вектором набора отсчета меандра и векторами сумм первой и третьей; первой, третьей и пятой; первой, третьей, пятой и седьмой гармоник;

$$abs_{\text{meandr}} = 64; \quad abs_{13} = 60,457;$$

$$abs_{135} = 61,73; \quad abs_{1357} = 62,334,$$

где abs_{meandr} , abs_{13} , abs_{135} , abs_{1357} – соответственно модули векторов набора отсчетов меандра; сумм первой и третьей; первой, третьей и пятой; первой, третьей, пятой и седьмой гармоник.

Графической иллюстрацией влияния числа гармоник служит рис. 2.

Выводы

Анализ динамики изменения угла α между векторами отсчетов исходной функции и суммы гармоник говорит о том, что с ростом числа гармоник угол уменьшается на 50 %, что подтверждается классическим понятием – с ростом числа гармоник повышается точность представления исходной функции.

Анализ динамики изменения модуля векторов набора отсчетов исходной функции и суммы гармоник показывает, что с ростом числа гармоник значения модулей увеличились с 94,45 до 96,97 % по сравнению со 100 % меандра, что свидетельствует о верности выбранного способа оценки точности описания линейных систем автоматике.

Список литературы

1. Алгазин, Е. И. Энергетический критерий устойчивости линейных систем автоматики / Е. И. Алгазин // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2018. – Т. 24, № 2. – С. 210 – 215. doi: 10.17277/vestnik.2018.02.pp.210-215

2. Зернов, Н. В. Теория радиотехнических цепей / Н. В. Зернов, В. Г. Карпов. – 2-е изд., перераб. и доп. – Л. : Энергия, 1972. – 816 с.

Accuracy of Assessing the State of Linear Automation Systems

E. I. Algazin

*Department of Electronics and Electrical Engineering,
Novosibirsk State Technical University,
evgenialgazin@gmail.com, Novosibirsk, Russia*

Keywords: Fourier series; automation systems; own time of an electric circuit; electrical circuit.

Abstract: The accuracy of assessing the state of linear systems of automatic systems by increasing the number of harmonics of the expansion in the Fourier series of a function describing the time-energy model of the investigated electrical circuit is investigated. The study was conducted by comparing the angle between the sample vectors of the original function and the sum of harmonics of the Fourier series. The module of the set of samples of the original function is considered in comparison with the module of the set of samples of the sum of harmonics of the Fourier series.

References

1. Algazin Ye.I. [Energy criterion for the stability of linear automation systems], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2018, vol. 24, no. 2, pp. 210-215, doi: 10.17277/vestnik.2018.02.pp.210-215 (In Russ., abstract in Eng.)

2. Zernov N.V., Karpov V.G. *Teoriya radiotekhnicheskikh tsepey* [The theory of radio circuits], Leningrad: Energiya, 1972, 816 p. (In Russ.)

Genauigkeit der Zustandsbewertung der linearen Automatisierungssysteme

Zusammenfassung: Es ist die Genauigkeit der Bewertung des Zustandes der linearen automatischen Systeme durch die Erhöhung der Zahl der harmonischen Zersetzung in die Fourier-Reihe der Funktion, die das zeitweilige energetische Modell des erforschten Stromkreises beschreibt, untersucht. Die Studie wurde mit Hilfe der Methode des Vergleichs des Winkels zwischen den Zählvektoren der ursprünglichen Funktion und der Summe der Harmonischen der Fourier-Reihe durchgeführt. Das Modul des Zähleinsatzes der ursprünglichen Funktion ist im Vergleich zum Modul des Zähleinsatzes der Summe der Harmoniken der Fourier-Reihe betrachtet.

Précision de l'évaluation de l'état des systems linéaires d'automatisation

Résumé: Est étudiée la précision de l'évaluation de l'état des systems linéaires d'automatisation par la voie de l'augmentation du nombre des harmoniques de la décomposition en série de Fourier de la fonction décrivant le modèle d'énergie temporaire du circuit électrique analysé. L'étude a été réalisée en comparant l'angle entre les vecteurs de comptage de la fonction d'origine et la somme des harmoniques de la série de Fourier. Est considéré le module du jeu des comptes de la fonction d'origine par rapport au module du jeu des comptes de la somme des harmoniques de la série de Fourier.

Автор: *Алгазин Евгений Игоревич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Электроника и электротехника», ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный технический университет», г. Новосибирск, Россия.

Рецензент: *Разинкин Владимир Павлович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Теоретические основы радиотехники», ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный технический университет», г. Новосибирск, Россия.