

ISSN 0136-5835  
e-ISSN 2542-1409  
DOI: 10.17277/issn.0136-5835

**ВЕСТНИК  
Тамбовского  
государственного  
технического  
университета**

***TRANSACTIONS  
of the Tambov  
State  
Technical  
University***

***2018. Том 24. № 4.***

**Четырехязычный  
научно-теоретический  
и прикладной журнал  
широкого профиля**

***Four-Language  
Scientific-Theoretical and  
Applied Multidisciplinary  
Journal***

*Основан в 1995 году  
Выходит 4 раза в год*

<http://vestnik.tstu.ru>

**Россия      Тамбов  
Издательство ТГТУ**

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Автоматика. Информатика.</b>	
<b>Управление. Приборы</b> .....	556
<b>Матвейкин В. Г., Скворцов С. А., Акулинин Е. И., Дворецкий С. И.</b> Оптимизация и управление циклическим процессом адсорбционного обогащения воздуха кислородом.....	556
<b>Пещерова О. В., Попов Н. С., Чуксина Л. Н.</b> О системе управления устойчивым развитием эколого-экономических объектов .....	569
<b>Авцинов И. А., Суровцев А. С., Туровский Я. А.</b> Модель для оценки латентного времени действий оператора при стабилизации технологи- ческого процесса .....	578
<b>Фролов С. В., Фролова Т. А.</b> Выбор целесообразной системы управ- ления технологическими процессами при наличии неопределенных параметров.....	591
<b>Межуев А. М., Пасечников И. И., Селиванова З. М.</b> Аналогии и ма- тематическое описание структурных характеристик графовых моделей информационных сетей с использованием спектрального анализа .....	597
<b>Егоров Е. Г., Егоров Е. С., Туголуков Е. Н., Егоров С. Я.</b> Разработка онлайн-приложения для определения теплофизических свойств веществ .....	610
<b>Денисов А. А., Денисова Е. В.</b> Эффект гендерной спецификации кад- ров в управлении конфликтом с участием прозрачного субъекта .....	620
<b>Процессы и аппараты химических</b>	
<b>и других производств. Химия</b> .....	628
<b>Пахомов А. Н., Гатапова Н. Ц., Пахомова Ю. В.</b> Геометрия непод- вижной капли жидкости, лежащей на наклонной поверхности .....	628
<b>Лазарев С. И., Ковалев С. В., Коновалов Д. Н., Кузнецов М. А.,</b> <b>Поликарпов В. М., Аразамасцев А. А.</b> Совершенствование конструк- ции и исследования электробаромембранного аппарата рулонного типа для разделения технологических растворов .....	635
<b>Щепалов А. А., Суханов Д. Е., Степыкин А. В., Новоселов А. С.,</b> <b>Котлова Е. С.</b> Перспективы применения роторно-дисковых аппаратов для гетерогенных экстракционных процессов в нефтехимических и нефтеперерабатывающих производствах .....	642
<b>Севостьянов М. В., Полуэктова В. А., Севостьянов В. С., Шата-     лов А. В., Сирота В. В.</b> Теория и практика механоактивации материа- лов при объемно-сдвиговом деформировании частиц .....	652
<b>Леонтьева А. И., Брянкин К. В., Рухов А. В., Балабаева Н. Н.</b> Разра- ботка композиционных поглотителей для процесса адсорбционной десульфуризации нефти и продуктов ее переработки.....	663

## CONTENTS

<b>Automation. Information Technology.</b>	
<b>Control. Instruments</b> .....	556
<b>Matveykin V. G., Skvortsov S. A., Akulinin E. I., Dvoretzky S. I.</b> Optimization and Control over the Cyclic Process of Adsorption Enrichment of Air with Oxygen .....	556
<b>Peshcherova O. V., Popov N. S., Chuksina L. N.</b> The System of Sustainable Development for Ecological Economic Facilities .....	569
<b>Avtsinov I. A., Surovtsev A. S., Turovsky Ya. A.</b> The Model for Estimating the Latent Time of Operator Actions for the Process Stabilization .....	578
<b>Frolov S. V., Frolova T. A.</b> Selecting the Process Control System Subject to Uncertain Parameters .....	591
<b>Mezhuyev A. M., Pasechnikov I. I., Selivanova Z. M.</b> Analogies and Mathematical Description of the Structural Characteristics of Graph Information Networks Models Using Spectral Analysis .....	597
<b>Egorov E. G., Egorov E. S., Tugolukov E. N., Egorov S. Ya.</b> Development of Online Applications to Determine Thermophysical Properties of Substances .....	610
<b>Denisov A. A., Denisova E. V.</b> The Effect of Gender Specification of Personnel in Conflict Management Involving Phantom Subject .....	620
<b>Chemical and Related Engineering.</b>	
<b>Chemistry</b> .....	628
<b>Pakhomov A. N., Gatapova N. Ts., Pakhomova Yu. V.</b> Geometry of a Fixed Drop of Liquid Lying on an Inclined Surface .....	628
<b>Lazarev S. I., Kovalev S. V., Konovalov D. N., Kuznetsov M. A., Polikarpov V. M., Arzamastsev A. A.</b> Improvement of Design and Research into a Roll-Type Electrobaromembrane Apparatus of for Separation of Process Solutions .....	635
<b>Schepalov A. A., Sukhanov D. E., Stepykin A. V., Novoselov A. S., Kotlova E. S.</b> Prospects of Application of Rotary Disk Apparatus for Heterogeneous Extraction Processes in Petrochemical and Petroleum Refining Industries .....	642
<b>Sevostyanov M. V., Poluektova V. A., Sevostyanov V. S., Shatalov A. V., Sirota V. V.</b> Theory and Practice of Mechanical Activation of Materials with Volume-Shear Deformation of Particles .....	652
<b>Leontyeva A. I., Bryankin K. V., Rukhov A. V., Balabayeva N. N.</b> Development of Composite Absorbers for the Process of Adsorption Desulfurization of Oil and its Refining Products .....	663

<b>Математика. Физика</b> .....	670
<b>Нахман А. Д.</b> Аппроксимация функций в точках Лебега средними рядами Фурье .....	670
<b>Ахтямов А. М., Галимов Р. Ю.</b> Идентификация распадающихся краевых условий задачи Штурма–Лиувилля .....	684
<b>Машиностроение. Металлообработка</b> .....	698
<b>Сентяков К. Б., Святский В. М., Сентяков Б. А., Святский М. А.</b> Математическая модель профиля кулачка механизма качания раздувочного агрегата для получения синтетических волокнистых материалов .....	698
<b>Ванин В. А., Колодин А. Н., Родина А. А., Фидаров В. Х.</b> Синтез и оптимизация кинематической структуры станков с использованием гидравлических связей в формообразующих цепях .....	707
<b>Материаловедение. Нанотехнологии</b> .....	717
<b>Аль-Шиблави К. А., Пасько А. А., Першин В. Ф.</b> Моделирование процесса получения графеновых структур жидкофазной сдвиговой эксфолиацией графита .....	717
<b>Петров А. В.</b> Высокоинтенсивный ультразвук как инструмент воздействия на наноструктурные системы в биомедицинских технологиях .....	727

<b>Mathematics. Physics</b> .....	670
<b>Nakhman A. D.</b> Approximation of Functions in Lebesgue Points by the Mean Fourier Series.....	670
<b>Akhtyamov A. M., Galimov R. Yu.</b> Identification of Disintegrating Boundary Conditions of the Sturm-Liouville Problem.....	684
<b>Mechanical Engineering. Metal Treatment</b> .....	698
<b>Sentyakov K. B., Svyatsky V. M., Sentyakov B. A., Svyatsky M. A.</b> A Mathematical Model for Cam Profile of a Swinging Mechanism of a Blowing Machine for Production of Synthetic Fibrous Materials.....	698
<b>Vanin V. A., Kolodin A. N., Rodina A. A., Fidarov V. Kh.</b> Synthesis and Optimization of Kinematic Structure of Machine Tools Using Hydraulic Connections in Forming Chains .....	707
<b>Material Science. Nanotechnology</b> .....	717
<b>Al-Shiblavi K. A., Pasko A. A., Pershin V. F.</b> Modeling of the Process of Obtaining Graphene Structures Using Liquid Phase Graphite Shift Exfoliation .....	717
<b>Petrov A. V.</b> High Intensity Ultrasound as a Tool to Influence Nanostructure Systems in Biomedical Technologies.....	727

**ОПТИМИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ЦИКЛИЧЕСКИМ  
ПРОЦЕССОМ АДСОРБЦИОННОГО ОБОГАЩЕНИЯ  
ВОЗДУХА КИСЛОРОДОМ**

**В. Г. Матвейкин<sup>1</sup>, С. А. Скворцов<sup>1</sup>,  
Е. И. Акулинин<sup>2</sup>, С. И. Дворецкий<sup>2</sup>**

*Кафедры: «Информационные процессы и управление» (1);  
«Технологии и оборудование пищевых и химических производств» (2),  
ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия; ipu@ahp.tstu.ru*

**Ключевые слова:** воздух; динамика; изотерма адсорбции; кинетика; кислород; короткоцикловая безнагревная адсорбция; математическая модель; оптимизация; управление; цеолитовый адсорбент.

**Аннотация:** Поставлена и исследована задача оптимизации (в смысле определения максимума степени извлечения кислорода) процесса обогащения воздуха кислородом в двухадсорберной установке короткоцикловой безнагревной адсорбции (КБА) с учетом выполнения требований по чистоте кислорода, производительности установки и ресурсосбережению гранулированного адсорбента. Разработаны алгоритм и двухуровневая система адаптивного управления процессом обогащения воздуха кислородом, реализация которых обеспечит автоматический контроль возмущающих воздействий, оперативное решение задачи оптимизации (на верхнем уровне) и коррекцию заданий программному задатчику и регуляторам автоматической системы управления (на нижнем уровне). Использование адаптивной оптимизации в системе управления позволит повысить значение степени извлечения кислорода в установке КБА в среднем на 10 % (по сравнению с использованием традиционной системы управления без адаптивной оптимизации) при выполнении требуемых ограничений по чистоте кислорода, ресурсосбережению гранулированного адсорбента и производительности установки.

**Обозначения**

$a_k$ – величина сорбции $k$ -го компонента в адсорбенте, моль/м <sup>3</sup> ;	$c_p^a, c_p^g$ – удельные теплоемкости адсорбента и газовой смеси соответственно, Дж/(кг К);
$a_k^*$ – концентрация адсорбата на поверхности раздела фаз или равновесная текущей величине концентрации $c_k$ адсорбтива в газовой фазе, моль/м <sup>3</sup> ;	$D_a, d_{gr}$ – диаметры слоя и гранул адсорбента соответственно, м;
$\mathbf{b}$ – вектор параметров изотермы сорбции;	$G^{in}$ – расход атмосферного воздуха в питание установки КБА, л/мин;
$c_k$ – мольная концентрация $k$ -го компонента газовой смеси, моль/м <sup>3</sup> ;	$G^{out}$ – расход на выходе продукционной линии установки КБА, л/мин;

$G_1^{out}$ – расход газовой смеси, обедненной кислородом, на отводной линии установки КБА;	$y^{out}$ – состав на выходе продукционной линии установки КБА;
$h_k^{ads}$ – теплота адсорбции $k$ -го компонента газовой смеси, Дж/моль;	$y_1^{out}$ – состав газовой смеси, обедненной кислородом, на отводной линии установки КБА;
$M_g$ – молярная масса газовой смеси, кг/моль;	$\alpha$ – коэффициент теплоотдачи от поверхности гранул адсорбента к потоку газовой смеси, Вт/(К·м <sup>2</sup> );
$P_{ads}^{in}, P_{des}^{in}$ – давление на стадиях адсорбции и десорбции соответственно;	$L$ – высота (длина) слоя адсорбента, м;
$R$ – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К);	$\beta_k$ – эффективный коэффициент массопереноса $k$ -го компонента, отнесенный к концентрации адсорбата (кинетический коэффициент);
$Q$ – производительность установки КБА, л/мин;	$\varepsilon$ – коэффициент порозности адсорбента с учетом пористости гранул, м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup> ;
$S_{ud}$ – коэффициент удельной поверхности гранул адсорбента, м <sup>2</sup> /м <sup>3</sup> ;	$\gamma$ – тип адсорбента;
$t_{ц}, t_{пц}$ – продолжительность цикла и полуцикла «адсорбция – десорбция» периодических стадий адсорбционного обогащения воздуха кислородом соответственно, с;	$\lambda_a, \lambda_g$ – коэффициенты теплопроводности адсорбента и газовой смеси соответственно, Вт/(м·К);
$t_{уст}$ – время выхода установки на установившийся режим, с;	$\chi$ – коэффициент обратного потока обогащенного кислородом воздуха;
$t_{ф}$ – время функционирования, с;	$\varepsilon_0$ – порозность слоя адсорбента без учета пористости частиц, м <sup>3</sup> /м <sup>3</sup> ;
$P^{out}$ – давление на продукционном выходе установки КБА, Па;	$v_g$ – скорость воздуха, м/с;
$P_1^{out}$ – давление на линии отвода газовой смеси, обедненной кислородом, Па;	$\rho_a$ – плотность адсорбента, кг/м <sup>3</sup> ;
$T_a, T_g, T_{OC}$ – температуры адсорбента, воздуха и окружающей среды соответственно, К;	$\rho_g$ – молярная плотность газовой смеси, моль/м <sup>3</sup> ;
$T_g^{out}$ – температура на выходе продукционной линии установки КБА, К;	$\mu_g$ – динамическая вязкость газовой смеси, Па·с;
$U_{OC}$ – состав воздуха окружающей среды;	$\varsigma$ – коэффициент сферичности гранул адсорбента;
	$\sigma$ – форма адсорбента;
	$\psi_{K_i}$ – закон открытия $i$ -го регулирующего клапана;
	$\eta$ – степень извлечения кислорода, %.

## Введение

В последние десятилетия все более распространенным становится использование циклических адсорбционных процессов для разделения газовых смесей и концентрирования целевых продуктов (короткоцикловая безнагревная адсорбция (КБА)), которые не предполагают наличия внешнего источника тепла [1, 2].

Короткоцикловые процессы адсорбционного разделения смесей газов широко применяют в промышленности для извлечения водорода, обогащения воздуха кислородом, безнагревной осушки газов, разделения углеводородов, концентрирования диоксида углерода, извлечения метана и т.п. Одной из актуальных задач в области адсорбционного разделения является обогащение воздуха кислородом. Типичными

веществами, сопутствующими кислороду, являются азот, аргон и диоксид углерода. Особенностью адсорбционного концентрирования кислорода является тот факт, что азот имеет более высокие значения адсорбционной селективности и является более сорбируемым компонентом.

Анализ многочисленных работ зарубежных и российских ученых в области адсорбционного разделения многокомпонентных газовых смесей и концентрирования целевого продукта (водорода, кислорода, азота, углекислого газа и др.), оптимизации режимных переменных технологического процесса, управления и автоматизации позволил определить место данной статьи среди других работ, ее актуальность и перспективность.

Цель работы – разработка алгоритма оптимизации и системы автоматического управления циклическим адсорбционным процессом обогащения воздуха кислородом, обеспечивающих поддержание максимальной степени извлечения кислорода при выполнении требований технологического регламента по чистоте кислорода, производительности установки и ресурсосбережению гранулированного адсорбента.

### **Анализ процесса концентрирования кислорода методом адсорбционного разделения воздуха как объекта управления**

Анализ процесса адсорбционного разделения воздуха в двухадсорберной установке позволил определить (рис. 1):

– в качестве управляющих переменных  $\mathbf{u}(t)$ :  $t_{\text{ц}}$ ;  $P_{\text{ads}}^{\text{in}}(t)$ ,  $P_{\text{des}}^{\text{in}}(t)$ ; или законы  $\psi_{K_1}(t)$ ,  $\psi_{K_4}(t)$ ,  $t \in [0; 0,5t_{\text{ц}}]$ ,  $\psi_{K_2}(t)$ ,  $\psi_{K_3}(t)$ ,  $t \in [0,5t_{\text{ц}}; t_{\text{ц}}]$  открытия регулирующих «впускных»  $K_1$ ,  $K_2$  и «сбросных»  $K_3$ ,  $K_4$  клапанов; коэффициент  $\chi$  обратного потока обогащенного кислородом воздуха, подаваемого на регенерацию адсорбента параллельного адсорбера через клапан  $K_5$ ;

– в качестве возмущающих воздействий  $\mathbf{z}(t)$ ,  $t \in [0, t_{\text{ф}}]$ :  $y_{\text{OC}}, T_{\text{OC}}, B_{\text{OC}}$ ;  $P^{\text{out}}$  на отрезке времени  $[0, t_{\text{ф}}]$ ;  $P_1^{\text{out}} = B_{\text{OC}}$ , то есть  $\mathbf{z} = \{y_{\text{OC}}, T_{\text{OC}}, B_{\text{OC}}, P^{\text{out}}, P_1^{\text{out}}\}$ ;

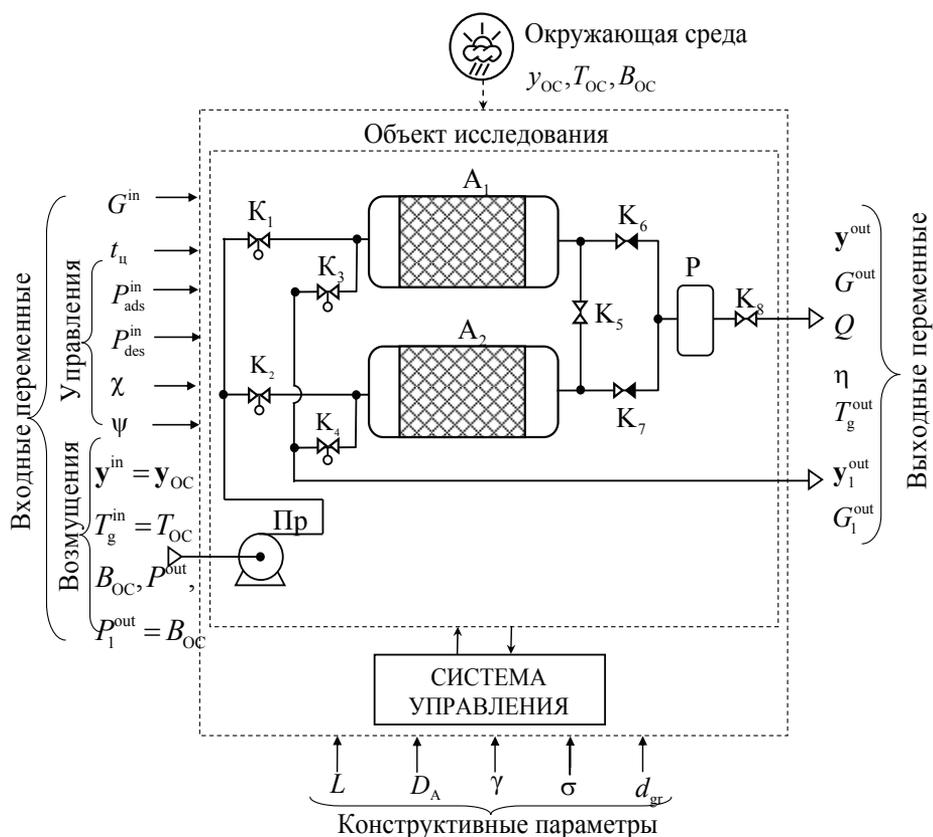
– нагрузка по сырью  $G^{\text{in}}$ ;

– выходные переменные установки КБА  $(y^{\text{out}}, G^{\text{out}}, T_{\text{г}}^{\text{out}}, Q, \eta, y_1^{\text{out}}, G_1^{\text{out}})$ .

Будем считать, что существенные изменения возмущающих воздействий  $\mathbf{z}(t)$ ,  $t \in [0, t_{\text{ф}}]$  происходят в моменты времени  $t_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$  и далее на интервалах времени  $[t_i, t_{i+1}]$ ,  $i = 1, 2, \dots$  значения возмущений не изменяются. Причем, на данных интервалах времени намного превышают отрезок времени  $[0, t_{\text{ст}}]$ , на котором, собственно, и осуществляется решение задачи оптимизации неустановившихся режимов работы установки КБА, вызванных возмущением  $\mathbf{z}(t)$  в момент времени  $t_i$ . В этом случае возмущения  $\mathbf{z}(t)$ ,  $t \in [0, t_{\text{ф}}]$  на интервале времени  $[0, t_{\text{ф}}]$  удобно представлять в форме кусочно-постоянных функций  $z(t_i) = z^i = \text{const}$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots$ . Аналогично, непрерывные функции управлений  $\psi_{K_1}(t)$ ,  $\psi_{K_4}(t)$ ,  $t \in [0; 0,5t_{\text{ц}}]$ ,  $\psi_{K_2}(t)$ ,  $\psi_{K_3}(t)$ ,  $t \in [0,5t_{\text{ц}}; t_{\text{ц}}]$  на отрезке времени  $[0, t_{\text{ц}}]$  будем аппроксимировать кусочно-постоянными функциями:

$$\psi_1^j(t) = \psi_{K_1}^{j,i} = \psi_{K_1}(t_j, z^i), \quad \psi_4^j(t) = \psi_{K_4}^{j,i} = \psi_{K_4}(t_j, z^i), \quad t_j \in [0; 0,5t_{\text{ц}}], \quad j = \overline{1, m};$$

$$\psi_2^j(t) = \psi_{K_2}^{j,i} = \psi_{K_2}(t_j, z^i), \quad \psi_3^j(t) = \psi_{K_3}^{j,i} = \psi_{K_3}(t_j, z^i), \quad t_j \in [0,5t_{\text{ц}}; t_{\text{ц}}], \quad j = \overline{1, m}.$$



**Рис. 1. Схема двухадсорберной установки КБА для концентрирования кислорода:**

$A$  – адсорбер;  $B_{OC}$  – барометрическое давление воздуха окружающей среды;

$K_i$  –  $i$ -й клапан; Пр – побудитель расхода;  $P$  – ресивер

При математическом описании процесса обогащения воздуха кислородом в установке КБА принимали следующие допущения: 1) атмосферный воздух является трехкомпонентной газовой смесью (содержит 1 –  $O_2$  с концентрацией 20,3 – 20,8 об. %; 2 –  $N_2$  с концентрацией 78,2 об. %; 3 – Ar и другие примеси с концентрацией 1,0 – 1,5 об. %) и рассматривается как идеальный газ, что вполне допустимо при давлении в адсорбере до  $200 \cdot 10^5$  Па [3]; причем концентрации аргона и других примесей в газовой смеси не изменяются при обогащении воздуха кислородом; 2) диаметр и высота насыпного слоя цеолитового адсорбента NaX составляли 0,05 и 0,5 м соответственно; диаметр гранул – 2 мм, коэффициент пористости гранул  $\sim 0,394$  и диаметр транспортных пор  $\sim 0,5 \cdot 10^{-3}$  м; 3) геометрические размеры адсорбционного слоя считали постоянными в течение заданного срока эксплуатации  $\sim 10^5$  ч [4, 5]; 4) слой адсорбента представляет собой сплошную среду с коэффициентом пористости  $\epsilon$ , учитывающим пористость гранул; 5) адсорбционное равновесие (изотерма адсорбции) описывается уравнением Ленгмюра–Фрейндлиха; 6) десорбционные ветви изотерм адсорбции  $O_2$ ,  $N_2$  на цеолите NaX совпадают с адсорбционными [6, 7]; 7) температура воздуха в ресивере равна температуре воздуха на выходе из адсорбера, тепловые потери в окружающую среду пренебрежимо малы.

В соответствии с принятыми допущениями математическое описание циклического процесса адсорбционного разделения воздуха и концентрирования кислорода в установке КБА включает следующие уравнения [8].

1. Уравнения покомпонентного (для  $O_2 - k = 1$ ;  $N_2 - k = 2$ ) материального баланса в потоке газовой смеси по высоте слоя адсорбента

$$\frac{\partial c_k(x,t)}{\partial t} + \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \frac{\partial a_k}{\partial t} + \frac{\partial(v_g c_k(x,t))}{\partial x} = 0. \quad (1)$$

В уравнении (1) первое слагаемое описывает скорость накопления  $k$ -го компонента смеси в газовой фазе; второе – скорость накопления  $k$ -го компонента в адсорбенте; третье – конвективный перенос вещества в слое адсорбента.

2. Уравнение кинетики адсорбции:

$$\frac{\partial a_k}{\partial t} = \beta_k (a_k^* - a_k), \quad k = 1, 2. \quad (2)$$

Уравнение (2) представляет собой описание кинетики адсорбции для смешанно-диффузионной области массопереноса адсорбтива ( $O_2$ ,  $N_2$ ) через границу раздела фаз.

Кинетические коэффициенты  $\beta_k$  определялись путем решения регуляризованной экстремальной задачи идентификации с использованием экспериментальных данных, полученных методом физического моделирования установки КБА в лабораторных и опытно-промышленных условиях:  $\beta_{O_2} = 5,776 \text{ с}^{-1}$ ;  $\beta_{N_2} = 1,925 \text{ с}^{-1}$ .

Величина адсорбции  $a_k^*$ , равновесная текущей концентрации адсорбтива  $c_k$  в потоке на внешней поверхности гранул, рассчитывается по уравнению изотермы Ленгмюра–Фрейндлиха [9, 10]

$$a_k^* = \frac{b_{1,k} c_k \exp(b_{2,k}/T_a)}{1 + \sum_{j=1}^2 b_{3,j} c_j \exp(b_{4,k}/T_a)} + \frac{b_{5,k} c_k \exp(b_{6,k}/T_a)}{1 + \sum_{j=1}^2 b_{3,j} c_j \exp(b_{4,k}/T_a)}, \quad k = 1, 2.$$

3. Уравнение, описывающее распространение тепла в потоке газовой смеси по длине  $x$  адсорбента:

$$c_p^g \rho_g \frac{\partial T_g(x,t)}{\partial t} + c_p^g \rho_g v_g \frac{\partial T_g(x,t)}{\partial x} - \frac{\alpha}{\varepsilon} S_{ud} [T_a(x,t) - T_g(x,t)] = 0, \quad 0 < x < L, \quad (3)$$

где  $S_{ud} = (1-\varepsilon) \frac{6}{d_{gr}}$ .

В уравнении (3) первое слагаемое описывает накопление тепла в газовой фазе; второе – конвективную составляющую переноса тепла; третье – теплоотдачу от газовой фазы к твердой (адсорбенту).

4. Уравнение, описывающее изменение температуры в адсорбенте

$$c_p^a \rho_a \frac{\partial T_a(x,t)}{\partial t} + \alpha S_{ud} [T_a(x,t) - T_g(x,t)] - \sum_k h_k^{ads} \frac{\partial a_k(x,t)}{\partial t} = \lambda_a \frac{\partial^2 T_a(x,t)}{\partial x^2}. \quad (4)$$

В уравнении (4) первое слагаемое описывает энтальпию твердой фазы (адсорбента); второе – теплоотдачу от твердой фазы (адсорбента) к газовой; третье – выделение теплоты сорбции компонентов газовой смеси; четвертое – теплопроводность в адсорбенте по координате  $x$ .

5. Уравнение Эргуна, связывающее изменение давления и скорости газовой смеси по длине адсорбента [11]:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = - \left( \frac{150(1-\varepsilon_0)^2}{(d_{gr}\zeta)^2 \varepsilon_0^2} \mu_g v_g + 1,75 M_g \rho_g \frac{(1-\varepsilon_0)}{d_{gr}\zeta \varepsilon_0} v_g^2 \right), \quad (5)$$

где уравнение состояния идеального газа имеет вид:  $P(x,t) = R T_g(x,t) \sum_k c_k(x,t)$ .

Начальные и граничные условия для уравнений (1) – (5), формулы для расчета коэффициентов математической модели приведены в работе [8], поэтому в данной статье не приводятся.

Объемный расход потока, направляемого в ресивер Р (см. рис. 1), определялся как  $G^{out} = G_{ads}^{out} - G_{des}^{in}$ , где  $G_{des}^{in} = \chi G_{ads}^{out} \frac{P_{des}}{P_{ads}}$  – объемный расход потока, обогащенного кислородом, направляемого на десорбцию преимущественно  $O_2$ ,  $N_2$  и отвод в атмосферу.

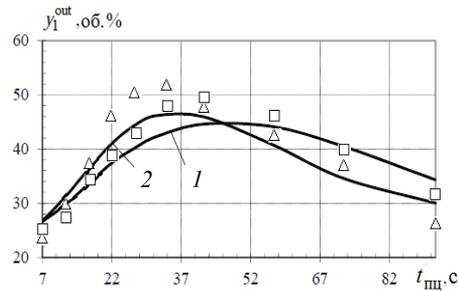
Таким образом, уравнения (1) – (5) с начальными и граничными условиями представляют собой математическое описание циклических процессов адсорбции – десорбции, осуществляемых в адсорберах  $A_1$ ,  $A_2$  установки КБА (см. рис. 1). Для решения системы дифференциальных уравнений в частных производных с соответствующими начальными и граничными условиями использовали метод конечных элементов в программной среде MATLAB.

Далее концентрации кислорода и азота будем обозначать через  $y = (y_1, y_2)$  об. %. Проверка адекватности математической модели проводилась по результатам независимых экспериментов, то есть отличных от экспериментальных данных, использованных для идентификации модели. Рассогласование расчетных по модели и экспериментальных данных оценивали по формуле

$$\delta_{max} = \max_{i=1,d} \frac{|y_{1,i}^{out,e} - y_1^{out}(t_{ads,i})|}{y_{1,i}^{out,e}},$$

где  $y_{1,i}^{out,e}$ ,  $y_1^{out}(t_{ads,i})$  – экспериментальное и расчетное значения концентрации кислорода в продукционном потоке на выходе установки КБА в  $i$ -м опыте, об. %,  $i = \overline{1,d}$ ,  $d$  – число экспериментальных точек;  $t_{ads,i}$  – продолжительность стадии адсорбции в  $i$ -м опыте, с.

Максимальная относительная погрешность  $\delta_{max}$  рассогласования расчетных  $y_1^{out}$  и экспериментальных  $y_1^{out,e}$  данных на стадии адсорбции не превышает 13,2 % (рис. 2), что позволяет с приемлемой для практики точностью использовать математическую модель для технологического расчета, оптимизации и управления процессом обогащения воздуха кислородом методом адсорбционного разделения газовой смеси.



**Рис. 2. Экспериментальные и расчетные по модели зависимости концентрации продукционного кислорода при давлении на выходе компрессора:**

1 –  $2,7 \cdot 10^5$  Па ; 2 –  $3,7 \cdot 10^5$  Па ;  $t_{пц} = 0,5 t_{ц}$  ;

$\Delta$ ,  $\square$  – эксперимент; — – расчет по модели

## Постановка задачи оптимизации режимных параметров процесса обогащения воздуха кислородом

Сформулируем задачу оптимизации циклических режимов работы установки КБА при разделении атмосферного воздуха и концентрировании кислорода: при фиксированных значениях возмущающих воздействий и нагрузки по сырью  $\underline{y}_1^{\text{in}} \leq y_1^{\text{in}} \leq \bar{y}_1^{\text{in}}$ ,  $\underline{G}^{\text{in}} \leq G^{\text{in}} \leq \bar{G}^{\text{in}}$  требуется определить управления  $\mathbf{u}^*$  – продолжительность цикла  $t_{\text{ц}}^*$  «адсорбция – десорбция», степени открытия  $\psi_1^{j*} = \psi_{K_1}^{j,i*}$ ,  $\psi_4^{j*} = \psi_{K_4}^{j,i*}$  на отрезке времени  $[0; 0,5t_{\text{ц}}]$  и  $\psi_2^{j*} = \psi_{K_2}^{j,i*}$ ,  $\psi_3^{j*} = \psi_{K_3}^{j,i*}$  на отрезке времени  $[0,5t_{\text{ц}}; t_{\text{ц}}]$  впускных  $K_1, K_2$  и сбросных клапанов  $K_3, K_4$  такие, что среднее значение степени извлечения (концентрирования) кислорода  $\eta$  на отрезке времени  $[0, t_{\text{уст}}]$  достигает максимума, то есть

$$I(\mathbf{u}^*, \mathbf{z}^i) = \frac{1}{t_{\text{уст}}} \int_0^{t_{\text{уст}}(\mathbf{u}^*)} \eta(\mathbf{u}^*, \mathbf{z}^i) dt = \max_{\mathbf{u}=(t_{\text{ц}}, \psi_1^{j,i}, \psi_3^{j,i}, \psi_2^{j,i}, \psi_4^{j,i}, j=\overline{1,m})} \frac{1}{t_{\text{уст}}} \int_0^{t_{\text{уст}}(\mathbf{u})} \eta(\mathbf{u}, \mathbf{z}^i) dt \quad (6)$$

при связях (1) – (5) с начальными и граничными условиями и ограничениях:

– на «установившееся» значение концентрации продукционного кислорода

$$y_{1,\text{зад}}^{\text{out}} - y_{1,\text{уст}}^{\text{out}}(u, z^i) \leq 0, i = 1, 2, 3, \dots; \quad (7)$$

– производительность установки

$$Q_{\text{зад}} - Q(\mathbf{u}, \mathbf{z}^i, y_{1,\text{уст}}^{\text{out}}) \leq 0; \quad (8)$$

– скорость газовой смеси в «лобовом» слое адсорбента

$$\max_{t \in [0, t_{\text{ц}}]} \left| v_g(u, z^i) \right| - v_g^+ \leq 0; \quad (9)$$

– перепад давления в слое адсорбента

$$\begin{aligned} \max_{t \in [0; 0,5t_{\text{ц}}]} P_{\text{ads}}^{\text{out}}(\mathbf{u}, \mathbf{z}^i, L, t) - P_{\text{ads}}^{\text{in}}(\mathbf{u}, \mathbf{z}^i, 0, t) &\leq \Delta P_{\text{ads}}^+; \\ \max_{t \in [0,5t_{\text{ц}}; t_{\text{ц}}]} P_{\text{des}}^{\text{out}}(\mathbf{u}, \mathbf{z}^i, L, t) - P_{\text{des}}^{\text{in}}(\mathbf{u}, \mathbf{z}^i, 0, t) &\leq \Delta P_{\text{des}}^+; \end{aligned} \quad (10)$$

– расход атмосферного воздуха в питании установки КБА

$$\max_{t \in [0; 0,5t_{\text{ц}}]} G^{\text{in}}(t) \leq G^{\text{in}+}; \quad (11)$$

– управления

$$t_{\text{ц}} \leq t_{\text{ц}} \leq \bar{t}_{\text{ц}}; \quad (12)$$

$$0 \leq \psi_{\lambda}^{j,i} \leq 1, \lambda = \overline{1,4}; j = \overline{1,m}; \quad (13)$$

$$\underline{P}_{\text{ads}}^{\text{in}} \leq P_{\text{ads}}^{\text{in}} \leq \bar{P}_{\text{ads}}^{\text{in}}, \quad (14)$$

где  $Y_{1,зад}^{out}$  – заданное значение концентрации кислорода в продукционном потоке воздуха;  $Q_{зад}$  – заданное значение производительности (расхода продукционного потока воздуха при концентрации  $Y_{1,зад}^{out}$  кислорода) установки КБА;  $v_g^+$  – максимально допустимое значение скорости газовой смеси в слое адсорбента;  $\Delta P_{ads}^+, \Delta P_{des}^+$  – максимально допустимые значения перепада давления в адсорбционном слое на стадиях адсорбции и десорбции;  $t_{ц}, \bar{t}_{ц}$  – минимальное и максимальное значения продолжительности цикла «адсорбция – десорбция»;  $\underline{P}_{ads}^{in}, \bar{P}_{des}^{in}$  – минимальное и максимальное допустимые давления на стадии адсорбции соответственно.

Критерий оптимальности (6) и ограничения (7) – (10) вычисляются через решение уравнений динамики (1) – (5) до наступления нового стационарного периодического режима работы установки КБА. Ограничение максимального значения скорости потока воздуха в «лобовом» слое адсорбента (9) необходимо учитывать при решении задачи оптимизации для предохранения гранулированного адсорбента от разрушения вследствие аэродинамического удара при резком (скачкообразном) открытии регулирующих клапанов  $K_1 - K_4$ .

Сформулированная аргументная задача оптимизации (6) – (14) относится к классу задач нелинейного программирования, для решения которой будем использовать метод последовательного квадратичного программирования [12].

### **Разработка алгоритма и системы управления циклическим адсорбционным процессом обогащения воздуха кислородом**

Для управления циклическим адсорбционным процессом концентрирования кислорода в установке КБА разработана двухуровневая система управления, в которой на нижнем уровне находятся: контроллер, измерительные преобразователи, исполнительные механизмы; на верхнем уровне: SCADA-система на персональном компьютере.

При разработке алгоритма управления короткоцикловым процессом концентрирования кислорода будем считать, что возмущающие воздействия  $\mathbf{z}^j$  являются измеримыми в моменты времени  $t_i$  и действуют в течение интервала времени  $[t_i, t_{i+1}]$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots$ . Алгоритмом управления предусматривается непрерывный контроль текущих значений возмущений  $\mathbf{z}^i = \{y_{OC}^i, T_{OC}^i, B_{OC}^i, P^{out,i}\}$  и при их отклонении от номинальных значений осуществляется решение задачи оптимизации (6) – (14) методом последовательного квадратичного программирования. Результатом решения задачи оптимизации являются: оптимальное значение продолжительности цикла  $t_{ц}^*$  и законы оптимального изменения степени открытия клапанов  $K_1, K_4 - \psi_1^{j*} = \psi_{K_1}^{j,i*}, \psi_4^{j*} = \psi_{K_4}^{j,i*}, j = \overline{1, m}$  на отрезке времени  $[0; 0,5t_{ц}]$  и  $K_2, K_3 - \psi_2^{j*} = \psi_{K_2}^{j,i*}, \psi_3^{j*} = \psi_{K_3}^{j,i*}$  на отрезке времени  $[0,5t_{ц}; t_{ц}]$ . Далее на основании рассчитанного оптимального управления производится пересчет циклограммы переключений клапанов  $K_1 - K_4$ . Программно-логическое управление клапанами реализуется посредством программного задатчика.

Пусть при  $t_i = 1600$  с в окружающей среде скачкообразно изменяется температура  $T_{OC}$  от номинального значения 293 до 323 К, а также состав воздуха: концентрация кислорода  $y_1^{in}$  скачкообразно уменьшается от 20,8 до 20,3 об. %, концентрация примесей  $y_3^{in}$  увеличивается от 1,0 до 1,5 об. %. Для этих условий оптимальными управлениями  $\mathbf{u}^*$  являются  $t_{ц}^* = 31$  с,  $\psi_1^{j*} - \psi_4^{j*}$ ,  $j = \overline{1, 10}$  (рис. 3).

Из анализа графиков на рис. 4 следует, что ограничение по ресурсосбережению адсорбента – скорости газовой смеси в «лобовом слое» ( $v_g \leq 0,08$  м/с при  $x = 0$ ) выполняется.

Анализ других результатов показывает, что при адаптивной оптимизации режимов функционирования установки КБА степень извлечения кислорода увеличивается в среднем на 9,6 % и выполняются ограничения по чистоте кислорода  $y_1^{out} \geq 39$  об. % и производительности установки  $Q \geq 2$  нл/мин (табл. 1).

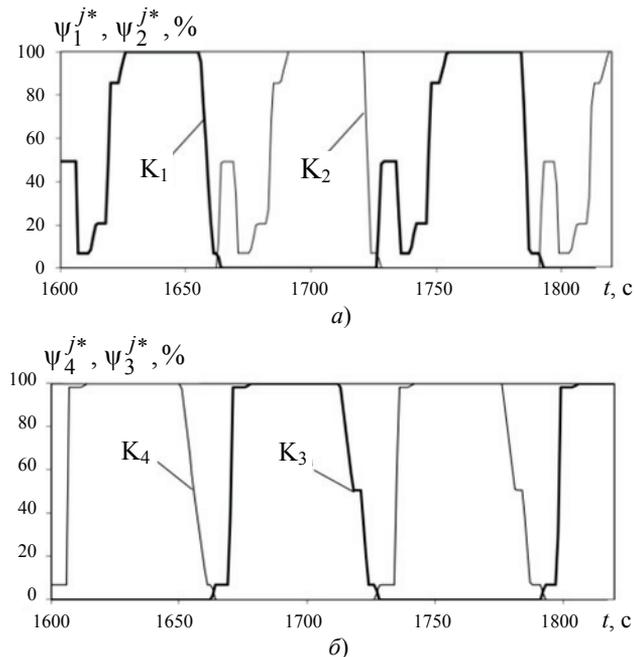


Рис. 3. Динамика степени  $\psi_1^{j*}, \psi_2^{j*}, \psi_4^{j*}, \psi_3^{j*}$  открытия впускных  $K_1, K_2$  (а) и сбросных  $K_3, K_4$  (б) клапанов

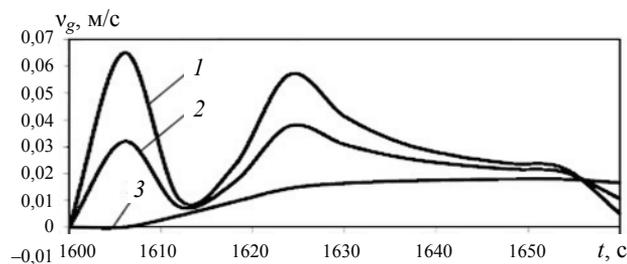


Рис. 4. Динамика скорости воздуха в слое адсорбента при скачкообразном возмущении по температуре окружающей среды (293 ... 323 К):  
1 –  $x = 0$ ; 2 –  $x = L/2$ ; 3 –  $x = L$

Таблица 1

**Сравнительный анализ работы установки с адаптивной оптимизацией (+)  
в системе управления и без адаптивной оптимизации (-)**

Показатели установки КБА	Оптимальные значения для номинального режима	Случайные значения возмущений					
		$T_{OC} = 233 \text{ К}$		$T_{OC} = 323 \text{ К}$		$T_{OC} = 323 \text{ К}$ $y_1^{in} = 20,3 \%$	
		-	+	-	+	-	+
$\eta^*$ , %	41,5	30,9	40,3	33,1	42,2	31,7	41,9
$y_1^{out*}$ , об. %	39,0	58,7	39,0	25,5	39,0	23,2	39,0
$G^{out*}$ , нл/мин	2,16	1,71	2,12	4,35	2,20	4,41	2,18

### Заключение

С использованием методов теории автоматического управления, системного анализа и математического моделирования получены новые научные результаты для проектирования автоматизированных процессов короткоциклового адсорбции и систем управления ими с учетом выполнения требований технологического регламента по степени извлечения и чистоте кислорода, производительности установки КБА и сбережению гранулированного цеолитового адсорбента от разрушения.

*Работа выполнена в рамках проектной части государственного задания № 10.3533.2017/ПЧ.*

#### Список литературы

1. Шумяцкий, Ю. И. Промышленные адсорбционные процессы: учебное пособие для студентов химико-технологических специальностей вузов / Ю. И. Шумяцкий. – М. : КолосС, 2009. – 184 с.
2. Ruthven, D. M. Pressure Swing Adsorption / D. M. Ruthven, S. Farooq, K. S. Knaebel. – University of New Brunswick Fredericton, NB, Canada. – VCH Publishers, Inc, 1994. – 352 p.
3. Кириллин, В. А. Техническая термодинамика / В. А. Кириллин, В. В. Сычев, А. Е. Шейндлин. – 5-е изд., перераб. и доп. – М. : Издательский дом МЭИ, 2008. – 496 с.
4. Акулов, А. К. Моделирование разделения бинарных газовых смесей методом адсорбции с колеблющимся давлением : дис. ... д-ра техн. наук : 05.17.08 : защищена 22.02.96 : утв. 08.11.96 / Акулов Аркадий Клавдиевич. – СПб., 1996. – 304 с.
5. Акулинин, Е. И. Исследование процессов тепло- и массообмена при обогащении воздуха кислородом методом короткоциклового адсорбции / Е. И. Акулинин, Д. С. Дворецкий, С. И. Дворецкий // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2016. – Т. 22, № 3. – С. 411 – 419.
6. Кельцев, Н. В. Основы адсорбционной техники / Н. В. Кельцев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Химия, 1984. – 592 с.
7. Modelling the Process of Air Oxygenation by Nitrogen Adsorption in a Pressure Swing Adsorption Unit / E. I. Akulinin [et al.] // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2012. – Т. 18, № 1. – С. 182 – 196.

8. Васильев, А. С. Оптимизация и управление циклическим процессом адсорбционного концентрирования кислорода : дис. ... канд. техн. наук : 05.13.06 / Васильев Александр Сергеевич. – Тамбов, 2018. – 160 с.

9. Farooq, S. Numerical Simulation of a Pressure Swing Adsorption Oxygen Unit / S. Farooq, D. M. Ruthven, H. A. Boniface // Chemical Engineering Science. – 1989. – Vol. 44, No. 12. – P. 2809 – 2816.

10. Versatile Process Simulator for Adsorptive Separations / R. Kumar [et al.] // Chemical Engineering Science. – 1994. – Vol. 49, No. 18. – P. 3115 – 3125.

11. Белоглазов, И. Н. Основы расчета фильтрационных процессов / И. Н. Белоглазов, В. О. Голубев. – М. : Издательский дом «Руда и Металлы», 2002. – 210 с.

12. Реклейтис, Г. Оптимизация в технике. В 2-х кн. Кн. 2 / Г. Реклейтис, А. Рейвиндран, К. Рэгдел : пер. с англ. : В. Я. Алтаева, В. И. Моторина. – М. : Мир, 1986. – 320 с.

---

## Optimization and Control over the Cyclic Process of Adsorption Enrichment of Air with Oxygen

V. G. Matveykin<sup>1</sup>, S. A. Skvortsov<sup>1</sup>, E. I. Akulinin<sup>2</sup>, S. I. Dvoretzky<sup>2</sup>

*Departments of Information Processes and Control (1),  
Technologies and Equipment for Food and Chemical Industries(2),  
TSTU, Tambov, Russia; ipu@ahp.tstu.ru*

**Keywords:** air; dynamics; adsorption isotherm; kinetics; oxygen; short cycle adsorption; mathematical model; optimization; control; zeolite adsorbent.

**Abstract:** The paper investigates optimization of the process of air enrichment with oxygen (i.e. determination of the maximum degree of oxygen extraction) in a dual-adsorption plant for pressure swing adsorption (PSA), taking into account the requirements for oxygen purity, installation efficiency and resource-saving granular adsorbent. An algorithm and a two-level system of adaptive control of air enrichment with oxygen have been developed; their implementation will provide automatic control of disturbing influences, promptly solving the optimization problem (at the upper level) and correcting tasks for the program generator and regulators of the automatic control system (at the lower level). The use of adaptive optimization in the control system will increase the value of the degree of oxygen extraction in the PSA plant by an average of 10 % (compared to the traditional control system without adaptive optimization) while fulfilling the required limitations on oxygen purity, resource saving of the granular adsorbent and plant capacity.

### References

1. Shumyatskiy Yu.I. Promyshlennyye adsorbtsionnyye protsessy [Industrial Adsorption Processes], Moscow: KolosS, 2009, 184 p. (In Russ.)

2. Ruthven D.M., Farooq S., Knaebel K.S. Pressure Swing Adsorption, VCH Publishers, Inc, 1994, 352 p.

3. Kirillin V.A., Sychev V.V., Sheyndlin A.Ye. Tekhnicheskaya termodinamika [Technical Thermodynamics], Moscow: Izdatel'skiy dom MEI, 2008, 496 p. (In Russ.)

4. Akulov A.K. *PhD Dissertation (Technical)*, St. Petersburg, 1996, 304 p. (In Russ.)

5. Akulinin Ye.I., Dvoretzkiy D.S., Dvoretzkiy S.I. [Study of the Processes of Heat and Mass Transfer During Air Enrichment with Oxygen by the Method of Short-Cycle Adsorption], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2016, vol. 22, no. 3, pp. 411-419. (In Russ., abstract in Eng.)
  6. Kel'tsev N.V. *Osnovy adsorbtsionnoy tekhniki* [Basics of Adsorption Technology], Moscow: Khimiya, 1984, 592 p. (In Russ.)
  7. Akulinin E.I., Dvoretzkiy D.S., Dvoretzkiy S.I., Tugolukov E.N. Modelling the Process of Air Oxygenation by Nitrogen Adsorption in a Pressure Swing Adsorption Unit, *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2012, vol. 18, no. 1, pp. 182-196. (In Eng., abstract in Russ.)
  8. Vasil'yev A.S. *PhD Dissertation (Technical)*, Tambov, 2018, 160 p. (In Russ.)
  9. Farooq S., Ruthven D.M., Boniface H.A. Numerical Simulation of a Pressure Swing Adsorption Oxygen Unit, *Chemical Engineering Science*, 1989, vol. 44, no. 12, pp. 2809-2816.
  10. Kumar R., Fox V.G., Hartzog D.G., Larson R.E., Chen Y.C., Houghton P.A., Naheiri T. Versatile Process Simulator for Adsorptive Separations, *Chemical Engineering Science*, 1994, vol. 49, no. 18, pp. 3115-3125.
  11. Beloglazov I.N., Golubev V.O. *Osnovy rascheta fil'tratsionnykh protsessov* [Basics of Calculation of Filtration Processes], Moscow: Izdatel'skiy dom «Ruda i Metally», 2002, 210 p. (In Russ.)
  12. Rekleytis G., Reyvindran A., Regsdel K. *Optimizatsiya v tekhnike* [Optimization in Engineering], Moscow: Mir, 1986, 320 p. (In Russ.)
- 

### **Optimierung und Steuerung des zyklischen Prozesses der Adsorptionsbereicherung der Luft mit Sauerstoff**

**Zusammenfassung:** Gestellt und erforscht ist das Optimierungsproblem (im Sinne der Bestimmung des maximalen Grads der Sauerstoffextraktion) des Luftanreicherungsprozesses mit Sauerstoff in einer zwei-Wege-Anlage der Druckwechseladsorption (CBA) im Hinblick auf die Anforderungen an die Sauerstoffreinheit, Arbeitsleistung der Anlage und die Ressourcenschonung des granulierten Adsorptionsmittels. Es ist der Algorithmus und das zweistufige System der adaptiven Steuerung des Prozesses der Anreicherung der Luft mit Sauerstoff entwickelt. Ihre Realisierung stellt die automatische Steuerung der störenden Effekte, die operative Lösung des Problems der Optimierung (auf der obersten Ebene) und die Korrektur der Aufgaben an den Software-Sensor und die Regler des automatischen Steuerungssystems (auf der unteren Ebene) zur Verfügung. Die Nutzung der adaptiven Optimierung im Steuersystem wird ermöglichen, den Wert für den Grad der Sauerstoffextraktion bei der CBA-Anlage durchschnittlich um 10 % zu erhöhen (im Vergleich mit der Verwendung des herkömmlichen Managementsystems ohne adaptive Optimierung), wenn die erforderlichen Einschränkungen für die Reinheit von Sauerstoff, die Ressourceneinsparung des granulierten Absorbers und die Leistung der Anlage erfüllt sind.

---

### **Optimisation et contrôle du processus cyclique de l'adsorption de l'oxygène de l'air**

**Résumé:** Est fixée et étudiée la tâche de l'optimisation (en ce qui concerne la détermination du degré maximum d'extraction de l'oxygène) du processus d'enrichissement de l'air en oxygène dans une installation à deux étages d'adsorption à

cycle court sans chauffage (ACS), en tenant compte des exigences de la pureté de l'oxygène, de la productivité de l'installation et de la conservation des ressources de l'adsorbant granulaire. Sont mis au point un algorithme et un système de contrôle adaptatif à deux niveaux pour l'enrichissement de l'air en oxygène ce qui permettra un contrôle automatique des effets perturbateurs, une solution d'optimisation opérationnelle (au niveau supérieur) et une correction des tâches aux réglages programmiques et aux régulateurs du système de contrôle automatique (au niveau inférieur). Grâce à l'optimisation adaptative du système de contrôle, la valeur de l'extraction de l'oxygène dans l'installation ACS est augmentée en moyenne de 10 % (par rapport au système de contrôle traditionnel sans optimisation adaptative), tout en respectant les limites de pureté requises, en économisant les ressources l'adsorbant granulaire et la productivité de l'installation.

---

**Авторы:** *Матвейкин Валерий Григорьевич* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Информационные процессы и управление»; *Скворцов Сергей Александрович* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Информационные процессы и управление»; *Акулинин Евгений Игоревич* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Технологии и оборудование пищевых и химических производств»; *Дворецкий Станислав Иванович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Технологии и оборудование пищевых и химических производств», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

**Рецензент:** *Гатапова Наталья Цибиковна* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Технологические процессы, аппараты и технологическая безопасность», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

## О СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ УСТОЙЧИВЫМ РАЗВИТИЕМ ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

О. В. Пещерова<sup>1</sup>, Н. С. Попов<sup>1</sup>, Л. Н. Чуксина<sup>2</sup>

*Кафедра «Природопользование и защита окружающей среды» (1),  
ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия; eco@nnp.tstu.ru;  
кафедра зарубежной филологии и прикладной лингвистики (2),  
ФГБОУ ВО «ТГУ имени Г. Р. Державина»; г. Тамбов, Россия*

**Ключевые слова:** система управления; ситуационное управление; управление; устойчивое развитие; экология; экономическая система.

**Аннотация:** Интересы исследователей-экономистов в последние десятилетия связаны с разработкой теории и практики устойчивого развития. Рассмотрены особенности управления устойчивым развитием как процессом расширенного воспроизводства. Приведено описание схемы управления и типовой постановки задачи оптимизации производства по эколого-экономическим критериям. Показана возможность использования ситуационного управления в задачах устойчивого развития.

---

С начала 1970-х годов прошлого века проблема устойчивого развития мировой экономики оказалась в центре внимания ученых, политиков и государственных деятелей по причине резкого увеличения в окружающей природной среде опасных для жизни людей явлений: уничтожения лесов, эрозии почв, ухудшения биоразнообразия, накопления отходов, загрязнения вод Мирового океана, изменения климата Земли и ряда др. Регулярно осуществляемый международными и национальными институтами мониторинг негативных тенденций, возникших в отношениях природы и общества, позволил выявить следующее:

- потенциальную опасность дальнейшего использования природо-расточительных методов хозяйствования;
- недалекость экономистов и технологов в оценках развития многих антропогенных процессов и их возможных последствий в биосфере;
- отсутствие у человечества достаточного опыта в решении сложных междисциплинарных биосферных проблем;
- отсутствие научно-обоснованной стратегии перехода экономики на устойчивое эколого-экономическое развитие.

В настоящее время в обществе созрело понимание неизбежности замены существующей модели хозяйствования на более результативную «ноосферную», основанную на глубокой интеграции знаний об экономических, экологических и социальных системах.

Ноосферный этап коэволюции природы и общества, исследованием особенностей которого в 1940-х годах прошлого века занимался академик В. И. Вернадский [1, 2], сегодня характеризуется небывалым ростом научного знания, сделавшего человечество самой влиятельной силой в биосфере, способной не только всесто-

ронне оценивать глобальные изменения ее состояний, но и управлять процессами развития цивилизации, принимая на себя всю полноту ответственности за результаты хозяйственной деятельности. Такая ситуация в истории существования человечества возникла впервые, а поэтому сущность концепции устойчивого развития, как эволюционного процесса в биосфере, напрямую связана с проблемой перевода нестабильно функционирующих эколого-экономических систем в категории устойчиво развивающихся, в условиях постоянного роста народонаселения и ограниченности запасов природных ресурсов.

Цель работы – обоснование необходимости в ситуационной модели управления устойчивым развитием.

Рассмотрим определения устойчивой экономической системы и экономической системы устойчивого развития. Возникшие в среде ученых-экономистов дискуссии о том, что может представлять собой «устойчивость», привели к следующему определению *устойчивой экономической системы*: «... это такая система, которая стремится к сохранению всего ограниченного капитала, возобновляет отдельные элементы других видов природного капитала и/или использует добавки к искусственному капиталу для замены истощающихся ресурсов других видов природного капитала» [3]. При этом устойчивой следует считать хозяйственную деятельность, в результате которой состояние окружающей среды в конце отчетного периода остается, как минимум, таким же, как и в его начале.

Под ограниченным капиталом понимают природный капитал, имеющий основополагающее значение для продолжительности жизни, а под искусственным – создаваемый человеком. Социальный аспект проблемы развития связан с введением двух этических норм: «экоэффективности», в которой отражена ценность окружающей природной среды для жизнедеятельности человека и ее хозяйственного использования, и «экосправедливости», устанавливающей равноправное использование природных ресурсов между поколениями и внутри каждого поколения.

Введение указанных норм в проблему устойчивого развития объясняется необходимостью постоянного повышения эффективности социально-экономической деятельности в условиях конкуренции и улучшения благосостояния граждан, отражающейся на постановках таких задач управления, как энерго- и ресурсосбережение, переработка отходов, сокращение выбросов и т.п., а также при обосновании временного диапазона задач управления.

С позиции общей теории системы управления «устойчивая экономическая система» относится к классу систем стабилизации, у которых структура и функции практически не изменяются на всем периоде их существования, вследствие работы органов управления, противодействующих внутренним и внешним возмущениям. Для таких систем термин «устойчивость» надо понимать в смысле устойчивости замкнутой системы «объект – регулятор». В отличие от систем стабилизации, *экономическая система устойчивого развития* относится к классу целеустремленных и развивающихся систем, способных к выбору своего поведения в зависимости от присущих ей целей, и в которых с течением времени структура и функции претерпевают значительные изменения.

Термин «развитие», как и «устойчивость», в рассматриваемой проблеме тоже оказался дискуссионным [4]. В хрестоматийном варианте он означает: «Процесс закономерного изменения, перехода из одного состояния в другое, более совершенное; переход от старого качественного состояния к новому, от простого к сложному, от низшего к высшему» [5]. Однако это определение является слишком общим, чтобы быть практичным для проблемы устойчивого экономического развития. Оно допускает и «режимные» изменения в системе, проводимые за счет ее внутренних резервов, и «структурные», осуществляемые под действием внешних факторов

(климата, технологического уклада, инвестиций и т.п.). Поэтому в настоящей работе экономическое развитие будем понимать как расширенное воспроизводство с постепенными качественными и структурными положительными изменениями экономики, производительных сил, образования, науки, культуры, уровня и качества жизни населения, человеческого капитала.

Рассмотрение экономического развития с позиций расширенного воспроизводства корректно по той причине, что его сущность и последствия в первую очередь определяются процессом воспроизводства на планете народонаселения.

На рисунке 1 показано [6], что с 1900 по 2000 гг. население Земли увеличилось с 1,65 до  $\approx 6$  млрд человек. При этом коэффициент роста составил 3,5. За это же время энергопотребление в единицах твердого топлива возросло с 1 до 12 млрд т, а коэффициент роста оказался равным 12. То есть естественный рост народонаселения существенно ускоряет процессы производства и потребления важнейших для жизни ресурсов, в данном случае энергии, сопровождаемых рядом негативных явлений, например, связанных со сжиганием углеводородов. Согласно графикам (см. рис. 1) растет воспроизводство и многих других важнейших продуктов, получаемых из возобновляемых и невозобновляемых ресурсов планеты.

Таким образом, экономическое развитие охарактеризуем как мощный, многомерный, внутрибиосферный, динамический процесс, обусловленный высокими темпами роста народонаселения, вовлекающего в свой материально-энергетических цикл потоки жизненно важных ресурсов, и способный оказать негативное влияние на природу и общество при отсутствии системы контроля и управления за процессами производства и потребления продуктов, сырья, отходов и т.д.

Рассмотрим структуру системы управления эколого-экономическим развитием. Проблема перевода неустойчиво функционирующих эколого-экономических систем на траекторию устойчивого развития имеет ряд особенностей, позволяющих говорить об особом классе систем управления:

1. Эколого-экономические объекты управления представляют собой большие плохо определенные многоуровневые системы, математическое описание которых либо отсутствует, либо требует больших затрат труда, времени и средств, в связи с чем аналитический расчет траектории движения объекта на основе модели вряд ли будет возможен.

2. Структура процесса развития всегда является многомерной, состоящей из трех групп компонент – экономических, экологических и социальных, часто противоречащих друг другу, а значит поиск оптимальной траектории развития возможен только в области компромиссов.

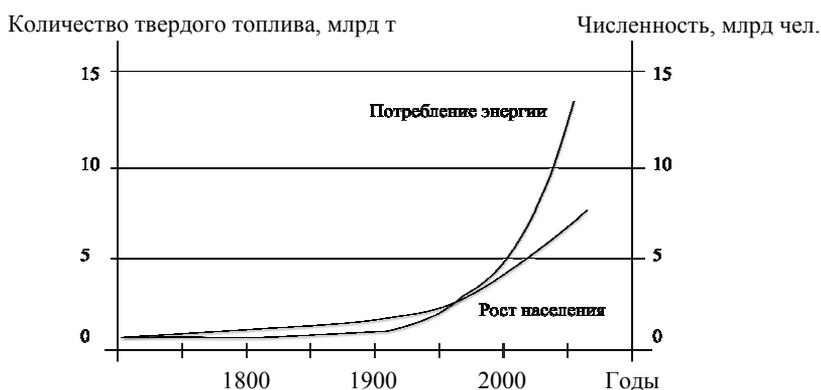


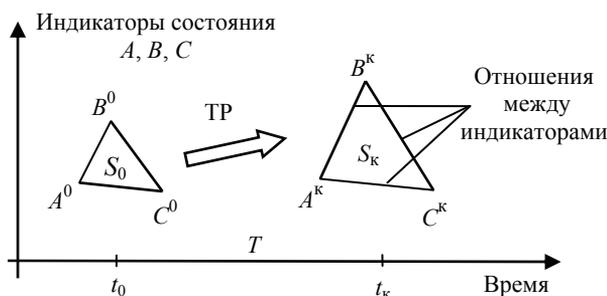
Рис. 1. Рост народонаселения и энергопотребления на Земле с начала индустриальной революции [7]

3. Диапазон планирования задач устойчивого развития составляет 20 и более лет (время появления очередного поколения). Вопрос о том, каким будет мир через 20 лет, не столько результат прогнозов будущего, сколько его «конструирования». На таком длительном интервале времени возможны функциональные и структурные изменения в объекте управления и его окружении, отчего изначально выбранная и сбалансированная траектория движения объекта по мере возникновения возмущений потребует от менеджеров соответствующих корректировок и к этому надо заранее быть готовым.

4. Перевод эколого-экономических систем из существующего состояния на траекторию устойчивого развития всегда будет осуществляться в условиях неопределенности технического, правового и нормативного характера, в связи с чем сложно выявить и рассчитать принимаемые в процессе управления долгосрочные экономические и экологические обязательства.

5. Управление целеустремленными и развивающимися системами, к которым относятся эколого-экономические, представляет собой направленное движение к интересующим целям в обстановке помех за фиксированное время  $T$ . Формат из семнадцати целей устойчивого развития (ЦУР) был определен на Генеральной Ассамблее ООН в 2015 г. [7] и адаптирован в 2016 г. к условиям России Аналитическим центром при Правительстве РФ [8]. Фактически они представляют собой «набор статистических индикаторов для оценки прогресса и мониторинга их реализации». В частности одна из таких целей характеризует экологическую устойчивость. Наличие индикаторов различных смысловых категорий существенно усложняет процесс принятия решений при выборе наилучшей траектории развития. Формально процесс перевода системы из начального состояния  $S_0$ , характеризуемого экономическими  $A^0$ , экологическими  $B^0$  и социальными  $C^0$  индикаторами в конечное состояние  $S_k$  с заданными целевыми индикаторами  $A^k, B^k, C^k$  показан на рис. 2.

Реальными помехами в работе системы управления являются, как минимум, два класса возмущений: 1 – режимные, не вызывающие структурные изменения в объекте управления; 2 – структурные, способные вызывать качественные изменения в объекте управления. Разделение возмущений по классам объясняется различием подходов к проверке объектов на устойчивость. Примером первых из них являются возможные ужесточения экологического законодательства, изменение цен на используемое сырье, энергию и материалы, рекомендации по использованию новых видов расходных материалов (катализаторов, фильтров, датчиков, энерго-сберегающих приборов и т.п.), климатические факторы. В таких ситуациях



**Рис. 2. Формальное отображение процесса управления эколого-экономическим развитием:**

$S_0, S_k$  – исходное и конечное состояние системы;  $T = t_k - t_0$  – время управления;

ТР – траектория развития;  $A^0, B^0, C^0, A^k, B^k, C^k$  – индикаторы ЦУР

система управления, а точнее сказать система менеджмента, работает «по возмущению», осуществляя коррекцию режимов работы объекта в результате реализации необходимых природоохранных мероприятий.

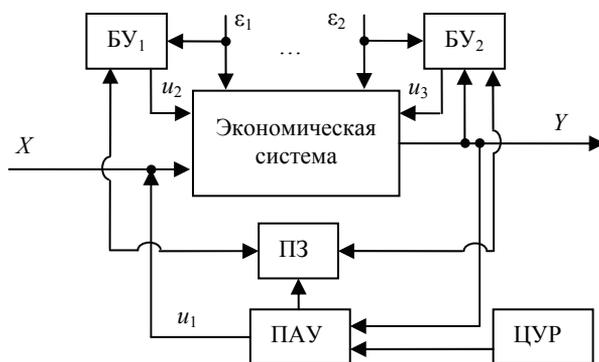
Возмущения второго класса предполагают реструктуризацию объекта управления для достижения заданных ЦУР. Например, для большинства спроектированных десятилетия назад городских станций биохимической очистки уже требуется существенное расширение состава сооружений из-за необходимости очистки стоков от азота, фосфора, наночастиц, фармпрепаратов и других видов примесей, ранее не создававших экологических проблем. И в этом случае система менеджмента становится комбинированной – с обратными связями по составу стоков и качеству очистки, с управлением по возмущению и структурной адаптацией объекта к новым условиям.

В совокупности объект с системой менеджмента формируется как целеустремленная развивающаяся система, предназначенная для решения не только оперативных и среднесрочных задач управления, но и долгосрочных. Структура подобной системы в общем виде показана на рис. 3. Она работает следующим образом. В подсистему административного управления (ПАУ) в контрольные моменты времени поступает информация о состоянии экономической системы, преобразуется в индикаторы развития и сравнивается с целевыми значениями. При наличии расхождений формируются сигналы  $u_1$  управления потоками материально-энергетических, финансовых, трудовых и иных ресурсов, необходимых для устранения отклонений текущих значений индикаторов от заданных в процессе движения объекта к ЦУР. Работа блоков управления режимными БУ<sub>1</sub> и структурными БУ<sub>2</sub> задачами координируется планировщиком заданий (ПЗ) в зависимости от состава возмущений  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ . При этом каждый из них вырабатывает собственные сигналы управления  $u_2$  или  $u_3$ , компенсирующие действие возмущений.

Приведем пример одной из типовых постановок задач управления, решаемых в блоках БУ<sub>1</sub> или БУ<sub>2</sub>. Для этого рассмотрим гипотетический объект региональной экономики, нуждающийся в улучшении энергетических и/или экологических характеристик, таких как удельная энергоёмкость целевого продукта  $t_{уд}$  и удельное количество образуемых отходов  $q_{уд}$ , поскольку их значения превышают соответствующие значения  $t_{уд}^H$  и  $q_{уд}^H$  для таких же объектов, именуемых «наилучшими мировыми практиками».

Пусть статика объекта описывается системой уравнений вида:

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \bar{f}_1(\bar{\Theta}, \bar{P}, \bar{C}, \bar{w}, \bar{u}); & \bar{Q} &= \bar{f}_2(\bar{\Theta}, \bar{P}, \bar{C}, \bar{w}, \bar{u}); \\ \bar{T} &= \bar{f}_3(\bar{\Theta}, \bar{P}, \bar{C}, \bar{w}, \bar{u}); & \bar{Z} &= \bar{f}_4(\bar{\Theta}, \bar{P}, \bar{C}, \bar{w}, \bar{u}), \end{aligned} \quad (1)$$



**Рис. 3. Схема управления экономическим развитием:**

ЦУР – задание на развитие;  $X, Y$  – входные и выходные переменные

где  $\bar{\mathcal{E}}, \bar{\mathcal{P}}, \bar{\mathcal{C}}$  – векторы энергетических, трудовых и материальных ресурсов производства соответственно;  $\bar{P}, \bar{Q}, \bar{T}$  и  $\bar{Z}$  – векторные экономические, экологические, технико-технологические и социально значимые индикаторы развития производства соответственно;  $\bar{f}_1 - \bar{f}_4$  – векторные функциональные операторы;  $\bar{w}, \bar{u}$  – в векторном виде мероприятия «режимного» и «структурного» характера, от выбора которых зависит эколого-экономическая эффективность производства.

Задачу повышения энергоэффективности объекта сформулируем следующим образом.

Необходимо найти множество таких значений  $\bar{w}^*$  и  $\bar{u}^*$

$$\{\bar{w}^*, \bar{u}^*\} = \bigcup_{\substack{\bar{w} \in W \\ \bar{u} \in U}} \arg \min_{\substack{\bar{w} \in W \\ \bar{u} \in U}} t_{\text{уд}}(\bar{w}, \bar{u}), \quad (2)$$

при которых справедливы уравнения модели производства (1), выполняется плановое задание по выпуску целевой продукции

$$V = V_{\text{зад}}, \quad (3)$$

адекватны модели прогноза распространения примесей в окружающей природной среде

$$c_i^v(x, y, z) = \bar{f}_5^v(c_{i\phi}, G_{\Sigma}^i, S^v, M), \quad (4)$$

удовлетворяются санитарно-гигиенические ограничения на качество окружающей среды

$$c_i^v(x, y, z) \leq c^{v\text{ПДК}}, \quad i = \overline{1, n}, \quad v = 1, 2, 3, \quad (5)$$

и ограничения на удельное производство отходов

$$q_{\text{уд}} \leq q_{\text{уд}}^{\text{H}}, \quad (6)$$

а также на выбор допустимых значений управлений  $\bar{w}$  и  $\bar{u}$ :

$$\bar{w} \in W, \quad \bar{u} \in U. \quad (7)$$

В (4) – (6) имеем:  $c_i^v(\cdot)$  – концентрация  $i$ -го вида примеси, образуемой в качестве отходов производства в точке с координатами  $(x, y, z)$ ;  $v$  – тип природной среды ( $v = 1$  – атмосфера,  $v = 2$  – гидросфера,  $v = 3$  – педосфера);  $c_{i\phi}$  – фоновые значения концентрации  $i$ -й примеси в среде  $v$ -го типа;  $G_{\Sigma}^i$  – мощность источников выделения  $i$ -й примеси;  $S^v$  – параметры условий переноса примеси в  $v$ -й среде;  $M$  – метеоусловия;  $\bar{f}_5^v$  – векторный функциональный оператор.

Решение задачи в постановке (1) – (7) означает наполнение множеств  $W$  и  $U$  технико-организационными предложениями по улучшению энергоэффективности объекта и последующих среди них экономически целесообразных вариантов мероприятий  $\bar{w}^*$  и  $\bar{u}^*$ .

Если математическое описание объекта отсутствует, а разработать его проблематично, тогда решение задачи развития в постановке (1) – (7) не представляется возможным. В этом случае приходится принимать решение о стратегии движения объекта к ЦУР, основываясь на идеях ситуационного управления, использующего аппарат логики и эвристики. Методология ситуационного управления вполне соответствует слабоструктурированным сложным техническим, организационным

и социально-экономическим объектам [9]. В системе ситуационного управления требуется построить ориентированный граф переходов по ситуациям под воздействием принимаемых решений. Последовательность ситуаций представляет собой стратегию, согласно которой из существующего состояния объект переводится в целевое. Для принятия решений по устойчивому развитию экономической системы требуется:

- согласовывать принимаемые решения с целями устойчивого развития;
- обеспечивать преемственность принимаемых решений.

Это означает, что хозяйственная деятельность должна быть не только прибыльной, но и характеризоваться соблюдением особых «правил» рационального природопользования [10].

#### *Список литературы*

1. Вернадский, В. И. Биосфера и ноосфера / В. И. Вернадский. – М. : Айрис-Пресс, 2004. – 576 с.
2. Вернадский, В. И. Несколько слов о ноосфере / В. И. Вернадский // Успехи современной биологии. – 1944. – № 18, вып. 2. – С. 113 – 120.
3. Экологический учет для предприятий / Конференция ООН по торговле и развитию : пер. с англ. – М. : Финансы и статистика, 1997. – 200 с.
4. Бегун, Т. В. Устойчивое развитие: определение, концепция и факторы в контексте моногородов / Т. В. Бегун // Экономика, управление, финансы : материалы II Междунар. науч. конф. (г. Пермь, декабрь 2012 г.). – Пермь : Меркурий, 2012. – С. 158 – 163.
5. Ожегов, С. И. Словарь русского языка: 70000 слов / С. И. Ожегов ; под ред. Н. Ю. Шведовой. – 22-е изд., стер. – М. : Русский язык, 1990. – 921 с.
6. Jischa, M. F. Sustainable Development: Environmental, Economic and Social Aspects / M. F. Jischa // Global Journal of Engineering Education. – 1998. – Vol. 2, No. 2. – P. 115 – 124.
7. Преобразование нашего мира: Повестка дня в области устойчивого развития на период до 2030 года [Электронный ресурс] / Генеральная Ассамблея ООН : 70-я сессия, пункты 15 и 116 повестки дня. – Режим доступа : [https://unctad.org/meetings/en/SessionalDocuments/ares70d1\\_ru.pdf](https://unctad.org/meetings/en/SessionalDocuments/ares70d1_ru.pdf) (дата обращения: 21.11.2018).
8. Бобылев, С. Н. Цели устойчивого развития ООН и России. Доклад о человеческом развитии в Российской Федерации за 2016 год / под ред. С. Н. Бобылева и Л. М. Григорьева. – М. : Аналитический центр при Правительстве Российской Федерации, 2016. – 298 с.
9. Поспелов, Д. А. Ситуационное управление. Теория и практика / Д. А. Поспелов. – М. : Наука, 1986. – 288 с.
10. Эндрес, А. Экономика природных ресурсов / А. Эндрес, И. Квернер. – 2-е изд. – СПб. : Питер, 2004. – 256 с.

---

## **The System of Sustainable Development for Ecological Economic Facilities**

**O. V. Peshcherova<sup>1</sup>, N. S. Popov<sup>1</sup>, L. N. Chuksina<sup>2</sup>**

*Department of Nature Management and Environment Protection (1),*

*TSTU, Tambov, Russia; [eco@nnn.tstu.ru](mailto:eco@nnn.tstu.ru);*

*Department of Foreign Philology and Applied Linguistics (2),*

*G.R. Derzhavin TSU; Tambov, Russia*

**Keywords:** control system; situational management; control; sustainable development; ecology; economic system.

**Abstract:** Over the past decades, economic researchers have been interested in the development of the theory and practice of sustainable development. The paper considers the specifics of sustainable development management as an extended process of reproduction. A description of the management procedure and a typical formulation of the production optimization problem according to environmental and economic criteria are made. The possibility of using situational management in sustainable development problems is explored.

### References

1. Vernadskiy V.I. *Biosfera i noosfera* [Biosphere and Noosphere], Moscow: Ayriss-Press, 2004, 576 p. (In Russ.)
2. Vernadskiy V.I. [A Few Words About the Noosphere], *Uspekhi sovremennoy biologii* [Successes of Modern Biology], 1944, no. 18, issue 2, pp. 113-120. (In Russ.)
3. *Konferentsiya OON po trgovle i razvitiyu* [UN Conference on Trade and Development], Moscow: Finansy i statistika, 1997, 200 p. (In Russ.)
4. Begun T.V. *Ekonomika, upravleniye, finansy: materialy II Mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii* [Economics, Management, Finance: Proceedings of the II International Scientific Conference], Perm', December 2012, Perm', 2012, pp. 158-163. (In Russ.)
5. Ozhegov S. I., Shvedova N. Yu. [Ed.] *Slovar' russkogo yazyka: 70000 slov* [Dictionary of the Russian Language: 70000 Words], Moscow: Russkiy yazyk, 1990, 921 p. (In Russ.)
7. Jischa M. F. Sustainable Development: Environmental, Economic and Social Aspects, *Global Journal of Engineering Education*, 1998, vol. 2, no. 2, pp. 115-124.
8. [https://unctad.org/meetings/en/SessionalDocuments/ares70d1\\_ru.pdf](https://unctad.org/meetings/en/SessionalDocuments/ares70d1_ru.pdf) (accessed 21 November 2018).
9. Bobylev S.N., Grigor'yev L.M. [Eds] *Tseli ustoychivogo razvitiya OON i Rossii. Doklad o chelovecheskom razviti v Rossiyskoy Federatsii za 2016 god* [The Sustainable Development Goals of the United Nations and Russia. Human Development Report in the Russian Federation for 2016], Moscow: Analiticheskiy tsentr pri Pravitel'stve Rossiyskoy Federatsii, 2016, 298 p. (In Russ.)
10. Pospelov D.A. *Situatsionnoye upravleniye. Teoriya i praktika* [Situational Management. Theory and Practice], Moscow: Nauka, 1986, 288 p. (In Russ.)
11. Endres A., Kverner I. *Ekonomika prirodnnykh resursov* [Economics of Natural Resources], St. Petersburg: Piter, 2004, 256 p. (In Russ.)

---

## Über das Managementsystem für nachhaltige Entwicklung der ökologisch-ökonomischen Objekte

**Zusammenfassung:** Die Interessen der Wirtschaftsforscher in den letzten Jahrzehnten hängen mit der Entwicklung der Theorie und Praxis der nachhaltigen Entwicklung zusammen. Es sind Besonderheiten des Managements der nachhaltigen Entwicklung als Prozesses der erweiterten Reproduktion betrachtet. Eine Beschreibung des Kontrollschemas und der typischen Formulierung des Produktionsoptimierungsproblems nach ökologischen und ökonomischen Kriterien wird gegeben. Die Möglichkeit der Benutzung des Situationsmanagements bei den Aufgaben der nachhaltigen Entwicklung ist gezeigt.

## Sur le système de la gestion du développement durable des établissements économiques et écologiques

**Résumé:** Les intérêts des chercheurs économistes au cours des dernières décennies sont liés à l'élaboration de la théorie et des pratiques du développement durable. Sont considérées les particularités de la gestion du développement durable en tant que processus de la reproduction élargie. Est faite la description du schéma de la gestion et de la définition typique de la tâche d'optimisation de la production selon des critères écologiques et économiques. Est montré la possibilité d'utiliser la gestion de la situation dans les objectifs de la durabilité du développement.

---

**Авторы:** *Пещерова Ольга Викторовна* – ассистент кафедры «Природопользование и защита окружающей среды»; *Попов Николай Сергеевич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Природопользование и защита окружающей среды», ФГБОУ ВО «ТГТУ»; *Чуксина Людмила Николаевна* – кандидат педагогических наук, доцент кафедры зарубежной филологии и прикладной лингвистики, ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный университет имени Г. Р. Державина», г. Тамбов, Россия.

**Рецензент:** *Шамкин Валерий Николаевич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Конструирование радиоэлектронных микропроцессорных систем», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

## МОДЕЛЬ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЛАТЕНТНОГО ВРЕМЕНИ ДЕЙСТВИЙ ОПЕРАТОРА ПРИ СТАБИЛИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

И. А. Авцинов<sup>1</sup>, А.С. Суровцев<sup>1</sup>, Я. А. Туровский<sup>2</sup>

*Кафедра информационных и управляющих систем,  
ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет  
инженерных технологий» (1); igor.awtzinov@yandex.ru;  
кафедра цифровых технологий, ФГБОУ ВО «Воронежский  
государственный университет» (2), г. Воронеж, Россия*

**Ключевые слова:** контроль деятельности человека-оператора; модель латентного времени действий человека.

**Аннотация:** Рассмотрена проблема повышения аварийной безопасности от влияния человеческого фактора в работе технологических процессов. Предложена модель оценки величины латентного времени действий оператора-технолога на основе величины интенсивности сигнала тревоги. Показано, что обучение предложенной модели требует решения задач идентификации и оптимизации. Составлено необходимое условие успешной стабилизации технологического процесса. Приведен пример использования предложенной модели для расчета величины условной интенсивности сигнала тревоги на предложенных данных. Составлен критерий, который в связке с разработанной моделью может быть использован для ранжирования людей на должность оператора.

---

### Введение

В настоящее время множество технологических процессов выполняются с помощью автоматизированных систем управления (АСУ). Одной из задач АСУ является поддержка технологического процесса в состоянии нормального функционирования. Можно выделить следующие состояния технологического процесса с точки зрения безопасности его функционирования – предаварийное, аварийное и состояние аварии. Предаварийное состояние – такое, при котором не начались необратимые изменения. Под необратимыми изменениями в данном случае понимаются события, подразумевающие превышение предельного, недопустимого в состоянии нормального функционирования числа некоторых объектов. Приведение технологического процесса в состояние нормального функционирования при наличии необратимых изменений невозможно или трудновыполнимо управляющими воздействиями систем ручного и автоматического управления. Аварийное состояние рассматривается как состояние системы, при котором предполагается, что необратимые изменения имеют место.

Приведение технологического процесса из предаварийного состояния в нормальное функционирование может выполняться по двум сценариям. Первый заключается в запуске механизмов системы безопасности, что в некоторых случаях может принести экономические потери. Второй – в стабилизации технологического процесса управленческими действиями человека-оператора и АСУ. Время

нахождения технологического процесса в предаварийном состоянии до момента наступления аварийной ситуации определяется условиями технологического процесса. Поэтому задача оценки латентного времени действий оператора является актуальной при планировании способов стабилизации технологического процесса. Информированием оператора о возникновении предаварийной ситуации является сигнал тревоги, который подается АСУ. Громкость звуковой или цвет световой аварийной сигнализации в том числе могут нести информацию оператору о времени, доступном на стабилизацию технологического процесса. Зависимость латентного времени действий человека от величины раздражителя (сигнала тревоги) определяется индивидуальными особенностями человека. Вследствие чего, при планировании стабилизации технологического процесса, требуется учитывать индивидуальные особенности оператора-технолога.

Цель данной работы – разработка математической модели оценки латентного времени действий оператора по величине сигнала тревоги.

### **Модель зависимости латентного времени действий оператора от величины стимула**

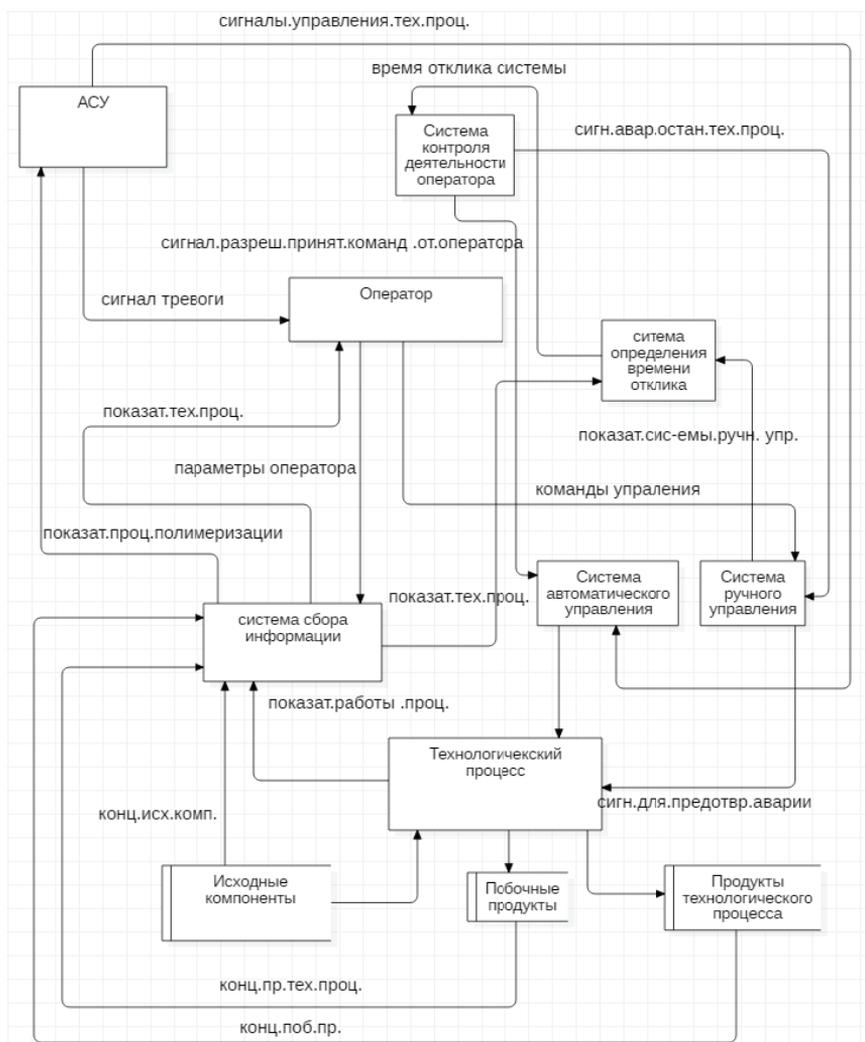
На рисунке 1 показан один из вариантов диаграммы потоков данных технологического процесса. Помимо системы, выполняющей технологический процесс, диаграмма включает человека-оператора, АСУ, а также системы: автоматического и ручного управления; сбора информации; контроля деятельности оператора; определения времени отклика.

Рассмотрим случай, когда система находится в предаварийном состоянии, то есть необратимые изменения еще не наступили. Наличие необратимых изменений предполагает необходимость проведения как минимум профилактических работ. Поэтому приведение технологического процесса из предаварийного состояния в состояние нормального функционирования предполагается не только управленческими действиями АСУ, но и человека-оператора.

Согласно диаграмме потока данных, показанной на рис. 1, время, с того момента, когда технологический процесс перешел в предаварийное состояние, до момента, когда технологический процесс приведен в состояние нормального функционирования, может быть рассчитано по следующему алгоритму. Система сбора информации предоставляет информацию о значении параметров технологического процесса с некоторой задержкой  $T_{\text{датчика}}$ , характеризующейся временем отклика измерительных приборов. Если АСУ определяет состояние системы как предаварийное (на основе данных системы сбора информации), она подает сигнал тревоги оператору. Оператору до выполнения управленческого действия требуется некоторое время  $T_{\text{чел}}$ , которое расходуется на интерпретацию сигналов с органов чувств и на затраты по выработке решения. Управленческие действия оператора выражаются в командах системе ручного управления (человеко-машинному интерфейсу (ЧМИ)). На исполнение команды оператора, система ручного управления затрачивает некоторое время, которое также необходимо учитывать при оценке времени  $T_{\text{чМИ}}$ , требующегося для стабилизации (приведения в состояние нормального функционирования) технологического процесса. По динамике параметров технологического процесса можно произвести оценку времени  $T_{\text{доступ}}$ , по истечении которого система переходит в аварийное состояние.

Иными словами,  $T_{\text{доступ}}$  – время нахождения системы в предаварийном состоянии. Формула (1) задает соотношение между описанными временными периодами

$$T_{\text{доступ}} \geq T_{\text{датчика}} + T_{\text{чел}} + T_{\text{чМИ}}, \quad (1)$$



**Рис. 1. Диаграмма потока данных технологического процесса, при наличии человека-оператора и систем отслеживания, автоматического и ручного управления технологическим процессом**

где  $T_{\text{доступ}}$  – время, доступное для стабилизации системы, с. В общем случае можно рассматривать ситуацию, когда в каждый момент времени с допустимым уровнем точности этот процесс может быть описан монотонно-убывающей или монотонно-возрастающей функцией;  $T_{\text{датчика}}$  – значение латентного времени измерительного (измерительный прибор позволяет оценку величины  $F$  наблюдаемого параметра) прибора (время которое пройдет с момента начала измерения до того момента как прибор составит оценку значения измеряемой характеристики), с;  $T_{\text{чел}}$  – латентное время человека-оператора, с. Показывает минимальное время, которое требуется человеку на интерпретацию данных и принятие решения, полученных с органов чувств;  $T_{\text{чМИ}}$  – время выполнения команд пользователя исполнительной системой, с. Определяется интервалом времени от поступления команды оператора, до момента завершения выполнения данной команды.

Из формулы (1) можно вывести значение максимального времени, которое может быть предоставлено оператору на то, чтобы он интерпретировал сигналы органов чувств и выработал управленческое решение

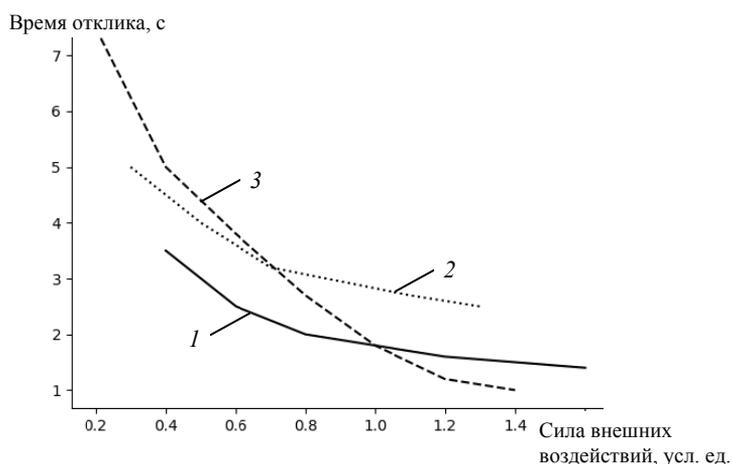
$$T_{\max \text{ доп}} = T_{\text{доступ}} - (T_{\text{датчика}} + T_{\text{чми}}), \quad (2)$$

где  $T_{\max \text{ доп}}$  – максимальное допустимое значение латентного времени оператора.

Значение  $T_{\text{чел}}$  представляет собой сумму времени интерпретации сигналов с органов чувств и затрат на выработку решения. Время, затрачиваемое человеческим мозгом на интерпретацию сигналов, полученных с органов чувств, может быть оценено путем анализа латентного времени вызванных потенциалов, связанных с событиями (ССВП) на электроэнцефалограмме (ЭЭГ). Следовательно, минимальное значение латентного времени для конкретного функционального состояния рассматриваемого оператора может быть оценено на основе данных, полученных в результате анализа ССВП. Минимальное значение латентного времени может быть использовано для составления условия, чтобы вынести решение о том, что оператор не успеет вовремя выработать решение для стабилизации технологического процесса

$$L_{\min} > T_{\max \text{ чел}} \quad (3)$$

Закон «сила – длительность» показывает то, что возрастание величины стимула (или раздражителя) влечет уменьшение временем отклика биологических тканей на этот стимул (раздражитель). Примеры вида кривых «сила – длительность» и значения диапазонов области их определения показаны на рис. 2. Каждая из этих кривых определяется индивидуальными особенностями конкретного человека в определенном функциональном состоянии. Кривая 2 на данном рисунке начинается раньше двух остальных. Это говорит о том, что в данном функциональном состоянии человек реагирует на более слабый раздражитель, нежели, чем некоторые другие пользователи в некоторых других функциональных состояниях, для которых кривая «сила – длительность» показана линиями 1 и 3. При стремлении значения раздражителя к  $+\infty$ , латентное время должно асимптотически стремиться к своему минимальному значению. Поэтому правая граница области определения кривой «сила – длительность» определяется условиями технологического процесса и оператора. Согласно этому закону, можно составить модель зависимости латентного времени действий оператора от величины стимула.



**Рис. 2. Пример кривых «сила – длительность» и область их определения, усл. ед.:**

1 – [0,4; 1,6]; 2 – [0,3; 1,3]; 3 – [0,2; 1,4]

На рисунке 1 АСУ подает оператору сигнал тревоги (звуковой, визуальный и т.д.), который может быть рассмотрен как стимул для выполнения управленческих действий, направленных на стабилизацию (приведение в состояние нормального функционирования) технологического процесса.

Для определения необходимой величины стимула из формулы (2) можно использовать максимальное допустимое латентное время оператора  $T_{\text{чел max}}$ . Далее из формулы (3) найти минимальное значение величины стимула  $F_{\text{текущ}}$ , при котором величина латентного времени действий оператора  $T_{\text{чел}}$  не будет превосходить максимально допустимое значение  $T_{\text{чел max}}$

$$T_{\text{чел}} \leq T_{\text{чел max}}. \quad (4)$$

Пусть область определения и область значения модели оценки латентного времени действий оператора ограничены следующими соотношениями:

$$OO = [F_{\text{min}}; F_{\text{max}}]; \quad (5)$$

$$OZ = [L_{\text{min}}; L_{\text{max}}], \quad (6)$$

где  $F_{\text{min}}$ ,  $F_{\text{max}}$  – минимальное и максимальное значения величины стимула, при котором время отклика человека принимает минимальное и максимальное значения соответственно, усл. ед.;  $L_{\text{min}}$ ,  $L_{\text{max}}$  – параметры, задающие минимальное и максимальное время, которое требуется человеку на интерпретацию данных, полученных с органов чувств, с. Это время определяется индивидуальными особенностями конкретного человека-оператора и его функциональным состоянием.

Определим функцию, которая будет масштабировать диапазон области определения в единичный отрезок  $[0; 1]$  следующим равенством

$$S(F) = \frac{F - F_{\text{min}}}{F_{\text{max}} - F_{\text{min}}}, \quad (7)$$

где  $F$  – текущее значение величины стимула, усл. ед.

Рассмотрим степенной ряд

$$M(X) = \sum_{i=1}^N x^i a_i, \quad (8)$$

где  $a_i$  – коэффициенты степенного ряда.

Зададим функцию масштабирования до области значения (6)

$$R(x, y) = \max(L_{\text{min}}; L_{\text{min}} + (L_{\text{max}} - L_{\text{min}}) \min(1 - x; y)). \quad (9)$$

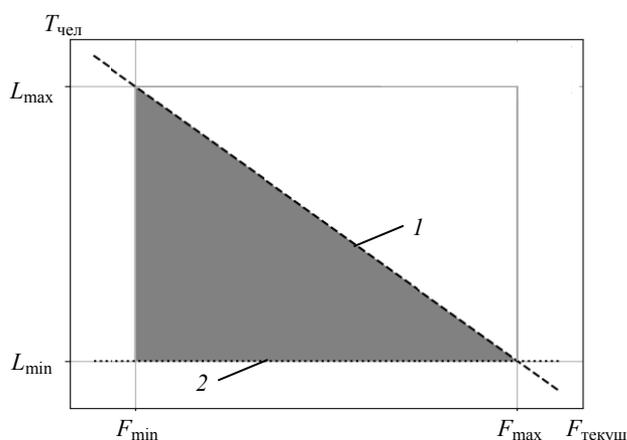
На рисунке 3 данная функция масштабирования (7) ограничивает значения снизу ординатой  $y = L_{\text{min}}$ , а сверху прямой  $y = L_{\text{min}} + (L_{\text{max}} - L_{\text{min}})(1 - x)$ , выделенная область показывает область возможных точек функции.

Латентное время может быть представлено следующей композицией

$$T_{\text{чел}}(F) = R(S(F), M(1 - S(F))). \quad (10)$$

Выражение  $M(1 - S(F))$  означает, что рассматривается сумма убывающих степенных функций, так как область определения функции  $S(F)$  – отрезок  $[0; 1]$ .

В итоге получается то, что модель латентного времени действий человека  $T_{\text{чел}}(F)$  определяется степенным рядом, который является рядом Маклорена, поэтому любую зависимость можно выразить через такой степенной ряд со сколь



**Рис. 3. Множество точек функции  $R(x, y)$ :**  
 1, 2 – верхняя и нижняя границы соответственно

удовно высокой точностью. Предлагаемая модель оценки латентного времени действий человека-оператора определяется тремя функциями:  $S(F)$ ,  $M(x)$  и  $R(x, y)$ . Причем  $S(F)$  и  $R(x, y)$  – функции, предназначенные для масштабирования,  $M(x)$  – функция, позволяющая хранить информацию о зависимости латентного времени действий человека-оператора от величины раздражителя. Процесс обучения предполагает сохранение промежуточных значений и конечного результата значений параметров функции  $M(x)$ . Точность обученной модели определяется параметрами  $M(x)$ , так как две другие функции определяются условиями технологического процесса и предельными значениями латентного времени действий человека-оператора.

На рисунке 4 показан пример графиков зависимости латентного времени действий оператора  $T_{\text{чел}}$  от величины стимула  $F_{\text{текущ}}$  для трех случаев (8).

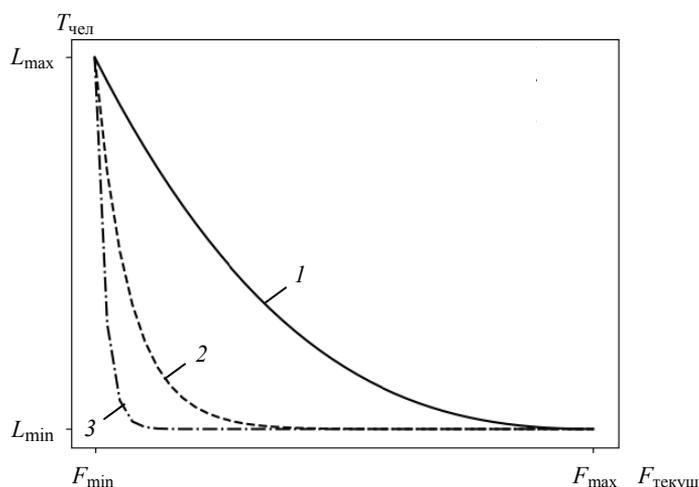
Согласно формулам (7) – (10) модель зависимость времени действий оператора  $T_{\text{чел}}$  от величины стимула  $F_{\text{текущ}}$  определяется двумя наборами параметров:

$$\{L_{\min}; L_{\max}; F_{\min}; F_{\max}\}; \quad (11)$$

$$\{a_i\}. \quad (12)$$

Отметим, что набор параметров (11) и (12) определяется функциональным состоянием конкретного оператора и параметрами технологического процесса. То есть значение этого набора параметров не обязательно одинаково как для разных людей, находящихся в одном и том же функциональном состоянии, так и для одного и того же человека при разных функциональных состояниях. Оценка параметров  $L_{\min}$  и  $L_{\max}$  должна соответствовать параметрам технологического процесса;  $F_{\min}$  и  $F_{\max}$  отражают индивидуальные особенности оператора.

Для получения значения параметров (12) необходимо решить две задачи (рис. 5). Первая – задача идентификации, которая заключается в том, чтобы определить набор рассматриваемых параметров. Вторая – оптимизация параметров в соответствии с некоторой функцией ошибки. Первая задача решается методом кросс-валидации; вторая – любым из существующих методов обучения с учителем, так как обучающая выборка состоит как из набора входных, так и соответствующих ожидаемых значений. Таким образом, согласно блок-схеме, приведенной на рис. 5, процесс обучения модели может заключаться в циклическом повторении



**Рис. 4. Вид зависимости латентного времени действий оператора  $T_{\text{чел}}$  от величины стимула  $F_{\text{текущ}}$  для функций  $M(x)$ :**

$$1 - x^2/3 + (x^3) \cdot 2/3; 2 - x^{20}/2 + x^{10}/2; 3 - x^{50}$$



**Рис. 5. Блок-схема одного из вариантов процесса обучения модели**

этапов выбора структуры и определения значения параметров на основе обучающей выборки. Завершением циклического выполнения является получения допустимого уровня точности модели при кросс-валидации.

### Результаты и обсуждение

В качестве примера рассмотрим ситуацию, когда система находится в предаварийном состоянии. Заданы следующие условия эксперимента (значения параметров, которые используются в модели зависимости латентного времени действий оператора от величины стимула):  $T_{\text{доступ}} = 7$  с;  $T_{\text{датчика}} = 3$  с;  $T_{\text{чми}} = 2,5$  с;  $L_{\text{min}} = 0,3$  с;  $L_{\text{max}} = 3$  с;  $F_{\text{min}} = 0$  усл. ед.;  $F_{\text{max}} = 100$  усл. ед.;  $M(x) = x^2$  с.

Использование модели оценки латентного времени действий оператора позволит получить ответ на вопрос успеет ли оператор вовремя сформировать управленческое решение и какой величины сигнал тревоги нужно для этого подать оператору.

В соответствии с формулой (2) рассчитаем значение максимально допустимого латентного времени действий оператора

$$T_{\text{чел max}} = 7 - (3 + 2,5) = 1,5. \quad (13)$$

Условие, заданное формулой (3), выполняется, следовательно, в конкретной ситуации в рассматриваемый момент времени нет необходимости запускать механизмы автоматической аварийной системы безопасности. Подставим формулы (7) и (8) в (10), а также заменим все переменные, для которых имеются значения,

$$T_{\text{чел}}(F) = \max \left( 0,3; 0,3 + (3 - 0,3) \min \left( 1 - \left( \frac{F-0}{100-0} \right), \left( 1 - \frac{F-0}{100-0} \right)^2 \right) \right) \quad (14)$$

или

$$T_{\text{чел}}(F) = \max \left( 0,3; 0,3 + (2,7) \min \left( 1 - \left( \frac{F}{100} \right), \left( 1 - \frac{F}{100} \right)^2 \right) \right). \quad (15)$$

Так как  $F \in [0; 100]$

$$1 - \left( \frac{F}{100} \right) \geq \left( 1 - \frac{F}{100} \right)^2 \quad (16)$$

следовательно,

$$T_{\text{чел}}(F) = \max \left( 0,3; 0,3 + 2,7 \left( 1 - \frac{F}{100} \right)^2 \right). \quad (17)$$

Согласно тому, что

$$\left( 1 - \frac{F}{100} \right)^2 \geq 0, \quad (18)$$

$$T_{\text{чел}}(F) = 0,3 + 2,7 \left( 1 - \frac{F}{100} \right)^2. \quad (19)$$

Подставим предыдущее равенство в неравенство (4)

$$1,5 \geq 0,3 + 2,7 \left( 1 - \frac{F}{100} \right)^2. \quad (20)$$

Результат

$$F \geq 100/3 \text{ усл. ед.} \quad (21)$$

Таким образом, для того, чтобы оператор успел вовремя интерпретировать сигналы с органов чувств и выработать управленческое решение в соответствии с заданными условиями эксперимента, необходимо подать сигнал тревоги, условие для величины которого показано в формуле (21).

Уравнение (1) задает условие успешного приведения технологического процесса в состояние нормального функционирования. Диапазон значений для  $T_{\text{доступ}}$  определяется условиями технологического процесса. Значения параметров  $T_{\text{датчика}}$  и  $T_{\text{чм}}$  также определяются условиями технологического процесса и без потери общности можно считать, что эти параметры являются константами. Диапазон значений  $T_{\text{чел}}$ , который показан в формуле (6), определяется не только условиями технологического процесса, но и индивидуальными особенностями рассматриваемого человека и его функциональным состоянием. Таким образом, для

разных людей и разных функциональных состояний одного человека диапазоны значений параметра  $T_{\text{чел}}$  различные. Следовательно, вероятность стабилизации технологического процесса (приведения в состояние нормального функционирования) зависит как от человека, так и его функционального состояния.

Успешность выбора человека на должность оператора, если следовать критерию, учитывающему вероятности стабилизации технологического процесса, определяется индивидуальными особенностями человека, которые выражаются в оперативности действий, направленных на стабилизацию технологического процесса, при различных функциональных нагрузках. Поэтому задача подбора персонала на должность оператора-технолога может решаться и с использованием данного критерия (учитывающего вероятности стабилизации технологического процесса) и предложенной модели (зависимости латентного времени действий человека-оператора от величины стимула или раздражения).

Согласно вышесказанному, сформулируем два утверждения. Первое – нет гарантии того, что при других значениях параметров модели оценки латентного времени действий оператора будет выполняться условие, заданное формулой (4). Второе – область значений кривых «сила – длительность» является отрезком в рамках рассматриваемой модели, так как эти кривые непрерывные и дифференцируемые на всей области определения, согласно формулам (7) – (10), и область определения является отрезком. Эти два утверждения полностью согласуются с формулой (3) (здесь стоит отметить то, что формулы (3) и (4) ранее не были выведены одна из другой и только в этом абзаце они получили логическую связь).

Минимальным значением силы раздражителя является  $F_{\min}$ , при котором конкретный человек, находящийся в рассматриваемом функциональном состоянии, реагирует на раздражитель;  $F_{\max}$  – максимальное значение силы раздражителя, при котором на всех точках интервала  $[F_{\min}; F_{\max}]$  не возникает изменения функционального состояния. Иными словами, для нахождения области определения (5) кривой «сила – длительность» требуется найти порог чувствительности и минимальное значение силы, при котором возникает изменение функционального состояния для человека, находящегося в конкретном функциональном состоянии.

Рассмотрим рисунок 2. Значения для кривой «сила – длительность» не определены, если значения силы меньше, чем 0,4, 0,3 и 0,2, для кривых 1, 2 и 3 соответственно. Значения силы кривых «сила – длительность», которые больше, чем 1,6, 1,3 и 1,4 для кривых 1, 2 и 3 также не определены. Левая граница области определения говорит о том, что для конкретного человека величина раздражителя лежит ниже порога чувствительности, когда рассматриваемый человек находится в таком функциональном состоянии. Правая граница области определения показывает величину силы условного раздражителя, при которой возникает высокая вероятность изменения функционального состояния человека, вследствие увеличения эмоционального напряжения (по причине большой величины раздражителя). Причем текущее функциональное состояние не обязательно изменится на некоторое определенное функциональное состояние, а может измениться также и на одно значение из набора функциональных состояний, что потребует вывода правил переходов функциональных состояний при превышении правой границы области определения величины условной силы раздражителя. Изменение функционального состояния по причине увеличения эмоционального напряжения может привести к тому, что возникнет необходимость рассматривать другие значения параметров модели оценки латентного времени человека, показанной в формуле (10).

Области определения трех кривых, показанных на рис. 2, отличаются. Допустим, что эти кривые относятся к трем разным людям, находящимся в одинаковых функциональных состояниях. В случае, изображенном кривой 1, человек

может реагировать на более сильные сигналы, чем люди, для которых латентные времена действий описываются кривыми 2 и 3. На интервале  $[0,2; 0,4]$  кривая определена только для человека-оператора 3 (*далее* человек 3), а это значит, что это человек реагирует на более слабый раздражитель, чем могут реагировать двое других. Так на приведенном примере, человек 3 реагирует на более слабую (меньшую 0,4 усл. ед.) величину раздражителя и для этого человека раньше наступает изменение функционального состояния (при величине раздражителя, большей, чем 1,4 усл. ед.) вследствие эмоционального напряжения. Наименьшим минимальным латентным временем действий обладает человек 3, а наибольшим среди трех людей минимальным латентным временем – человек 2. Наряду с этим человек-оператор 3 обладает и наибольшим максимальным временем отклика, а человек 1 – наименьшим максимальным значением времени отклика. В данном случае по этой метрике трудно сказать работа какого человека будет наиболее эффективна с точки зрения величины вероятности успешного приведения системы в состояние нормального функционирования при возникновении предаварийной ситуации. Одним из вариантов оценки величины вероятности положительных исходов (успешности приведения процесса в состояние нормального функционирования) может являться сравнение результатов многократного выполнения численных экспериментов методом Монте-Карло. Кроме того, для получения одного и того же латентного времени действий человеку 2 необходимо подавать раздражитель с большей силой, нежели человеку 3, что также необходимо согласовывать с условиями технологического процесса.

Неравенство (1) показывает необходимое условие для успешного выполнения стабилизации технологического процесса. Рассмотрим случай, когда  $T_{\text{датчика}}$  и  $T_{\text{чми}}$  постоянны и возьмем для них значения 3 и 2,5 соответственно. Рассчитаем диапазон минимальных значений параметра  $T_{\text{доступ}}$  по диапазону значений  $T_{\text{чел}}$  для каждого рассматриваемого человека-оператора (см. рис. 2): 1 –  $[6,9; 9]$ ; 2 –  $[8; 10,5]$ ; 3 –  $[5,5; 13]$ .

Для человека 3 диапазон значений  $T_{\text{доступ}}$  перекрывает диапазоны значений данного параметра для двух других рассматриваемых людей. Это говорит о том, что данный человек-оператор может быстрее всех выполнить интерпретацию сложившейся ситуации и выработать управленческое решение, и для него возможно самое длительное время, относительно двух других людей, на интерпретацию и принятие решения при определенных значениях величины ее раздражителя.

### Заключение

Разработана математическая модель оценки латентного времени действий оператора по величине раздражителя (сигнала тревоги). Приведено необходимое условие стабилизации технологического процесса (приведение в состояние нормального функционирования). Это условие представляет собой неравенство между доступным и необходимым для стабилизации временем. Доступное время определяется условиями технологического процесса. Необходимое время складывается из времени отклика измерительного прибора, латентного времени действий человека и времени отклика исполнительного механизма. Время отклика измерительного прибора и исполнительного механизма определяются условиями технологического процесса. Латентное время действий оператора определяется, как и условиями технологического процесса, так и индивидуальными особенностями оператора-технолога. Для оценки латентного времени действий оператора предложена модель. Модель отражает зависимость латентного времени действий оператора от величины раздражителя или стимула. В качестве стимула рассматривается сигнал тревоги, посылаемый АСУ. Показано, что обучение данной модели требует

решения двух задач – идентификации и оптимизации. Приведен пример ситуации использования модели для проверки возможности стабилизации состояния технологического процесса путем управляющих действий оператора и вычислена величина сигнала тревоги, в ответ на которую величина латентного времени действий оператора будет максимально допустимой в рассматриваемом случае.

Кроме этого, рассмотрена возможность использования данного подхода (составления и применение модели латентного времени человека-оператора) для выбора множества людей среди кандидатов. Реализация этой возможности достигается при классификации с использованием критерия оценки вероятности успешного приведения технологического процесса в состояние нормального функционирования.

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ, №16-29-08342-офи\_м.*

#### *Список литературы*

1. Закирова, З. А. Повышение уровня безопасности на опасных производственных объектах, эксплуатирующих оборудование, работающее под избыточным давлением / З. А. Закирова, А. И. Шаяхметова // Электрон. науч. журн. «Нефтегазовое дело». – 2016. – № 2. – С. 240 – 253.

2. Методика автоматизированной оценки качества управления технологическим процессом операторами котлов утилизаторов / М. В. Кривов [и др.] // Вестн. Ангарского гос. техн. ун-та. – 2015. – № 9. – С. 122 – 126.

3. Вишневская, Н. Л. Способы оценки напряженности труда операторов высокотехнологичных опасных производств и проблемы профессиографирования / Н. Л. Вишневская, Л. В. Плахова // Успехи соврем. науки и образования. – 2016. – Т. 5, № 12. – С. 6 – 10.

4. Касаткин, А. С. Система контроля бдительности оператора охранной системы / А. С. Касаткин, С. Е. Юленков, Ю. Н. Серегин // Аллея науки. – 2018. – Т. 3, № 1 (17). – С. 914 – 917.

5. Пилькин, Н. Б. Алгоритм управления качеством в системах «человек – машина» на основании оценки функционального состояния операторов / Н. Б. Пилькин, О. М. Куликова // Фундаментальные исследования. – 2016. – № 6-2. – С. 444 – 448.

6. Акинин, Н. И. Статистический анализ причин аварий и травматизма на опасных производственных объектах / Н. И. Акинин, Н. Н. Булхов, В. А. Гериш // Пожаровзрывобезопасность. – 2010. – Т. 19, № 10. – С. 53 – 55.

7. Хафизов, А. М. Разработка имитатора работы трубчатой печи для повышения безопасности технологического процесса и экономии энергоресурсов / А. М. Хафизов, Е. Г. Юхин, Р. Р. Аслаев // Сб. тр. IV Всероссийской науч.-техн. конф. студентов, магистрантов, аспирантов «Энергоэффективность и энергобезопасность производственных процессов», Тольятти, 12 – 14 апреля, 2016 г. – Тольятти, 2016. – С. 343 – 346.

8. Основы обеспечения безопасности в системе «человек – машина – среда» / Ю. Н. Баранов [и др.] // Вестник НЦБЖН. – 2014. – № 1 (19). – С. 73 – 76.

9. Овсянников, В. Е. Разработка средств для исследования деятельности операторов технологического оборудования [Электронный ресурс] / В. Е. Овсянников, В. И. Васильев // Электрон. науч. журн. «Инженерный вестник Дона». – 2015. – № 1. – Режим доступа : [http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_22\\_Ovsyannikov.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_22_Ovsyannikov.pdf) (дата обращения: 12.09.2018).

## The Model for Estimating the Latent Time of Operator Actions for the Process Stabilization

I. A. Avtsinov<sup>1</sup>, A. S. Surovtsev<sup>1</sup>, Ya. A. Turovsky<sup>2</sup>

*Department of Information and Control Systems (1), Voronezh State University of Engineering Technologies; igor.awtzinov@yandex.ru;*  
*Department of Digital Technologies (2), Voronezh State University, Voronezh, Russia*

**Keywords:** human operator control; model of latent time of human actions.

**Abstract:** The problem of increasing emergency safety caused by the impact of the human factor in the work of technological processes is considered. A model for estimating the scope of the latent time of the technical operator's actions based on the alarm intensity is proposed. It is shown that the training of the proposed model requires solving the problems of identification and optimization. A necessary condition for successful stabilization of the process is specified. An example of using the proposed model to calculate the scope of the conditional alarm intensity on the proposed data is given. A criterion that can be integrated with the developed model is proposed to rank people for the operator's job.

### References

1. Zakirova Z.A., Shayakhmetova A.I. [Increasing the Level of Safety at Hazardous Production Facilities Operating Equipment Operating Under Excessive Pressure], *Elektronnyy nauchnyy zhurnal "Neftegazovoye delo"* [Electronic Scientific Journal "Oil and Gas Business"], 2016, no. 2, pp. 240-253. (In Russ., abstract in Eng.)
2. Krivov M.V., Blagodarnyy N.S., Badenikov V.Ya., Kolmogorov A.G., Kobozev V.Yu. [Methods of Automated Assessment of the Quality of Control of a Technological Process by Utilization Boiler Operators], *Vestnik Angarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Angara State Technical University], 2015, no. 9, pp. 122-126. (In Russ., abstract in Eng.)
3. Vishnevskaya N.L., Plakhova L.V. [Methods for Assessing the Labor Intensity of Operators of High-Tech Hazardous Industries and the Problems of Professiography], *Uspekhi sovremennoy nauki i obrazovaniya* [Advances in Modern Science and Education], 2016, vol. 5, no. 12, pp. 6-10. (In Russ.)
4. Kasatkin A.S., Yulenkov S.Ye., Seregin Yu.N. [A System for Monitoring the Vigilance of a Security System Operator], *Alleya nauki* [Alley of Science], 2018, vol. 3, no. 1 (17), pp. 914-917. (In Russ., abstract in Eng.)
5. Pil'kin N.B., Kulikova O.M. [Algorithm of Quality Management in "Man – Machine" Systems Based on the Assessment of the Functional State of Operators], *Fundamental'nyye issledovaniya* [Basic Research], 2016, no. 6-2, pp. 444-448. (In Russ., abstract in Eng.)
6. Akinin N.I., Bulkhov N.N., Gerish V.A. [Statistical Analysis of the Causes of Accidents and Injuries at Hazardous Production Facilities], *Pozharovzryvobezopasnost'* [Fire and Explosion Safety], 2010, vol. 19, no. 10, pp. 53-55. (In Russ., abstract in Eng.)
7. Khafizov A.M., Yukhin Ye.G., Aslayev R.R. *Sbornik trudov IV Vserossiyskoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii studentov, magistrantov, aspirantov "Energoeffektivnost' i energobezopasnost' proizvodstvennykh protsessov"* [Proceedings of the IV All-Russian Scientific-Technical Conference of Students, Undergraduates, Postgraduates "Energy Efficiency and Energy Security of Production Processes"], Tol'yatti, 12 – 14 April, 2016, Tol'yatti, 2016, pp. 343-346. (In Russ.)

8. Baranov Yu.N., Katunin A.A., Shkrabak R.V., Braginets Yu.N. [Basics of Ensuring Security in the "Man – Machine – Environment" System], *Vestnik NTSBZHN* [Bulletin of the FCTU], 2014, no. 1 (19), pp. 73-76. (In Russ., abstract in Eng.)

9. [http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_22\\_Ovsiyannikov.pdf\\_cc06c85268.pdf](http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_22_Ovsiyannikov.pdf_cc06c85268.pdf) (accessed 12 September 2018).

---

### **Modell für die Einschätzung der latenten Zeit der Handlungen des Operators bei der Stabilisierung des technologischen Prozesses**

**Zusammenfassung:** Es ist das Problem der Erhöhung der Notfallsicherheit durch den Einfluss des menschlichen Faktors auf die Arbeit der technologischen Prozesse betrachtet. Das Modell der Einschätzung der Größe der latenten Zeit der Handlungen des Operators-Technologen auf der Grundlage der Größe der Intensität des Alarmsignals ist vorgeschlagen. Es wird gezeigt, dass das Training des vorgeschlagenen Modells die Lösung der Probleme der Identifikation und Optimierung erfordert. Die notwendige Voraussetzung für eine erfolgreiche Stabilisierung des Prozesses ist erarbeitet. Das Beispiel der Verwendung des vorgeschlagenen Modells für die Berechnung der Größe der bedingten Alarmintensität auf den vorgeschlagenen Daten ist gegeben. Es wurde ein Kriterium erarbeitet, das in Verbindung mit dem entwickelten Modell verwendet werden kann, um Personen für die Bedienerposition zu ordnen.

---

### **Modèle pour l'évaluation du temps latent des actions de l'opérateur lors de la stabilisation du processus technologique**

**Résumé:** Est examiné le problème de l'augmentation de la sécurité d'urgence de l'influence du facteur humain dans le fonctionnement des processus technologiques. Est proposé un modèle d'évaluation de la valeur du temps latent des actions de l'opérateur-technologue en fonction de l'intensité de l'alarme. Est montré que l'apprentissage du modèle proposé nécessite des tâches d'identification et d'optimisation. Est faite une condition nécessaire à la stabilisation réussie du processus technologique. Est cité l'exemple de l'utilisation du modèle proposé pour calculer la valeur de l'intensité conditionnelle d'une alarme sur les données suggérées. Est établi un critère qui, en conjonction avec le modèle développé, peut être utilisé pour classer les personnes pour le poste d'opérateur.

---

**Авторы:** *Авцинов Игорь Алексеевич* – доктор технических наук, профессор кафедры информационных и управляющих систем; *Суровцев Александр Сергеевич* – аспирант кафедры информационных и управляющих систем, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет инженерных технологий»; *Туровский Ярослав Александрович* – кандидат медицинских наук, доцент кафедры цифровых технологий, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет», старший научный сотрудник института проблем управления РАН, г. Воронеж, Россия.

**Рецензент:** *Кудряшов Владимир Сергеевич* – доктор технических наук, профессор кафедры информационных и управляющих систем, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет инженерных технологий», г. Воронеж, Россия.

## ВЫБОР ЦЕЛЕСООБРАЗНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ ПРИ НАЛИЧИИ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ

С. В. Фролов<sup>1</sup>, Т. А. Фролова<sup>2</sup>

*Кафедры: «Биомедицинская техника» (1);  
«Компьютерно-интегрированные системы в машиностроении» (2),  
ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия; sergej.frolov@gmail.com*

**Ключевые слова:** имитационное моделирование; критерий оптимального управления; системы автоматизации; системы управления.

**Аннотация:** Предложена методика выбора целесообразных систем управления, основанная на проведении тендера и учитывающая свойства объекта, характеристики технических средств автоматизации, применяемые алгоритмы управления и действия человека-оператора.

---

Важной стадией при внедрении систем автоматизации технологического процесса (ТП) является предпроектный этап [1 – 5] построения системы управления. На данном этапе возникает проблема выбора целесообразной системы из множества систем, способных выполнять одну и ту же задачу управления, но отличающихся друг от друга по ряду показателей: стоимостью, техническим уровнем, надежностью, затратами на сервисное обслуживание, необходимостью присутствия при эксплуатации высококвалифицированного персонала и т.п.

Данный этап является наиболее важным вследствие существенной неопределенности на этой стадии свойств и характеристик автоматизируемого объекта и действующих на него возмущений, а также вследствие значительных ограничений в отношении времени и других ресурсов, отпущенных на предпроектные исследования. Важность этапа заключается в том, что допущенные ошибки в принятых решениях практически всегда не удается скорректировать в процессе дальнейшей разработки, что приводит к внедрению неэффективных систем.

Среди множества методов оценки ожидаемых результатов автоматизации наиболее эффективными являются методы экспертного оценивания и имитационного моделирования.

Выбор целесообразной системы управления является сложной многокритериальной задачей, где право окончательного решения остается за экспертами. Эксперты принимают решения на основе своих знаний, с учетом объективного отечественного и зарубежного опыта эксплуатации систем автоматизации аналогичных или близких ТП, а также с учетом результатов имитационного моделирования сравниваемых систем. Под имитационным моделированием здесь понимается имитация работы изучаемой динамической системы в реальных условиях ее функционирования в ускоренном масштабе времени.

Модель объекта управления динамической системы может быть представлена в виде оператора

$$M_Y : U \times F \rightarrow Y, \quad (1)$$

где  $U, Y$  – множества управляющих и выходных параметров соответственно;  $F$  – множество всех неопределенностей, действующих в объекте.

Модели системы управления соответствует оператор

$$M_U : Y_3 \times Y \times U \times F \times X \times S \rightarrow U, \quad (2)$$

где  $Y_3$  – множество желаемых выходных параметров управляемого объекта;  $X$  – множество возмущающих воздействий;  $S$  – множество структур системы управления, которая в свою очередь определяется согласно оператору

$$M_S : T \times O \times A \rightarrow S. \quad (3)$$

Здесь  $T$  – множество технических средств автоматизации, которое включает весь спектр устройств: датчики, исполнительные механизмы, контроллеры, операторские станции, программное обеспечение (SCADA-программы, операционные системы и т.п.). Учитывая, что при управлении ТП человек не исключается из системы управления, является одним из самых важных ее элементов, тогда  $O$  является множеством, которое определяет характеристики персонала, участвующего в управлении. Множество  $A$  представляет собой множество классов систем (алгоритмов) управления.

Качество функционирования системы управления характеризуется оператором

$$M_\Phi : Y_3 \times Y \times S \rightarrow \Phi, \quad (4)$$

где  $\Phi$  – множество оценок, включающее экономические показатели: стоимость системы, затраты на эксплуатацию, сервисное обслуживание и т.п.; характеристики качества управления: значение критерия оптимального управления; точность поддержания качественных показателей ТП и др.; показатели надежности системы и т.п.

Структура системы управления определяется тройкой векторов  $\langle \mathbf{t}, \mathbf{o}, \mathbf{a} \rangle$ , каждый из которых характеризует соответственно состав технических средств вектор  $\mathbf{t}$ , состав и квалификацию человек-операторов, участвующих в управлении вектор  $\mathbf{o}$ , класс выбранной системы (алгоритмов) управления вектор  $\mathbf{a}$ .

Таким образом, экспертам, принимающим решения по выбору целесообразной системы управления, для  $W$  вариантов структур систем  $\langle \mathbf{t}_1, \mathbf{o}_1, \mathbf{a}_1 \rangle, \langle \mathbf{t}_2, \mathbf{o}_2, \mathbf{a}_2 \rangle, \dots, \langle \mathbf{t}_i, \mathbf{o}_i, \mathbf{a}_i \rangle, \dots, \langle \mathbf{t}_W, \mathbf{o}_W, \mathbf{a}_W \rangle$ , предлагается множество оценок данных систем, полученных на основе операторов (1) – (4). Вектор оценок  $\mathbf{g} = (g_1, g_2, \dots, g_j, \dots)$ ,  $\mathbf{g} \in \Phi$ , для конкретной структуры  $\mathbf{s}$  ( $\mathbf{s} \in S$ ) находится в результате взаимодействия моделей: объекта управления (1), системы управления (2), структуры системы (3) и модели (4) для вычисления вектора оценок.

Вектор неопределенностей  $\mathbf{f}$  характеризует как неопределенность параметров математической модели объекта (1), так и реальные возмущения, действующие на объект: конкретные колебания качества сырьевых компонент и параметров сырьевых потоков, состояния внешней среды [6 – 8]. Вектор  $\mathbf{s}$ , который определяется из модели (3), характеризует в свою очередь точность работы измерительных цепей, управляющих органов, действий человека-оператора и т.п.

Учитывая, что  $\mathbf{f}$  и  $\mathbf{s}$  являются стохастическими величинами, то и вектор оценок  $\mathbf{g} = (g_1, g_2, \dots, g_j, \dots)$ ,  $\mathbf{g} \in \Phi$ , состоит из стохастических составляющих.

В связи с тем, что на мировом рынке идет жесткая конкурентная борьба между фирмами-разработчиками, производителями систем автоматизации и программного обеспечения, и на отечественном рынке предложение в области средств автоматизации значительно превышает спрос, а также, что реальная сис-

тема управления имеет высокую стоимость, фирмы, работающие в сфере автоматизации, настойчиво предлагают свои услуги промышленным предприятиям [2, 3]. Поэтому принятие окончательного решения по выбору структуры  $\langle \mathbf{t}_i, \mathbf{o}_i, \mathbf{a}_i \rangle$ , системы управления должно осуществляться на основе тендера (соревнования различных вариантов) под руководством специальных консалтинговых фирм [5].

Вся процедура проведения тендера может подразделяться на ряд последовательно выполняемых этапов.

1. Формирование перечня участвующих в тендере вариантов  $\langle \mathbf{t}_1, \mathbf{o}_1, \mathbf{a}_1 \rangle$ ,  $\langle \mathbf{t}_2, \mathbf{o}_2, \mathbf{a}_2 \rangle$ , ...,  $\langle \mathbf{t}_i, \mathbf{o}_i, \mathbf{a}_i \rangle$ , ...,  $\langle \mathbf{t}_W, \mathbf{o}_W, \mathbf{a}_W \rangle$ .

2. Разработка технического задания (ТЗ) на тендер. Четкое описание задачи, которую надо решить в результате проведения тендера.

3. Проработка и предоставление документации по каждому  $i$ -му варианту, где должны быть отражены все требования ТЗ на тендер, и достаточно полно описан предлагаемый вариант  $\langle \mathbf{t}_i, \mathbf{o}_i, \mathbf{a}_i \rangle$  для его подробного анализа.

4. Анализ всей документации по каждому  $i$ -му варианту. Сбор добавочных материалов, фиксирующих отдельные требования ТЗ, приведение всей документации к виду, допускающему сопоставление отдельных вариантов по любым выбранным критериям и характеристикам, коррекция документации по отдельным вариантам в целях получения идентичной формы представления различных вариантов.

5. Обоснование совокупности критериев, по которым должны оцениваться сравниваемые варианты. Выбор полного набора этих критериев и ранжировка заказчиком каждого критерия  $g_j$  по важности в виде вектора  $\mathbf{g} = (g_1, g_2, \dots, g_j, \dots, g_D)$ .

6. Выбор и назначение группы, состоящей из  $B$  независимых экспертов в области решаемой задачи, целью работы которых является объективный и обоснованный анализ и сопоставление представленных вариантов по каждому из критериев, указанных заказчиком.

7. Тестирование экспертов в целях определения степени их компетентности, которая выражается для каждого эксперта коэффициентом  $k_b$ ,  $0 \leq k_b \leq 1$ ,  $b = \overline{1, B}$ .

Коэффициент компетентности является нормированной величиной  $\sum_{b=1}^B k_b = 1$ .

8. Определение  $\forall j$  веса  $q_j$ , характеризующего значимость критерия  $g_j$ .

Коэффициенты весов  $q_j$  находятся экспертным путем. Если  $q_{jb}$  – коэффициент веса  $j$ -го критерия, даваемого  $r$ -м экспертом, то средний коэффициент веса  $j$ -го критерия по всем экспертам равен  $q_j = \sum_{b=1}^B q_{jb} k_b$ ,  $j = \overline{1, D}$ . Коэффициент веса  $q_{jb}$

назначается каждым экспертом методом непосредственной оценки, которая представляет собой процедуру приписывания критерию  $g_j$  числового значения в шкале интервалов, например на отрезке  $[0, 1]$ . Коэффициенты весов  $q_j$ , как и коэффициенты компетентности  $k_b$ , являются нормированными величинами

$$\sum_{j=1}^D q_j = 1.$$

9. Проведение имитационных исследований на основе (1) – (4) в целях определения значений  $(g_1, g_2, \dots, g_j, \dots, g_D)$  для каждого варианта  $\langle \mathbf{t}_i, \mathbf{o}_i, \mathbf{a}_i \rangle$ ,  $i = \overline{1, W}$ , системы управления.

10. Подготовка для экспертов сводных материалов по вариантам  $\langle \mathbf{t}_i, \mathbf{o}_i, \mathbf{a}_i \rangle$ ,  $i = \overline{1, W}$ , в основе которых лежат результаты имитационных исследований по определению  $(g_1, g_2, \dots, g_j, \dots, g_D)$ .

11. Работа отобранной группы экспертов. Ознакомление их со сводными материалами и с исходной документацией по всем вариантам. Оценка каждым экспертом всех вариантов отдельно по каждому критерию. Результаты оценки представляются в виде величин  $d_{ib}^j$ ,  $i = \overline{1, W}$ ,  $b = \overline{1, B}$ ,  $j = \overline{1, D}$ , которые назначает эксперт из заданной шкалы оценок, например из отрезка  $[0, 1]$ .

12. Решение полученной задачи многокритериального выбора путем вычисления средней оценки для каждого варианта  $\langle \mathbf{t}_i, \mathbf{o}_i, \mathbf{a}_i \rangle$ ,  $i = \overline{1, W}$ , системы управления по формуле  $d_i = \sum_{j=1}^D \sum_{b=1}^B q_j d_{ib}^j k_b$ ,  $i = \overline{1, W}$ .

13. Ранжировка вариантов  $\langle \mathbf{t}_i, \mathbf{o}_i, \mathbf{a}_i \rangle$ ,  $i = \overline{1, W}$ , согласно вычисленным оценкам  $\mathbf{d}_i$  на этапе 12.

14. Обсуждение экспертами полученного результата. Его утверждение либо обоснованный отказ от его принятия и повторение этапов 9 – 14 для повторных оценок по отдельным критериям с последующим утверждением результата. Например, отказ может быть вызван наличием недостоверных данных, полученных в результате имитационных исследований на компьютере. Требования экспертов могут заключаться в уточнении математических моделей и повторении расчетов по некоторым вариантам систем управления.

15. Рассмотрение заказчиком результатов проведения тендера. Возможны следующие окончательные результаты данной работы:

- утверждение и начало реализации лучшего варианта;
- утверждение с более подробным рассмотрением нескольких вариантов (например, повторные имитационные исследования с уточненными математическими моделями), занявших первые места в общей ранжировке;
- утверждение, но отсрочка реализации варианта из-за выявившихся в результате проведения тендера новых, не учтенных ранее обстоятельств.

Необходимость при выборе целесообразных систем управления сочетания методов экспертного оценивания и имитационного моделирования объясняется следующим. С одной стороны, каждый элемент вектора  $\mathbf{g}$  для  $i$ -го варианта системы управления из-за неопределенностей математических моделей, лежащих в основе имитационных исследований, и стохастичности самого ТП, является стохастической величиной. В этих условиях задача векторной оптимизации трудно формализуема. Участие опытных экспертов в данном случае позволяет принять правильное решение. С другой стороны, имитационные исследования дают экспертам объективную информацию для анализа вариантов.

#### *Список литературы*

1. Ицкович, Э. Л. Эффективность автоматизации химико-технологического производства: предпроектный анализ / Э. Л. Ицкович, Ю. Л. Клоков, Н. В. Шестаков. – М. : Химия, 1990. – 128 с.

2. Корнеева, А. И. Программно-технические комплексы, контроллеры и SCADA-системы / А. И. Корнеева, В. Г. Матвейкин, С. В. Фролов. – М. : ЦНИИТЭнефтехим, 1996. – 219 с.
3. Фролов, С. В. Тенденции развития систем управления технологическими процессами / С. В. Фролов // Приборы и системы управления. – 1996. – № 9. – С. 6 – 8.
4. Фролов, С. В. Методы решения глобальной задачи управления для распределенных иерархических систем с интервальной неопределенностью / С. В. Фролов, Т. А. Фролова // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2017. – № 4 (189). – С. 232 – 245. doi: 10.23683/2311-3103-2017-4-232-245
5. Ицкович, Э. Л. Новая сфера деятельности – консалтинг предприятий в области КИП, автоматизации и компьютеризации / Э. Л. Ицкович // Приборы и системы управления. – 1994. – № 11. – С. 17 – 19.
6. Дворецкий, С. И. Современные методы синтеза энерго- и ресурсосберегающих процессов и аппаратов / С. И. Дворецкий // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2008. – Т. 14, № 3. – С. 584 – 590.
7. Дворецкий, С. И. Интегрированное проектирование гибких автоматизированных химико-технологических процессов при наличии неопределенности / С. И. Дворецкий, Д. С. Дворецкий // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2004. – Т. 10, Юбилейный, № 2. – С. 379 – 396.
8. Фролова, Т. А. Решение интервальных математических моделей технологических процессов [Электронный ресурс] / Т. А. Фролова, С. В. Фролов, Д. С. Туляков // Электрон. науч.-техн. изд. «Наука и образование». – Сентябрь 2012. – № 09. – С. 343 – 360. – Режим доступа : <http://technomag.edu.ru/doc/454499.html> (дата обращения: 25.09.2018).

---

## Selecting the Process Control System Subject to Uncertain Parameters

S. V. Frolov<sup>1</sup>, T. A. Frolova<sup>2</sup>

*Departments of Biomedical Technology (1),  
Computer-Integrated Systems in Mechanical Engineering (2),  
TSTU, Tambov, Russia; sergej.frolov@gmail.com*

**Keywords:** simulation modeling; optimal control criterion; automation systems; control systems.

**Abstract:** The paper proposes a methodology for selecting appropriate control systems. The proposed methodology involves tender management and takes into account the properties of an object, the characteristics of technical automation equipment, the applied control algorithms and the human operator actions.

### *References*

1. Itskovich E.L., Klokov Yu.L., Shestakov N.V. *Effektivnost' avtomatizatsii khimiko-tekhnologicheskogo proizvodstva: predproyektnyy analiz* [Automation Efficiency of Chemical-Technological Production: Pre-Project Analysis], Moscow: Khimiya, 1990, 128 p. (In Russ.)
2. Korneyeva A.I., Matveykin V.G., Frolov S.V. *Programmno-tekhnicheskiye komplekсы, kontrollery i SCADA-sistemy* [Program-Technical Complexes, Controllers and SCADA-systems], Moscow: TSNIITeneftkhim, 1996, 219 p. (In Russ.)

3. Frolov S.V. [Trends in the Development of Process Control Systems], *Pribory i sistemy upravleniya* [Instruments and Control Systems], 1996, no. 9, pp. 6-8. (In Russ.)

4. Frolov S.V., Frolova T.A. [Methods for Solving the Global Control Problem for Distributed Hierarchical Systems with Interval Uncertainty], *Izvestiya YUFU. Tekhnicheskkiye nauki* [Izvestiya SFU. Technical Science], 2017, no. 4 (189), pp. 232-245, doi: 10.23683/2311-3103-2017-4-232-245

5. Itskovich E.L. [New Field of Activity – Consulting Enterprises in the Field of Instrumentation, Automation and Computerization], *Pribory i sistemy upravleniya* [Devices and Control Systems], 1994, no. 11, pp. 17-19. (In Russ.)

6. Dvoretzkiy S.I. [Modern Methods of Synthesis of Energy- and Resource-Saving Processes and Devices], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2008, vol. 14, no. 3, pp. 584-590. (In Russ., abstract in Eng.)

7. Dvoretzkiy S.I., Dvoretzkiy D.S. [Integrated Design of Flexible Automated Chemical-Technological Processes in the Presence of Uncertainty], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2004, vol. 10, Yubileynyy, no. 2, pp. 379-396. (In Russ., abstract in Eng.)

8. <http://technomag.edu.ru/doc/454499.html> (accessed 25 September 2018).

---

### **Die Auswahl des zweckmäßigen Steuersystems der technologischen Prozesse bei Vorhandensein der unbestimmten Parameter**

**Zusammenfassung:** Es ist die Methodik der Auswahl der zweckmäßigen Steuersysteme angeboten, die auf der Durchführung des Tenders gegründet ist und die die Eigenschaften des Objektes, die Charakteristiken der technischen Mittel der Automatisierung, die verwendeten Steuerungsalgorithmen und die Handlungen des menschlichen Operators berücksichtigt.

---

### **Choix d'un système de gestion de processus approprié en présence des paramètres indéfinis**

**Résumé:** Est proposée une méthode de la sélection des systèmes du contrôle appropriés basée sur l'appel d'offres et tenant compte des propriétés de l'objet, du fonctionnement des moyens techniques d'automatisation, des algorithmes du contrôle utilisés et des actions de l'opérateur humain.

---

**Авторы:** *Фролов Сергей Владимирович* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Биомедицинская техника»; *Фролова Татьяна Анатольевна* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Компьютерно-интегрированные системы в машиностроении», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

**Рецензент:** *Туголуков Евгений Николаевич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Техника и технологии производства нанопродуктов», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

## АНАЛОГИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СТРУКТУРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ГРАФОВЫХ МОДЕЛЕЙ ИНФОРМАЦИОННЫХ СЕТЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

А. М. Межуев<sup>1</sup>, И. И. Пасечников<sup>2</sup>, З. М. Селиванова<sup>3</sup>

*ФГКВБОУ ВО «Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил*

*«Военно-воздушная академия им. профессора Н. Е. Жуковского*

*и Ю. А. Гагарина» (1), г. Воронеж, Россия;*

*кафедра теоретической и экспериментальной физики (2),*

*ФГБОУ ВО «ТГУ имени Г. Р. Державина»; paseshnikov\_ivan@mail.ru;*

*кафедра «Конструирование радиоэлектронных*

*и микропроцессорных систем» (3), ФГБОУ ВО «ТГТУ» г. Тамбов, Россия*

**Ключевые слова:** графовые модели; информационная сеть; константа Чигера; критерии структурного синтеза; связность графа; собственные векторы; спектры графов; структурные характеристики.

**Аннотация:** Исследованы возможности строгого аналитического описания основных структурных характеристик информационных сетей на основе нетрадиционного математического аппарата спектрального анализа графов с использованием аналогий с классическими подходами теории графов и матричного описания топологии сетей. Получены выражения для основных параметров, определяющих структурные характеристики информационных сетей, и сформулированы критерии для структурного синтеза устойчивых, надежных и информационно эффективных сетей.

---

### Введение

Постановка задачи. Структурные характеристики информационных сетей (ИС) во многом определяют обеспечиваемую ими эффективность информационного обмена и надежность функционирования. Необходимость нахождения этих характеристик обусловлена также тем, что уже на ранних стадиях проектирования ИС следует обеспечить формирование структуры системы требуемого качества. При традиционном подходе большинство топологических характеристик вычисляется достаточно сложно и в зависимости от конкретного вида ИС могут иметь различную физическую интерпретацию [1]. Поэтому в данной работе наряду с общепринятым графовым методом к определению основных структурных характеристик ИС предлагается нетрадиционный подход, основанный на спектральном анализе графов. Рассмотрим влияние структурных характеристик ИС на эффективность информационного обмена (информационную эффективность) сети, и прежде всего основные топологические характеристики и их физическую интерпретацию для ИС, которые будут использованы в процессе исследования.

1. Структурная сложность (или топологическая избыточность) характеризуется соотношением между числом элементов – узлов коммутации (УК) и связей между ними – каналов связи (КС), составляющих структуру ИС. Определение числа и особенностей связей между УК структуры ИС направлено, прежде всего, на выявление в соответствующем графе контуров и сильно связанных подграфов [2]. Структурная сложность может быть оценена на основе спектрального подхода числом остовных деревьев на графе структуры ИС.

2. Адаптируемость структуры ИС определяется ее способностью обеспечивать надежное функционирование с выполнением заданных структурных требований в условиях воздействия внешних и внутренних дестабилизирующих факторов и изменяющихся условий информационного обмена. Данная характеристика напрямую связана с решением задачи структурного синтеза ИС, под которым будем понимать процесс определения числа УК и КС в графовой модели, соответствующей структуре сети. Ее решение является последовательным итерационным процессом определения количественного состава ИС, в соответствии с заданными структурными критериями, направленным на уменьшение степени неопределенности из совокупности различных вариантов построения ИС. При этом вводится понятие базовой топологии ИС, обеспечивающей функционирование системы в стационарном режиме информационного обмена, исходя из планируемых условий эксплуатации ИС. Адаптируемость структуры ИС может быть оценена по эффективности работы итерационных алгоритмов коррекции базовых топологий и полученных на их основе коспектральных структур с требуемыми структурными характеристиками (например, посредством переключений Зайделя или метода Сунада [3, 4]).

3. Диаметр структуры является метрической характеристикой ИС, которая определяет длину кратчайшего пути (в числе ребер – КС) между наиболее удаленными вершинами. Зачастую также используется понятие «средний диаметр», который является усредненной характеристикой: временной задержки, числа транзитных УК, скоростных характеристик передачи информации, надежности, и позволяет определить обобщенный структурный показатель ИС [1, 5].

4. Структурная связность характеризуется способностью ИС противостоять разбиению топологии на независимые части. Она позволяет выявить наличие «узкого горла» в топологии, а также судить о степени однородности отдельных УК сети. Существует несколько определений связности, обусловленных различными критериями. Однако основным из них в теории ИС является  $k$ -связность – параметр, характеризуемый числом ребер (КС) или вершин (УК), при удалении которых граф становится несвязным. В тоже время  $k$ -связность определяет наличие в структуре ИС  $k$  непересекающихся по УК путей. В информационных сетях число УК, имеющих непосредственные КС с рассматриваемым УК, называют связностью узла (числом соседних узлов). С учетом быстрых изменений связности (особенно в мобильной ИС) на практике часто используют среднее по сети число соседних узлов – среднее значение степени отдельных УК (вершин графа). Для оценки структурной связности ИС также может быть использовано изопериметрическое число или константа Чигера, как мера наличия «узкого горла» в сети [6].

5. Надежность ИС характеризуется способностью ее структуры обеспечить работоспособность и функционирование системы с требуемым качеством в течение заданного промежутка времени. Так как надежность ИС в целом является многопараметрической характеристикой структуры, то она определяется надежностью отдельных элементов (УК) и схемой их соединения (КС). Надежность ИС сильно связана со структурной сложностью и связностью сети, поэтому, с достаточной степенью детализации для рассматриваемых в работе вопросов, может быть оценена с использованием представленных выше параметров структурной сложности и связности (с точки зрения обеспечения требуемой эффективности информационного обмена).

6. Живучесть ИС определяет возможности структуры по сохранению ее отдельных частей, обеспечивающих надежный информационный обмен между любыми УК сети. Она отражает также способность ИС выполнять возложенные на нее задачи в условиях выхода из строя отдельных элементов путем требуемых изменений в структуре сети (логической или физической). В свою очередь живучесть имеет тесную функциональную связь с адаптируемостью ИС и может быть оценена структурными показателями: числом внутренней устойчивости и числом маршрутов длины  $k$  на графовой модели.

Для исследования структурных характеристик общепринято использовать геометрические графовые модели представления структур ИС, которые являются наиболее наглядными и распространенными в теории топологии, а также в практических приложениях. Однако получить на их основе точное и целостное решение задачи анализа (а, впоследствии, и синтеза ИС с требуемыми структурными характеристиками) для реальных структур ИС с большим числом УК оказывается затруднительным в связи с громоздкостью и сложностью вычислений [1, 7].

Цель работы – определение аналогий между параметрами и характеристиками общепринятого графового метода и спектрального анализа графов, а также получение строгого математического описания наиболее значимых структурных характеристик, позволяющих решать задачи анализа и синтеза топологических моделей ИС.

### Описание основных структурных характеристик информационных сетей графовым и спектральным методами

В качестве исходных данных для структурного анализа и синтеза ИС, с точки зрения обеспечения требуемой информационной эффективности, могут быть использованы: интервал интенсивности входного трафика  $\Delta_{\gamma_{вх}}$  (в котором планируется использование сети), длина пакетов в битах  $L_{\text{пак}}$ , пропускные способности КС  $C_{\text{кан}}$ , временная задержка пакетов  $T_{\text{доп}}$ , число УК  $N_{\text{УК}}$ , а также требования к структурным характеристикам ИС. Рассмотрим определения отмеченных выше основных топологических характеристик ИС на основе классических подходов и спектрального анализа графов.

В классическом представлении задание структуры ИС, как правило, осуществляется с помощью геометрического (рис. 1) и матричного способов (с использованием матрицы смежности).

Графом  $G(X, U)$  называется непустое множество вершин  $X (i = 1, \dots, N)$  с множеством соединяющих их ребер  $U (j = 1 \dots M)$ . Для модели ИС будем использовать неориентированные простые графы без кратных ребер и петель.

При этом матрица смежности графа  $G(X, U)$  есть квадратная матрица размерности  $N \times N$ , где  $N$  – число вершин (УК) сети

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{NN} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

элементами которой являются нули и единицы, образующиеся по следующему правилу: элемент  $a_{ij}$ , стоящий на пересечении  $i$ -й строки и  $j$ -го столбца, равен единице, если имеется ребро, соединяющее вершину  $i$  с вершиной  $j$ , и  $a_{ij}$  равен

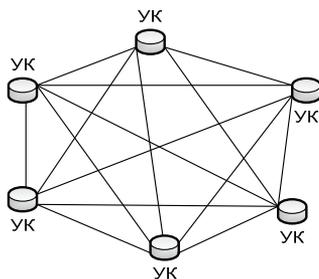


Рис. 1. Геометрическое представление топологии ИС

нулю в противном случае. Данное представление структуры ИС позволяет аналитически оценить структурную сложность только простейшим соотношением между числом УК и КС  $L = M - N$ , где  $M$  – число ребер (КС) в графовой модели.

Аналогом общего представления структуры ИС при использовании спектрального подхода является «обыкновенный» спектр графа. Для его нахождения составляется характеристическая матрица графа  $G(X, U)$

$$B = \lambda I - A, \quad (2)$$

где  $\lambda$  – произвольный коэффициент,  $I$  – единичная матрица (диагональные элементы которой равны 1, а все остальные 0).

Определитель матрицы (2) называется характеристическим многочленом  $|\lambda I - A|$  матрицы смежности (графа  $G$ ) и обозначается  $P_G(\lambda)$ . Корни характеристического уравнения  $P_G(\lambda) = 0$  (согласно теореме Гамильтона-Кэли)  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$  называются собственными значениями матрицы  $A$ , а их совокупность образует обыкновенный спектр графа  $G$  [2, 3, 8]

$$\text{Sp}(G) = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N], \quad (3)$$

при этом число элементов спектра (собственных значений) равно числу вершин графа  $N$  (УК исследуемой структуры ИС), а минимальное число ребер связанного графа, применяемого в качестве структурной модели ИС, равно  $M_{\min} = N - 1$ .

В свою очередь, если определить систему собственных векторов  $x$  (координаты которых можно интерпретировать как «веса» отдельных УК) [2], соответствующих собственным значениям спектра графа  $\lambda$ , то может быть найдена взаимно-однозначная связь между спектром и матрицей смежности графа в виде уравнения

$$Ax = \lambda x. \quad (4)$$

Следовательно, спектр графа и совокупность его собственных векторов полностью описывают и однозначно определяют структуру любой графовой модели ИС.

Для модели ИС в виде графа  $G$ , представленного на рис. 1, характеристический многочлен имеет вид

$$P_G(\lambda) = \begin{vmatrix} \lambda & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & \lambda & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & \lambda & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & \lambda & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & \lambda & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & \lambda \end{vmatrix} = \lambda^6 - 15\lambda^4 - 40\lambda^3 - 45\lambda^2 - 24\lambda - 5, \quad (5)$$

а его обыкновенный спектр равен

$$\text{Sp}(G) = [5, -1, -1, -1, -1, -1]. \quad (6)$$

В предлагаемом подходе, основанном на спектральном анализе графов, структурная сложность оценивается числом остовных деревьев на графе. Для его нахождения необходимо использование специального  $C$ -спектра графа (спектра Фидлера), получаемого из матрицы полных проводимостей (Кирхгофа) [3]:

$$C = D - A, \quad (7)$$

где  $D$  – диагональная матрица степеней или валентностей (число дуг, выходящих из  $i$ -го УК, или число соседних УК) графа  $G^*$ .

Тогда характеристический многочлен матрицы  $C$  имеет вид

$$C_G(\lambda) = |\lambda I - C| = |\lambda I - D + A| = \lambda^N + c_1 \lambda^{N-1} + \dots + c_N, \quad (8)$$

а соответствующий ему спектр, определяемый при  $C_G(\lambda) = 0$ , описывается выражением

$$\text{Sp}_C(G) = [\lambda_1, \dots, \lambda_N]_C. \quad (9)$$

Число остовных деревьев графа  $G$ , являющееся важнейшей характеристикой структурной сложности ИС и определяющее число непересекающихся (независимых) путей соединяющих два любых УК на графовой модели, определяется по формуле

$$t(G_j) = |C_j|, \quad (10)$$

где  $j \in \{1, \dots, N\}$ .

Следовательно [3, 8], число остовных деревьев может быть определено через коэффициенты характеристического многочлена (8) матрицы  $C$

$$t(G) = \frac{1}{N} (-1)^{N-1} c_{N-1} \quad (11)$$

или компоненты (собственные значения) самого  $C$ -спектра (9)

$$t(G) = \frac{1}{N} \prod_{i=1}^{N-1} \lambda_i. \quad (12)$$

Максимальное (из возможных вариантов структурного построения) значение параметра  $t(G) \rightarrow \max$ , с одной стороны, определяет структурную сложность ИС, а с другой, – возможности по наличию альтернативных маршрутов передачи информации по сети и, следовательно, может выступать в качестве одного из критериев при решении задачи синтеза структурно устойчивой сети.

При рассмотрении свойства адаптируемости структуры ИС спектральный подход является, пожалуй, единственным эффективным средством получения графовых моделей ИС высокой устойчивости в условиях воздействия внешних и внутренних дестабилизирующих факторов и изменяющихся условий информационного обмена. Реализация данной топологической характеристики осуществляется по отдельным итерационным алгоритмам с определением основных структурных параметров на основе спектрального анализа графов ( $t(G)$ ,  $k$ -связность  $a(G)$ , диаметр сети  $d$ , число маршрутов длины  $k(N_k)$ , константа Чигера  $h(G)$  и т.д.) для различных вариантов базовых топологий (определяемых условиями информационного обмена) [5, 9]. При этом, вне зависимости от используемого алгоритма, на каждой итерации осуществляется нахождение коспектральных (или изоспектральных) графовых моделей ИС (обладающих одинаковыми спектрами, а, следовательно, и структурными свойствами) в целях получения нескольких альтернативных вариантов максимальной структурной устойчивости.

Одной из значимых структурных характеристик, определяющих пропускную способность ИС, является диаметр графа, как наибольшее из расстояний, определенных на множестве кратчайших путей между парами УК графовой модели ИС:

---

\*Термин «матрица полных проводимостей» заимствован из теории электрических сетей, когда любой мультиграф  $G$  (неориентированный граф без петель) может быть представлен с помощью некоторого графа, соответствующего специальной (идеальной) электрической сети, у которой проводимость ветвей равна единице.

$$d = \max_{i,j \in X} \{d_{ij}\}, \quad (13)$$

где  $d_{ij}$  – расстояние, состоящее из минимального числа ребер, образующих путь из вершины  $i$  в вершину  $j$  на всем множестве путей  $X(i, j \in X)$ .

Для связной графовой модели ИС диаметр может быть определен с использованием обыкновенного спектра графа согласно неравенству

$$d \leq m - 1, \quad (14)$$

где  $m$  – число различных собственных значений обыкновенного спектра  $\text{Sp}(G)$ .

В задачах исследования информационной эффективности ИС, зачастую, необходимо и достаточно определение усредненных скоростных характеристик информационного обмена, при этом вводится понятие средний диаметр, в качестве которого можно принять среднее значение из интервала

$$\frac{d}{2} \leq \bar{d} \leq d. \quad (15)$$

Кроме того, на основе среднего диаметра может быть найден обобщенный структурный показатель (ОСП) ИС

$$\text{ОСП} = \bar{d} / M = 0,75d / M, \quad (16)$$

отражающий соотношение между средним диаметром и общим числом КС в исследуемой структуре ИС [2, 3, 9].

Полученные параметры (14) – (16) могут выступать в качестве критериев  $d \rightarrow \min$  и ОСП  $\rightarrow \min$  при синтезе топологии ИС, обеспечивающей максимальную пропускную способность с учетом поддержания ее высокой структурной устойчивости.

Структурная связность, характеризуемая  $k$ -связностью или алгебраической связностью графовой модели ИС, определяется наименьшим числом УК (КС), при удалении которых граф становится несвязным (в нем появляется изолированный УК), и может быть найдена с использованием второго минимального (после нулевого) собственного значения  $C$ -спектра

$$a(G) = \lambda_{N-1}. \quad (17)$$

Так как  $k$ -связность, кроме того, определяет число непересекающихся путей в структуре ИС, то она является важнейшей характеристикой информационного обмена при решении задачи маршрутизации, а в ходе структурного синтеза необходимо придерживаться критерия  $a(G) \rightarrow \max$ .

По результатам многочисленных исследований особый интерес, с точки зрения обеспечения структурной связности и устойчивости функционирования, представляют регулярные структуры (или структуры с минимальным отличием валентности УК на единицу) [1 – 7]. Поэтому в процессе синтеза базовой структуры ИС, ее коррекции и выбора оптимальной с точки зрения устойчивости топологии будем ориентироваться на преобразования, приводящие к получению регулярных структур. В этой связи важной структурной характеристикой является индекс графа  $r$  (или степень регулярности графовой модели  $\bar{f}$  – среднее значение степени отдельных УК), который определяется по графовой модели выражением

$$\bar{f} = \frac{2M}{N}, \quad (18)$$

а с использованием обыкновенного спектра  $\text{Sp}(G)$  может быть найден по формуле

$$r = \bar{f} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \lambda_i^2. \quad (19)$$

При решении задачи синтеза структурно устойчивой ИС будем стремиться к выполнению критерия  $r, \bar{f} \rightarrow \max$ , учитывая результаты исследований, полученных в работе [4], где определены оптимальные значения количества соседних УК, которые составляют для ИС с регулярной структурой – 3, для сети со случайной топологией – 7-8.

Структурная связность ИС также может быть оценена с использованием константы Чигера, выступающей в качестве числовой меры «узкого горла» графовой модели

$$h(G) = \min_{0 < |S| \leq \frac{n}{2}} \frac{|\partial(S)|}{|S|}, \quad (20)$$

где минимум определяется по всем непустым множествам  $S$ , содержащим не более  $N/2$  вершин,  $\partial(S)$  – реберная граница множества  $S$ , равная множеству ребер, имеющих только одну вершину (УК) в  $S$ .

Спектральный анализ графов позволяет определить неравенство Чигера с использованием обыкновенного спектра  $\text{Sp}(G)$  и степени регулярности графа  $r$

$$\frac{1}{2}(r - \lambda_2) \leq h(G) \leq \sqrt{2r(r - \lambda_2)}. \quad (21)$$

Неравенство оценивает значение константы Чигера посредством второго собственного значения  $\lambda_2$  матрицы смежности [7]. Положительное значение константы Чигера определяет связность графа  $G$ . При этом, если константа Чигера положительна, но мала, то в графе присутствует «узкое горло», то есть имеются два больших множества вершин (УК) с малым числом ребер (КС) между ними. Если константа Чигера велика, то любое деление множества вершин (УК ИС) на два подмножества оставляет большое число КС между этими подмножествами, поэтому при структурном синтезе сети будем придерживаться критерия  $h(G) \rightarrow \max$ .

В качестве параметра, характеризующего живучесть структуры ИС, выступает число внутренней устойчивости  $\alpha(G)$ , которое определяется максимальным числом несоединенных между собой вершин (УК), и также может быть найдено с помощью обыкновенного спектра графа согласно неравенству

$$\alpha(G) \leq p_0 + \min(p_-, p_+), \quad (22)$$

где  $p_0, p_-, p_+$  – числа собственных значений спектра, равных, меньших или больших нуля соответственно. Таким образом, для обеспечения живучести структуры ИС при топологическом синтезе необходимо выполнение критерия  $\alpha(G) \rightarrow \min$ .

Живучесть структуры ИС также может быть оценена числом маршрутов длины  $k$  на графовой модели, которое определяется с помощью обыкновенного спектра  $\text{Sp}(G)$  и системы собственных векторов  $x_i$  выражением

$$N_k = \sum_{v=1}^N C_v \lambda_v^k, \quad (23)$$

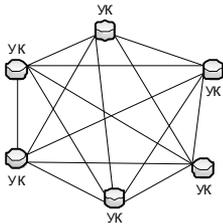
где  $C_v = \left( \sum_{v=1}^N x_{iv} \right)^2$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots$  (для используемой модели мультиграфа без кратных ребер и петель). Критерием структурного синтеза ИС в данном случае выступает

выполнение соотношений  $N_k \rightarrow \max$  при  $k \rightarrow \min$ , что физически означает обеспечение наличия в топологии максимального числа маршрутов минимальной длины.

Из приведенного выше анализа вытекает аналогия между структурными характеристиками, описываемыми с помощью общепринятого графового подхода и на основе спектрального анализа графов (табл. 1).

Таблица 1

**Аналогии между графовыми и спектральными характеристиками структурных моделей ИС**

Графовый подход к исследованию структурных характеристик ИС	Спектральный анализ графов ИС
1	2
1. Представление модели структуры ИС	
<p>1. Граф</p>  <p>2. Матрица смежности</p> $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	<p>1. Характеристический многочлен</p> $P_G(\lambda) = \lambda^6 - 15\lambda^4 - 40\lambda^3 - 45\lambda^2 - 24\lambda - 5^{**}$ <p>2. Обыкновенный спектр графа</p> $\text{Sp}(G) = [5, -1, -1, -1, -1, -1]$ <p>3. Собственные векторы <math>x</math></p> $A = x^{-1}\lambda x$ <p>4. C-спектр Фидлера</p> $\text{Sp}_C(G) = [0, 6, 6, 6, 6, 6]_C$
2. Структурная сложность ИС	
<p>1. Соотношение между ребрами и вершинами графа ИС (числом УК и КС)</p> $L = M - N = 15 - 6 = 9.$ <p>2. Граница связности графа ИС</p> $M_{\min} = N - 1 = 6 - 1 = 5.$	<p>1. Число остовных деревьев модели ИС – через коэффициенты характеристического многочлена</p> $C_G(\lambda) = \lambda^6 - 30\lambda^5 + 360\lambda^4 - 2160\lambda^3 + 6480\lambda^2 - 7776\lambda;$ $t(G) = \frac{1}{N}(-1)^{N-1}c_{N-1} = \frac{1}{6}(-1)^5(-7666) = 1296;$ <p>– через собственные значения C-спектра</p> $t(G) = \frac{1}{N} \prod_{i=1}^{N-1} \lambda_i = \frac{1}{6}(6^5) = 1296.$ <p>Критерий синтеза структурно устойчивой сети</p> $(G) \rightarrow \max$

\*\*Все значения структурных характеристик ИС получены для графовой модели (см. рис. 1).

1	2
<b>3. Адаптируемость структуры ИС</b>	
<p>Не описывается графовым методом. Возможно нахождение структуры ИС с требуемыми характеристиками перебором возможных вариантов связанных графов</p>	<p>1. Итерационные алгоритмы преобразования базовых топологий ИС по структурным критериям  <math>(t(G), a(G), d, N_k, h(G))</math> и т.д.).</p> <p>2. Нахождение коспектральных структур  <math>Sp(G_1) = Sp(G_2)</math>.</p>
<b>4. Диаметр графовой модели ИС</b>	
<p>1. Наибольший из кратчайших путей между парами УК на графовой модели ИС  <math display="block">d = \max_{i,j \in X} \{d_{ij}\} = \max_{i,j \in X} \{1\} = 1.</math></p> <p>2. Средний диаметр  <math display="block">\frac{d}{2} \leq \bar{d} \leq d \rightarrow 0,5 \leq \bar{d} \leq 1</math></p>	<p>1. Число различных собственных значений обыкновенного спектра <math>d \leq m - 1 = 2 - 1 = 1</math>.</p> <p>2. Обобщенный структурный показатель  <math>ОСП = \bar{d} / M = 0,75d / M = 0,75 / 15 = 0,05</math>.</p> <p>3. Критерии синтеза топологии ИС с максимальной пропускной способностью и высокой структурной устойчивостью <math>d \rightarrow \min, ОСП \rightarrow \min</math></p>
<b>5. Структурная связность ИС</b>	
<p>1. Среднее значение степени УК  <math display="block">\bar{f} = \frac{2M}{N} = \frac{2 \cdot 15}{6} = 5.</math></p>	<p>1. <math>k</math>-связность графовой модели ИС  <math>a(G) = (\lambda_{N-1})_C</math>, а для полносвязных структур  <math>a(G) = \lambda_1 = r = 5</math>.</p> <p>2. Индекс (степень регулярности) графа  <math display="block">r = \bar{f} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \lambda_i^2 = \frac{1}{6} (5^2 + (-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2) = 5.</math></p> <p>3. Неравенство Чигера:  <math display="block">\frac{1}{2}(r - \lambda_2) \leq h(G) \leq \sqrt{2r(r - \lambda_2)};</math> <math display="block">\frac{1}{2}(5 + 1) = 3 \leq h(G) \leq \sqrt{2 \cdot 5 \cdot (5 + 1)} = 7,75.</math></p> <p>4. Критерии синтеза структурно устойчивой ИС:  <math>a(G) \rightarrow \max, r, \bar{f} \rightarrow \max, h(G) \rightarrow \max</math></p>
<b>6. Надежность структуры ИС</b>	
<p>Надежность графовой модели ИС определяется надежностью отдельных элементов УК и КС по общепринятым параметрам (вероятность безотказной работы, время наработки на отказ)</p>	<p>Определяется на основе параметров сложности и связности топологии ИС <math>t(G), a(G), r, \bar{f}, h(G)</math> с учетом сформулированных для них критериев структурного синтеза</p>

1	2
<b>7. Живучесть структуры ИС</b>	
<p>Определение сечений и разрезов на графовой модели с использованием матрицы смежности и ее модификаций</p>	<p>1. Число внутренней устойчивости, которое определяется числом собственных значений обыкновенного спектра, равных, меньших или больших нуля</p> $\alpha(G) \leq p_0 + \min(p_-, p_+) = 0 + \min(5, 1) = 1.$ <p>2. Число маршрутов длины <math>k</math></p> $N_k = \sum_{v=1}^N C_v \lambda_v^k \Big _{k=1} = 1 \cdot 5 + 0 \cdot (-1) = 5.$ <p>3. Критерии синтеза живучей структуры ИС</p> $\alpha(G) \rightarrow \min, N_k \rightarrow \max \text{ при } k \rightarrow \min$

### Заключение

В работе решены следующие задачи:

- определена связь структурных параметров с основными топологическими характеристиками ИС;

- проведены аналогии и получены взаимоднозначные связи между основными понятиями общепринятого графово-матричного подхода и спектральной теории графов;

- получено математическое описание наиболее значимых структурных характеристик ИС (задача структурного анализа) на основе определения трех основных составляющих спектрального анализа структур: характеристического многочлена  $P_G(\lambda)$ , обыкновенного спектра графа  $\text{Sp}(G)$ ,  $C$ -спектра Фидлера  $\text{Sp}_C(G)$  и системы собственных векторов  $x$ ;

- сформированы критерии эффективного структурного синтеза топологических моделей ИС и определены пути достижения требуемых результатов (итерационные адаптивные алгоритмы преобразования базовых структур ИС с использованием коспектральных моделей).

Аналитическое моделирование в среде Maple 15 показало реализуемость и подтвердило достоверность результатов получаемых с использованием спектральной теории графов при исследованиях структурных характеристик и параметров ИС [11]. Практическое применение спектрального подхода в исследованиях структурных свойств ИС возможно при решении задачи организации комплексной многоконтурной адаптации сети к изменяющимся условиям функционирования в наиболее неблагоприятных условиях информационного обмена при высоком входном трафике и сильном воздействии дестабилизирующих факторов (в том числе мощных помех). В этом случае данные, получаемые на основе спектрального анализа графовых моделей ИС, могут быть использованы в обобщенном алгоритме адаптации в контуре реализации структурной адаптации ИС [12].

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 17-47-680748р\_центр\_а.*

### Список литературы

1. Назаров, А. Н. Модели и методы расчета показателей качества функционирования узлового оборудования и структурно-сетевых параметров сетей связи следующего поколения / А. Н. Назаров, К. И. Сычев. – Красноярск : Изд-во Поликом, 2010. – 389 с.
2. Андреев, А. М. Многопроцессорные вычислительные системы. Теоретический анализ, математические модели и применение : учеб. пособие / А. М. Андреев, Г. П. Можаров, В. В. Сюзов. – М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011. – 334 с.
3. Цветкович, Д. Спектры графов. Теория и применение / Д. Цветкович, М. Дуб, Х. Захс. – Киев : Наук. думка, 1984. – 384 с.
4. Sunada, T. Riemannian Coverings and Isospectral Manifolds / T Sunada // *Ann. of Math.* – 1985. – Vol. 21. – P. 169 – 186.
5. Пасечников, И. И. Методология анализа и синтеза предельно нагруженных информационных сетей / И. И. Пасечников. – М. : Машиностроение-1, 2004. – 216 с.
6. Donetti, L. Optimal Network Topologies: Expanders, Cages, Ramanujan Graphs, Entangled Networks and All that / L. Donetti, F. Neri, M. A. Muñoz // *J. Stat. Mech.* – 2006. – Vol. 2006, No. 8. – 24 p. doi: 10.1088/1742-5468/2006/08/P08007
7. Автоматизация управления и связь в ВМФ / Н. Ф. Директоров, В. И. Дорошенко, Ю. И. Житов [и др.] ; под ред. Ю. М. Кононова. – СПб. : Элмор, 2001. – 508 с.
8. Межуев, А. М. Структурные характеристики информационной сети на основе спектрального анализа топологии / А. М. Межуев, И. И. Пасечников, М. Г. Третьяков // *Вестн. Тамб. ун-та. Серия: Естественные и технические науки.* – 2016. – Т. 21, № 2. – С. 676 – 680. doi: 10.20310/1810-0198-2016-21-2-676-680
9. Межуев, А. М. Тензорные методы в теории оценки информационной эффективности и анализа элементов цифровых радиосетей / А. М. Межуев. – Тамбов : Интеграция, 2008. – 262 с.
10. Межуев, А. М. Исследование моделей базовых топологий цифровых систем передачи информации с использованием спектральной теории графов / А. М. Межуев // *Материалы Междунар. науч.-практ. конф. «Актуальные проблемы деятельности подразделений УИС»*, 23 – 24 мая 2018 г., Воронеж. – Воронеж : ВИ ФСИН, 2018. – С. 236 – 239.
11. Межуев, А. М. Исследование структурных характеристик цифровых радиосетей с использованием спектрального анализа графов / А. М. Межуев, М. Г. Третьяков // *Сб. ст. по материалам докладов IV Межвуз. науч.-практ. конф. «Молодежные чтения памяти Ю. А. Гагарина»*, 16 мая 2018 г., Воронеж. – Воронеж : ВУНЦ ВВС «ВВА», 2018. – С. 96 – 100.
12. Межуев, А. М. Совместное решение задач алгоритмической и структурной адаптации в инфокоммуникационных системах / А. М. Межуев // *Научные технологии в космических исследованиях Земли.* – 2015. – Т. 7, № 6. – С. 36 – 43.

---

## Analogies and Mathematical Description of the Structural Characteristics of Graph Information Networks Models Using Spectral Analysis

A. M. Mezhujev<sup>1</sup>, I. I. Pasechnikov<sup>2</sup>, Z. M. Selivanova<sup>3</sup>

*Zhukovsky – Gagarin Air Force Academy (1), Voronezh, Russia;*

*Department of Theoretical and Experimental Physics (2),*

*G. R. Derzhavin TSU; pasechnikov\_ivan@mail.ru;*

*Department of Design of Radioelectronic and Microprocessor Systems (3),*

*TSTU, Tambov, Russia*

**Keywords:** graph models; information network; Cheeger's constant; criteria for structural synthesis; graph connectivity; eigenvectors; graph spectra; structural characteristics.

**Abstract:** The possibilities of a rigorous analytical description of the basic structural characteristics of information networks based on a nontraditional mathematical apparatus for spectral analysis of graphs using analogies with classical approaches of graph theory and the matrix description of network topology are investigated. Expressions for the main parameters defining the structural characteristics of information networks are obtained; the criteria for the structural synthesis of stable, reliable, and information-efficient networks are formulated.

### References

1. Nazarov A.N., Sychev K.I. *Modeli i metody rascheta pokazateley kachestva funktsionirovaniya uzlovogo oborudovaniya i strukturno-setevykh parametrov setey svyazi sleduyushchego pokoleniya* [Models and Methods for Calculating Indicators of the Quality of Functioning of Node Equipment and Structural-Network Parameters of Next-Generation Communication Networks], Krasnoyarsk: Izdatel'stvo Polikom, 2010, 389 p. (In Russ.)
2. Andreyev A.M., Mozharov G.P., Syuzev V.V. *Mnogoprotsessornyye vychislitel'nyye sistemy. Teoreticheskiy analiz, matematicheskiye modeli i primeneniye* [Multiprocessing Computing Systems. Theoretical Analysis, Mathematical Models and Application], Moscow: MGTU im. N. E. Bauman, 2011, 334 p. (In Russ.)
3. Tsvetkovich D., Dub M., Zakhs Kh. *Spektry grafov. Teoriya i primeneniye* [Spectra of Graphs. Theory and Application], Kiev: Nauk. dumka, 1984, 384 p. (In Russ.)
4. Sunada T. Riemannian Coverings and Isospectral Manifolds, *Annals of Mathematics*, 1985, vol. 21, pp. 169-186.
5. Pasechnikov I.I. *Metodologiya analiza i sinteza predel'no nagruzhenykh informatsionnykh setey* [Methodology of Analysis and Synthesis of Ultimately Loaded Information Networks], Moscow: Mashinostroyeniye-1, 2004, 216 p. (In Russ.)
6. Donetti L., Neri F., Muñoz M.A. Optimal Network Topologies: Expanders, Cages, Ramanujan Graphs, Entangled Networks and all that, *J. Stat. Mech.*, 2006, vol. 2006, no. 8, 24 p., doi: 10.1088/1742-5468/2006/08/P08007
7. Direktorov N.F., Doroshenko V.I., Zhitov Yu.I. [et al.], Kononov Yu.M. [Ed.] *Avtomatizatsiya upravleniya i svyaz' v VMF* [Automation of Control and Communications in the Navy], St. Petersburg: Elmor, 2001, 508 p. (In Russ.)
8. Mezhuyev A.M., Pasechnikov I.I., Tret'yakov M.G. [Structural Characteristics of an Information Network Based on Spectral Analysis of Topology], *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: Yestestvennyye i tekhnicheskiye nauki* [Bulletin of the Tambov University. Series: Natural and Technical Sciences], 2016, vol. 21, no. 2, pp. 676-680, doi: 10.20310/1810-0198-2016-21-2-676-680 (In Russ., abstract in Eng.)
9. Mezhuyev A.M. *Tenzornyye metody v teorii otsenki informatsionnoy effektivnosti i analiza elementov tsifrovyykh radiosetey* [Tensor Methods in the Theory of Evaluating Information Efficiency and Analyzing Elements of Digital Radio Networks], Tambov: Integratsiya, 2008, 262 p. (In Russ.)
10. Mezhuyev A.M. *Materialy Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii "Aktual'nyye problemy deyatel'nosti podrazdeleniy UIS"* [Proceedings of the International Scientific and Practical Conference "Actual Problems of the Activities of the MIS Divisions"], 23 – 24 May 2018, Voronezh, 2018, pp. 236-239 (In Russ.)
11. Mezhuyev A.M., Tret'yakov M.G. *Sbornik statey po materialam dokladov IV Mezhvuzovskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii "Molodezhnyye chteniya pamyati Yu.A. Gagarina"* [Collection of Articles Based on the Reports of the IV Inter-University Scientific and Practical Conference "Youth Readings in Memory of Yu. A. Gagarin"], 16 May 2018, Voronezh, 2018, pp. 96-100 (In Russ.)
12. Mezhuyev A.M. [A Joint Solution of the Problems of Algorithmic and Structural Adaptation in Information and Communication Systems], *Naukoyemkiye tekhnologii v kosmicheskikh issledovaniyakh Zemli* [Science-Intensive Technologies in Space Research of the Earth], 2015, vol. 7, no. 6, pp. 36-43. (In Russ.)

## **Analogien und mathematische Beschreibung der strukturellen Eigenschaften der grafischen Modelle der Informationsnetze mit Benutzung der Spektralanalyse**

**Zusammenfassung:** Es sind die Möglichkeiten einer strengen analytischen Beschreibung der wichtigsten strukturellen Eigenschaften der Informationsnetzwerke auf der Basis des nicht-traditionellen mathematischen Apparats der Spektralanalyse der Graphen unter Verwendung von Analogien mit klassischen Ansätzen der Theorie der Graphen und der Matrixbeschreibung der Netzwerktopologie untersucht. Es sind Ausdrücke für grundlegende Parameter erhalten, die die strukturellen Eigenschaften von Informationsnetzen bestimmen. Es sind auch die Kriterien für die strukturelle Synthese von stabilen, zuverlässigen und informationseffizienten Netzwerken formuliert.

---

## **Analogies et description mathématique des caractéristiques structurelles des modèles graphiques des réseaux d'information à l'aide de l'analyse spectrale**

**Resume:** Sont étudiées les possibilités d'une description analytique rigoureuse des principales caractéristiques structurelles des réseaux d'information à la base d'un appareil mathématique non conventionnel de l'analyse spectrale des graphes avec l'utilisation des analogies avec les approches classiques de la théorie des graphes et de la description matricielle de la topologie des réseaux. Sont obtenues des expressions pour les principaux paramètres qui déterminent les caractéristiques structurelles des réseaux d'information et sont établis des critères pour la synthèse structurelle de réseaux durables, fiables et efficaces.

---

**Авторы:** *Межуев Александр Михайлович* – кандидат технических наук, начальник кафедры, ФГКВОУ ВО «Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия им. профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина», г. Воронеж, Россия; *Пасечников Иван Иванович* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической и экспериментальной физики, ФГБОУ ВО «ТГУ имени Г. Р. Державина»; *Селиванова Зоя Михайловна* – доктор технических наук, профессор кафедры «Конструирование радиоэлектронных и микропроцессорных систем», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

**Рецензент:** *Жуковский Евгений Семенович* – доктор физико-математических наук, профессор кафедры функционального анализа, ФГБОУ ВО «ТГУ имени Г. Р. Державина», г. Тамбов, Россия.

## РАЗРАБОТКА ОНЛАЙН-ПРИЛОЖЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВ

Е. Г. Егоров<sup>1</sup>, Е. С. Егоров<sup>2</sup>, Е. Н. Туголуков<sup>3</sup>, С. Я. Егоров<sup>1</sup>

*Кафедры: «Компьютерно-интегрированные системы в машиностроении» (1);  
«Техника и технологии производства нанопродуктов» (3),  
ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия; ev.egoroff@gmail.com;  
ПАО «Газпром» (2), г. Санкт-Петербург, Россия*

**Ключевые слова:** веб-приложение; интернет; мобильные устройства; определение теплофизических свойств веществ.

**Аннотация:** Рассмотрено веб-приложение для определения теплофизических свойств веществ. Отличительной особенностью приложения является использование метода формирования функциональных зависимостей для определения термодинамических свойств рабочего тела, областей существования жидкой, паровой и газовой фаз, имеющих разрывы первого рода на межфазных границах. Дано описание существующих сервисов для проведения математических расчетов в онлайн-режиме.

---

Распространение мобильных устройств, рост их производительности, свободный доступ в интернет заметно расширяют области их применения и позволяют создавать мобильные приложения в различных сферах человеческой деятельности. Выбор веб-технологий для создания приложения основан на потребности сделать приложение максимально доступным на различных устройствах (компьютере, планшете, смартфоне) и разных операционных системах. В настоящее время существует много операционных систем, как для персональных компьютеров, так и для мобильных устройств. Делать приложения под каждую операционную систему – процесс трудоемкий и времязатратный. Поэтому перенос разработки приложения в область веб-технологий дает возможность сделать приложение кроссплатформенным, доступным для использования на различных операционных системах. Дополнительным преимуществом веб-приложения является возможность оперативно обновлять, исправлять ошибки и дополнять новыми функциями.

Одно из направлений, где могут быть использованы мобильные приложения – проведение инженерных вычислений, в частности, для определения теплофизических свойств веществ. Разработка такого веб-приложения представлена в данной работе и стала продолжением работы [1], в которой предложена методика формирования функциональных зависимостей по свойствам веществ, используемых при моделировании термодинамических процессов, основанная на обработке экспериментальных данных по свойствам веществ для областей существования жидкой, паровой и газовой фаз, имеющих разрывы первого рода на межфазных границах.

- В результате выполнения [1] разработаны:
- методика моделирования термодинамических процессов с использованием параметров реальных газов [2];
  - комплекс программ поддержки моделирования термодинамических процессов, включающий следующие блоки (рис. 1):
  - подготовки исходных данных (блок 1);
  - библиотеки алгоритмов обработки экспериментальных данных (блок 2);
  - решений (блок 3);
  - математических моделей процесса сжатия газа в поршневом компрессоре [2] и изменения состояния насыщенного водяного пара при движении в трубопроводе [3] (блок 4), включающий блоки выбора метода обработки экспериментальных данных [4];
  - таблиц экспериментальных данных (блок 5);
  - хранилища функциональных зависимостей, полученных в процессе обработки таблиц экспериментальных данных (блок 6);
  - онлайн-расчетов (блок 7).

Блок 1 предназначен для обработки таблиц экспериментальных данных, полученных из различных источников, в частности, из существующих баз данных или сканированные таблицы данных из справочников, которые помещаются в блок 5 для хранения.

Блок 2 включает методы аппроксимации и интерполяции экспериментальных данных по двум переменным: метод линейной интерполяции – для областей без фазовых превращений, метода сплайн-интерполяции – областей данных с фазовыми переходами, алгоритм Акимы – для областей, граничных с областями фазового перехода, а также метод наименьших квадратов для нахождения



Рис. 1. Структурная схема программного комплекса

коэффициентов аппроксимирующих полиномов для функций одной переменной для построения уравнений на линии насыщения.

Блок 3 представляет собой вычислительный модуль, выполняющий следующие основные функции: выбор таблиц экспериментальных данных по свойствам веществ и их предварительная обработка; выбор алгоритма обработки табличных данных; получение функциональных зависимостей, используемых при составлении моделей процессов; тестирование полученных зависимостей.

Блок 4 включает модели термодинамических процессов сжатия газов в поршневом компрессоре изменения состояния насыщенного водяного пара при движении в трубопроводе.

Блок 6 содержит функциональные зависимости, полученные на основе обработки таблиц экспериментальных данных о свойствах веществ, заимствованных из различных источников.

В процессе обработки экспериментальных данных формируются функциональные зависимости, которые используются в дальнейшем при расчетах. При их формировании для определения термодинамических свойств рабочего тела, для областей существования жидкой, паровой и газовой фаз, имеющих разрывы первого рода на межфазных границах, разработан метод, включающий следующие шаги (рис. 2):

1. Разбиение табличных данных по областям. Выделяются однофазные области (жидкая, газообразная) и смешанная. Критерием принадлежности точки той или иной области является проверка условия положения текущей координаты точки  $t$  относительно точек  $t_i$  и  $t_{i+1}$  в которых  $|f(t_i) - f(t_{i+1})|$  максимально на всем диапазоне изменения параметра.

2. Ввод дополнительных данных, уточняющих область фазового перехода (например, данные о свойствах пара на линии насыщения). Точки фазового перехода определяются проверкой условия:

$$|C_{ж} - C_{п}| > 0;$$

$$\lim_{t \rightarrow t_0 - 0} f(t) = C_{ж}; \quad \lim_{t \rightarrow t_0 + 0} f(t) = C_{п},$$

где  $C_{ж}$  и  $C_{п}$  – теплоемкости жидкости и пара соответственно, Дж/(кг·°С).

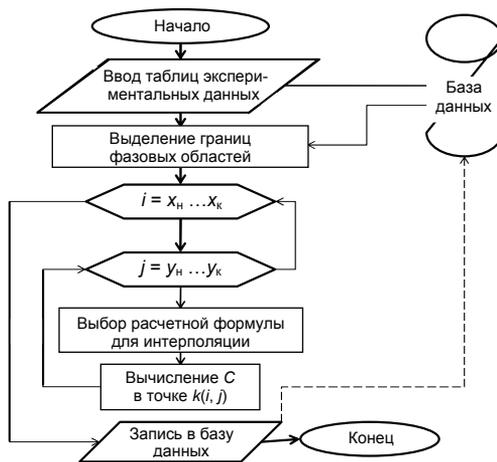


Рис. 2. Блок-схема алгоритма обработки экспериментальных данных

3. Интерполяция по данным каждой области. Для однофазных областей интерполяция проводится с помощью метода билинейной или сплайн-интерполяции. Для областей смежных с линией фазового перехода для интерполяции используется метод обратных взвешенных расстояний. Формула интерполяции, используемая в данном методе, имеет вид

$$C_{i,j} = \frac{\sum_{k=1}^m \frac{C_k}{r_{ijk}^\beta}}{\sum_{k=1}^m \frac{1}{r_{ijk}^\beta}},$$

где  $C_{i,j}$  – интерполяционное значение для  $(i,j)$ -го узла сетки;  $C_k$  – значение в  $k$ -й точке таблицы данных;  $r_{ijk}$  – расстояние между  $(i,j)$ -м узлом и  $k$ -й точкой;  $m$  – число точек, учитывающихся при вычислении значения в  $(i,j)$ -м узле;  $\beta > 0$  – степень обратного расстояния.

При реализации блока 7 рассматривались разные существующие сервисы, которые могли бы подойти для его выполнения, в частности:

- разработки компании PTC (Parametric Technology Corporation), которая предлагает математический сервер MathCAD Gateway [5], обеспечивающий универсальный и защищенный доступ к инженерным расчетам в онлайн-режиме с любого устройства. Пользователи получают доступ к расчетам через веб-браузер и могут провести расчет конкретных задач. Сервер устанавливается в организации и защищен от несанкционированного доступа;

- онлайн-сервис для математических расчетов CoCalc (Collaborative Calculation in the Cloud / Совместное вычисление в облаке) [6], позволяющий проводить различные вычисления, работать с текстом, графиками, базами данных, создавать интерактивные приложения. Для создания расчета используется язык программирования Python. Расчет комбинируется с HTML, CSS, JavaScript, CoffeeScript, Go, Fortran, Julia, GAP, Axiom, Ruby, Perl, Maxima, Maple, Markdown, Wiki. При редактировании поддерживается мультикурсорность, можно включить биндинги Vim или Sublime Text. Пользователю также доступна консоль Ubuntu и доступ к проекту по протоколу SSH (Secure Shell). Можно создавать документы LaTeX и встраивать в них код на Python, который не будет отображаться в итоговом pdf файле [7].

В работах [8, 9] рассмотрены другие сервисы, предлагающие онлайн-расчеты, однако по некоторым параметрам данные сервисы не подходят, например, для работы с MathCAD Gateway требуется приобретение лицензии, с CoCalc – необходимо наличие у пользователя знаний в области программирования.

Это послужило поводом для разработки своего веб-приложения, входящего в комплекс программ по определению теплофизических свойств веществ (см. рис. 1).

Работа веб-приложения распределяется между клиентом и сервером, обмен данных происходит по сети [10]. Клиенту доступно окно браузера, в котором отображается интерфейс пользователя. Для работы с приложением подходит любой современный браузер. На сервере хранятся библиотека экспериментальных данных, алгоритмы для расчетов, динамическая библиотека визуализации.

Основным языком программирования, на котором написано приложение, является PHP, для визуализации интерфейса используют язык гипертекстовой разметки HTML и стили CSS; для визуализации 3D-графика – библиотеку vis.js, написанную на JavaScript, состоящую из нескольких компонентов: DataSet, Timeline, Network, Graph2d и Graph3d. Vis.js – динамическая библиотека визуализации на основе браузера, позволяющая упростить обработку динамических данных больших объемов и реализовать их визуализацию. Библиотека свободно распространяется и доступна для скачивания с сайта <http://visjs.org/> [11].

Схему работы приложения можно описать в несколько этапов: ввод данных, обработка данных на сервере, вывод полученных результатов (рис. 3). На этапе ввода пользователь выбирает таблицу экспериментальных данных, задает требуемые параметры и отправляет запрос на сервер, где проводятся соответствующие расчеты, результаты которых возвращаются клиенту в текстовом виде и в виде 3D-графики.

Интерфейс приложения состоит из блока ввода данных и блока результатов. Блок ввода данных это форма, которую нужно заполнить, загрузив таблицу экспериментальных данных, а также указать требуемые параметры.

Для загрузки таблицы экспериментальных данными предусмотрено два варианта:

- выбрать таблицу из списка, предлагаемого приложением. Источниками первичной информации по свойствам веществ являются базы данных по свойствам веществ [12] (существующие базы данных, в том числе серверы облачных вычислений);

- загрузить свою таблицу со своего устройства, которая должна быть заранее подготовлена и конвертирована в формат CSV.

Формат CSV – текстовый, предназначенный для представления табличных данных, каждая строка файла является строкой таблицы, разделителем значений колонок является символ запятой (,) [13]. Для удобства можно воспользоваться таблицей Microsoft Excel, внести данные в таблицу, а затем конвертировать в формат CSV. Это также можно сделать стандартными средствами редактора: зайти в меню «Файл», выбрать «Сохранить как», при этом откроется окно «Сохранение документа» в поле «Тип файла», выбрать формат «CSV (разделители – запятыя) (\*.csv)».

На основе введенных данных проводится вычисление требуемого параметра и строится 3D-график, которые отображаются в блоке результатов.

Примеры работы с таблицами экспериментальных данных (на примере таблицы теплоемкости воды и водяного пара) приведены на рис. 4 и 5. В качестве исходных данных используется таблица экспериментальных данных из справочника [14, стр. 45 – 47].

Пример (см. рис. 5) иллюстрирует вычисление теплоемкости воды при температуре 240 °С и давлении 40 бар. 3D-график удобен тем, что позволяет оперативно изменять исходные данные и получать искомый параметр.

Результаты обработки экспериментальных данных оформляются в виде процедур-функций (в данном случае это процедура с именем *viscosity\_water\_and\_steam* ( $P, T$ )) и сохраняются в базе данных системы для дальнейшего использования при моделировании. Таким образом, для получения требуемого параметра достаточно обратиться к процедуре, передав ей текущие значения изменяемых параметров.



Рис. 3. Блок-схема работы приложения

T°С	P(бар)							
	0,1	1	10	20	40	60	80	100
0	4,218	4,217	4,212	4,207	4,196	4,186	4,176	4,165
50	1,929	4,181	4,179	4,176	4,172	4,167	4,163	4,158
100	1,91	2,038	4,214	4,211	4,207	4,202	4,198	4,194
120	1,913	2,007	4,243	4,24	4,235	4,23	4,226	4,221
140	1,918	1,984	4,283	4,28	4,275	4,269	4,263	4,258
160	1,926	1,977	4,337	4,334	4,327	4,32	4,313	4,307
180	1,933	1,974	2,613	4,403	4,395	4,386	4,378	4,37
200	1,944	1,975	2,433	4,494	4,483	4,472	4,461	4,45
220	1,954	1,979	2,316	2,939	4,601	4,586	4,571	4,557
240	1,964	1,985	2,242	2,674	4,763	4,741	4,72	4,7
260	1,976	1,993	2,194	2,505	3,582	4,964	4,932	4,902
280	1,987	2,001	2,163	2,395	3,116	4,514	5,25	5,2
300	1,999	2,01	2,141	2,321	2,834	3,679	5,31	5,7
320	2,011	2,021	2,126	2,268	2,649	3,217	4,118	5,79
340	2,024	2,032	2,122	2,239	2,536	2,943	3,526	4,412
350	2,03	2,038	2,125	2,235	2,504	2,861	3,35	4,043

Рис. 4. Таблица значений теплоемкости воды (I) и водяного пара (II)

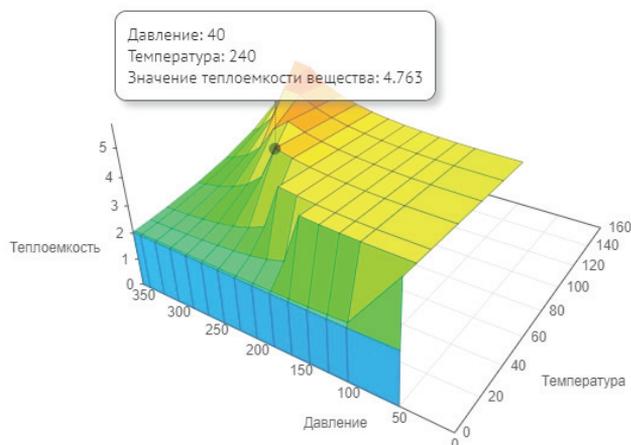


Рис. 5. Пример обработки экспериментальных данных значений теплоемкости воды и водяного пара

Ниже приведены описания некоторых процедур, включенных в базу функциональных зависимостей:

1. Процедура *viscosity\_water\_and\_steam* – предназначена для определения вязкости воды и водяного пара. В качестве исходных данных используется таблица экспериментальных данных из справочника [14, стр. 48 – 50].

Обращение к процедуре *viscosity\_water\_and\_steam* ( $P, T, pn, pv, tn, tv$ ).

Описание параметров:

$P$  – давление, бар, диапазон изменения 1...800 бар;

$T$  – температура, °С, диапазон изменения 0...700 °С;

$pn$  и  $pv$  – нижний и верхний пределы изменения давления в исследуемом процессе соответственно;

$tn$  и  $tv$  – пределы изменения температуры в исследуемом процессе.

Параметры  $pn, pv, tn$  и  $tv$  необязательны и используются для уменьшения времени работы процедуры.

Пример обращения к процедуре:

*viscosity\_water\_and\_steam* (20 бар, 80 °C) = 3513 Н·с/м<sup>2</sup>;

*viscosity\_water\_and\_steam* (20 бар, 230 °C) = 169 Н·с/м<sup>2</sup>.

2) Процедура *thermal\_conductivity\_water\_and\_steam* – вычисление теплопроводности  $\lambda \cdot 10^3$  Вт/(м·°C) воды и водяного пара.

Описание процедуры:

Процедура *thermal\_conductivity\_water\_and\_steam* предназначена для определения теплопроводности воды и водяного пара. В качестве исходных данных используется таблица экспериментальных данных из справочника [14, с. 51 – 53].

Обращение к процедуре

*thermal\_conductivity\_water\_and\_steam* ( $P, T, pn, pv, tn, tv$ )

описание параметров:

$P = 1 \dots 500$  бар;

$T = 0 \dots 700$  °C.

Значение параметров:  $pn, pv, tn$  и  $tv$  такие же, как и в предыдущих процедурах.

Пример обращения к процедуре:

*thermal\_conductivity\_water\_and\_steam* (20 бар, 50 °C) =  $645 \cdot 10^3$  Н·с/м<sup>2</sup>;

*thermal\_conductivity\_water\_and\_steam* (20 бар, 240 °C) =  $169 \cdot 10^3$  Н·с/м<sup>2</sup>.

3) Процедура *pressure\_saturation\_line* – вычисление давления  $P$  (бар) на линии насыщения.

Описание процедуры:

Процедура *pressure\_saturation\_line* предназначена для определения давления на линии насыщения в зависимости от температуры. В качестве исходных данных используется таблица экспериментальных данных из справочника [15, с. 16 – 24].

Обращение к процедуре:

*pressure\_saturation\_line* ( $T, tn, tv$ ).

Описание параметров:

$P$  – давление, бар;

$T$  – температура, °C, диапазон изменения  $0 \dots 373,9$  °C;

$tn$  и  $tv$  – пределы изменения температуры в исследуемом процессе.

Параметры  $tn$  и  $tv$  необязательны и используются для уменьшения времени работы процедуры.

Пример обращения к процедуре:

*pressure\_saturation\_line* (100 °C) =  $1,014 \cdot 10^5$  бар.

4) Процедура *temperature\_saturation\_line* – вычисление температуры  $T$ , °C, на линии насыщения.

Описание процедуры:

Процедура *temperature\_saturation\_line* обратна предыдущей и предназначена для определения температуры на линии насыщения в зависимости от давления. В качестве исходных данных используется таблица экспериментальных данных из справочника [15, с. 25 – 33].

Обращение к процедуре:

*temperature\_saturation\_line* ( $P, pn, pv$ ).

Описание параметров:

$P$  – давление (бар), диапазон изменения  $1 \cdot 10^3 \dots 2,206 \cdot 10^7$  бар;

$T$  – температура (°C);

$tn$  и  $tv$  – пределы изменения температуры в исследуемом процессе.

Параметры  $tn$  и  $tv$  необязательны и используются для уменьшения времени работы процедуры.

Пример обращения к процедуре:

*temperature\_saturation\_line* ( $1 \cdot 10^5$  бар) = 99,61 °C.

Разработанный программный комплекс может применяться как для моделирования широкого круга термодинамических процессов, работающих с газами и жидкостями, путем использования программного комплекса [16], так и на мобильных устройствах для оперативного определения термодинамических параметров веществ, что может быть полезно студентам в процессе обучения и инженерам, работающим в соответствующих областях. Приложение расположено по адресу: <http://vitahost.tambov.ru/dtpm/>

### *Список литературы*

1. Егоров, Е. С. Методы, математические модели и алгоритмы определения параметров рабочего тела взаимосвязанных термодинамических и гидродинамических процессов в реальных газах : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.13.18 / Е. С. Егоров. – Тамбов, 2015. – 19 с.
2. Туголуков, Е. Н. Методика математического моделирования термодинамических процессов поршневого компрессора / Е. Н. Туголуков, Е. С. Егоров // Вестник Астраханского государственного технического университета. Сер.: Управление, вычислительная техника и информатика. – 2014. – № 1. – С. 45 – 53.
3. Туголуков, Е. Н. Математическое моделирование процесса транспорта водяного пара / Е. Н. Туголуков, Е. С. Егоров // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2015. – Т. 21, № 1. – С. 65 – 70. doi: 10.17277/vestnik.2015.01.pp.065-070
4. Егоров, Е. С. Моделирование термодинамических процессов в областях фазовых переходов с использованием таблиц экспериментальных данных / Е. С. Егоров, Е. Н. Туголуков // XIV Междунар. конф. «Информатика: проблемы, методология, технологии», 6 – 7 февраля, 2014 г., Воронеж. – Воронеж, 2014. – С. 129 – 132.
5. PTC Announces Mathcad Gateway Solution for Universal Access to Engineering Calculations [Электронный ресурс] // WhichPLM Limited. – Режим доступа : <https://www.whichplm.com/ptc-announces-mathcad-gateway-solution-for-universal-access-to-engineering-calculations/> (дата обращения: 23.11.2018).
6. Online Computing Environment [Электронный ресурс] // CoCalc.com. – Режим доступа : <https://cocalc.com> (дата обращения: 25.02.2018).
7. SageMathCloud – мечта для любителей Python, математики и Linux [Электронный ресурс] // Хабр : ресурс для IT-специалистов, издаваемый компанией «ТМ». Режим доступа : <https://habr.com/post/247277/> (дата обращения: 25.02.2018).
8. Демонстрационная страница с описанием возможностей проекта Mas.Exponenta [Электронный ресурс] // Exponenta.ru. – Режим доступа : <http://mas.exponenta.ru/about/> (дата обращения: 25.02.2018).
9. Облачная версия SMATH Studio [Электронный ресурс] // Smath.info. – Режим доступа : <https://ru.smath.info/cloud/> (дата обращения: 17.10.2016).
10. Веб-приложение [Электронный ресурс] // Википедия. – Режим доступа : <https://ru.wikipedia.org/wiki/Веб-приложение> (дата обращения: 25.02.2018).
11. Демонстрационная страница с описанием возможностей проекта [Электронный ресурс] // Википедия. – Режим доступа : <http://visjs.org/> (дата обращения: 25.02.2018).
12. Tugolukov, E. N. Information Systems and Technology of Using Substance Properties in Calculations / E. N. Tugolukov, S. Ya. Egorov, E. S. Egorov // Advanced Materials & Technologies. – 2017. – № 1. – P. 65 – 70. doi: 10.17277/amt.2017.01.pp.065-070
13. CSV [Электронный ресурс] // Википедия. – Режим доступа : <https://ru.wikipedia.org/wiki/CSV> (дата обращения: 25.02.2018).
14. Варгафтик, Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей / Н. Б. Варгафтик. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1972. – 721 с.

15. Александров, А. А. Таблицы теплофизических свойств воды и водяного пара / А. А. Александров, Б. А. Григорьев. – М. : Изд-во МЭИ, 1999. – 168 с.

16. Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2014614061. Программа математического моделирования термодинамических процессов с учетом параметров реальных газов / Е. С. Егоров, Е. Н. Туголуков (РФ). – Зарегистр. в Реестре программ для ЭВМ. – 02 июля 2014 г.

---

## Development of Online Applications to Determine Thermophysical Properties of Substances

E. G. Egorov<sup>1</sup>, E. S. Egorov<sup>2</sup>, E. N. Tugolukov<sup>3</sup>, S. Ya. Egorov<sup>1</sup>

*Departments of Computer-Integrated Systems in Mechanical Engineering (1);*

*Technology and Methods of Nanoproducts Manufacturing (3),*

*TSTU, Tambov, Russia; ev.egoroff@gmail.com;*

*PJSC Gazprom (2), St. Petersburg, Russia*

**Keywords:** web application; Internet; mobile devices; determination of thermophysical properties of substances.

**Abstract:** The paper considers a web application to determine thermophysical properties of substances. A distinctive feature of the application is the use of the method of forming functional dependencies to determine the thermodynamic properties of the working fluid for the existence regions of the liquid, vapor, and gas phases with first-kind discontinuities at the phase boundaries. The existing services for performing mathematical calculations online are described.

### References

1. Yegorov Ye.S. *Extended abstract of candidate's of technical thesis*, Tambov, 2015, 19 p. (In Russ.)

2. Tugolukov Ye.N., Yegorov Ye.S. [Methods of Mathematical Modeling of Thermodynamic Processes of a Piston Compressor], *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Ser: Upravleniye, vychislitel'naya tekhnika i informatika* [Bulletin of Astrakhan State Technical University. Management, Computing and Computer Science], 2014, no. 1, pp. 45-53. (In Russ.)

3. Tugolukov Ye.N., Yegorov Ye.S. [Mathematical Modeling of the Transport Process Water Vapor], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2015, vol. 21, no. 1, pp. 65-70, doi: 10.17277/vestnik.2015.01.pp.065-070 (In Russ., abstract in Eng.)

4. Yegorov Ye.S., Tugolukov Ye. N. XIV *Mezhdunarodnaya konferentsiya "Informatika: problemy, metodologiya, tekhnologii"* [XIV International Conference "Informatics: Problems, Methodology, Technologies"], 6 – 7 February, 2014, Voronezh, Voronezh, 2014, pp. 129-132. (In Russ.)

5. <https://www.whichplm.com/ptc-announces-mathcad-gateway-solution-for-universal-access-to-engineering-calculations/> (accessed 23 November 2018).

6. <https://cocalc.com> (accessed 25 February 2018).

7. <https://habr.com/post/247277/> (accessed 25 February 2018).

8. <http://mas.exponenta.ru/about/> (accessed 25 February 2018).

9. <https://ru.smath.info/cloud/> (accessed 17 October 2016).

10. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Веб-приложение> (accessed 25 February 2018).

11. <http://visjs.org/> (accessed 25 February 2018).

12. Tugolukov E.N., Egorov S.Ya., Egorov E.S. Information Systems and Technology of Using Substance Properties in Calculations, *Advanced Materials &*

*Technologies*, 2017, no. 1, pp. 65-70, doi: 10.17277/amt.2017.01.pp.065-070 (In Eng., abstract in Russ.)

13. <https://ru.wikipedia.org/wiki/CSV> (accessed 25 February 2018).

14. Vargaftik N.B. *Spravochnik po teplofizicheskim svoystvam gazov i zhidkostey* [Handbook on the Thermophysical Properties of Gases and Liquids], Moscow: Nauka, 1972, 721 p. (In Russ.)

15. Aleksandrov A.A., Grigor'yev B.A. *Tablitsy teplofizicheskikh svoystv vody i vodyanogo para* [Tables of Thermophysical Properties of Water and Water Vapor], Moscow: MEI, 1999, 168 p. (In Russ.)

16. Egorov E.S., Tugolukov E.N. *Programma matematicheskogo modelirovaniya termodinamicheskikh protsessov s uchetom parametrov real'nykh gazov* (The Program of Mathematical Modeling of Thermodynamic Processes Within the Parameters of Real Gases), Russian Federation, 2014, Certificate of State Registration of Computer Programs 2014614061. (In Russ.)

---

### **Die Entwicklung der Softwareanwendung für Bestimmung der thermophysikalischen Eigenschaften von Substanzen**

**Zusammenfassung:** Es ist die Webanwendung für Bestimmung der thermophysikalischen Eigenschaften von Substanzen betrachtet. Ein charakteristisches Merkmal der Anwendung ist die Verwendung der Methode der Bildung der funktionalen Abhängigkeiten für Bestimmung der thermodynamischen Eigenschaften des Arbeitskörpers, für die Existenzbereiche der Flüssigkeits-, Dampf- und Gasphase mit Diskontinuitäten vom ersten Typ an den Phasengrenzen. Es sind vorhandene Dienste für die Durchführung von mathematischen Berechnungen im Online-Modus beschrieben.

---

### **Développement d'une application en ligne pour la détermination des propriétés thermiques et physiques des substances**

**Résumé:** Est examinée une application Web pour déterminer les propriétés thermophysiques des substances. La caractéristique distinctive de l'application est l'utilisation de la méthode de la formation des dépendances fonctionnelles pour déterminer les propriétés thermodynamiques du fluide de travail, pour les zones de l'existence des phases liquide, vapeur et gazeux ayant des ruptures de premier type sur les frontières interphasées. Sont décrits les services existants pour effectuer des calculs mathématiques en ligne.

---

**Авторы:** *Егоров Евгений Геннадьевич* – магистрант; *Егоров Евгений Сергеевич* – ведущий специалист отдела по развитию бизнеса ПАО «Газпром», г. Санкт-Петербург, Россия; *Туголуков Евгений Николаевич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Техника и технологии производства нанопродуктов»; *Егоров Сергей Яковлевич* – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Компьютерно-интегрированные системы в машиностроении», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

**Рецензент:** *Литовка Юрий Владимирович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Системы автоматизированной поддержки принятия решений», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

## ЭФФЕКТ ГЕНДЕРНОЙ СПЕЦИФИКАЦИИ КАДРОВ В УПРАВЛЕНИИ КОНФЛИКТОМ С УЧАСТИЕМ ПРИЗРАЧНОГО СУБЪЕКТА

А. А. Денисов<sup>1</sup>, Е. В. Денисова<sup>2</sup>

*ФГАУН «Институт конструкторско-технологической информатики РАН» (1);  
АНО «Специальная информационная сеть «Лабиринт» (2);  
г. Москва, Россия; alex.kimstach@gmail.com*

**Ключевые слова:** гендерная спецификация кадров; криптологическая защита; организационное зашумление; призрачные субъекты; психоинжиниринг; скрытые субъекты стратегического управления.

**Аннотация:** Рассмотрена проблема кадрового обеспечения высшего уровня управления конфликтом на геоцентрическом театре военных действий с участием призрачного субъекта. Дано определение призрачного субъекта с позиции траекторного управления технологическим процессом. Показан эффект гендерной спецификации кадров, проявляющийся в том, что для организации эффективной борьбы против призрачных субъектов ряд ключевых позиций высшего уровня управления должны занимать женщины.

---

### Введение

Прогресс в развитии средств и методов криптологической защиты организационной активности привел к появлению качественно нового типа субъектов стратегического управления, идентификация которых либо невозможна в принципе, либо предельно затруднена. Эти субъекты военных, военно-политических, экономических и иных конфликтов получили название «призрачные».

Проектирование эффективных систем управления конфликтом в противоборстве с призрачными субъектами осуществлено на основе методов психоинжиниринга – нового перспективного направления, выросшего из технической кибернетики 2-го рода и основанного на динамических математических моделях осознания конфликта [1]. Однако практическое внедрение таких систем управления столкнулось с проблемой гендерной спецификации кадров, состоящей в том, что ряд ключевых задач управления могут выполнять только женщины, а мужчины для них совершенно непригодны.

Причина гендерной спецификации заключается в особенностях обучения методам психоинжиниринга, через которые мужчины, в силу более низкого уровня психофизиологической живучести, почти не могут пройти.

Ценность опыта практического решения проблемы гендерной спецификации в настоящее время осознана руководством РФ, а его внедрение активно осуществляется не только в России, но и в ряде ведущих государств мира.

### Проблема призрачных субъектов в условиях современного конфликта

Специалистам в области управления военными и военно-политическими конфликтами, развивающимися на геоцентрическом театре военных действий (ТВД), хорошо известны так называемые «скрытые субъекты стратегического управле-

ния». Обычно под ними подразумеваются источники управляющих воздействий на ситуацию на ТВД, которые осуществляются замаскированно, с применением современных средств криптологической защиты организационной деятельности.

Первая и основная задача в противодействии таким субъектам – доказательно выявить факт их активности на ТВД и поле боя. Затем ставится вторая задача: провести идентификацию скрытого субъекта и вскрыть его стратегические замыслы. Если это сделано, осуществляется комплекс мер по подавлению активности скрытого субъекта стратегического управления.

Однако развитие современных методов криптозащиты, в том числе, так называемого организационного зашумления (то есть маскирование собственной активности организационной активностью других военных, политических, экономических и иных факторов), уже к середине 2000-х годов привело к тому, что обнаружить, идентифицировать и вскрыть замыслы скрытых субъектов управления за время развития конфликта нередко стало невозможным. Скрытые субъекты стратегического управления, которые нельзя идентифицировать вообще либо до окончания конфликта, получили название «призрачные субъекты» [2].

С точки зрения традиционной военной науки организовать эффективное противоборство призрачным субъектам в принципе невозможно. Поскольку противник (сегодня используется термин «партнер») в течение всего времени разворачивания конфликта остается полностью вне осознания. В связи с этим в середине 2000-х годов была поставлена и успешно решена задача создания систем разведки, военного и военно-политического управления, которые позволили бы выстроить эффективное противоборство с призрачным субъектом.

### **Проблема «гендерной спецификации кадров» в конфликте с призрачным субъектом**

Задача создания систем управления конфликтом с участием призрачного субъекта в целом была решена. Но возникла непредвиденная сложность. Оказалось, что все привычные представления о методах отбора, обучения и продвижения кадров непригодны для таких систем. Хуже того, как показал опыт, для работы с подобными системами управления совершенно неожиданно стала критически важной так называемая «гендерная спецификация кадров». Это означает, что ряд ключевых функций в системах управления конфликтами с призрачными субъектами могут решать только женщины. Мужчины оказались непригодны.

Такая ситуация не нова. Например, в электронной промышленности СССР для ряда производственных операций, требующих высокой концентрации внимания, привлекались исключительно женщины, но тогда это не касалось управленческих задач высокого уровня, а в условиях конфликта с призрачным субъектом проблема гендерной спецификации стала ключевой, выдвинув женщин на определяющие роли военно-политического управления.

Существенно, что гендерная спецификация стала настолько значимой, что послужила основой введения целой системы косвенных признаков для систематизации информации: если в системе управления противника на ряде высших управленческих позиций нет женщин, то такая система гарантировано покажет срывы управления конфликтом. Далее остается лишь целенаправленно создать ситуации, когда эти срывы проявятся.

С учетом значимости гендерной спецификации кадров в статье приводятся некоторые результаты обобщения практического опыта, позволившие обозначить (с учетом вполне понятных ограничений в обсуждениях данной проблематики) ряд принципов решения данной проблемы.

## Призрачный субъект с точки зрения теории циклов Бойда

Призрачный субъект, вследствие осуществления ряда мер криптологической защиты, не позволяет выявить и идентифицировать себя до конца конфликта, но при этом оказывает определяющее влияние на ситуацию на поле боя или ТВД.

В современной военной науке есть понятие «длительность цикла Бойда», которое означает продолжительность цепи событий принятия решений от момента восприятия исходной информации о противнике до его «списания со счета» вследствие уничтожения [3]. В этой концепции главная цель управления любым конфликтом может быть выражена как минимизация длительности цикла Бойда (по отношению к скрытому субъекту управления).

С точки зрения организации военных действий минимизация циклов Бойда сводится к простой и очевидной идее: побеждает тот, кто быстрее стреляет. А чтобы выстрелить раньше противника, нужно его первым обнаружить, распознать, и только потом уже выстрелить. Однако с позиции гражданской корпорации подобная интерпретация выглядит довольно странно. Поэтому, казалось бы, концепция циклов Бойда для производственных или торговых предприятий совершенно неуместна, однако это не так.

Любая война несет в себе уникальные особенности, определяемые местностью, уровнем боевой слаженности и обученности военного персонала, наконец, творческим подходом к использованию имеющихся в распоряжении командующего сил и средств. То есть всякая война уникальна, хоть и основана на стандартных приемах, собранных в боевых уставах воюющих армий.

Однако ровно такие же характеристики имеют и современные гражданские торговые, производственные и иные хозяйствующие субъекты. Это обусловлено тем, что нынешняя мировая экономика есть экономика перепроизводства – примерно 40 % всех производственных мощностей в мире избыточны. Иными словами, рынков сбыта для продукции уже не осталось, какого бы потребительского качества она ни была. А возможности современного оружия и его распространенность не оставили шансов провести «списание» избыточных мощностей, как это делалось в Первую или Вторую мировые войны. Если сегодня начнется большая война, восстанавливать после нее будет уже нечего и некому. Так что экономика перепроизводства – это всерьез и надолго. А это значит, что разработка нового производственного цикла предприятия требует сегодня вводить в проектные расчеты не только инженерно-физическую модель изделия, модели логистической и точностной структур технологического процесса, оптимизируя их как единую систему по производительности и затратным признакам, но и учитывать характеристики рабочего коллектива, неравномерно распределенного по технологической цепочке конвейера (под «конвейером» понимается не только линия сборки, но и, например, обработка очередей при проектировании торговой системы гипермаркета или склада), а также модели поведения потребителей будущей произведенной продукции.

Иными словами, инженерное проектирование производственного, торгового или иного предприятия, действующего в условиях экономики перепроизводства, как и планирование войны, требует интеграции пяти типов моделей: изделия, технологического процесса, метрологической модели, поведения коллектива и потребительского поведения покупателей, которые обеспечивают сбыт продукции (нет сбыта – нет производства). Применительно к военному планированию учет моделей поведения наибольшее распространение получил в области военно-психологических операций, в сфере политики – в системах управления психополитическими операциями, в гражданском секторе – в управлении развитием предприятий на основе так называемых окон рыночных возможностей [4].

Окно возможностей представляет собой период, равный половине времени жизни изделия на рынке сбыта. При этом время жизни изделия может составлять

от 6 до 24 месяцев. Типичный пример – периоды смены номенклатуры продаваемых смартфонов: раз в два года потребитель должен купить новый дорогой смартфон. Он ему не нужен, но это предопределено маркетинговыми стратегиями крупных производителей, которые, чтобы стимулировать потребительское поведение покупателей, принудительно создают, например, «корпоративную моду», когда менеджеру предосудительно пользоваться старым смартфоном, или несанкционированно подгружают в проданные смартфоны вирусы, замедляющие их работу. Эти и многие другие методы – хорошо известные формы манипулирования поведением покупателей.

Таким образом, проектирование новых производств сегодня основано на объединении в единую систему самого техпроцесса, поведения покупателей и производственного коллектива. Если раньше это были разные сферы корпоративной деятельности, то сегодня они представляют неразрывное проектное поле, управление которым осуществляется в единых циклах Бойда – точно так же, как и управление войной. И примерно 12 – 15 лет назад анализ операций, проводимых как военными организациями, так и гражданскими, стал фиксировать появления факторов, препятствующих плану ведения конфликтов (военных или конкурентных), которые не могли быть объяснены простым стечением обстоятельств.

Тщательные исследования числовых кодов сбоев в стратегиях военных и гражданских субъектов показали наличие активности скрытых субъектов стратегического управления, которые нельзя «расшифровать» до конца конфликта. Их назвали призрачными субъектами. В свете вышесказанного крайне важно было дать строгое инженерное определение призрачного субъекта.

Итак, если в бинарном конфликте между субъектом А и скрытым субъектом управления Х длительность цикла Бойда последнего стремится к бесконечности, то субъект А никогда не успеет выявить и подавить активность скрытого субъекта Х. В этом случае будем говорить, что субъект А ведет конфликт с призрачным субъектом. Таким образом, призрачный субъект есть субъект стратегического управления с бесконечно малым циклом Бойда по отношению к длительностям циклов Бойда противника. Это значит, что особенностью призрачного субъекта является невозможность его «расшифровки», что не позволяет выстроить эффективный конфликт против него на основе современной военной науки. И в этом смысле призрачный субъект является принципиально непобедимым.

С точки зрения инженерного проектирования современного конфликта, основанного на математических моделях осознания конфликта, развивающегося во времени, призрачный субъект, вступая в конфликт с субъектом А, как бы «отъедает» у последнего высшие психические способности, вызывая тем самым временные деменции, которые соответствуют частичной потере субъектом А способностей к высшим, наиболее творческим видам психической активности [2].

Иными словами, проблема борьбы с призрачными субъектами состоит не в самих субъектах, а в том, что противник не осознает их присутствия на ТВД, причем, чем выше карьерное положение руководителя в традиционной вертикально интегрированной организации, чем большими интеллектуальными способностями он обладает, тем вероятнее он станет жертвой методов маскировки призрачного субъекта.

Конфликт с «призраком» и потеря психических способностей руководителей противника нераздельны! Типичный пример – поразительно алогичные, почти самоубийственные решения руководства одной из стран западной Европы, принимающего все новые антироссийские меры, каждая из которых разрушает саму эту страну. Это означает, что страна ведет конфликт против «призрака».

Следует особо отметить, что концепция информационно-психологической безопасности направлена на защиту стабильности психологического статуса руководителя. Однако при столкновении с призрачным субъектом она становится

не только бессмысленной, но и делает руководителя максимально уязвимым для воздействия «призрака», поскольку меры по обеспечению стабильности психологического статуса блокируют самообучение руководителя на своих ошибках – ведь обучение новому неизбежно меняет его психологический статус.

Модели и методы союзного и/или конфликтного взаимодействия с призрачными субъектами разрабатывались в рамках нового класса задач управления поведением и привязаны к технологиям управления системами, превосходящими исследователя по совершенству [5]. Ключевой методологией этого направления является психоинжиниринг, который представляет собой общую методологию инженерного проектирования и управления психическими ресурсами человеческих объединений на основе математических моделей динамического осознания конфликта. И в этом смысле одной из ключевых особенностей психоинжиниринга является тот факт, что он не относится к сфере гуманитарного знания, а представляет собой инженерно-техническую дисциплину, развивая и продолжая НИОКР в области технической кибернетики второго рода – то есть рефлексивного управления системами с самоосознанием.

### **Три причины преимуществ женщин в противоборстве призрачным субъектам**

В процессе эксплуатации систем военно-политического противоборства с призрачным субъектом, основанных на методах психоинжиниринга, эмпирически установлен факт, что технологиям психоинжиниринга женщины обучаются гораздо лучше и быстрее, чем мужчины, по трем объективным причинам, которые можно назвать в открытой печати.

*Причина 1.* Процесс обучения методам психоинжиниринга носит достаточно травматичный характер. Процент отсеивания при обучении в группах с тщательно отобранным составом курсантов составляет: порядка 60 % в женских группах и почти 100 % – в мужских, что вызвано качественно более высокой психофизиологической живучестью женского организма в условиях тяжелых психоэмоциональных шоков, по сравнению с мужским.

*Причина 2.* Несмотря на явный прогресс в обеспечении равноправия женщин в современном российском обществе, на уровне преобладающей общественной психологии и в быту мы по-прежнему живем в так называемой «мужской цивилизации». Отражением такого положения дел является то, что женщины с детства вынуждены развивать навыки виртуозного владения скрытым манипулированием людьми в сложно скоординированных (полисубъектных) средах, а также гибкого маневрирования в форме уклонения от прямых психоэмоциональных и интеллектуальных столкновений в условиях многовекторного агрессивного окружения. На эти почти врожденные способности женщин и «накладываются» современные технологии управления, созданные на базе психоинжиниринга, формируя наилучшие предпосылки для обучения методам управления конфликтами против призрачных субъектов.

*Причина 3.* Основой всех современных систем управления противоборством с призрачным субъектом являются методы, разрабатываемые в рамках психоинжиниринга, имеющие очень специфические черты инженерно-физических приложений. При этом образовательной базой существующей системы подготовки высших управленческих кадров для данной области служат гуманитарные и военные науки, а мужчины-«технари» занимаются слишком узкими областями для синтетического ума образованных и волевых женщин, что создает третью причину, почему женщины гораздо лучше обучаемы методам противоборства с призрачными субъектами: они не могут найти реализацию в традиционных инженерных областях, поэтому легко и крайне заинтересованно откликаются на альтернативные возможности.

## Заключение

Основной тенденцией современного конфликта (в военно-политической, правоохранительной, экономической, религиозной и других сферах – все равно) является интенсивный переход к массивному применению технологий призрачных субъектов, задачи обеспечения противодействия управляющим воздействиям которых решаются исключительно на основе технологий психоинжиниринга. Поэтому данное направление является магистральным в разработках по обеспечению комплексной безопасности систем военного, военно-политического и государственного управления.

В этой связи, а также учитывая все вышесказанное, роль женщин в качестве ключевых стратегических операторов управления конфликтом стремительно возрастает. Этот тренд отмечается в привычных средах государственного, военного и корпоративного управления. Так, например, Министерство обороны РФ распространило опыт нахимовских и суворовских училищ на создание аналогичных учебных заведений для девушек. Увеличился прием девушек в военные училища, включая Университет ВДВ в Рязани и Военный университет в Москве и т.п.

Имеется также обширный массив данных, указывающий на то, что США, КНР, Великобритания, Иран, Япония и Израиль осуществляют систематические усилия по внедрению российского кадрового опыта в практику управления конфликтами. Примечательно, что недавно директором ЦРУ впервые в истории американской разведки назначена женщина – Джина Хаспел.

Не менее важно и то, что высшее руководство РФ в полной мере осознает необходимость внедрения современных технологий управления конфликтом с призрачными субъектами в практику гражданского государственного управления. Прямым указанием на это служит публикация в журнале «Государственная служба» в 2010 году статьи «Призрачные» субъекты в управлении современным военным и политическим конфликтом» [6], которая стала своего рода сигналом для государственной бюрократии, что данная тематика, как выразился В. И. Ленин, «архиважна» для Кремля и, как следствие, для карьерного продвижения молодых бюрократов. Соответственно, сверхценной является и роль женщин, без которых невозможна эффективная эксплуатация подобных систем управления конфликтами.

Для обобщения опыта решения проблемы гендерной спецификации кадров использованы некоторые методики системного проектирования производств, разработанные в Министерстве электронной промышленности СССР, так как другие способы ее решения в настоящее время неизвестны.

### *Список литературы*

1. Денисов, А. А. Основы метрологического обеспечения управления конфликтом на геоцентрическом ТВД / А. А. Денисов // Информационные войны. – 2011. – № 3 (19). – С. 33 – 44.
2. Денисов, А. А. Основы метрологического обеспечения управления конфликтом на геоцентрическом ТВД. («Призрачные» субъекты.) / А. А. Денисов // Информационные войны. – 2011. – № 4 (20). – С. 2 – 11.
3. Денисов, А. А. Подавление циклов Бойда: Опыт управления военными и политическими конфликтами 1999-2009 гг. / А. А. Денисов // Информационные войны. – 2010. – № 2 (14). – С. 2 – 13.
4. Денисов, А. А. Подавление циклов Бойда: Новый принцип управления военными и политическими конфликтами / А. А. Денисов, Е. В. Денисова // Информационные войны. – 2010. – № 3 (15). – С. 2 – 14.

5. Денисов, А. А. Управляемая конфронтация: война в зоне сингулярности / А. А. Денисов, Е. В. Денисова // Экономические стратегии. – 2014. – Т. 16, № 8 (124). – С. 110 – 125.

6. Денисов, А. А. «Призрачные» субъекты в управлении современным военным и политическим конфликтом / А. А. Денисов // Государственная служба. – 2010. – № 2 (64). – С. 67 – 70.

---

## The Effect of Gender Specification of Personnel in Conflict Management Involving Phantom Subject

A. A. Denisov<sup>1</sup>, E. V. Denisova<sup>2</sup>

*Institute of Design and Technological Informatics of RAS (1);  
Special Information Network Labyrinth (2), Moscow, Russia;  
alex.kimstach@gmail.com*

**Keywords:** gender specification of personnel; cryptological protection; organizational noise reduction; phantom subjects; psychoengineering; hidden subjects of strategic management.

**Abstract:** The problem of top management staffing for conflict management in the geocentric theater of operations with the participation of a phantom subject is considered. The definition of a phantom subject from the perspective of trajectory control of the technological process is given. We describe the effect of gender specification of personnel manifested in the fact that in order to organize an effective combat against phantom subjects, a number of key positions at the highest level of management must be held by women.

### References

1. Denisov A.A. [The foundations of metrological support for conflict management at a geocentric TVD], *Informatsionnyye voyny* [Information Wars], 2011, no. 3 (19), pp. 33-44. (In Russ.)

2. Denisov A.A. [Fundamentals of metrological support for conflict management at a geocentric theater. ("Ghostly" subjects)], *Informatsionnyye voyny* [Information Wars], 2011, no. 4 (20), pp. 2-11. (In Russ., abstract in Eng.)

3. Denisov A.A. [Suppression of Boyd cycles: Experience in managing military and political conflicts in 1999–2009], *Informatsionnyye voyny* [Information Wars], 2010, no. 2 (14), pp. 2-13. (In Russ.)

4. Denisov A.A., Denisova Ye.V. [Suppression of Boyd cycles: A new principle of management of military and political conflicts], *Informatsionnyye voyny* [Information Wars], 2010, no. 3 (15), pp. 2-14. (In Russ.)

5. Denisov A.A., Denisova Ye.V. [Guided Confrontation: War in the Singularity Zone], *Ekonomicheskiye strategii* [Economic Strategies], 2014, vol. 16, no. 8 (124), pp. 110-125. (In Russ.)

6. Denisov A.A. ["Ghostly" subjects in the management of modern military and political conflict], *Gosudarstvennaya sluzhba* [Public Service], 2010, no. 2 (64), pp. 67-70. (In Russ., abstract in Eng.)

## **Wirkung der Genderspezifikation der Personalverwaltung bei der Bewältigung des Konflikts mit der Teilnahme des Phantomsubjekts**

**Zusammenfassung:** Es ist das Problem der Personalversorgung der höchsten Ebene der Konfliktbewältigung auf dem geozentrischen Kriegsschauplatz mit Beteiligung eines Phantomsubjekts untersucht. Die Definition eines Phantomsubjekts aus Sicht der Bahnsteuerung des technologischen Prozesses ist gegeben. Es ist die Auswirkung der Genderspezifikation des Personals beschrieben, die sich darin manifestiert, dass eine Reihe von Schlüsselpositionen auf höchster Verwaltungsebene von Frauen besetzt werden müssen, um einen effektiven Kampf gegen Phantomsubjekte zu organisieren.

---

## **Effet de la spécification de genre du personnel dans la gestion des conflits avec la participation d'un sujet fantôme**

**Résumé:** Est examiné le problème de la gestion des ressources humaines de haut niveau du conflit sur la scène des opérations géocentriques avec la participation d'un sujet fantôme. Est donnée la définition du sujet fantôme du point de vue de la gestion de trajectoire du processus technologique. Est décrit l'effet de la spécification de genre du personnel qui se manifeste dans le fait que, pour une organisation efficace de la lutte contre des sujets de fantôme, un certain nombre de postes de haut niveau de la gestion doit être occupé par des femmes.

---

**Авторы:** *Денисов Александр Альбертович* – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, ФГАУН «Институт конструкторско-технологической информатики РАН»; *Денисова Елена Васильевна* – руководитель АНО «Специальная информационная сеть «Лабиринт», г. Москва, Россия.

**Рецензент:** *Шептунов Сергей Александрович* – доктор технических наук, директор ФГАУН «Институт конструкторско-технологической информатики РАН», г. Москва, Россия.

**ГЕОМЕТРИЯ НЕПОДВИЖНОЙ КАПЛИ ЖИДКОСТИ,  
ЛЕЖАЩЕЙ НА НАКЛОННОЙ ПОВЕРХНОСТИ**

**А. Н. Пахомов, Н. Ц. Гатапова, Ю. В. Пахомова**

*Кафедра «Технологические процессы, аппараты и техносферная безопасность»,  
ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия; panpost@yandex.ru*

**Ключевые слова:** дисперсные системы; капля; краевой угол; наклон; поверхностное натяжение; подложка; смачиваемость; сушка; форма; шероховатость.

**Аннотация:** Для моделирования кинетики сушки жидких дисперсных продуктов на подложках важное значение имеют форма и геометрические размеры капли высушиваемого материала. Рассмотрена задача определения геометрии капли жидкости, лежащей на наклонной плоскости при различных условиях смачиваемости. Приведены результаты расчета геометрии капли воды и жидкой послеспиртовой барды, нанесенных на фторопластовую подложку.

**Обозначения**

$P$ – давление, Па;	$x, y$ – координата.
$R$ – радиус, м;	
$g$ – ускорение свободного падения, м/с <sup>2</sup> ;	<b>Индексы</b>
$b$ – ширина, м;	к – капиллярное;
$d$ – диаметр, м;	с – статическое;
$C, B$ – коэффициент;	о – общее;
$\alpha$ – угол наклона, град.;	г – геометрическое;
$\rho$ – плотность, кг/м <sup>3</sup> ;	от – отекание;
$\theta$ – угол смачивания, град.;	нат – натекание;
$\sigma$ – коэффициент поверхностного натяжения, Н/м;	н – наклон;
$\delta$ – толщина, м;	m – максимальное.

Сушка капель жидких дисперсных продуктов широко распространена в промышленности (сушка продуктов химического синтеза, пищевых полупродуктов и отходов, растительного сырья и т.п.). Как правило, процесс проводят в пневматических и распылительных сушилках, в сушилках с кипящим слоем инертных тел [1 – 4].

Математическое описание процесса осложняется тем, что в аппарате испаряется одновременно множество капель разного размера. Капли определенным образом взаимодействуют между собой: дробятся, сливаются, фиксируются на поверхностях аппарата и т.п. При этом в сушильном аппарате наблюдается нестационарное распределение температур и концентраций пара [2, 5]. Поэтому для разработки адекватного математического аппарата, позволяющего описывать раз-

личные случаи поведения высыхающих капель, необходимы исследования в модельных условиях сушки капель продуктов, характеризующихся различием теплофизических свойств, на подложках с разным углом наклона, шероховатостью и смачиваемостью [1 – 3, 6].

Исследованию кинетики сушки неподвижных капель на горизонтальных подложках посвящен ряд работ [1 – 7]. В частности, в работе [7] проведен анализ геометрии слоев и капель на горизонтальных подложках. Геометрия капли, неподвижно лежащей на подложке, определяется поверхностным натяжением, углами смачивания и наклона подложки. На форму и размер капли оказывают существенное влияние чистота и шероховатость поверхности подложки, а также чистота самой жидкости (наличие примесей других жидкостей, растворенных веществ, твердой фазы). В условиях работы с промышленными жидкостями однозначных данных по величинам краевого угла смачивания и поверхностного натяжения, как правило, получить не удастся. Например, в работе [8] показано, что в зависимости от свойств жидкости и подложки угол смачивания послеспиртовой барды на фторопласте может находиться в диапазоне  $45 \dots 90^\circ$ . В работах [7 – 9] представлены расчетные зависимости, позволяющие моделировать процесс испарения капли заданного объема с горизонтальной подложки.

Поиск путей интенсификации сушки капель на подложках приводит к необходимости решения задачи о форме капли, лежащей на наклонной поверхности [5, 8]. Знание геометрии капли, неподвижно лежащей на поверхности заданного наклона, позволяет не только в дальнейшем перейти к возможности расчета формы движущейся капли (и формы коалесцирующих капель), но и представляет собой отдельный интерес: подобные капли наблюдаются в распылительных сушилках и оказывают заметное воздействие на характер формирования агрегатов частиц у стенок аппарата.

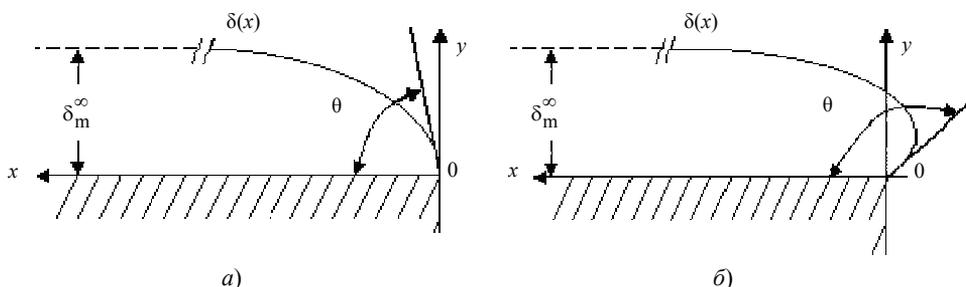
Для вывода системы уравнений, позволяющей рассчитать форму неподвижной капли на наклонной поверхности, запишем постановку задачи для слоя жидкости на полубесконечной горизонтальной пластине для случаев смачивания (угол смачивания  $\theta < 90^\circ$ ) и не смачивания поверхности (угол смачивания  $\theta > 90^\circ$ ) (рис. 1):

$$\Delta P_c = \rho g \delta(x); \quad (1)$$

$$\Delta P_k = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right); \quad (2)$$

$$\Delta P_o = \Delta P_c + \Delta P_k, \quad (3)$$

где  $\Delta P_c$  – статическое давление в слое,  $\Delta P_k$  – капиллярное давление по закону Лапласа,  $\Delta P_o$  – общее давление.



**Рис. 1. Форма полубесконечного слоя жидкости, лежащего на горизонтальной пластине:**  
*a* –  $\theta < 90^\circ$ ; *б* –  $\theta > 90^\circ$

Поскольку при  $x \rightarrow \infty$ ,  $\delta \rightarrow \delta_m^\infty$  (см. рис. 1) поверхность стремится к плоской горизонтальной, то при этом  $R \rightarrow \infty$ ,  $\Delta P_k \rightarrow 0$ . Таким образом, суммарное общее давление в любом сечении  $x \geq 0$  равно только статическому в бесконечно удаленном сечении

$$\rho g \delta(x) + \frac{\sigma}{R(x)} = \rho g \delta_m^\infty. \quad (4)$$

Для случая цилиндрического слоя кривизна поверхности в декартовых координатах выражается формулой

$$\frac{1}{R(x)} = \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{3/2}}, \quad (5)$$

где

$$\frac{dy}{dx} = \delta'(x), \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = \delta''(x). \quad (6)$$

Подставляя выражение (5) в (4), получаем исходное уравнение для интегрирования

$$\frac{\sigma \delta''(x)}{\left(1 + (\delta'(x))^2\right)^{3/2}} = \rho g (\delta_m^\infty - \delta(x)). \quad (7)$$

Граничные условия:

$$\delta'(0) = \operatorname{tg}(\theta); \quad (8)$$

$$\delta'(\delta_m^\infty) = 0. \quad (9)$$

Систему уравнений (1) – (9) можно решить аналитически или численно. Пример получения аналитического решения для случаев  $\theta < 90^\circ$  и  $\theta > 90^\circ$  представлен в работе [2].

Рассмотрим постановку задачи для случая капли жидкости, лежащей на горизонтальной подложке шириной  $2b$  (рис. 2). Профиль цилиндрического слоя здесь симметричен относительно полуширины. Он будет совпадать также с профилем капли, лежащей на диске радиусом  $R = b$ .

В этом случае, искривленный слой жидкости стремится изогнуть подложку аналогично надутому пузырю. Общее давление на подложке неизвестно. Ясно только, что оно постоянно в слое, так как иначе в нем должно было бы быть самопроизвольное течение жидкости. Запишем давление в слое в виде  $\rho g C_1$ .

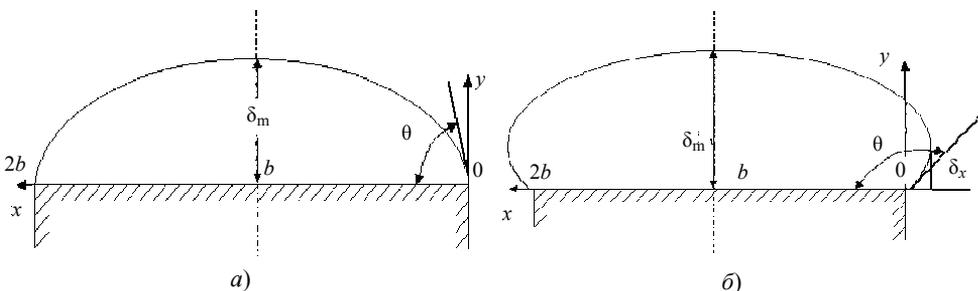


Рис. 2. Форма капли жидкости на горизонтальной подложке:

$a - \theta < 90^\circ$ ;  $b - \theta > 90^\circ$

Соответственно вместо уравнения (4) получим:

$$\rho g \delta(x) + \frac{\sigma}{R(x)} = \rho g C_1, \quad (10)$$

при этом

$$\delta'(\delta_m) = 0. \quad (11)$$

В случае капли получить линейную зависимость для  $\delta_m$  и  $\delta_1$  (при  $\theta > 90^\circ$ ) не удастся. Используя порядок решения, рассмотренный выше, получаем:

$$\delta_m = C_1 - \sqrt{\frac{a C_1^2 + 1 - \cos \theta}{a_1}}; \quad (12)$$

$$\delta_1 = C_1 - \sqrt{\frac{a_1 C_1^2 - \cos \theta}{a_1}}. \quad (13)$$

Величину  $C_1$  здесь необходимо находить итерациями из уравнения

$$b = - \int_0^{\delta_1} \sqrt{\frac{B_1}{1-B_1}} d\delta + \int_{\delta_1}^{\delta_m} \sqrt{\frac{B_1}{1-B_1}} d\delta, \quad (14)$$

где

$$a_1 = \frac{\rho g}{2\sigma}; \quad (15)$$

$$B_1 = [a_1(C_1 - \delta)^2 + \cos(\theta) - a_1 C_1^2]^2. \quad (16)$$

Соответственно, геометрию неподвижной капли, лежащей на горизонтальной подложке, рассчитываем с учетом выражений (10) – (16). Результаты расчетов формы капель модельных и промышленных жидкостей для случаев смачивания и не смачивания подложек представлены в работе [7].

В случае неподвижной капли, лежащей на наклонной подложке (рис. 3), в уравнение (10) необходимо добавить давление  $P_r$ , учитывающее геометрическую высоту произвольного сечения от плоскости отсчета 0–0:

$$\Delta P_o = \Delta P_k + \Delta P_c + \Delta P_r. \quad (17)$$

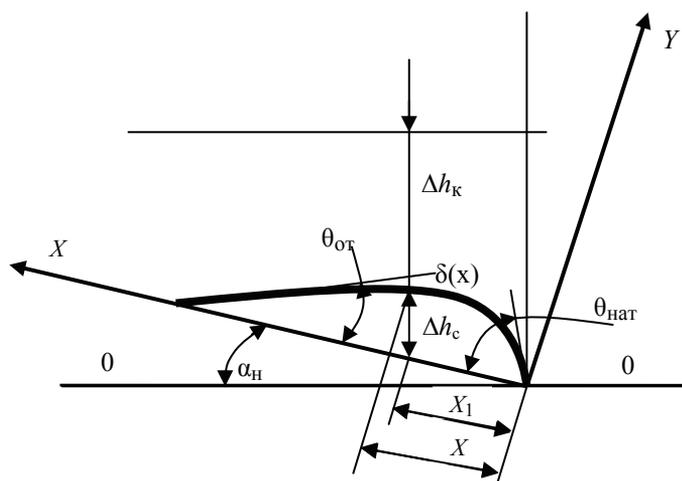
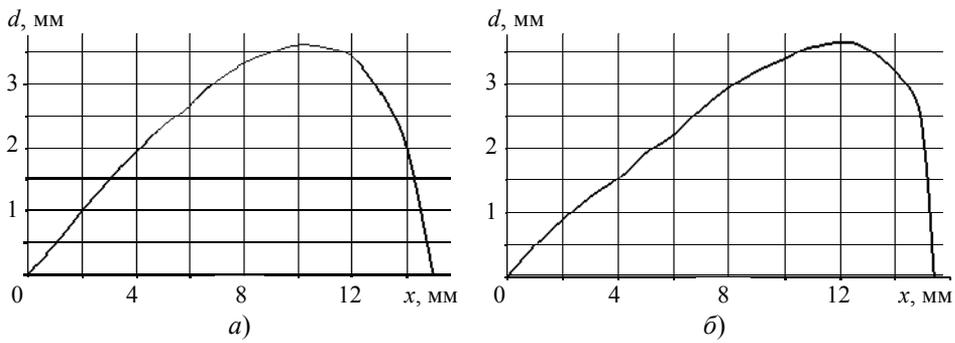


Рис. 3. Неподвижная капля жидкости на наклонной подложке



**Рис. 4. Расчетная форма неподвижной капли:**

*a* – вода,  $\theta = 90^\circ$ ,  $d = 15$  мм,  $\sigma = 0,07$  Н/м,  $\rho = 998$  кг/м<sup>3</sup>;

*b* – жидкая послеспиртовая барда,  $\theta = 60^\circ$ ,  $d = 15$  мм,  $\sigma = 0,055$  Н/м,  $\rho = 1012$  кг/м<sup>3</sup>

С учетом того, что  $x_1 = x - \delta(x)\text{tg}\alpha_n$ , получаем

$$\rho g [x - \delta(x)\text{tg}\alpha_n] \sin \alpha_n + \rho g \frac{\delta(x)}{\cos \alpha_n} + \frac{\sigma}{R(x)} = \rho g C_1. \quad (18)$$

Необходимо отметить, что даже при упрощениях граничных условий аналитическое решение уравнения (18) невозможно. Уравнение (18) с учетом граничных условий решается численно со следующими допущениями.

Угол натекания  $\theta_{\text{нат}}$  приближенно можно считать равным статическому углу смачивания на горизонтальной поверхности, так как на краю пластины конечных размеров, в отличие от бесконечной поверхности, слой с большим углом  $\theta$  становится неустойчивым вследствие наличия на кромке подложек некоторой шероховатости.

Для пластин, использованных в работах, угол оттекания  $\theta_{\text{от}}$  приближенно можно считать примерно равным углу наклона пластины  $\alpha_n$ , то есть принять поверхность жидкости в этой области горизонтальной. Действительно, при увеличении наклона пластины или при добавлении жидкости в слой угол  $\theta_{\text{от}}$  будет уменьшаться, но стать меньше  $\alpha_n$  он не может, так как в этом случае у верхней кромки появилась бы область отрицательной кривизны, что для покоящегося на пластине слоя невозможно.

Для инженерных расчетов в первом приближении можно принять, что высота слоя, отсчитанная от нижней кромки наклонной пластины, примерно равна предельной высоте слоя на горизонтальной пластине  $\delta_{\text{накл}} \approx \delta_m^\infty$ .

На рисунке 4 представлены результаты расчетов формы неподвижных капель воды и жидкой послеспиртовой барды, лежащих на фторопластовой подложке (подложка условно показана горизонтально, угол наклона  $\alpha_n = 10^\circ$ ).

Дальнейшим развитием математического описания, представленного в настоящей статье, будет поиск зависимостей для формы капли, движущейся по наклонной поверхности, и формы капли, получающейся при коалесценции двух капель в нестационарном режиме.

#### Список литературы

1. Пахомов, А. Н. Возможности самоорганизации дисперсных систем при сушке на подложке / А. Н. Пахомов, Ю. В. Пахомова, Е. А. Ильин // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2012. – Т. 18, № 3. – С. 633 – 637.

2. Пахомова, Ю. В. Особенности механизма и кинетики сушки капель дисперсий (на примере сушки послеспиртовой барды) / Ю. В. Пахомова, В. И. Коно-

валов, А. Н. Пахомов // Вест. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2011. – Т. 17, № 1. – С. 70 – 82.

3. Пахомов, А. Н. Интенсификация процесса сушки жидкой послеспиртовой барды в аппарате с кипящим слоем инертных тел [Электронный ресурс] / А. Н. Пахомов, Н. С. Сорокина, А. В. Баландина // Инженерный вестник Дона. – 2014. – № 4. – Режим доступа : <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2014/2727> (дата обращения: 30.11.2018).

4. Возможности повышения энергоэффективности утилизации жидкой послеспиртовой барды // А. Н. Пахомов [и др.] // Наука в центральной России. – 2012. – № 5S. – С. 15 – 17.

5. Пахомов, А. Н. Алгоритм расчета кинетики испарения капли с диффузионно-непроницаемой подложки / А. Н. Пахомов, Е. А. Ильин // Вопр. соврем. науки и практики. Ун-т им. В. И. Вернадского. – 2013. – № 2 (46). – С. 292 – 296.

6. Анализ свойств жидкой послеспиртовой барды / А. Н. Пахомов [и др.] // Наука в центральной России. – 2013. – № 1. – С. 67 – 70.

7. Коновалов, В. И. Геометрия, циркуляция и тепломассоперенос при испарении капли на подложке / В. И. Коновалов, А. Н. Пахомов, Ю. В. Пахомова // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2011. – Т. 17, № 2. – С. 371 – 387.

8. Пахомов, А. Н. Расчет кинетики сушки капли жидкости на подложке / А. Н. Пахомов, Б. Ш. Д. Аль Саиди, Е. А. Ильин // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2013. – Т. 19, № 2. – С. 339 – 345.

9. Пахомов, А. Н. Типы кинетических кривых, получаемых при сушке капель жидких дисперсных продуктов / А. Н. Пахомов, Ю. В. Пахомова // Химическая технология. – 2014. – Т. 15, № 10. – С. 620 – 623.

---

## Geometry of a Fixed Drop of Liquid Lying on an Inclined Surface

A. N. Pakhomov, N. Ts. Gatapova, Yu. V. Pakhomova

*Department of Technological Processes, Devices and Technosphere Safety,  
TSTU; [panpost@yandex.ru](mailto:panpost@yandex.ru)*

**Keywords:** drop; shape; substrate; slope; roughness; contact angle; surface tension; wettability; drying; disperse systems.

**Abstract:** To simulate the kinetics of drying liquid disperse products on substrates, the shape and geometrical dimensions of a drop of the material being dried are important. The paper considers the problem of determining the geometry of a drop of liquid lying on an inclined plane under various conditions of wettability. The results of the calculation of the geometry of a drop of water and a liquid industrial-distillery stillage deposited on a fluoroplastic substrate are given.

### *References*

1. Pakhomov A.N., Pakhomova Yu.V., Il'in Ye.A. [Possibilities of self-organization of dispersed systems when drying on a substrate], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2012, vol. 18, no. 3, pp. 633-637 (In Russ., abstract in Eng.)

2. Pakhomova Yu.V., Konovalov V.I., Pakhomov A.N. [Peculiarities of the mechanism and kinetics of drying dispersion drops (by the example of drying of distillery stillage)], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2011, vol. 17, no. 1, pp. 70-82 (In Russ., abstract in Eng.)

3. <http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2014/2727> (accessed 30 November 2018).

4. Pakhomov A.N., Il'in Ye.A., Balandina A.V., Kozlova L.A., Khatuntseva Ye.A. [Opportunities for improving the energy efficiency of disposing of liquid underspiral

bards], *Nauka v tsentral'noy Rossii* [Science in Central Russia], 2012, no. 5S, pp. 15-17 (In Russ., abstract in Eng.)

5. Pakhomov A.N., Il'in Ye.A. [Algorithm for calculating the kinetics of evaporation of a droplet from a diffusion-impermeable substrate], *Voprosy sovremennoy nauki i praktiki. Universitet im. V. I. Vernadskogo* [Problems of Contemporary Science and Practice. Vernadsky University], 2013, no. 2 (46), pp. 292-296 (In Russ., abstract in Eng.)

6. Pakhomov A.N., Banin R.Yu., Yeliseyeva I.G., Chernykh Ye.A. [Analysis of the properties of liquid distillery stillage], *Nauka v tsentral'noy Rossii* [Science in Central Russia], 2013, no. 1, pp. 67-70 (In Russ., abstract in Eng.)

7. Kononov V.I., Pakhomov A.N., Pakhomova Yu.V. [Geometry, circulation and heat and mass transfer during evaporation of a drop on a substrate], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2011, vol. 17, no. 2, pp. 371-387 (In Russ., abstract in Eng.)

8. Pakhomov A.N., Al' Saidi B.Sh.D., Il'in Ye.A. [Calculation of the kinetics of drying a drop of liquid on a substrate], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2013, vol. 19, no. 2, pp. 339-345 (In Russ., abstract in Eng.)

9. Pakhomov A.N., Pakhomova Yu.V. [Types of kinetic curves obtained by drying droplets of liquid dispersed products], *Khimicheskaya tekhnologiya* [Chemical Technology], 2014, vol. 15, no. 10, pp. 620-623. (In Russ.)

---

### Geometrie des festen Flüssigkeitstropfens der auf einer geneigten Oberfläche liegt

**Zusammenfassung:** Für die Modellierung der Trocknungskinetik von flüssigen dispergierten Produkten auf Substraten sind die Form und die geometrischen Größen des Tropfens des zu trocknenden Materials wichtig. In der Arbeit wird die Aufgabe der Bestimmung der Geometrie eines Flüssigkeitstropfens betrachtet, der auf der geneigten Ebene unter verschiedenen Benetzungsbedingungen liegt. Es sind die Ergebnisse der Berechnung der Geometrie des Wassertropfens und der flüssigen Schlempe angegeben, die auf das Fluorkunststoffsubstrat aufgetragen sind.

---

### Géométrie d'une goutte de liquide fixe située sur une surface inclinée

**Résumé:** Pour modéliser la cinétique du séchage des produits dispersés liquides sur les substrats, la forme et la taille géométrique des gouttes du matériau séché sont importantes. Dans l'article est examinée la tâche de la détermination de la géométrie d'une goutte de liquide située sur un plan incliné dans de diverses conditions de la mouillabilité. Les résultats du calcul de la géométrie des gouttes d'eau et de la drêche liquide après alcool appliquées sur le substrat fluoroplastique sont mentionnés.

---

**Авторы:** *Пахомов Андрей Николаевич* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Технологические процессы, аппараты и техносферная безопасность»; *Гатапова Наталья Цибиковна* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Технологические процессы, аппараты и техносферная безопасность»; *Пахомова Юлия Владимировна* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Технологические процессы, аппараты и техносферная безопасность», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

**Рецензент:** *Туголуков Евгений Николаевич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Техника и технологии производства нанопроductов», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

## СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ КОНСТРУКЦИИ И ИССЛЕДОВАНИЯ ЭЛЕКТРОБАРОМЕМБРАННОГО АППАРАТА РУЛОННОГО ТИПА ДЛЯ РАЗДЕЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РАСТВОРОВ

С. И. Лазарев<sup>1</sup>, С. В. Ковалев<sup>1</sup>, Д. Н. Коновалов<sup>1</sup>,  
М. А. Кузнецов<sup>1</sup>, В. М. Поликарпов<sup>1</sup>, А. А. Арзамасцев<sup>2</sup>

*Кафедра «Прикладная геометрия и компьютерная графика» (1), ФГБОУ ВО «ТГТУ»;  
кафедра математического моделирования и информационных технологий (2),  
ФГБОУ ВО «ТГУ им. Г. Р. Державина», г. Тамбов, Россия;  
geometry@mail.nnn.tstu.ru*

**Ключевые слова:** мембрана; разделение; раствор; электробаромембранные процессы.

**Аннотация:** Представлена конструкция электробаромембранного аппарата рулонного типа, позволяющая извлекать катионы и анионы веществ в потоках прикатодного и прианодного пермеата. На основе конструктивных особенностей электробаромембранного аппарата рулонного типа установлено, что устройство может работать при действии нескольких движущих сил (перепада давления до и после мембраны и разницы электрических потенциалов). Отмечено, что разработанное устройство может использоваться в схемах очистки сточных вод гальванических производств. Показан пример применения конструкции рулонного баромембранного аппарата, оснащенного мембраной МГА-95 для разделения водных сульфатсодержащих растворов содержащих ионы олова, железа и цинка.

---

На промышленных предприятиях Центрально-Черноземного региона, занимающихся выпуском конкурентноспособной продукции двойного назначения, остро стоит проблема модернизации существующих схем очистки сточных вод. Данная проблема может решаться с применением высокопроизводительных мембранных аппаратов рулонного типа, которые в настоящее время только разрабатываются.

При использовании в технологических схемах очистки промышленных стоков электробаромембранных аппаратов различного типа существует необходимость использования коррозионноустойчивых материалов для исполнения основных элементов (корпус, крышки и др.), устойчивых к воздействию кислот и щелочей, так как электрохимические реакции, возникающие в процессе разделения на электродах, подщелачивают и подкисляют потоки пермеата. Разработаны рекомендации показывающие, что при использовании аппаратов электробаромембранного разделения растворов без наложения разницы электрических потенциалов на систему «мембрана – раствор» можно использовать в качестве конструкционного материала нержавеющие стали различной марки (12Х18Н9Т, Х18Н10Т и др.) или капролон (при одновременном применении двух движущих сил в процессе разделения электропроводящей жидкости). Новая конструкция рулонного мембранного аппарата, учитывающего данные особенности, может быть оснащена различными типами пористых полимерных мембран (гипер-, нано-, ультрафильтрационных) (рис. 1, 2).

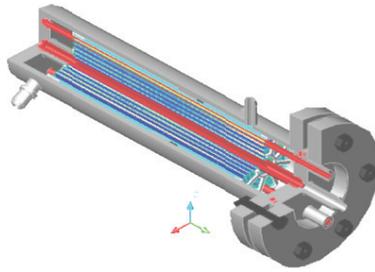


Рис. 1. 3D-модель электробаромембранного аппарата рулонного типа

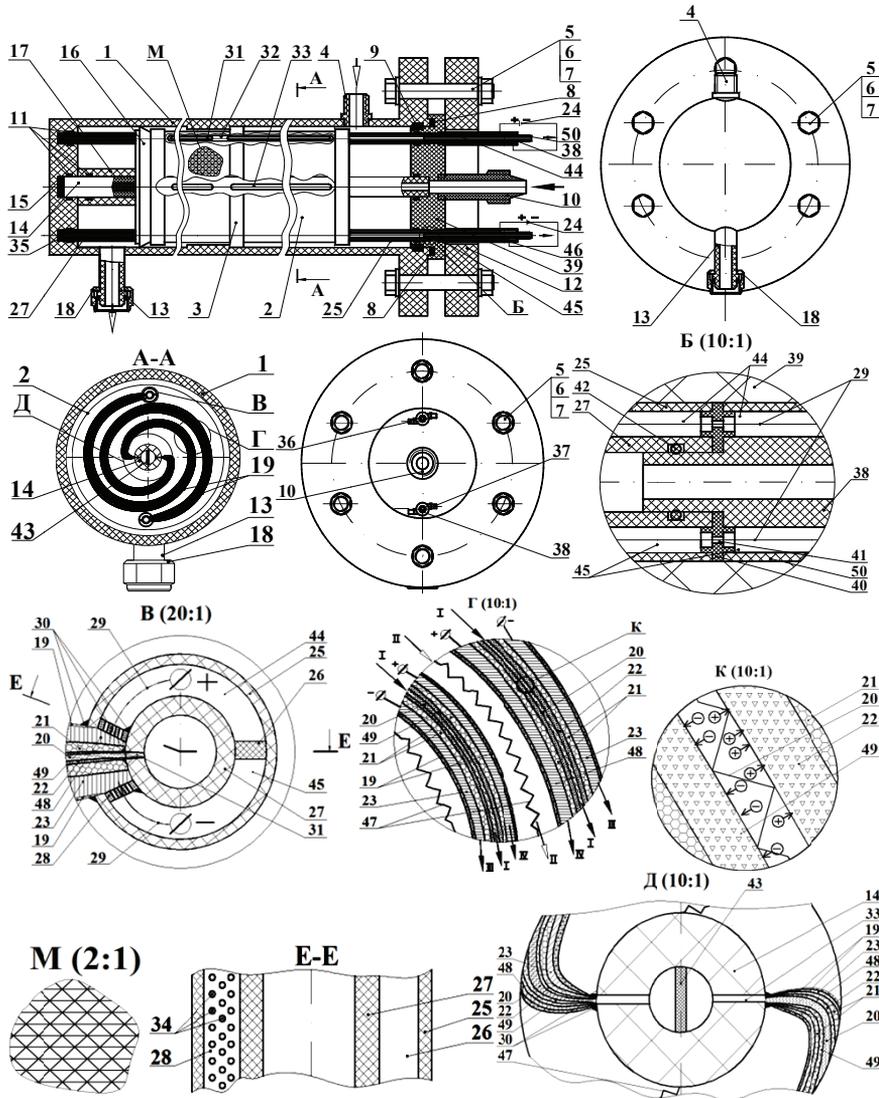


Рис. 2. Конструкция электробаромембранного аппарата рулонного типа

На рисунке 1 представлено наглядное изображение разработанного электробаромембранного аппарата, который обеспечивает решение нескольких существенных для этой области знаний технических результатов:

- 1) повышает качество и эффективность разделения растворов;
- 2) улучшает охлаждение прикатодного, прианодного пермеата;
- 3) обеспечивает простоту и удобство обслуживания и замены рулонного элемента (монтажа).

Аналогом данной конструкции является баромембранный аппарат рулонного типа, рассмотренный в работе [1], а прототипом – приведенный в патенте [2]. Выбранный прототип [2] относится к наиболее близкому варианту разрабатываемого аппарата. Следует отметить и другие перспективные конструкции устройств, основанных на данных принципах разделения, указав, тем не менее, на достоинство представленной в этой работе конструкции, обеспечивающей полноразмерную унификацию по рулонному элементу.

Существуют устройства, обеспечивающие положительные технические результаты. Например, аппарат, рассмотренный в работе [3], предназначен для повышения качества и эффективности разделения растворов, увеличения площади мембран в единице объема аппарата и улучшения охлаждения пермеата. Устройство, предложенное в работе [4], обеспечивает увеличение площади для очистки растворов и повышения качества их разделения при осуществлении охлаждения пермеата за счет изменения конструкции аппарата. Приведенные аппараты с представленными достоинствами их возможного применения не обладают принципом унификации. Имеющиеся в настоящее время аппараты подобного типа, основанные на данных принципах разделения, в литературе встречаются редко или используются только как баромембранные.

Аппарат, приведенный на рис. 1, 2, работает следующим образом. Раствор (см. рис. 2) под избыточным давлением подается через штуцер подачи исходного раствора 10, далее через сквозную проточку в центре крышки 39, под перфорированную трубку 14, разделенную на две секции одинакового объема по всей длине вертикальной перегородкой 43, прокачивается и через эллиптические проточки 33 поступает в пространство, где расположена сетка-турбулизатор 20, по разные стороны от которой находятся прианодные 49 и прикатодные 22 мембраны, образующие межмембранный канал. По всей длине канала циркулирует раствор, поступающий по эллиптической малой щели 31 в полость внутренней трубки 27 и далее отводится по внутреннему пространству штуцера для отвода ретентата 38.

В этот же момент времени к дренажным сеткам, являющимся катодом 23 и анодом 48, включением устройства для подвода электрического тока 24 через электрические провода 29, соединенные через герметизирующую заливку 46 внешней отводной трубки 50, проходящие через коллекторы для отвода прианодного 44 и прикатодного 45 пермеата, отверстия 41 в фиксирующей прокладке 40, затем между неперфорированной перегородкой 26, внешней 25 и внутренней 27 трубками и полимерными перфорированными перегородками 28 через отверстия 34 к аппарату подводится внешнее постоянное электрическое поле с заданной плотностью тока.

Раствор, двигаясь, турбулизируется при помощи сетки-турбулизатора 20, установленной в межмембранном канале около поверхности прианодных 49 и прикатодных 22 мембран, в зависимости от схемы подключения дренажных сеток, являющихся анодом 48 и катодом 23.

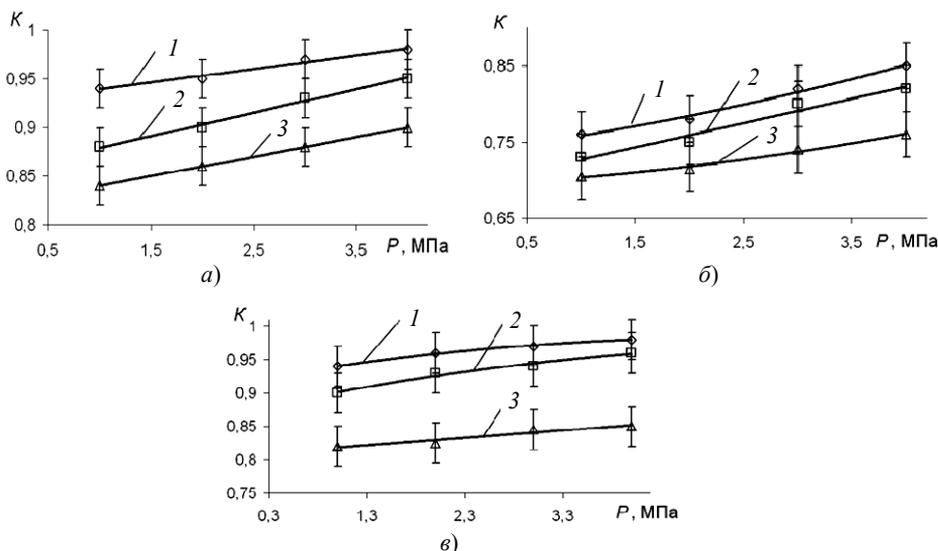
В межмембранном канале, растворенное в исходном растворе вещество диссоциирует на анионы и катионы, которые под действием электрического тока и градиента давления проникают совместно с растворителем сквозь поры прианодных 49 и прикатодных 22 мембран и подложки мембран 21, попадая в пространство, где расположены дренажные сетки, являющиеся анодом 48 и катодом 23 в зависимости от схемы подключения электродов «плюс» или «минус» соответственно.

Полученный таким образом прианодный и прикатодный пермеат самотеком отводится через отверстия 34 в полимерной перфорированной перегородке 28, на которую уложены концы дренажных сеток, попадая в коллекторы для отвода прианодного 44 и прикатодного 45 пермеата. Далее через отверстия 41 фиксирующей прокладки 40 по продолжающимся коллекторам для отвода прианодного 44 и прикатодного 45 пермеата выводится через штуцера для отвода прианодного 37 и прикатодного 36 пермеата в виде кислот и оснований соответственно.

Одновременно с подачей исходного раствора, через штуцера для ввода 4 и вывода 13 охлаждающей воды, расположенные от горизонтальной оси в сечении под углами  $\pi/2$  и  $3\pi/2$  соответственно, а от торцевых поверхностей корпуса аппарата 1, глухой и разъемной, на расстоянии 95 мм от края, заполняется коллектор для протекания охлаждающей воды, образованный между корпусом аппарата 1, изготовленным в виде цилиндрической обечайки, одна из торцевых поверхностей которого глухая, непористой пленкой 19, имеющей насечки, углубленные в половину от ее толщины, составляющих по форме равносторонние треугольники из прямолинейных отрезков, внешних трубок 25, перфорированной трубки 14 и крышки 39. Исходный раствор, протекая по всему межмембранному каналу, где расположена сетка-турбулизатор 20, очищается от катионов и анионов, попадая через эллиптические малые щели 31 в полость внутренней трубки 27 и штуцера 38 для отвода ретентата.

На разработанной конструкции электробаромембранного аппарата рулонного типа без наложения электрического поля можно проводить баромембранные процессы, например гипер-, ультра-, нано-, микрофльтрации.

Представленное конструктивное оформление нового аппарата может использоваться, например, для модернизации схемы очистки сточных вод гальванических производств от растворенных катионов и анионов неорганических веществ, содержащихся в сточных водах, прошедших предварительную процедуру очистки от механических и коллоидных загрязнений.



**Рис. 3. Зависимости коэффициента задержания мембраны МГА-95 от рабочего давления при разделении водных растворов сульфатов олова (а), железа (б) и цинка (в):**

$1 - c_{исх} = 0,5 \text{ кг/м}^3$ ;  $2 - c_{исх} = 1,0 \text{ кг/м}^3$ ;  $3 - c_{исх} = 2,0 \text{ кг/м}^3$

Показательный пример использования рулонного элемента, оснащенного мембраной МГА-95 для разделения сульфатсодержащих растворов при оценке производительности аппарата и задерживающей способности, представлен в работе [5]. Однако зависимости коэффициента задержания от рабочего давления, представленные на рис. 3, в [5] не рассмотрены. В качестве модельных растворов с постоянной температурой  $T = 295$  К использовались водные растворы сульфатов олова, железа и цинка.

Коэффициент задержания веществ мембраной рассчитывается по формуле

$$R = 1 - c_{\text{пер}}/c_{\text{исх}}, \quad (1)$$

где  $c_{\text{пер}}$ ,  $c_{\text{исх}}$  – концентрации растворенного вещества в пермеате и исходном растворе соответственно, кг/м<sup>3</sup>.

Анализируя зависимости коэффициента задержания от рабочего давления (см. рис. 3), для данных растворов и мембраны, отмечается, что с ростом давления данный коэффициент увеличивается, так как происходит уплотнение структуры мембраны при возрастании избыточного давления над мембраной при одинаковых гидродинамических условиях протекания раствора над поверхностью мембран. Расхождения в величинах коэффициентов задержания от градиента рабочего давления для водных растворов сульфатов железа, олова и цинка могут быть связаны с различным видом взаимодействия растворителя и растворенного вещества, растворителя и мембраны (различия в смачиваемости мембраны), растворенного вещества и мембраны [5, 6].

В статье рассмотрена перспективная конструкция электробаромембранного аппарата рулонного типа и приведен ее принцип действия. Отмечено, что, при сравнении с ранними аналогами, данная конструкция универсальна и может применяться при использовании стандартных по геометрическим характеристикам рулонных элементов.

#### *Список литературы*

1. Дыгнерский, Ю. И. Баромембранные процессы / Ю. И. Дыгнерский. – М. : Химия, 1986. – 272 с.
2. Пат. 2487746 Российская Федерация, МПК В01Д 61/42. Электробаромембранный аппарат рулонного типа / С. В. Ковалев, С. И. Лазарев, К. С. Лазарев, О. А. Соломина ; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВПО ТГТУ. – № 2012122794/05 ; заявл. 01.06.2012 ; опубл. 20.07.2013, Бюл. № 20. – 15 с.
3. Пат. 2522882 Российская Федерация, МПК В01Д 61/42. Электробаромембранный аппарат рулонного типа / С. В. Ковалев, С. И. Лазарев, О. А. Абоносимов, О. А. Соломина, К. С. Лазарев ; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВПО ТГТУ. – № 2013117190/05; заявл. 15.04.2013 ; опубл. 20.07.2014, Бюл. № 20. – 17 с.
4. Пат. 2553859 Российская Федерация, МПК В01Д 61/42, В01Д 63/10. Электробаромембранный аппарат рулонного типа / С. В. Ковалев, С. И. Лазарев ; заявитель и патентообладатель ФГБОУ ВПО ТГТУ. – № 2014109534/05 ; заявл. 12.03.2014 ; опубл. 20.06.2015, Бюл. № 17. – 18 с.
5. Лазарев, К. С. Исследование кинетических коэффициентов обратноосмотического разделения растворов на мембранах МГА-95, МГА-100, ОПМ-К / К. С. Лазарев, С. В. Ковалев, А. А. Арзамасцев // Вестник Тамб. гос. техн. ун-та. – 2011. – Т. 17, № 3. – С. 726 – 734.
6. Акулинчев, А. М. Исследование электробаромембранного разделения промышленных технологических растворов, содержащих ионы тяжелых металлов Pb, Ca, Fe / А. М. Акулинчев, О. А. Абоносимов, С. И. Лазарев // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2017. – Т. 23, № 1. – С. 120 – 128.

## Improvement of Design and Research into a Roll-Type Electrobaromembrane Apparatus of for Separation of Process Solutions

S. I. Lazarev<sup>1</sup>, S. V. Kovalev<sup>1</sup>, D. N. Kononov<sup>1</sup>,  
M. A. Kuznetsov<sup>1</sup>, V. M. Polikarpov<sup>1</sup>, A. A. Arzamastsev<sup>2</sup>

*Department of Applied Geometry and Computer Graphics (1), TSTU;  
department of Mathematical Modeling and Information Technologies (2),  
G. R. Derzhavin Tambov State University, Tambov, Russia;  
geometry@mail.nnn.tstu.ru*

**Keywords:** membrane; separation; solution; electrobaromembrane processes.

**Abstract:** The design of a roll-type electrobaromembrane apparatus is presented; it allows extraction of cations and anions of substances in streams of the cathode and anode permeate. On the basis of the design features of the roll-type electrobaromembrane device, it was found that the device can operate under the action of several driving forces (pressure drop before and after the membrane and the difference in electrical potentials). Using the conducted literary studies, it is noted that the developed device can be used in wastewater treatment of electroplating plants.

### References

1. Dytnerkiy Yu.I. *Baromembrannyye protsessy* [Baromembrane processes], Moscow: Khimiya, 1986, 272 p. (In Russ.)
2. Kovalev S.V., Lazarev S.I., Lazarev K.S., Solomina O.A. *Elektrobaromembrannyy apparat rulonnogo tipa* [Electrobaromembrane Apparatus of Rolled Type], Russian Federation, 2013, Pat. 2487746. (In Russ.)
3. Kovalev S.V., Lazarev S.I., Abonosimov O.A., Solomina O.A., Lazarev K.S. *Elektrobaromembrannyy apparat rulonnogo tipa* [Electrobaromembrane Apparatus of Rolled Type], Russian Federation, 2014, Pat. 2522882. (In Russ.)
4. Kovalev S.V., Lazarev S.I. *Elektrobaromembrannyy apparat rulonnogo tipa* [Electrobaromembrane Apparatus of Rolled Type], Russian Federation, 2015, Pat. 2553859. (In Russ.)
5. Lazarev K.S., Kovalev S.V., Arzamastsev A.A. [Investigation of the Kinetic Coefficients of the Reverse Osmosis Separation of Solutions on the Membranes MGA-95, MGA-100, OPM-K], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2011, vol. 17, no. 3, pp. 726-734. (In Russ., abstract in Eng.)
6. Akulinchev A.M., Abonosimov O.A., Lazarev S.I. [Investigation of Electro-Membrane Separation of Industrial Technological Solutions Containing Ions of Heavy Metals Pb, Ca, Fe], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2017, vol. 23, no. 1, pp. 120-128. (In Russ., abstract in Eng.)

---

## Verbesserung der Konstruktion und Forschung des Elektrobarmembranapparats der Roll-Typ Maschine für Trennung der technologischen Lösungen

**Zusammenfassung:** Es ist die Konstruktion eines Elektrobarmembranapparats der Roll-Typ Maschine vorgestellt, die es ermöglicht, Kationen und Anionen von Substanzen in Strömen des Kathoden- und Anodenpermeats zu extrahieren. Auf der Grundlage der konstruktiven Merkmale des Elektrobarmembranapparats der Roll-Typ

Maschine wurde festgestellt, dass die Vorrichtung unter der Einwirkung mehrerer Antriebskräfte arbeiten kann (Druckabfall vor und nach der Membran und Differenz der elektrischen Potentiale). Aufgrund der durchgeführten Literaturstudien wurde festgestellt, dass das entwickelte Gerät in Abwasserbehandlungsschemata von galvanischen Produktionen verwendet werden kann.

---

### **Perfectionnement de la construction et de l'étude de la machine de formage de rouleaux du type électrobaromembrane pour la séparation des systèmes technologiques**

**Résumé:** Est présentée la construction de l'appareil du type bobine électrique ce qui permet d'extraire les cations et les anions de substances dans les flux de perméat de pricatode et de prianode. A la base des caractéristiques de la conception de l'appareil à tambour électrique, il est établi que l'appareil peut fonctionner avec l'action de plusieurs forces motrices (différence de pression avant et après la membrane et différence de potentiel électrique). A la base de l'études des sources littéraires, est noté que le dispositif élaboré peut être utilisé dans les systèmes du traitement des eaux usées des productions galvaniques.

---

**Авторы:** *Лазарев Сергей Иванович* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Прикладная геометрия и компьютерная графика»; *Ковалев Сергей Владимирович* – доктор технических наук, доцент кафедры «Прикладная геометрия и компьютерная графика»; *Коновалов Дмитрий Николаевич* – аспирант кафедры «Прикладная геометрия и компьютерная графика»; *Кузнецов Михаил Александрович* – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Прикладная геометрия и компьютерная графика»; *Поликарпов Валерий Михайлович* – доктор химических наук, профессор кафедры «Прикладная геометрия и компьютерная графика»; *Арзамасцев Александр Анатольевич* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой математического моделирования и информационных технологий, ФГБОУ ВО «ТГУ им. Г. Р. Державина», г. Тамбов, Россия.

**Рецензент:** *Абоносимов Олег Аркадьевич* – доктор технических наук, доцент кафедры «Прикладная геометрия и компьютерная графика», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

**ПЕРСПЕКТИВЫ ПРИМЕНЕНИЯ  
РОТОРНО-ДИСКОВЫХ АППАРАТОВ  
ДЛЯ ГЕТЕРОГЕННЫХ ЭКСТРАКЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ  
В НЕФТЕХИМИЧЕСКИХ И НЕФТЕПЕРЕРАБАТЫВАЮЩИХ  
ПРОИЗВОДСТВАХ**

**А. А. Щепалов<sup>1</sup>, Д. Е. Суханов<sup>2</sup>, А. В. Степыкин<sup>2</sup>,  
А. С. Новоселов<sup>3</sup>, Е. С. Котлова<sup>3</sup>**

*АО «Управляющая компания «Биохимического холдинга «Орхим» (1),  
г. Нижний Новгород, Россия;  
кафедра «Технология и оборудование химических и пищевых производств» (2),  
Дзержинский политехнический институт (филиал) ФГБОУ ВО «Нижегородский  
государственный технический университет им. П. Е. Алексеева»,  
г. Дзержинск, Россия; [Stepykin.dpi-ngtu@yandex.ru](mailto:Stepykin.dpi-ngtu@yandex.ru);  
НИИ Химии (3), ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный  
университет им. Н. И. Лобачевского», г. Нижний Новгород, Россия*

**Ключевые слова:** гидродинамика; массообмен; массоотдача; нефтепереработка; нефтехимия; твердофазная экстракция; экстракция.

**Аннотация:** Рассмотрен вопрос перспективности применения роторно-дисковых аппаратов в условиях твердофазной экстракции. Основным рассматриваемым технологическим процессом является технология АЛЬБУС-1, направленная на переработку отходов нефтяной промышленности в светлые масла-наполнители для пластических полимерных материалов и ароматические – для каучуков. Одной из стадий разработанной технологии является экстракционная очистка сырья комплексом на основе хлористого алюминия, направленная на получение светлых масел-наполнителей. Обоснован выбор роторно-дискового экстрактора для рассматриваемого процесса разделения, с учетом особенностей исследуемой среды. Приведены эмпирические и численные подходы к расчету и моделированию аппарата, применяемые в настоящее время. Поставлена задача на исследование – определение применимости расчетных методик, выбор наиболее адекватной модели процесса при дальнейшем исследовании. Дано описание лабораторных экстракторов, разработанных на основе предварительных расчетов.

---

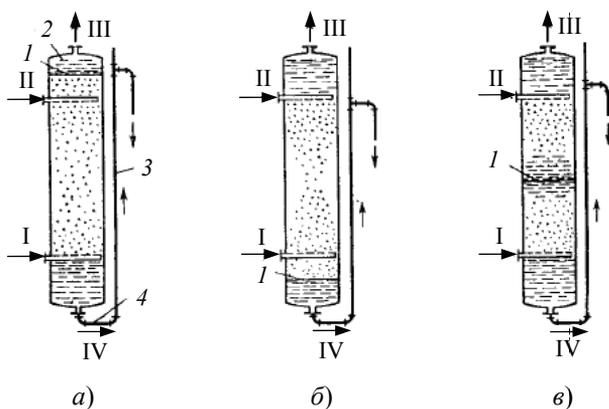
Развитие нефтеперерабатывающей и нефтехимической отраслей промышленности РФ является одним из приоритетных направлений отечественной науки. При этом наиболее экономически эффективным вариантом развития является рациональное использование побочных продуктов и отходов. В связи с этим разработка инновационных методов переработки побочных продуктов нефтехимических производств является актуальной задачей современной нефтепереработки и нефтехимии.

В ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского» разработана технология АЛЬБУС-1, направленная на переработку отходов нефтяной промышленности в светлые масла-наполнители для пластических полимерных материалов и ароматические масла-наполнители для каучуков. В технологии использованы хорошо известные процессы жидкостной экстракции с привлечением уникальных технологических решений.

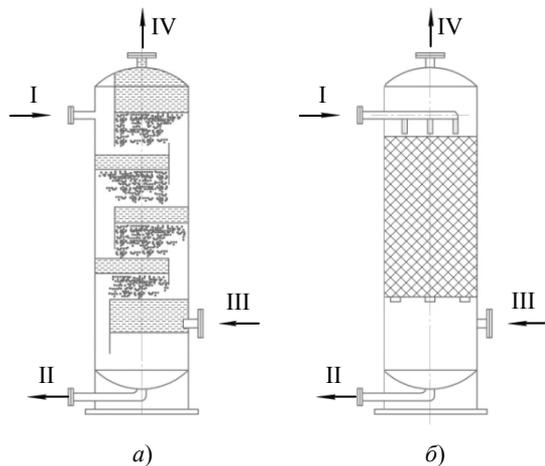
В частности, одной из стадий разработанной технологии является экстракционная очистка сырья комплексом на основе хлористого алюминия, направленная на получение светлых масел-наполнителей. Поскольку экстрагент в рассматриваемом процессе содержит твердую фазу, то это значительно осложняет расчет технологических аппаратов для подобных процессов и приводит к необходимости их моделирования.

Цель работы – предварительный расчет и моделирование аппарата для проведения жидкостной экстракции в присутствии твердой фазы и дальнейшего создания оборудования для опытно-промышленной установки АЛЬБУС-1, на которой реализуется разрабатываемая технология.

Для экстракционной очистки применяются различные виды оборудования. Самыми простыми являются распылительные экстракторы [1], приведенные на рис. 1. Данные экстракторы просты в конструкции, но из-за малой турбулизации жидкостных потоков не дают достаточно качественного перемешивания фаз в аппарате. В связи с этим перспективным видом оборудования являются аппараты с внутренними устройствами. К таким относятся тарельчатые [1] и насадочные аппараты (рис. 2).



**Рис. 1. Распылительный экстрактор с разным уровнем границы раздела фаз:**  
*a, б* – границы в верхней и нижней частях соответственно; *в* – граница в объеме аппарата;  
*1* – уровень раздела фаз; *2* – слой легкой фазы; *3* – гидравлический затвор;  
*4* – место установки регулирующего вентиля; I, III – легкая фаза; II, IV – тяжелая фаза



**Рис. 2. Тарельчатый (а) и насадочный (б) экстракторы:**  
 III, IV – легкая фаза; I, II – тяжелая фаза

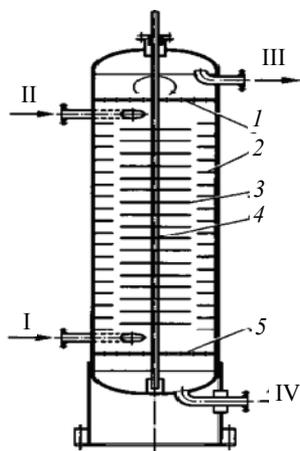
Аппараты с перфорированными тарелками и слоем насадки достаточно эффективны в процессах жидкостной экстракции, однако, в условиях наличия твердой фазы с сильно загрязненными компонентами возможно нарушение пропускной способности контактных элементов из-за возможности появления отложений.

Наиболее приемлемым является оборудование с внутренними движущимися частями, в частности, пульсационные аппараты [2] с механическими и пневматическими пульсаторами, а также экстракторы роторно-дискового типа. Конструкции и схемы управления пульсационных аппаратов довольно сложны, а применение в условиях жидкостей с высокой вязкостью может быть экономически нецелесообразно.

Роторно-дисковые аппараты, напротив, достаточно просты по конструкции и в управлении (несмотря на наличие внутренних подшипников и уплотнительных узлов), а их элементы (ввиду движения) не склонны накапливать отложения. Малые затраты энергии являются также одним из преимуществ такого типа экстракторов. Важной особенностью работы является возможность изменения частоты вращения дисков, что позволяет корректировать время пребывания частиц твердой фазы, и, как следствие, оказывать влияние на качество процесса, что является важным, в условиях непрерывно изменяющихся характеристик потока. Схема данного аппарата [3] приведена на рис. 3.

Аппарат работает следующим образом: легкая фракция, поднимаясь в верхнюю часть, контактирует с распределенной тяжелой фракцией (или наоборот – тяжелая фракция движется сверху вниз в распределенной легкой). Тарелки 3 заставляют фракционные потоки двигаться по сложной траектории. За счет вращения дисков, жидкость отбрасывается к краям аппарата и начинает циркулировать в пристеночных зонах между кольцевыми тарелками 2. В связи с этим наиболее перспективным типом экстрактора для рассматриваемого процесса считается роторно-дисковый аппарат.

Использование известных моделей определения эффективности работы экстракционных аппаратов, а также расчет по эмпирическим зависимостям, моделирование в прикладных программных пакетах не гарантирует получения достоверных результатов при проектировании новой технологии, что часто приводит к несоответствию получаемых заказчиком составов рафината и экстракта по отношению к расчетным.



**Рис. 3. Роторно-дисковый экстрактор:**

- 1, 5 – распределительные решетки,
- 2, 3 – тарелки с кольцевым вырезом и вращающаяся соответственно; 4 – вал;
- I, III – легкая и II, IV – тяжелая фазы

В связи этим практическое применение данного вида оборудования должно быть сопряжено с его пилотными испытаниями, совместно с предварительным моделированием. Это позволит выявить режимы и определить основные расходные характеристики экстрактора.

Расчет аппарата состоит из двух этапов: равновесный расчет процесса, в результате которого определяют балансовые соотношения, требуемое время пребывания потоков в аппарате и расчет массопередачи, учитывающий особенности конструкции аппарата, в котором протекает рассматриваемый процесс.

Первый этап расчета предполагает всестороннее изучение процесса на уровне его химизма. Однако в условиях реального производства ключевым фактором при экстракции могут стать исключительно физические условия протекания процесса в аппарате.

Вертикальный колонный экстрактор с роторно-дисковыми перегородками имеет сложную структуру внутренних потоков. При экстрагировании в присутствии дополнительной твердой фазы описание гидродинамики движения фаз значительно усложняется (два жидких потока, дополнительная твердая фаза). Для определения скорости частиц в жидкости используют зависимости для определения скорости осаждения частиц в неподвижной жидкости. Однако с учетом противотока обтекания другой жидкостью, в уравнения движения вводят поправку. Критерий Рейнольдса, выраженный через критерий Архимеда  $Ar$ , определяющий скорость осаждения (как следствие, время пребывания), определяют [4]

$$Re_C = \frac{Ar}{18 + 0,61Ar^{0,5}}. \quad (1)$$

Скорость, с учетом обтекания, определяют с учетом поправок

$$V_\infty = \frac{Re_C v_C}{d} \varphi' \varphi'', \quad (2)$$

где  $\varphi'$  – коэффициент формы частицы;  $\varphi''$  – коэффициент, учитывающий стесненность движения;  $d$  – диаметр частицы.

Более сложный вариант зависимости, учитывающий закон сохранения импульса, приведен в [5]:

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{6} \left( d^3 \rho_D \frac{du_1}{dt} \right) &= \frac{\pi}{8} d^2 \rho_2 \xi |u_2 - u_1| (u_2 - u_1) + \frac{\pi}{6} \left( d^3 \rho_c \frac{du_2}{dt} \right) + \\ &+ \frac{\pi}{12} \left( d^3 \rho_c \frac{du_2}{dt} - \frac{du_1}{dt} \right) + \frac{3}{2} d^2 \sqrt{\pi v_2} \int \left( \frac{du_2 - du_1}{\sqrt{t - t'}} \right) dt' + F_{\text{п}}. \end{aligned} \quad (3)$$

В случае наличия смесительных устройств расчет ведут по зависимости из [6]

$$u_{\text{обт}} = \sqrt{\frac{\pi \Delta \rho u_M^2 d_\xi}{6 \xi \rho d_M}}, \quad (4)$$

где  $\Delta \rho$  – разница плотностей частиц и несущей фазы;  $u_M$  – скорость конца лопасти перемешивающего устройства;  $\xi$  – коэффициент сопротивления.

Однако точных решений, позволяющих рассчитать гидродинамику движения частиц в сложном двухкомпонентном потоке жидкостей (при противотоке), не найдено [4, 7].

Рассматривая вышеуказанные методики расчета, можно сделать вывод о существенных трудностях их применения в условиях встречного движения двух жидкостей, когда одна из них обогащена твердой фазой. Два потока, смешиваясь, создают поверхности контакта случайной формы. Кроме этого твердые частицы подвергаются встречному обтеканию. Все это приводит к неопределенности при описании гидродинамики движения фаз в системе. В связи с этим прием ряд допущений, позволяющих провести расчет.

Технологически процесс предполагает взаимодействие двух жидкостей, движущихся со скоростями около 0,0005 м/с. В связи с этим скорость среды можно принять равной нулю, так как скорость осаждения частиц твердой фазы на порядок выше. Скорость осаждения частиц предлагается определять по формуле [8], применяемой ранее только при расчете аппаратов для отстаивания:

$$Re = \frac{\sqrt{367 + k_\phi Ar \varepsilon^{4,75}} - \sqrt{367}}{0,588 k_\phi}, \quad (5)$$

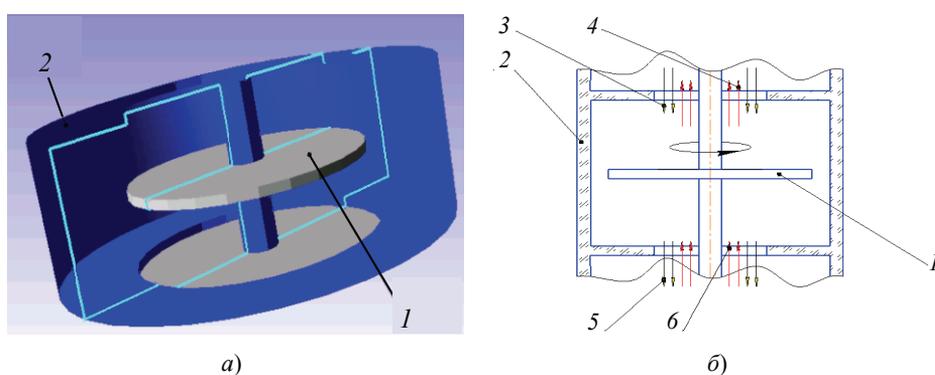
где  $k_\phi$  – коэффициент формы.

Таким образом, зависимость (5) позволяет выполнить оценку минимального времени пребывания частиц в аппарате, то есть в условиях неподвижных дисков. Диск выполняет роль турбулизатора потока и позволяет увеличивать время контакта фаз, повышать скорость конвективного массопереноса. Однако достаточно высокая скорость может привести к формированию застойных зон в ячейках и далее к снижению общей эффективности. В связи с этим важной задачей является исследование возможности применения данной аппаратуры в условиях сложного многофазного гетерогенного процесса экстракции.

Для оценки диапазона работы экстракционных аппаратов проведен предварительный расчет согласно методам, предложенным в [6, 8], лабораторного экстрактора, использованного при разработке технологии АЛЬБУС-1 по ранее предложенной методике, на основе чего спроектированы ячейки лабораторного экстрактора в трехмерной графике, внутренним диаметром 45 и 100 мм. Пример модели ячейки 45 мм приведен на рис. 4. Согласно схеме, в аппарате контактируют две фазы – тяжелая и легкая. В качестве допущения при моделировании принимается, что в аппарате одновременно присутствует только одна фаза, которая движется сверху вниз, она же и является целевой – несущей твердую фазу.

Для оценки работоспособности аппарата с таким типом ячейки модель была загружена в препроцессор CAE/CFD программы Flow Vision 3.10 (ИК ТЕСИС). В результате получены различные варианты распределения одномерного потока жидкости, в зависимости от геометрических соотношений элементов экстрактора, частоты вращения диска и параметров входного потока.

Принципиально полученные распределения линий тока можно разделить на три группы. Первый тип распределения (рис. 5, а) предполагает малое влияние вращающегося диска на поток и, как следствие, линии тока мало отклоняются от первоначального направления и лишь огибают элементы ячейки. Данный режим соответствует малой интенсивности перемешивания, а результаты расчета по времени пребывания частиц будут согласовываться с результатами расчета по (5). Напротив, ряд режимов (рис. 5, б) характеризуется высокой степенью турбулизации потока, что визуально проиллюстрировано множеством запутанных линий тока, наличием застойных зон циркуляции. Такой вариант работы аппарата может приводить к значительному увеличению времени пребывания частиц и неэффективности использования рабочего объема.

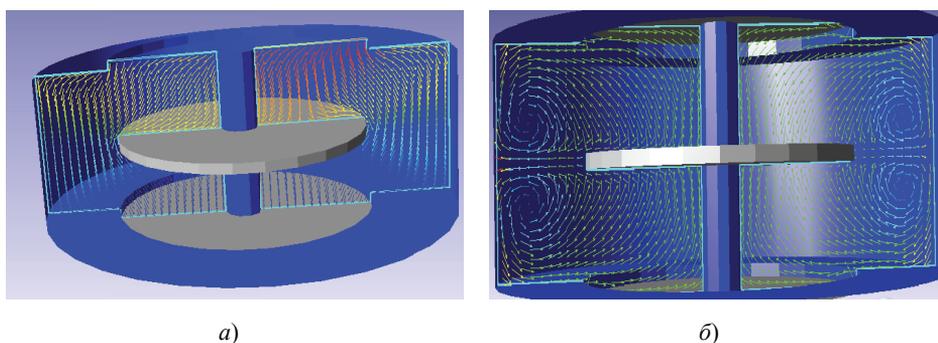


**Рис. 4. Модель экстракционной ячейки и схема ее работы:**

*а* – твердотельная 3D-модель в разрезе с внутренним диаметром 45 мм;

*б* – схема потоков в ячейке экстрактора:

*1* – вращающийся диск; *2* – корпус аппарата; *3, 5* – вход и выход тяжелой фракции, содержащей твердые частицы, соответственно; *4, 6* – вход и выход легкой фракции из аппарата соответственно



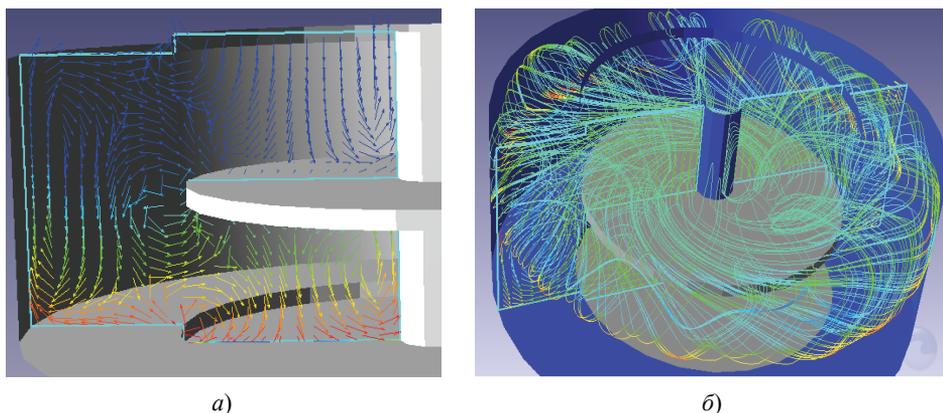
**Рис. 5. Результаты моделирования ячейки экстрактора с распределением векторов скорости при малом влиянии скорости диска на поток (а) и возникновении застойных зон (б)**

Промежуточный вариант работы аппарата соответствует частоте вращения диска около 50...200 об/мин. Расстояние между неподвижными тарелками составляет половину диаметра ячейки экстрактора. В данном варианте работы присутствуют «разомкнутые» циркуляционные контуры движения вещества (рис. 6, а), что представляет особый интерес. Кроме этого, сохраняется турбулентность потока, что проиллюстрировано с помощью соответствующих линий тока в ячейке (рис. 6, б).

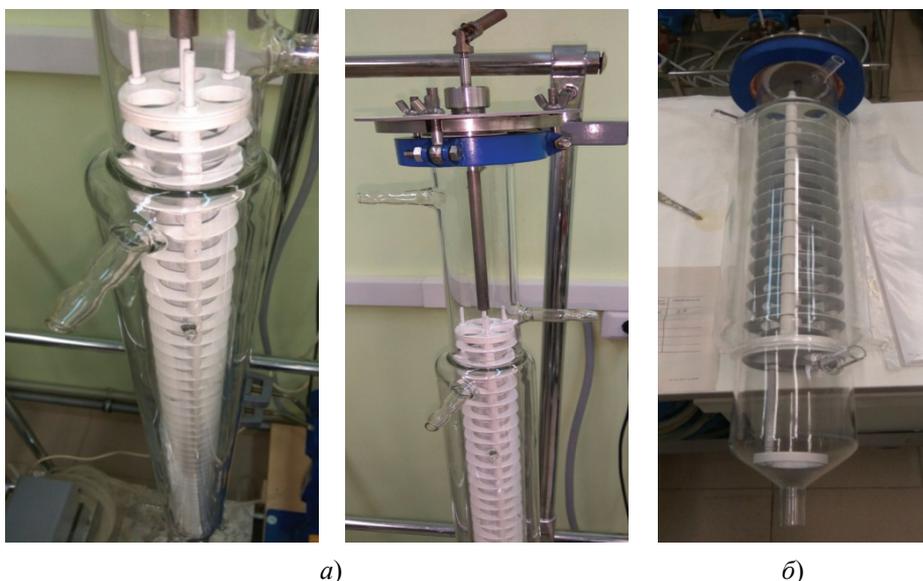
Таким образом, до проведения экспериментальных исследований получены предварительные результаты моделирования ячеек, позволяющие рассчитать первоначальные габариты требуемого лабораторного оборудования и выбрать режимные параметры для экспериментального исследования процесса очистки светлых масел.

Для подтверждения и верификации математического моделирования ячейки экстрактора изготовлены лабораторные экстракторы, внутренними диаметрами 45 и 100 мм (рис. 7).

Аппараты представляют собой стеклянные вертикальные колонны, в которые установлены блоки из вращающихся и неподвижных дисков. Диски установлены между шпилек, закрепленных в соответствующих решетках. Блок является разборным. Таким образом, в экстракторе можно изменять расстояние между дисками и их число. Вал через сальниковое уплотнение выводится наружу и подключается к приводу.



**Рис. 6. Результаты моделирования ячейки экстрактора с распределением векторов скорости (а) и линий тока (б) в ячейке**



**Рис. 7. Фотографии лабораторных экстракторов с внутренним диаметром 45 (а) и 100 мм (б)**

Сконструированные аппараты позволят глубже рассмотреть проблематику экстракционной очистки светлых масел комплексом на основе хлористого алюминия, определить основные показатели качества работы установки.

В результате экспериментального изучения распределения многофазного потока в ячейке будет проведено сопоставление результатов пилотных исследований математического моделирования. Кроме этого можно определить возможность применения зависимости (5) при расчете данного типа оборудования, а также границы ее применимости и возможные поправки.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ, договор 02.G25.31.0165 от 01 декабря 2015 г. «Создание высокотехнологичного производства неканцерогенных масел-пластификаторов для шин, каучуков и пластиков на основе инновационной технологии глубокой переработки отходов нефтяной промышленности».*

#### *Список литературы*

1. Трейбал, Р. Е. Жидкостная экстракция: пер. с англ. / Р. Е. Трейбал ; под ред. С. З. Кагана. – М. : Химия, 1966. – 724 с.
2. Карпачева, С. М. Пульсационная аппаратура в химической технологии / С. М. Карпачева, Б. Е. Рябчиков. – М. : Химия, 1983. – 224 с.
3. Технология и оборудование процессов переработки нефти и газа: учеб. пособие / С. А. Ахметов [и др.]. – СПб. : Недра, 2006. – 868 с.
4. Лаптев, А. Г. Модели переноса и эффективность жидкостной экстракции / А. Г. Лаптев. – Казань : Казанский гос энерг ун-т, 2005. – 229 с.
5. Grace, J. R. Shapes and Velocitiens, of Single Drops and Bubbles Moving Freely Through Immiscible Liquids/ J. R. Grace, T. Wairegi, T. H. Nguyen // Trans. Inst. Chem. Eng. – 1976. – Vol. 54, No. 3. – P. 167 – 173.
6. Руководство к практическим занятиям в лаборатории процессов и аппаратов химической технологии: учеб. пособие для вузов / под ред. П. Г. Романкова. – 6-е изд., перераб. и доп. – Л. : Химия, 1990. – 272 с.

7. Камалиев, Т. С. Кинетика массопереноса и эффективность смесительно-отстойных и тарельчатых аппаратов в процессах жидкостной экстракции : дис. ... канд. техн. наук : 05.17.08 / Камалиев Тимур Сайфутдинович. – Казань, 2014. – 198 с.

8. Ульянов, В. М. Технологические расчеты машин и аппаратов химических и нефтеперерабатывающих производств. Примеры и задачи / В. М. Ульянов, А. А. Сидягин, В. А. Диков. – Нижний Новгород : Изд-во Нижегородского гос. техн. ун-та им. П. Е. Алексеева, 2015. – 633 с.

---

## Prospects of Application of Rotary Disk Apparatus for Heterogeneous Extraction Processes in Petrochemical and Petroleum Refining Industries

A. A. Schepalov<sup>1</sup>, D. E. Sukhanov<sup>2</sup>, A. V. Stepykin<sup>2</sup>,  
A. S. Novoselov<sup>3</sup>, E. S. Kotlova<sup>3</sup>

*Management Company of Orgkhim Biochemical Holding (1),  
Nizhny Novgorod, Russia;*

*Department of Technology and Equipment for Chemical and Food Industries (2),  
Dzerzhinsk Polytechnic Institute (branch), Nizhny Novgorod State Technical  
University named after R. E. Alekseev, Dzerzhinsk, Russia; Stepykin.dpi-ngtu@yandex.ru;  
Scientific Research Institute of Chemistry (3), N.I. Lobachevsky Nizhny Novgorod  
State University, Nizhny Novgorod, Russia*

**Keywords:** hydrodynamics; mass transfer; mass transfer; oil refining; petrochemistry; solid phase extraction; extraction.

**Abstract:** The prospects of using the rotary-disk apparatus under conditions of solid-phase extraction are considered. The main technological process under consideration is the ALBUS-1 technology, which is aimed at processing oil industry wastes into light oil-fillers for plastic polymeric materials and aromatic oil-fillers for rubbers. One of the stages of the developed technology is the extraction purification of raw materials by a complex based on aluminum chloride, aimed at obtaining light-colored fillers. The choice of a rotary disk extractor for the considered separation process, taking into account the characteristics of the medium under study, is substantiated. The approaches to the calculation and modeling of the apparatus are empirical and numerical. The objectives of the study are to determine the applicability of the calculation methods and to select the most adequate model of the process for further research. Laboratory extractors developed on the basis of preliminary calculations are described.

### *References*

1. Treybal R.Ye., Kagan S.3. [Ed.]. *Zhidkostnaya ekstraktsiya* [Liquid Extraction], Moscow: Khimiya, 1966, 724 p. (In Russ.)
2. Karpacheva S.M., Ryabchikov B.Ye. *Pul'satsionnaya apparatura v khimicheskoy tekhnologii* [Pulsation Apparatus in Chemical Technology], Moscow: Khimiya, 1983, 224 p. (In Russ.)
3. Akhmetov S.A. [Ed.], Serikov T.P., Kuzeyev I.R., Bayazitov M.I. *Tekhnologiya i oborudovaniye protsessov pererabotki nefii i gaza* [Technology and Equipment for the Processing of Oil and Gas], St. Petersburg: Nedra, 2006, 868 p. (In Russ.)

4. Laptev A.G. *Modeli perenosa i effektivnost' zhidkostnoy ekstraktsii* [Transfer Models and Efficiency of Solvent Extraction], Kazan': Kazanskiy gosudarstvennyy energeticheskiy universitet, 2005, 229 p. (In Russ.)

5. Grace J.R., Wairegi T., Nguyen T.H. Shapes and velocities, of single drops and bubbles moving freely through immiscible liquids, *Trans. Inst. Chem. Eng.*, 1976, vol. 54, no. 3, pp. 167-173.

6. Romankov P.G. [Ed.]. *Rukovodstvo k prakticheskim zanyatiyam v laboratorii protsessov i apparatov khimicheskoy tekhnologii* [Guide to Practical Exercises in the Laboratory of Processes and Devices of Chemical Technology], Leningrad: Khimiya, 1990, 272 p. (In Russ.)

7. Kamaliyev T.S. *PhD Dissertation (Technical)*, Kazan', 2014, 198 p. (In Russ.)

8. Ul'yanov V.M., Sidyagin A.A., Dikov V.A. *Tekhnologicheskiye raschety mashin i apparatov khimicheskikh i neftepererabatyvayushchikh proizvodstv. Primery i zadachi* [Technological Calculations of Machines and Apparatuses of Chemical and Oil Refining Industries. Examples and Objectives], Nizhniy Novgorod: Nizhegorodskiy gosudarstvennyy tekhnicheskiy universitet im. R. Ye. Alekseyeva, 2015, 633 p. (In Russ.)

---

### **Perspektiven der Anwendung der Dreh- und Scheibengeräte für heterogene Extraktionsprozesse in Erdölraffinerien und petrochemischen Betrieben**

**Zusammenfassung:** Es ist die Frage nach den Perspektiven des Einsatzes von Drehscheibengeräten unter Bedingungen der Festphasenextraktion betrachtet. Der wichtigste technologische Prozess, der in Betracht gezogen wird, ist die ALBUS-1 Technologie, die auf die Verarbeitung der Abfälle aus der Ölindustrie zu hellen Ölfüllstoffen für plastische polymere Kunststoffe und aromatische Ölfüllstoffe für Kautschuke gezielt ist. Eine der Stufen der entwickelten Technologie ist die Extraktionsreinigung von Rohstoffen durch einen Komplex auf der Basis von Aluminiumchlorid, um hellfarbige Ölfüllstoffe zu erhalten. Die Wahl eines Rotationsscheiben-Extraktors für den betrachteten Trennungsprozess unter Berücksichtigung der Eigenschaften des untersuchten Mediums ist begründet. Die derzeit verwendeten Ansätze für die Berechnung und Modellierung der Vorrichtung werden angegeben: empirische und numerische. Die Aufgabe der Studie ist die Bestimmung der Anwendbarkeit von Berechnungsmethoden, die Auswahl des am besten geeigneten Prozessmodells für die weitere Forschung. Es sind die auf Basis von vorläufigen Berechnungen entwickelten Laborextraktoren beschrieben.

---

### **Perspectives de l'utilisation des machines à disques rotatifs pour les procédés d'extraction hétérogènes dans les industries pétrochimiques et pétrolières**

**Résumé:** Est examinée la question de la perspective de l'utilisation des appareils à disques rotatifs dans des conditions d'extraction en phase solide. La technologie ALBUS-1, qui vise à recycler les déchets de l'industrie pétrolière dans des huiles légères pour les matières plastiques et les huiles aromatiques pour les caoutchoucs, est le principal procédé considéré. L'une des étapes de la technologie élaborée est le traitement d'extraction des matières premières par un complexe à base de l'aluminium de chlorure visant à obtenir des huiles légères de chargement. Est justifié le choix de l'extracteur de

disque pour le processus de la séparation en question, en tenant compte des caractéristiques de l'environnement. Sont citées les approches pour le calcul et le modèle de l'appareil actuellement utilisé: empiriques et numériques. L'objectif de l'étude est de déterminer l'applicabilité des méthodes de calcul, de choisir le modèle de processus le plus approprié pour les études ultérieures. Sont décrits les extracteurs de laboratoire conçus à la base des calculs préliminaires.

---

**Авторы:** *Щепалов Александр Александрович* – кандидат химических наук, руководитель блока по развитию нефтехимии дирекции по развитию и маркетингу, АО «Управляющая компания «Биохимического холдинга «Оргхим», г. Нижний Новгород, Россия; *Суханов Дмитрий Евгеньевич* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Технология и оборудование химических и пищевых производств»; *Степыкин Антон Викторович* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Технология и оборудование химических и пищевых производств», Дзержинский политехнический институт (филиал) ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева», г. Дзержинск, Россия; *Новоселов Артем Сергеевич* – младший научный сотрудник, НИИ Химии; *Котлова Елена Сергеевна* – кандидат химических наук, научный сотрудник, НИИ Химии, ФГБОУ ВО «Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского», г. Нижний Новгород, Россия.

**Рецензент:** *Промтов Максим Александрович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Технологические процессы, аппараты и техносферная безопасность», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

## ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА МЕХАНОАКТИВАЦИИ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ОБЪЕМНО-СДВИГОВОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ ЧАСТИЦ

М. В. Севостьянов<sup>1</sup>, В. А. Полуэктова<sup>2</sup>, В. С. Севостьянов<sup>1</sup>,  
А. В. Шаталов<sup>1</sup>, В. В. Сирота<sup>3</sup>

*Кафедры: «Технологические комплексы, машины и механизмы» (1);  
«Теоретическая и прикладная химия» (2);  
Центр высоких технологий (3),  
ФГБОУ ВО «Белгородский государственный технологический  
университет им. В. Г. Шухова», г. Белгород, Россия; tkmm\_bstu@mail.ru*

**Ключевые слова:** вибро-центробежные помольные агрегаты; механоактивация; объемно-сдвиговое деформирование частиц; пресс-валковые измельчители; энергообменные устройства шаровых мельниц.

**Аннотация:** Представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований процесса энергосбережения и конструктивно-технологического совершенствования оборудования при реализации механоактивации кремнеземистых материалов. Разработаны патентозащищенные конструкции помольных агрегатов, реализующих постадийное измельчение материалов с объемно-сдвиговым деформированием частиц. Представлены результаты опытно-промышленного освоения научно-технических разработок в реальных производственных условиях.

---

На современном этапе развития индустрии важное значение имеют инновационные технологии, использующие высокодисперсные материалы с повышенной адгезионной способностью. Известно большое разнообразие технологий и технических средств для получения высокодисперсных продуктов. Однако, не смотря на высокий уровень развития современной техники, помольное оборудование имеет неиспользуемые резервы и нереализованный потенциал [1 – 5].

Особое место при этом занимает процесс тонкого измельчения кремнеземистых материалов (кварцевого песка, кварцитопесчанника, кварцита, стеклобоя, боя электротехнического фарфора и спека кордиерита и др.), широко используемых в химической, строительной, огнеупорной, электротехнической и других отраслях промышленности.

Применяемые при этом различные помольные агрегаты: барабанные шаровые мельницы (БШМ); среднеходные (валковые), вибрационные, струйные мельницы характеризуются высокой металлоемкостью, низким КПД и повышенным расходом энергии (удельный расход 40...100 кВт·ч/т и более).

Проведенный анализ современного уровня развития помольных систем и оборудования, а также многолетний опыт научно-технической деятельности в данной сфере свидетельствуют о целесообразности комплексного подхода при их совершенствовании и снижении энергозатрат, в первую очередь:

- рациональной организации технологического процесса;
- реализации постадийного измельчения материалов и селективного динамического воздействия на каждой стадии;

– учета кинетических закономерностей процесса помола – максимальной скорости измельчения на первой стадии и «затухающей» скорости измельчения на последующих стадиях с соответствующим при этом многократным ростом энергозатрат;

– реализации раздавливающе-сдвигового (РСД) или объемно-сдвигового (ОСД) деформирования крупнозернистых частиц с обеспечением их микродефектной структуры и интенсивного внутреннего рецикла шаро-материальной загрузки (для БШМ) как при открытом, так и замкнутом циклах помола;

– разработки высокоэффективных конструкций энергосберегающего помольного оборудования для вышеуказанных процессов, реализующих объемно-сдвиговое деформирование частиц материала в слое с соответствующим обеспечением «самофутеровки» рабочей поверхности агрегатов и снижении ее интенсивного износа, а также обеспечивающих повышенный энергообмен между мелющей загрузкой с измельчаемым материалом за счет использования внутримельничных энергообменных устройств и др.

Указанные технологические процессы и научно-технические разработки целесообразно реализовать также при подготовке исходных материалов для получения наноструктурированных композиционных смесей; при механоактивации кремнеземистых материалов и вяжущих, используемых при благоустройстве среды обитания и создании малых архитектурных форм в сфере научно-технического предпринимательства и бизнеса, а также для быстроразвивающихся 3D-технологий в строительстве [6 – 9].

Целесообразность тонкого измельчения широко распространенных кремнеземистых материалов, характеризующихся высокими прочностными характеристиками (например, для песка предел прочности при сжатии  $\sigma = 120$  МПа, модуль упругости –  $E = 7 \cdot 10^3$  МПа), предопределяет направление научных исследований по установлению наиболее эффективных помольных систем и возможных путей совершенствования энергосберегающих помольных агрегатов. Особое значение это имеет для быстроразвивающихся малотоннажных инновационных технологий в сфере научно-технического предпринимательства при выпуске конкурентоспособной продукции.

Известно, что кинетический закон изменения тонкости помола измельчаемого материала описывается уравнением

$$\frac{dR}{d\tau} = -kR, \quad (1)$$

где  $R$  – доля остатка на контрольном сите;  $k$  – константа скорости измельчения;  $\tau$  – время протекания процесса.

Согласно экспериментально установленным закономерностям [10], зависимость содержания крупных фракций  $R_t$  от продолжительности измельчения  $t$  описывается уравнениями:

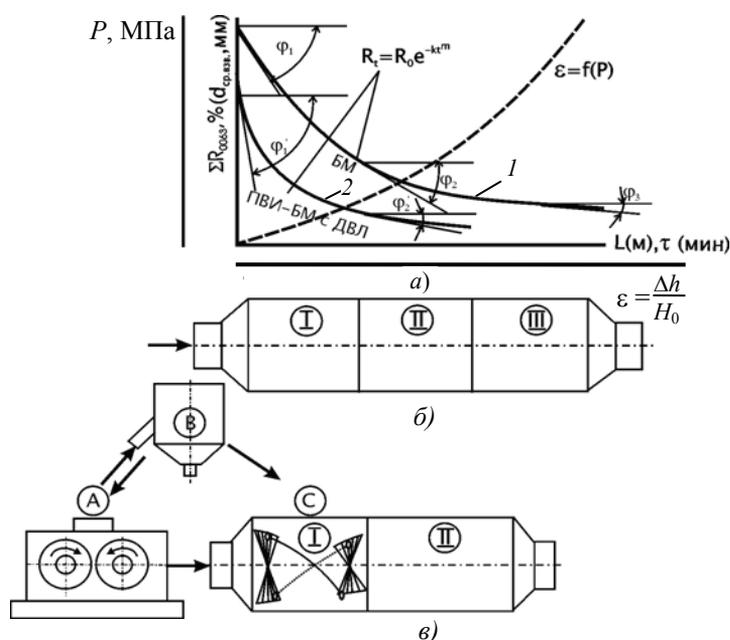
$$R_t = R_0 \exp^{Kt^m} \quad (2)$$

или

$$R_t = R_0 \exp^{-(t/t_0)^m}, \quad (3)$$

где  $R_0$  – содержание крупной фракции в измельченном продукте за соответствующий период измельчения  $t$ ;  $m$ ,  $K$ ,  $t_0$  – эмпирические параметры уравнения, характеризующие характер зависимости.

Экспоненциальный характер кинетики процесса помола материалов [11], описанный данными уравнениями, свидетельствует о переменных значениях скорости измельчения (отношения средневзвешенного диаметра частиц материала



**Рис. 1. Кинетика процессов измельчения:**

*a* – графики зависимости параметров измельчения для различных способов помола;

*б* – стадии измельчения в барабанной шаровой мельнице;

*в* – энергосберегающий технологический комплекс «ПВИ – БШМ»

к данному времени его помола – константы скорости измельчения  $K\varphi_i$ , то есть тангенса угла наклона  $\varphi_i$  касательной к кривой кинетики измельчения) на каждой стадии (рис. 1, *a*).

Анализ кривых измельчения различных материалов в БШМ (см. рис. 1, *a*, кривая 1) показывает, что на первой стадии помола (I камера мельницы) константа скорости  $K\varphi_1$  имеет максимальное значение. При этом разрушение крупных частиц происходит по местам дислокации дефектности структуры (трещинам, микродефектам, порам и др.), число которых падает с уменьшением размера частиц.

На второй стадии (рис. 1, *б*, камера II) сопротивление размолу повышается, соответственно, угол наклона  $\varphi_2$  уменьшается и  $K\varphi_2 < K\varphi_1$ , что определяется микроструктурой частиц и сопровождается повышением энергозатрат.

На третьей стадии (см. рис. 1, *a, б*) кривая измельчения асимптотически приближается к горизонтали, что приводит к значительному снижению константы скорости измельчения –  $K\varphi_3 \ll K\varphi_2 < K\varphi_1$  и существенному повышению энергозатрат. Последнее обусловлено рядом причин: самопроизвольным агрегированием тонкоизмельченных частиц из-за возрастания их аутогезионного взаимодействия, адгезионным взаимодействием с футеровкой и мелющими телами; диссипацией энергии из-за предшествующего фактора, проявления электростатического воздействия; отсутствием эффективной сегрегации полидисперсной смеси, соответственно, вывода из последней камеры высокодисперсных частиц и др.

В этой связи весьма эффективным технологическим приемом реализации используемого потенциала является «вынесение» первой стадии измельчения из БШМ (см. рис. 1, *б*) в пресс-валковый измельчитель (ПВИ), реализующий РСД или ОСД частиц, что существенно снижает время измельчения на первой стадии до 30...40 с. Кроме того, в ПВИ обеспечивается микродефектная структура частиц, что снижает энергозатраты на последующих стадиях (рис. 1, *в*); оснащение I камеры БШМ

(при двухкамерном варианте) винтовыми энергообменными устройствами (ВЭУ) интенсифицирует процесс измельчения за счет разрушения «застойных зон» мелющей загрузки, активизирует внутренний рецикл измельчаемых частиц с микродефектной структурой, а также позволяет уменьшить на 15 – 20 % массу мелющих тел и соответственно потребляемую мощность привода.

При использовании на первой стадии ПВИ наблюдается резкий спад кривой кинетики измельчения (см. рис. 1, а, кривая 2) – возрастание константы скорости измельчения, что свидетельствует об эффективности использования раздавливающе-сдвигового или объемно-сдвигового способа измельчения вместо энергозатратного ударного разрушения материала в первой камере БШМ. При дальнейшем помоле предизмельченных частиц в БШМ (в двухкамерном варианте, см. рис. 1, в) время измельчения существенно сокращается.

При реализации внешнего рециклинга измельченного материала (замкнутый цикл помола) процесс измельчения материала можно разложить на стадии (см. рис. 1, в):

- последовательный  $A \rightarrow B, B \rightarrow C$ ;
- обратный  $A \rightleftharpoons B$ .

Если принять за основу формулу (1), то уравнения скорости процессов запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dR_A}{d\tau} &= -k_A R_A; \\ \frac{dR_B}{d\tau} &= -k_B R_B, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $A$  – исходный материал;  $B$  – материал, измельченный до некоторой промежуточной крупности;  $C$  – конечный материал.

Для механизма  $A \rightleftharpoons B$  кинетическое уравнение запишется следующим образом

$$\frac{dR_A}{d\tau} = k_o(1 - R_A) - k_n R_A, \quad (5)$$

где  $k_o$  и  $k_n$  – константа скорости измельчения, соответственно, для обратного и последовательного процесса.

Преобразуя условие равновесия

$$\frac{1 - R_A}{R_A} = \frac{k_n}{k_o} = k_p, \quad (6)$$

получим константу равновесия  $k_p$ , равную отношению скорости прямого и обратного процесса.

Интегрируя уравнение в пределах  $0 \dots \tau$  и  $R_0 \dots R$ , имеем

$$R = 1 / \left( \frac{k_n}{k_o} + 1 \right) + \left( R_0 - 1 / \left( \frac{k_n}{k_o} + 1 \right) \right) e^{-(k_n + k_o)\tau}. \quad (7)$$

Величины констант скорости измельчения могут быть получены по следующим формулам:

- для процесса  $A \rightleftharpoons B$

$$k_o = -1 / \left( \tau(k_p + 1) \ln \frac{R_B}{R_0} \right); \quad (8)$$

– для процесса  $A \rightarrow B, B \rightarrow C$

$$k_A = -1 / \left( \tau_A \ln \frac{R_A}{R_0} \right); \quad (9)$$

$$k_B = -1 / \left( \tau_B \ln \frac{R_C}{R_B} \right). \quad (10)$$

Численные значения констант могут служить комплексным критерием характера протекания процесса измельчения. Их зависимость от основных параметров ведения процесса позволит определить их оптимальные значения.

Вышеуказанный подход в организации технологического процесса измельчения по отдельным стадиям с реализацией внешнего рецикла позволяет определить наиболее рациональные условия измельчения материалов в широком диапазоне изменения их дисперсности.

Проведенные экспериментальные исследования процесса раздавливающе-сдвигового деформирования кремнеземистых частиц полифракционного состава в пресс-матрице с горизонтальной ( $\alpha = 0^\circ$ ) и скошенной ( $\alpha = 30^\circ$ ) рабочей поверхностью прессующего пуансона показали, что энергоёмкость процесса измельчения зависит от ряда факторов: размера, формы, фракционного состава, прочности, расположения зерен в слое, механизма РСД, величины и кратности силового воздействия и др.

Наиболее эффективно процесс измельчения происходит при давлениях прессования  $P = 150 \dots 260$  МПа, кратности приложения силовой нагрузки до 3-4 раз и наличии сдвигового деформирования при значениях угла скоса пуансона  $\alpha \leq 30^\circ$ .

При реализации РСД частиц наблюдается пространственная переориентация частиц в процессе их деформации и повышается эффективность разрушения слоя материала при сдвиговом деформировании (наличие касательных напряжений).

Проведенные аналитические исследования процесса разрушения мелкозернистых частиц в слое (рис. 2) позволили получить уравнение для определения давления измельчения при однократном применении силовой нагрузки

$$P_0 = \sigma_{сж} \operatorname{tg} \psi_k \left( \frac{1}{\operatorname{tg} \psi_k} + f_i + \frac{\vartheta_{сц}}{\sigma_{сж}} \right) \alpha_k \cos^2 \alpha_{п} \left[ \exp \frac{2 \xi f_0 H_{изм} K_{\tau}}{D \cos \alpha_{п}} - 1 \right], \quad (11)$$

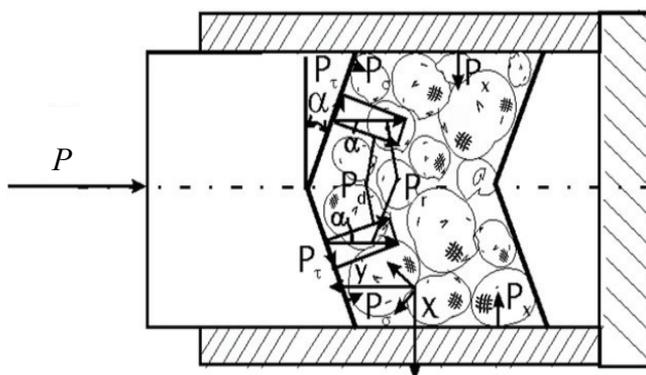


Рис. 2. Схема силового взаимодействия частиц материала при реализации их раздавливающе-сдвигового деформирования

где  $\sigma_{сж}$  – предел прочности частиц на сжатие, МПа;  $\psi_k$  – угол нормального контактного взаимодействия частиц,  $\text{tg } \psi_k = 1,1 \dots 1,2$ ;  $f_i$  – коэффициент внутреннего трения частиц;  $\vartheta_{сц}$  – удельное сопротивление частиц при их сдвиговом деформировании, МПа;  $\alpha_k$  – относительная величина проекций суммарной контактной поверхности частиц при номинальном давлении;  $\alpha_{п}$  – угол скоса пресующего пуансона, град;  $\xi$  – коэффициент бокового распора, отношение бокового усилия  $q$  к нормальному  $P$ ,  $\xi = q/P$ ;  $f_0$  – коэффициент внешнего трения материала;  $H_{изм}$  – толщина измельчаемого слоя, м;  $K_{\tau}$  – коэффициент деформации частиц;  $D$  – диаметр пресс-матрицы, м.

Значения параметров  $\vartheta_{сц}$  и  $K_{\tau}$ , определяем по формулам:

$$\vartheta_{сц} = \nu_{пр} \frac{\sigma_{сж}}{\sqrt{3\sigma_{раст}/\sigma_{сж}}}, \quad (12)$$

где  $\nu_{пр}$  – коэффициент пропорциональности,  $\nu_{пр} < 1$  (для хрупких материалов);  $\sigma_{раст}$  – предел прочности частиц на растяжение, МПа;

$$K_{\tau} = \frac{d_{ср.взв0}}{d_{ср.взвн}}, \quad (13)$$

где  $d_{ср.взв0}$ ,  $d_{ср.взвн}$  – средневзвешенный диаметр частиц в исходном и измельченном состоянии, соответственно, м.

Учитывая, что на разрушение предварительно измельченных частиц с микродефектной структурой требуется значительно меньше давление  $P_{пр.изм}$  по сравнению с давлением для исходных частиц  $P_0$ , то при повторном возврате предварительно измельченного материала в исходный материал (реализации повторного силового воздействия) требуется необходимое давление

$$\begin{aligned} P' &= 0,67 P_0 + 0,33 P_{пр.изм} = \\ &= [0,67\sigma_{сж}(1 + f_i \text{tg } \psi_k) + 0,33\sigma'_{сж} K_{св}(1 + f_i \text{tg } \psi_k) + \vartheta_{сц} \text{tg } \psi_k] \times \\ &\times \alpha_k \cos^2 \alpha_{п} \left[ \exp \frac{2\xi f_0 H_{изм} K_{\tau}}{D \cos \alpha_{п}} - 1 \right], \quad (14) \end{aligned}$$

где  $K_{св}$  – коэффициент силового воздействия, зависящий от кратности измельчения,  $K_{св} = 0,5 \dots 1,0$ ;  $\sigma'_{сж} = K_{св} \sigma_{сж}$  – предел прочности частиц на сжатие при повторном силовом воздействии, МПа.

В качестве примера сделаем расчет необходимого давления измельчения для кварцевого песка.

Исходные данные для расчета:  $\sigma_{сж} = 120$  МПа;  $f_i = 0,7$ ;  $\text{tg } \psi_k = 1,2$ ;  $\vartheta_{сц} = 0,22 \sigma_{сж}$ ;  $\alpha_k = 1$ ;  $\cos \alpha_{п} = 0,866$ ;  $\xi = 0,24$ ;  $f_0 = 0,56$ ;  $D = 10 \cdot 10^{-3}$ , м;  $K_{\tau} = \frac{d_{ср.взв0}}{d_{ср.взвн}} = \frac{0,72}{0,405} = 1,78$ ;  $H_{изм} = h_{пл} (K_{упл} - 1) = 18 \cdot 10^{-3} (1,87 - 1) = 1,566 \cdot 10^{-3}$ , м.

Используя выражение (14), получим

$$P_0 = 120 \cdot 1,2 \cdot \left( \frac{1}{1,2} + 0,7 + \frac{0,22 \cdot 120}{120} \right) \times \\ \times 1 \cdot 0,75 \cdot \left[ \exp \frac{2 \cdot 0,24 \cdot 0,56 \cdot 1,566 \cdot 10^{-3} \cdot 1,78}{10 \cdot 10^{-3} \cdot 0,866} - 1 \right] = 260,71 \text{ МПа.}$$

Рассчитаем необходимое давление измельчения кварцевого песка при многократном приложении нагрузки:

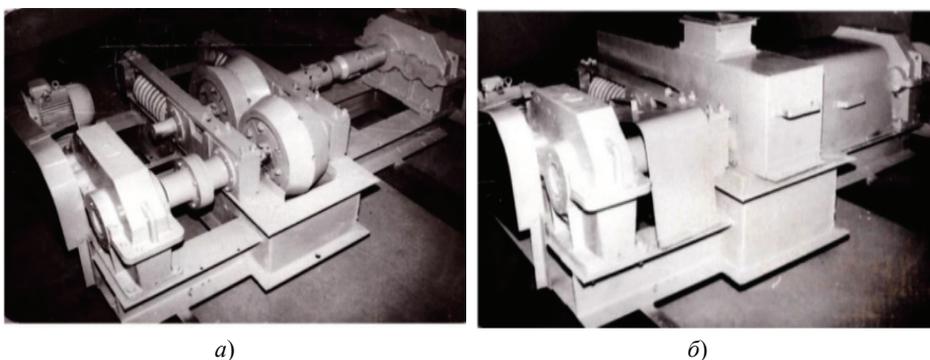
$$P' = [0,33 \cdot 120(2,03 + 0,5)(1 + 0,7 \cdot 1,2) + 0,22 \cdot 120 \cdot 1,2] \cdot 1 \times \\ \times 0,75 \cdot \left[ \exp \frac{2 \cdot 0,24 \cdot 0,56 \cdot 1,566 \cdot 10^{-3} \cdot 1,78}{10 \cdot 10^{-3} \cdot 0,866} - 1 \right] = 222,94 \text{ МПа.}$$

Сравнивая значения  $P_0$  и  $P'$ , видно, что необходимое давление измельчения при многократном измельчении меньше, чем для однократного измельчения (на 14,5 %).

Экспериментальные исследования показали, что эффективность процесса повторного приложения силовой нагрузки существенно возрастает при дезагломерации спрессованного предварительно измельченного материала – переориентации в пространстве частиц с микродефектной структурой.

Результаты проведенных теоретических и экспериментальных исследований, реализованных в патентозащищенных конструкциях ПВИ с коническими валками, обеспечивающем объемно-сдвиговое деформирование частиц (рис. 3), и БШМ, оснащенной ВЭУ в виде двухзаходных винтовых лопастей, изготовленных из прутковой стали диаметром  $D_{пр} = 90 \cdot 10^{-3}$  м (рис. 4) [11], показали, что:

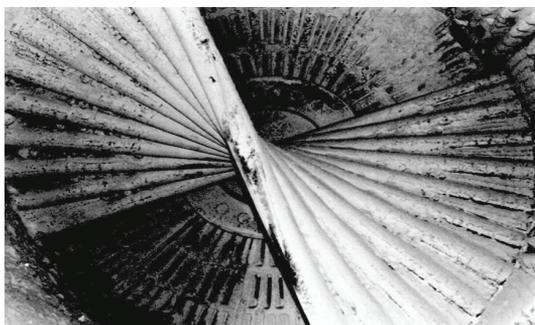
– производительность мельницы с ВЭУ при тонком измельчении кремнеземистых материалов повышается с  $Q = 9,8$  т/ч до  $Q' = 12,2$  т/ч (на 25,3 %), масса мелющих тел уменьшается с  $G_{\Sigma} = 32$  т до  $G_{\Sigma}' = 28$  т (на 12,5 %), что обеспечивает снижение потребляемой мощности привода с  $N_{потр} = 429 \cdot 10^3$  Вт до  $N'_{потр} = 415 \cdot 10^3$  Вт и соответственно удельного расхода электроэнергии с  $q = 43,8$  кВт·ч/т до  $q' = 34,0$  кВт·ч/т (на 22,3 %);



**Рис. 3. Пресс-валковый измельчитель с коническими валками со снятыми защитными элементами и бункером (а) и в сборе (б).**

Технические характеристики ПВИ:

$\varnothing 0,7 \times 0,3$  м – геометрические размеры валков;  $\delta$  – зазор между валками,  $\delta = (3 \dots 8) \cdot 10^{-3}$  м;  $V$  – окружная скорость вращения валков,  $V = 0,2 \dots 0,5$  м/с;  $N$  – установочная мощность привода,  $N = (2 \cdot 15) \cdot 10^3$  Вт;  $Q$  – производительность,  $Q_{\min} - Q_{\max} = 2 \dots 6$  т/ч;  $P$  – максимальное усилие противодействия,  $P = 70 \cdot 10^4$  Н



**Рис. 4. Барабанная шаровая мельница с внутренними энергообменными устройствами  $\varnothing 2 \times 10,5$  м.**

Технические характеристики БШМ:

$l$  – длина прутков секции,  $l = 1,96 \cdot 10^{-3}$  м;  $D_{\text{пр}}$  – диаметр прутков,  $D_{\text{пр}} = 90 \cdot 10^{-3}$  м;  $\alpha$  – угол подъема винтовой линии,  $\alpha = 24,5^\circ$ ;  $L_1$  – расстояние между ВЭУ по оси мельницы,  $L_1 = 3,5$  м;  $l_{\text{ВЭУ}}$  – длина каждой из ВЭУ,  $l_{\text{ВЭУ}} = 0,7$  м

– использование помольного комплекса: «ПВИ, работающем в замкнутом цикле помола, – БМ с ВЭУ» в технологической линии помола стекольной шихты при производстве пеностекла позволило уменьшить время помола в барабанной мельнице с 4,6 ч до 3,1 ч и снизить удельный расход электроэнергии в барабанной мельнице с  $q_{\text{БМ}} = 119,9$  кВт·ч/т до  $q_{\text{ПВИ-БМ-ВЭУ}} = 87,2$  кВт·ч/т (на 27,2 %);

Использование постадийного процесса диспергирования материалов с реализацией объемно-сдвигового деформирования частиц в пресс-валковом измельчителе позволяет не только рационально организовать технологический процесс измельчения (сократить время помола при замене длительного ударного воздействия мелющей загрузки в первой камере БШМ на высокоскоростное силовое воздействие в течение 30...40 с в ПВИ); снизить металлоемкость помольного оборудования – использовать двухкамерный вариант БШМ вместо трехкамерного; интенсифицировать процесс измельчения в БШМ за счет использования внутримельничных энергообменных устройств, а также снизить энергозатраты при тонком помоле предварительно измельченных частиц с микродефектной структурой.

Рассмотренная помольная система «ПВИ – БШМ с ВЭУ» снижает на 30 – 40 % удельный расход энергии и повышает на 20 – 30 % производительность технологического комплекса, что является существенным фактором при механоактивации природных и техногенных материалов с различными физико-механическими характеристиками для развития инновационных технологий.

#### *Список литературы*

1. Евтушенко, Е. И. Активационные процессы в технологии строительных материалов : монография / Е. И. Евтушенко. – Белгород : Изд-во БГТУ им. В. Г. Шухова, 2003. – 209 с.
2. Промтов, М. А. Методы расчета характеристик роторного импульсного аппарата: монография / М. А. Промтов, А. Ю. Степанов, А. В. Алешин. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2015. – 148 с.
3. Ханин, С. И. Закономерности процесса движения мелющих тел в корпусе шаровой барабанной мельнице: монография / С. И. Ханин, Д. Н. Старченко. – Белгород : Изд-во БГТУ им. В. Г. Шухова, 2013. – 209 с.
4. Сиваченко, Л. А. Технологические аппараты адаптивного действия : монография / Л. А. Сиваченко [и др.]. – Минск : Белорусский гос. ун-т, 2008. – 375 с.

5. Кузьмина, В. П. Механохимическая активация полупродуктов для сухих строительных смесей / В. П. Кузьмина // Современные технологии строительной химии : сб. докладов. – Киев, 2005. – С. 84 – 88.

6. Техника и технология предизмельчения материалов для производства нанокomпозитов / В. С. Севостьянов [и др.] // Нанотехнологии производству : сб. тр. Междунар. науч.-практ. конф. – 2007. – № 1. – С. 165 – 171.

7. Наназашвили, И. Х. Улучшение эксплуатационных свойств элементов благоустройства и малых архитектурных форм при применении портландцементов / И. Х. Наназашвили, Д. А. Мемков, В. С. Чижик // Цемент. – 2003. – № 5. – С. 44 – 45.

8. Степанова, Е. Ю. Прорывные технологии нового поколения формообразования пространственно-сложных поверхностей наукоемких изделий / Е. Ю. Степанова, Г. В. Барсуков, Ю. С. Степанов // Известия Тульского гос. ун-та. Технические науки. – 2016. – № 8-2. – С. 243 – 249.

9. Севостьянов, М. В. Ресурсосберегающее оборудование для комплексной переработки техногенных материалов / М. В. Севостьянов // Вестник БГТУ им. В. Г. Шухова. – 2016. – № 4. – С. 140 – 145.

10. Пироцкий, В. З. Цементные мельницы: технологическая оптимизация / В. З. Пироцкий. – СПб. : Изд-во ЦПО «Информатизация образования», 1999. – 145 с.

11. Шаталов, А. В. Технологические комплексы для измельчения кремнеземистых материалов : монография / А. В. Шаталов, С. А. Михайличенко. – Белгород : Изд-во БГТУ им. В. Г. Шухова, 2016. – 135 с.

---

## Theory and Practice of Mechanical Activation of Materials with Volume-Shear Deformation of Particles

M. V. Sevostyanov<sup>1</sup>, V. A. Poluektova<sup>2</sup>, V. S. Sevostyanov<sup>1</sup>,  
A. V. Shatalov<sup>1</sup>, V. V. Sirota<sup>3</sup>

*Department of Technological Complexes, Machines and Mechanisms (1);  
Theoretical and Applied Chemistry (2); Center for High Technologies (3),  
V. G. Shukhov Belgorod State Technological University,  
Belgorod, Russia; tkmm\_bstu@mail.ru*

**Keywords:** centrifugal grinding aggregates; mechanical activation; volume shear deformation of particles; press roller shredders; energy-exchanging devices for ball mills.

**Abstract:** The paper presents the results of theoretical and experimental studies of the process of energy-saving and design and process improvement of equipment during the implementation of the mechanical activation of silica materials. Patent-protected designs of grinding aggregates, which implement stepwise grinding of materials with volume-shear deformation of particles, are developed. The results of the pilot industrial development of scientific and technical solutions in real production conditions are presented.

### References

1. Yevtushenko Ye.I. *Aktivatsionnyye protsessy v tekhnologii stroitel'nykh materialov* [Activation Processes in Building Materials Technology], Belgorod: BGTU im. V. G. Shukhova, 2003, 209 p. (In Russ.)

2. Promtov M.A., Stepanov A.Yu., Alyoshin A.V. *Metody rascheta harakteristik rotornogo impul'snogo apparata* [Methods of Calculation of Characteristics of the Rotor Pulse Device], Tambov: TGTU, 2015, 148 p. (In Russ.)
3. Khanin S.I., Starchenko D.N. *Zakonomernosti protsessy dvizheniya melyushchikh tel v korpusse sharovoy barabannoy mel'nitse* [Regularities of the Process of Motion of Grinding Bodies in the Body of a Ball Drum Mill], Belgorod: BGTU im. V. G. Shukhova, 2013, 209 p. (In Russ.)
4. Sivachenko L.A., Shulyak V.A., Golushkova O.V., Kirkor M.A., Kutynko Ye.I., Bogatyrev M.G. *Tekhnologicheskiye apparaty adaptivnogo deystviya* [Technological Apparatus of Adaptive Action], Minsk: Belorusskiy gosudarstvennyy universitet, 2008, 375 p. (In Russ.)
5. Kuz'mina V.P. [Mechanochemical Activation of Intermediates for Dry Construction Mixtures], *Sovremennyye tekhnologii stroitel'noy khimii: sbornik dokladov* [Modern technologies of building chemistry: a collection of reports], Kiev, 2005, pp. 84-88. (In Russ.)
6. Sevost'yanov V.S., Strokova V.V., Ural'skii A.V., Perelygin D.N. [Technique and technology of pre-grinding of materials for the production of nanocomposites], *Nanotekhnologii proizvodstvu: sbornik trudov Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii* [Nanotechnology production: a collection of proceedings of the International Scientific and Practical Conference], 2007, no. 1, pp. 165-171. (In Russ.)
7. Nanazashvili I.Kh., Memkov D.A., Chizhik V.S. [Improving the operational properties of the elements of the blag-gostroystva and small architectural forms in the application of portland cements], *Tsement* [Cement], 2003, no. 5, pp. 44-45. (In Russ.)
8. Stepanova Ye. Yu., Barsukov G.V., Stepanov Yu.S. [Breakthrough technologies of a new generation of the formation of spatially complex surfaces of science-intensive products], *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskiye nauki* [Izvestiya Tula State University. Technical science], 2016, no. 8-2, pp. 243-249. (In Russ., abstract in Eng.)
9. Sevost'yanov M.V. [Resource-saving equipment for complex processing of man-made materials], *Transactions of the Belgorod State Technical University*, 2016, no. 4, pp. 140-145. (In Russ., abstract in Eng.)
10. Pirotskiy V.Z. *Tsementnyye mel'nitsy: tekhnologicheskaya optimizatsiya* [Cement mills: technological optimization], St. Petersburg: Izdatel'stvo TSPO «Informatizatsiya obrazovaniya», 1999, 145 p. (In Russ.)
11. Shatalov A.V., Mikhaylichenko S.A. *Tekhnologicheskiye komplekсы dlya izmel'cheniya kremnezemistykh materialov* [Technological complexes for grinding silica-fine materials], Belgorod: BGTU im. V. G. Shukhova, 2016, 135 p. (In Russ.)

---

## **Theorie und Praxis der mechanischen Aktivierung von Materialien bei Volumenscherdeformation von Partikeln**

**Zusammenfassung:** Die Ergebnisse theoretischer und experimenteller Untersuchungen des Energieeinsparungsprozesses und der konstruktiven und technologischen Verbesserung der Ausrüstung bei der Implementierung der mechanischen Aktivierung von Silizium-Materialien sind vorgestellt. Es sind patentgeschützte Konstruktionen von Schleifaggregaten entwickelt, die ein schrittweises Schleifen von Materialien mit Volumenscherdeformation von Partikeln durchführen. Die Ergebnisse der industriellen Pilotentwicklung wissenschaftlicher und technischer Entwicklungen in realen Produktionsbedingungen sind vorgestellt.

## **Théorie et pratique de la mécano-activation des matériaux lors de la déformation volumétrique des particules**

**Résumé:** Sont présentés les résultats des études théoriques et expérimentales du processus d'économie d'énergie et d'optimisation de la conception et de la technologie de l'équipement lors de la mise en œuvre de la mécanique des matériaux de silice. Sont élaborées les structures brevetées des unités de broyage réalisant le broyage post-étape des matériaux avec la déformation volumétrique des particules. Sont présentés les résultats de la réalisation scientifique et technique dans les conditions réelles de la production.

---

**Авторы:** *Севостьянов Максим Владимирович* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Технологические комплексы, машины и механизмы»; *Полужикова Валентина Анатольевна* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Теоретическая и прикладная химия»; *Севостьянов Владимир Семенович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Технологические комплексы, машины и механизмы»; *Шаталов Алексей Вячеславович* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Технологические комплексы, машины и механизмы»; *Сирота Вячеслав Викторович* – кандидат физико-математических наук, младший научный сотрудник Центра высоких технологий, ФГБОУ ВО «Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова», г. Белгород, Россия.

**Рецензент:** *Уваров Валерий Анатольевич* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Теплогазоснабжение и вентиляция», ФГБОУ ВО «Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова», г. Белгород, Россия.

## РАЗРАБОТКА КОМПОЗИЦИОННЫХ ПОГЛОТИТЕЛЕЙ ДЛЯ ПРОЦЕССА АДСОРБЦИОННОЙ ДЕСУЛЬФУРИЗАЦИИ НЕФТИ И ПРОДУКТОВ ЕЕ ПЕРЕРАБОТКИ

А. И. Леонтьева, К. В. Брянкин, А. В. Рухов, Н. Н. Балабаева

*Кафедра «Химия и химические технологии»,  
ФГБОУ ВО «ТГТУ»; nach\_umu@nnn.tstu.ru*

**Ключевые слова:** адсорбционная десульфуризация; активатор; катализатор; контактная масса; нефтепродукты; нефть, обессеривание; прямогонный бензин; селективность; сера; сернистые химические соединения.

**Аннотация:** Дано описание влияние серы и серосодержащих примесей на формирование качественных характеристик нефтепродуктов. Представлена краткая сравнительная характеристика различных способов десульфуризации нефти и нефтепродуктов. Предложен альтернативный метод обессеривания, в основе которого лежит процесс адсорбции, где в качестве сорбента используется многокомпонентная контактная масса. Предложены состав и структура многокомпонентной контактной массы: пористый носитель (получаемый путем формования и спекания трехкомпонентной смеси песка, земли и глины), катализатор (металлы никель, кобальт, медь, железо, вольфрам) и активатор (хлорид натрия). Представлены результаты экспериментальных исследований процесса десульфуризации адсорбционным способом в присутствии твердых катализаторов.

---

### Введение

Нефть представляет собой сложную углеводородную смесь с примесями азотистых, кислородных и сернистых соединений, а также незначительного количества (менее 1 %) металлов. При этом наиболее распространенными нефтяными примесями являются сера и серосодержащие соединения, присутствующие как в исходной сырой нефти, так и конечных нефтепродуктах. Количество подобных примесей регламентировано государственными стандартами [1].

Содержание в сырой нефти серы и ее производных колеблется в широком диапазоне и определяется месторождением нефти: например, нефть с бакинских месторождений содержит сотые доли процента этого химического элемента; нефть с уральских и поволжских месторождений может содержать до 6 %; нефть американского месторождения Пойнт – до 14 % серосодержащих примесей [2].

Сернистые химические соединения по нефтяным фракциям распределены неравномерно. Обычно их концентрация возрастает с увеличением значения температуры кипения. В отличие от прочих примесей, содержащихся, как правило, в тяжелых смолисто-асфальтовых остатках нефтепереработки, сера в заметных количествах содержится и в дистиллятных нефтяных фракциях.

Наличие серосодержащих примесей в моторных видах топлива крайне отрицательно влияет на их эксплуатационные качества и вызывает следующие негативные последствия:

- существенное ухудшение детонационной стойкости;
- увеличение смолообразования;
- ухудшение диспергируемости с присадками, повышающими октановое число;
- снижение уровня стабильности;
- повышение образования нагаров;
- увеличение скорости процесса коррозии, приводящей к износу двигателя;
- значительное уменьшение активности каталитических нейтрализаторов, увеличение скорости отравления катализаторов и, как следствие, сокращение сроков эксплуатации;
- увеличение уровня токсичности выхлопных газов.

Поскольку при очистке нефти и продуктов ее переработки образуется большое количество выделенной серы, встает вопрос о ее практическом применении. В настоящее время наиболее перспективно выглядят следующие области использования нефтяной серы [3]:

- строительная сфера (связующие компоненты строительных смесей и гидрофобизаторы);
- сельское и лесное хозяйство (акарициды и фунгициды);
- нефтяная промышленность (противоизносные и противозадирные присадки к маслам);
- химическая область (герметики, добавки к полимерным композитам, эмульсолы и т.п.)

Преимущественно сера и ее соединения в нефти-сырце и в нефтепродуктах присутствуют в следующих формах [4]: элементарная сера, сероводород, меркаптановые соединения, сульфиды, дисульфиды, тиофен и его гомологи, сернистые высокомолекулярные соединения, сложные соединения серы с азотом, кислородом и другими химическими элементами. Сернистые соединения в различных видах нефти могут превышать значение 10 %, хотя обычно данный показатель не превышает 6 %. Сернистые соединения и элементарная сера присутствуют в углеводородном сырье в растворенном состоянии. При этом доля меркаптановых соединений в общем количестве серы и ее производных составляет порядка 15 %. Меркаптаны в основном сосредоточены в бензиновых нефтяных фракциях. Также для бензиновых, керосиновых и лигроиновых дистиллятов характерно наличие сульфидов. Дисульфиды в основном концентрируются в керосиногазойлевых фракциях.

Все перечисленные сернистые соединения присутствуют в нефти-сырце, а в процессе термической переработки попадают в состав ароматических углеводородов гетероциклического строения.

Меркаптановые соединения относятся к одним из самых нежелательных примесей конечных нефтепродуктов, поскольку обладают высокой коррозионной активностью, вызывают смолообразование в бензинах, полученных методом крекинга, а также обладают крайне неприятным запахом. Согласно государственным стандартам содержание меркаптановых сернистых соединений в дизельных видах топлива не должно превышать значение 0,01, а в реактивных топливах – не больше 0,005 %. Такие соединения как сульфиды и дисульфиды можно отнести к нейтральным по своим химическим свойствам, поэтому их доля в общем объеме сернистых соединений, остающихся в бензиновых, керосиновых и дизельных видах моторного топлива, варьируется в диапазоне 50 – 80 %.

Самыми стабильными из всех химических соединений неуглеводородной группы, входящими в состав нефтепродуктов являются тиофены. В реактивном топливе их содержание может достигать 0,08 %, при этом никак не влияя на термическую стабильность данного топлива.

Удаление примесей из нефти позволяет существенно повысить ее качество. В то же время, производство серосодержащих продуктов может стать высокоприбыльным. Высокотехнологичные нефтепродукты пользуются большим спросом, они востребованы и успешно реализуются.

### Эксперимент, результаты и обсуждение

На практике обессеривание или десульфуризация проводится преимущественно методами разрушения или извлечения соединений серы и примесей органического происхождения [4]. При этом экстрактивный метод десульфуризации является наиболее распространенным для извлечения серосодержащих продуктов.

Экстрактивный метод – технологически достаточно сложный процесс. Чем «тяжелее» нефть, тем сложнее и дороже процесс каталитической гидроочистки. Удаление серы из сырой нефти происходит при введении катализаторов, адсорбентов или микроорганизмов. Процесс каталитической гидроочистки предполагает избирательный вывод сернистых соединений путем присоединения водорода к сере. Затем сероводород удаляется из очищенной нефти, улавливается и снова преобразуется в водород и серу.

Метод биологической очистки считается методом «мягкого» селективного обессеривания – биосульфуризации и предполагает удаление соединений серы без деструкции других компонентов нефти. Плесневые грибы *Stachybotrys* способны удалять до 76 % сернистых соединений.

Технологически приемлемым для промышленности считается метод очистки нефти с окислением сераорганических соединений гидропироксидами, который позволяет делать очистку от сернистых соединений, подлежащих последующей переработке.

В качестве альтернативы предлагается адсорбционный способ десульфуризации нефти и ее продуктов, где в качестве сорбентов фильтра используется многокомпонентная контактная масса в виде гранул с эквивалентным диаметром 3...5 мм [5]. Контактная масса состоит из пористого носителя, активного вещества и его активатора.

Носитель предлагается изготавливать путем формования и спекания трехкомпонентной смеси песка, земли и глины (в равном объемном соотношении) при температуре 1000 °С. Структура (рис. 1) и свойства применяемых компонентов позволяют создать гранулы, обладающие следующими характеристиками:

- предохранение активного вещества (катализатора) от рекристаллизации;
- хорошо развитая активная поверхность и высокое значение селективности действия катализатора;
- достаточно высокая огнеупорность и термостойкость;
- механическая прочность;
- оптимальный радиус пор.

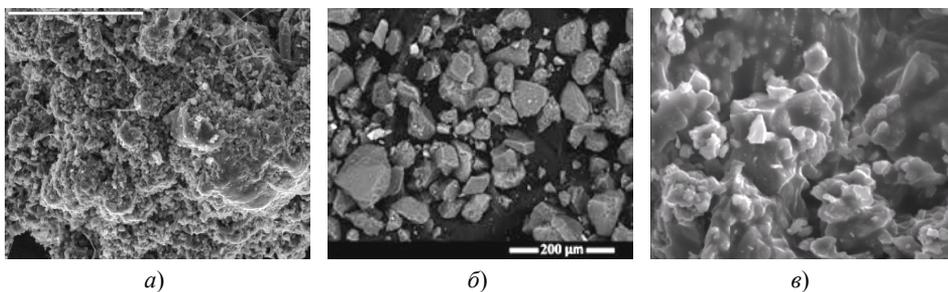


Рис. 1. Изображение под микроскопом образцов:

*а* – земли; *б* – песка; *в* – глины

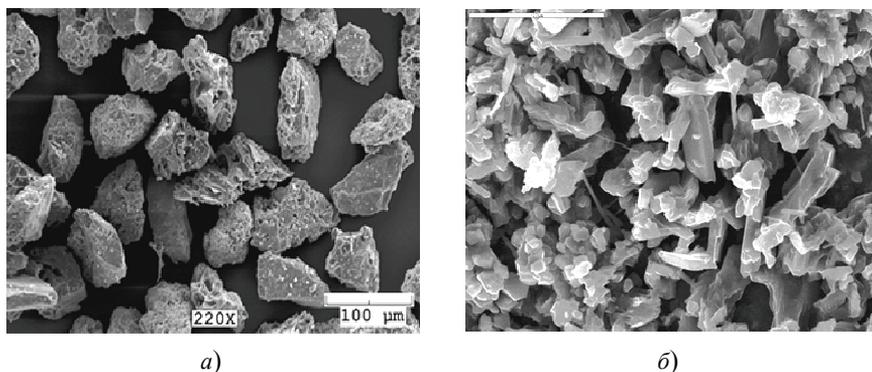


Рис. 2. Изображение под микроскопом частиц металлов (а) и поверхности гранул контактной массы (б)

Обнаружено, что активными элементами для реализации процесса сорбции серосодержащих компонентов нефтепродуктов являются следующие металлы: никель, кобальт, медь, железо, вольфрам [6].

В качестве источников металлов применялись коллоидные растворы, содержащие коллоидные частицы, включающие металл в следующем соотношении, %: никель Ni – до 16,5, кобальт Co – до 10,2, медь Cu – до 7,6, железо Fe – до 13,2, вольфрам W – до 4,6. При этом металлы находились в наноструктурированном виде (рис. 2, а).

Активатором активных металлов служил хлорид натрия. Пористую основу носителя пропитывали раствором, содержащим активные компоненты катализатора и активатора. Формирование контактной массы осуществлялось путем многократного повторения цикла «пропитка – сушка». На финишном этапе контактная масса подвергалась прокаливанию при температуре 500 °С в течение 50 мин. В результате получены гранулы с развитой поверхностью игольчатой формы (рис. 2, б).

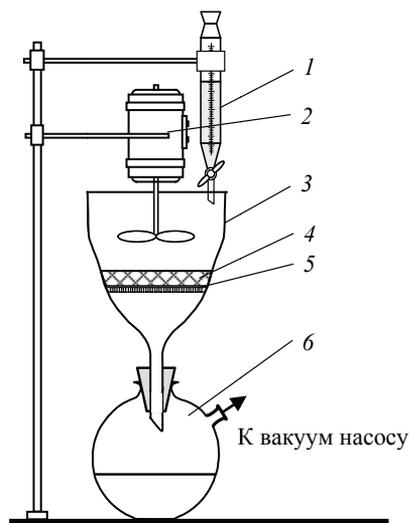


Рис. 3. Схема экспериментальной установки для исследования процесса десульфуризации адсорбционным способом в присутствии твердых катализаторов

Апробация разработанного способа десульфуризации была осуществлена в лабораторных условиях и использованием экспериментальной установки, представленной на рис. 3.

Процесс десульфуризации осуществлялся следующим образом. Предварительно подготовленную контактную массу помещали в фильтровальную воронку ВФ-1 2108 З для формирования на фильтровальной перегородке 5 слоя 4 толщиной 30 мм. Через дозатор 1 вводили 200 мл сырой нефти, включали привод лабораторной пропеллерной мешалки 2 и при 60 об/мин осуществляли перемешивание жидкой фазы над слоем катализатора. Для увеличения движущей силы процесса фильтрования через слой катализатора в колбе Бунзена 6 создавали разрежение. Процесс вели до тех пор, пока вся загруженная нефть не окажется в колбе Бунзена. Качественный анализ полученных проб очищенной нефти проводился в лаборатории ООО «Тамбов-Терминал», г. Тамбов.

## Выводы

Анализ полученных результатов по экспериментальному исследованию процесса десульфуризации адсорбционным способом в присутствии твердых катализаторов позволяет сделать следующие выводы:

1) подтверждена эффективность способа удаления серы и серосодержащих примесей из нефти при использовании в качестве сорбентов многокомпонентной контактной массы (удаляется до 67 % примесей);

2) предложены состав и структура многокомпонентной контактной массы: пористый носитель (получаемый путем формования и спекания трехкомпонентной смеси песка, земли и глины), катализатор (металлы никель, кобальт, медь, железо, вольфрам) и активатор (хлорид натрия);

3) подтверждена высокая селективность сорбента в отношении серы и серосодержащих примесей;

4) полученная контактная масса в форме гранул шарообразной формы с эквивалентным диаметром 3...5 мм характеризуется развитой активной поверхностью, термостойкостью и механической прочностью;

5) слой из контактной массы создает незначительное гидравлическое сопротивление при его прохождении нефтью.

### Список литературы

1. Харлампиди, Х. Э. Сероорганические соединения нефти, методы очистки и модификации / Х. Э. Харлампиди // Соровский образовательный журнал. Химия. – 2000. – Т. 6, № 7. – С. 42 – 46.

2. Солодова, Н. Л. Гидроочистка топлив: учеб. пособие / Н. Л. Солодова, Н. А. Терентьева. – Казань : Изд-во Казанского гос. технол. ун-та, 2008. – 103 с.

3. Эллис, К. В. Химия углеводородов нефти и их производственных: учеб. пособие: в 2-х ч. – Ч. 2 / К. В. Эллис. – М. : ОНТИ, 1937. – 250 с.

4. Большаков, Г.Ф. Восстановление и контроль качества нефтепродуктов / Г. Ф. Большаков. – 2-е изд., перераб. и доп. – Л. : Недра, 1982. – 350 с.

5. Балобаева, Н. Н. Исследование влияния термической обработки обводненной прямогонной бензиновой фракции в присутствии цеолитов на снижение содержания воды в бензине / Н. Н. Балобаева, А. И. Леонтьева, М. Ю. Субочева // Природные и интеллектуальные ресурсы Сибири. Сибресурс 2016 : сб. материалов XVI междунар. науч.-практ. конф., 23 – 24 ноября 2016 г., Кемерово. – Кемерово, 2016. – С. 114.

6. Леонтьева, А. И. Исследование свойств и активности катализаторов в наноструктурированной форме и технологические особенности их применения в процессе атмосферно-вакуумной перегонки нефти / А. И. Леонтьева, В. С. Орехов, Н. Н. Балобаева // Технологии нефти и газа. – 2016. – № 5 (106). – С. 3 – 6.

---

## Development of Composite Absorbers for the Process of Adsorption Desulfurization of Oil and its Refining Products

A. I. Leontyeva, K. V. Bryankin, A. V. Rukhov, N. N. Balabayeva

*Department of Chemistry and Chemical Technologies,  
TSTU, Tambov, Russia; nach\_umu@nnn.tstu.ru*

**Keywords:** adsorption desulfurization; activator; catalyst; contact mass; petroleum products; oil desulfurization; straight-run gasoline; selectivity; sulfur; sulfur chemical compounds.

**Abstract:** The effect of sulfur and sulfur-containing impurities on the formation of the qualitative characteristics of petroleum products is described. A brief comparative description of various methods for desulphurisation of petroleum and petroleum products is given. An alternative method of desulfurization is proposed; it is based on the adsorption process, where a multi-component contact mass is used as sorbents. The composition and structure of a multicomponent contact mass are proposed: a porous carrier (obtained by molding and sintering a three-component mixture of sand, earth and clay), a catalyst (metals nickel, cobalt, copper, iron, tungsten) and an activator (sodium chloride). The results of experimental studies of the desulfurization process by the adsorption method in the presence of solid catalysts are presented. The proposed method of desulphurization makes it possible to remove from oil and oil products up to 67% of sulfur and sulfur-containing impurities.

### References

1. Kharlampidi Kh.E. [Organo-sulfur compounds of petroleum, methods of purification and modification], *Sorovskiy obrazovatel'nyy zhurnal. Khimiya* [Sorovskiy Educational Journal. Chemistry], 2000, vol. 6, no. 7, pp. 42-46. (In Russ.)
2. Solodova N.L., Terent'yeva N.A. *Gidroochistka topliv* [Hydrofining of Fuels], Kazan': Izdatel'stvo Kazanskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo universiteta, 2008, 103 p. (In Russ.)
3. Elilis K.V. *Khimiya uglevodorodov nefii i ikh proizvodstvennykh* [Chemistry of Petroleum Hydrocarbons and Their Production], Moscow: ONTI, 1937, 250 p. (In Russ.)
4. Bol'shakov G.F. *Vosstanovleniye i kontrol' kachestva nefteproduktov* [Recovery and quality control of petroleum products], Leningrad: Nedra, 1982, 350 p. (In Russ.)
5. Balobayeva N.N., Leont'yeva A.I., Subocheva M.Yu. *Prirodnyye i intellektual'nyye resursy Sibiri. Sibresurs 2016: sbornik materialov XVI mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii* [Natural and Intellectual Resources of Siberia. Sibresurs 2016: a Collection of Materials of the XVI International Scientific and Practical Conference], 23 – 24 November 2016, Kemerovo, Kemerovo, 2016, p. 114. (In Russ.)
6. Leont'yeva A.I., Orekhov V.S., Balobayeva N.N. [Study of the Properties and Activity of Catalysts in a Nanostructured Form and the Technological Features of their Application in the Process of Atmospheric Vacuum Distillation of Oil], *Tekhnologii nefii i gaza* [Technologies of Oil and Gas], 2016, no. 5 (106), pp. 3-6 (In Russ., abstract in Eng.)

---

## Entwicklung von Verbundabsorbentien für den Prozess der Adsorptionsentschwefelung von Öl und seinen Raffinationsprodukten

**Zusammenfassung:** Es sind die Auswirkungen von Schwefel und schwefelhaltigen Verunreinigungen auf die Bildung der qualitativen Eigenschaften von Erdölprodukten beschrieben. Eine kurze vergleichende Charakteristik verschiedener Verfahren zur Entschwefelung von Erdöl und Erdölprodukten ist gegeben. Es ist ein alternatives Entschwefelungsverfahren vorgeschlagen, das auf dem Adsorptionsverfahren basiert, bei dem eine Mehrkomponenten-Kontaktmasse als Adsorptionsmittel verwendet wird. Es sind die Zusammensetzung und Struktur einer Mehrkomponenten-Kontaktmasse vorgeschlagen: ein poröser Träger (der durch Formen

und Sintern einer Dreikomponentenmischung aus Sand, Erde und Ton erhalten wird), ein Katalysator (Metalle Nickel, Kobalt, Kupfer, Eisen, Wolfram) und ein Aktivator (Natriumchlorid). Die Ergebnisse experimenteller Untersuchungen des Entschwefelungsverfahrens nach dem Adsorptionsverfahren in Gegenwart fester Katalysatoren sind vorgestellt. Das vorgeschlagene Entschwefelungsverfahren ermöglicht die Entfernung aus Öl und Ölprodukten bis zu 67 % Schwefel und schwefelhaltigen Verunreinigungen.

---

### **Développement d'absorbants composites pour le processus d'adsorption du pétrole de désulfuration et des produits de son traitement**

**Resume:** Est décrit l'effet du soufre et des impuretés contenant du soufre sur la formation des caractéristiques qualitatives des produits pétroliers. Est donnée une brève description comparative de différentes méthodes de la désulfuration du pétrole et des produits pétroliers. Est proposée une méthode alternative de la désulfuration basée sur le processus de l'adsorption, où la masse de contact multicomposante est utilisée comme sorbant. Sont proposées la composition et la structure de la masse de contact des multicomposants: un support poreux (obtenu par moulage et spécification d'un mélange à trois composants – sable, terre et argile), un catalyseur (métaux – nickel, cobalt, cuivre, fer, tungstène) et un activateur (chlorure de sodium). Sont présentés les résultats des études expérimentales du processus de la désulfuration par la méthode de l'adsorption en présence des catalyseurs solides. La méthode proposée de désulfuration permet de retirer du pétrole et des produits pétroliers jusqu'à 67 % du soufre et des impuretés contenant du soufre.

---

**Авторы:** *Леонтьева Альбина Ивановна* – доктор технических наук, профессор кафедры «Химия и химические технологии»; *Брянкин Константин Вячеславович* – доктор технических наук, профессор, доцент кафедры «Химия и химические технологии»; *Рухов Артём Викторович* – доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Химия и химические технологии»; *Балабаева Нина Николаевна* – аспирант кафедры «Химия и химические технологии», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

**Рецензент:** *Промтов Максим Александрович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Технологические процессы, аппараты и техносферная безопасность», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

**АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИЙ В ТОЧКАХ ЛЕБЕГА  
СРЕДНИМИ РЯДОВ ФУРЬЕ**

**А. Д. Нахман**

*Кафедра «Техническая механика и детали машин»,  
ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия;  
alexmb@mail.ru*

**Ключевые слова:** квазивыпуклые методы суммирования; обобщенные точки Лебега; оценки уклонений.

**Аннотация:** Рассмотрен однопараметрический класс обобщенных точек Лебега. Для каждой суммируемой  $2\pi$ -периодической функции эти точки расположены почти всюду. Введены средние рядов Фурье, порождаемые линейными полунепрерывными методами суммирования. В случае квазивыпуклых суммирующих последовательностей установлена сходимость средних в каждой обобщенной точке Лебега. Предложены оценки уклонений средних от порождающей их функции. Получены приложения к экспоненциальным методам суммирования. В качестве следствий доказана суммируемость почти всюду рядов Фурье методами Чезаро и Пуассона–Абеля. Указаны мультипликаторы сходимости. Предложены направления распространения результатов на случай кратных рядов Фурье.

---

**1. Постановка задачи**

Пусть  $L(Q)$  – класс произвольных  $2\pi$ -периодических суммируемых на  $[-\pi, \pi]$  функций  $f(x)$ ,

$$c_k(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \exp(-ikt) dt, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.1)$$

– коэффициенты Фурье любой такой функции  $f$  и

$$s[f, x] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k(f) \exp(ikx) \quad (1.2)$$

– ее ряд Фурье.

В различных вопросах анализа возникает задача об исследовании поведения при  $h \rightarrow +0$  семейств линейных средних ряда (1.2)

$$U_h(f) = U(f, x; \lambda, h) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \lambda_{|k|}(h) c_k(f) \exp(ikx), \quad (1.3)$$

где

$$\Lambda = \{\lambda_k(h); h > 0, k = 0, 1, \dots; \lambda_0(h) = 1\} - \quad (1.4)$$

бесконечная, вообще говоря, произвольная последовательность, определяемая значениями параметра  $h > 0$ . В случае когда  $h$  – дискретный параметр, близкие задачи (а именно, суммируемость рядов Фурье в точках Лебега и равномерно на промежутке непрерывности функции  $f$ ) изучали авторы работ [1 – 3] и др.

В работах [4, 5] установлены максимальные оценки средних (1.4) и суммируемость ряда (1.2) квазивыпуклыми методами (1.4) в точках Лебега произвольной  $f \in L(Q)$ . В настоящей статье изучается суммируемость ряда (1.2) в точках, введенных в работе [6], и обладающих рядом интересных свойств. Получены также оценки уклонения средних от порождающей их функции  $f \in L(Q)$ .

## 2. Квазивыпуклые методы суммирования

Последовательность (1.4) называется выпуклой (вогнутой), если  $\Delta_k^2 = \Delta^2 \lambda_k(h) > 0$  ( $\Delta_k^2 < 0$ ), где  $\Delta_k^2 = \Delta_k - \Delta_{k+1}$ ,  $\Delta_k = \Delta \lambda_k = \lambda_k(h) - \lambda_{k+1}(h)$ ,  $k = 0, 1, \dots$

Последовательность (1.4) кусочно-выпукла, если  $\Delta_k^2$  меняет свой знак конечное число раз,  $k = 0, 1, \dots$

Как показано в [4], выпуклые (вогнутые) и кусочно-выпуклые последовательности являются частными случаями последовательностей квазивыпуклых, то есть таких, для которых сумма

$$\sum(h, \lambda) = \max_k |\lambda_k(h)| + \sum_{k=0}^{\infty} (k+1) |\Delta^2 \lambda_k(h)| \quad (2.1)$$

равномерно по  $h$  ограничена.

**Лемма 2.1.** При всех  $N = 0, 1, \dots$  имеют место следующие соотношения [7]:

$$\sum_{k=0}^N |\Delta \lambda_k(h)| \leq \max_{k=0, 1, \dots} |\lambda_k(h)| + \sum_{k=0}^N (k+1) |\Delta^2 \lambda_k(h)|; \quad (2.2)$$

$$\lambda_N(h) = \sum_{s=N}^{\infty} \Delta \lambda_s(h); \quad (2.3)$$

$$(N+1) |\Delta \lambda_N(h)| \leq \sum_{k=N}^{\infty} (k+1) |\Delta^2 \lambda_k(h)|. \quad (2.4)$$

В частности, из (2.2) и условия квазивыпуклости следует, что ряд

$$\sum_{k=0}^{\infty} |\Delta \lambda_k(h)|$$

сходится при всех  $h > 0$ , так что, согласно (2.3),

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \lambda_N(h) = 0 \quad (h > 0).$$

### 3. Точки Лебега

«Классические» точки Лебега функции определяются как точки  $x$ , в каждой из которых имеет место соотношение

$$\int_{-\eta}^{\eta} |f(x+t) - f(x)| dt = o(\eta), \quad \eta \rightarrow +0.$$

Очевидно, что всякая точка  $x$  непрерывности функции  $f(x)$  является ее точкой Лебега. Заметим, что точки Лебега функций  $f \in L(Q)$  расположены почти всюду [8, т. 1, с. 111]. Как известно, в каждой из них ряд Фурье (1.2) суммируем методами Чезаро, Пуассона–Абеля и др. Если указанные факты положить в основу определения обобщенных точек Лебега, то (как станет ясно из дальнейшего рассмотрения), имеет смысл рассматривать точки, в которых «усредненное уклонение» функции

$$R_k(f, x; \eta, \gamma) = \sup_{j=0,1,\dots; j < \log_2(2\pi k)} \frac{k}{2^j \eta_\gamma(j)} \int_{-2^j/k}^{2^j/k} |f(x+t) - f(x)| dt, \quad k=1,2,\dots \quad (3.1)$$

бесконечно мало, если  $k \rightarrow \infty$ , а выбор семейства функций  $\eta_\gamma$  осуществлен некоторым специальным образом, например  $\eta_\gamma(j) = 2^{\gamma j}$ ,  $\gamma > 0$  [6].

Работа [6] относится к случаю функций нескольких переменных. Для функций одной переменной обобщением одного из основных результатов [6] является следующее утверждение.

**Лемма 3.1.** Пусть  $\{\eta_\gamma\}$  – семейство положительных функций  $\eta_\gamma = \eta_\gamma(\tau)$ , определяемых значениями параметра  $\gamma > 0$  и возрастающих по аргументам  $\tau \geq 0$  и  $\gamma$ . Пусть при этом  $\eta_\gamma(0) = 1$  и ряд

$$\sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{\eta_\gamma(j)} \quad (3.2)$$

сходится. Тогда соотношение

$$\lim_{k \rightarrow \infty} R_k(f, x; \eta, \gamma) = 0 \quad (3.3)$$

имеет место почти всюду в  $Q$  для всякой  $f \in L(Q)$ .

Доказательство аналогично [6], поскольку оно опирается на свойства возрастания функции  $\eta_\gamma(\tau) = 2^{\gamma\tau}$  ( $\tau > 0$ ) по переменной  $\gamma$  и сходимости ряда вида (3.2), но эти же свойства постулируются в общем случае функций  $\eta_\gamma = \eta_\gamma(\tau)$ .

### 4. Оценки интегралов, содержащих ядра Дирихле и Фейера

Введем в рассмотрение так называемые ядра Дирихле и Фейера [8, т. 1, с. 86, 148]

$$D_k(t) = \frac{1}{2} + \sum_{v=1}^k \cos vt = \frac{\sin(k + \frac{1}{2})t}{2 \sin \frac{1}{2}t}, \quad F_k(t) = \frac{1}{k+1} \sum_{v=0}^k D_k(t) = \frac{\sin^2 \frac{k+1}{2}t}{2(k+1) \sin^2 \frac{1}{2}t} \quad (4.1)$$

соответственно; полагаем  $D_{-1}(t) = F_{-1}(t) \equiv 0$ .

**Лемма 4.1.** Для любой функции  $\eta_\gamma$ , удовлетворяющей условиям леммы 3.1, имеет место оценка

$$\int_{-\pi}^{\pi} |f(x+t) - f(x)| |D_k(t)| dt \leq C \eta_\gamma(\log_2 2\pi(k+1)) \log_2 2\pi(k+1) \times \\ \times R_{k+1}(f, x; \eta, \gamma), \quad k = 0, 1, \dots \quad (4.2)$$

При дополнительном условии сходимости ряда

$$\sum_{j=0}^{\infty} \frac{\eta_\gamma(j)}{2^j} \quad (4.3)$$

справедливо также соотношение

$$\int_{-\pi}^{\pi} |f(x+t) - f(x)| F_k(t) dt \leq C \left( \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\eta_\gamma(j)}{2^j} \right) R_{k+1}(f, x; \eta, \gamma), \quad k = 0, 1, \dots \quad (4.4)$$

Здесь и в дальнейшем через  $C$  обозначены постоянные, вообще говоря, различные и зависящие только от явно указанных индексов.

*Доказательство.* Воспользуемся неравенствами, очевидным образом вытекающими из (4.1):

$$|D_k(t)| + F_k(t) \leq C(k+1), \quad k = 0, 1, \dots; \quad (4.5)$$

$$|D_k(t)| \leq C \frac{1}{|t|}, \quad 0 < |t| \leq \pi, \quad k = 0, 1, \dots; \quad (4.6)$$

$$F_k(t) \leq C \frac{1}{(k+1)t^2}, \quad 0 < |t| \leq \pi, \quad k = 0, 1, \dots, \quad (4.7)$$

и при каждом  $k = 0, 1, \dots$  выберем натуральное  $S$  такое, что  $\frac{2^{S-1}}{k+1} \leq \pi < \frac{2^S}{k+1}$

Установим (4.2). Согласно (4.5), (4.6) и (3.1), будем иметь

$$\int_{-\pi}^{\pi} |f(x+t) - f(x)| |D_k(t)| dt \leq \\ \leq C \left( (k+1) \int_{|t| \leq \frac{1}{k+1}} |f(x+t) - f(x)| dt + \sum_{j=1}^S \frac{k+1}{2^{j-1}} \int_{\frac{2^{j-1}}{k+1} \leq |t| \leq \frac{2^j}{k+1}} |f(x+t) - f(x)| dt \right) \leq \\ \leq C \left( \eta_\gamma(0) \frac{k+1}{2^0 \eta_\gamma(0)} \int_{|t| \leq \frac{2^0}{k+1}} |f(x+t) - f(x)| dt + \sum_{j=1}^S \eta_\gamma(j) \frac{k+1}{\eta_\gamma(j) 2^j} \int_{|t| \leq \frac{2^j}{k+1}} |f(x+t) - f(x)| dt \right) \leq \\ \leq C (\eta_\gamma(0) + S \eta_\gamma(S)) \sup_{j=0, 1, \dots; j < \log_2(2\pi(k+1))} \frac{k+1}{2^j \eta_\gamma(j)} \int_{-2^j/(k+1)}^{2^j/(k+1)} |f(x+t) - f(x)| dt \leq \\ \leq C \eta_\gamma(\log_2 2\pi(k+1)) \log_2 2\pi(k+1) R_{k+1}(f, x; \eta, \gamma).$$

Оценка (4.2) доказана.

Докажем (4.4). В силу (4.5) и (4.7) получаем

$$\begin{aligned} & \int_{-\pi}^{\pi} |f(x+t) - f(x)| F_k(t) dt \leq \\ & \leq C \left( (k+1) \int_{|t| \leq \frac{1}{k+1}} |f(x+t) - f(x)| dt + \sum_{j=1}^S \frac{k+1}{(2^{j-1})^2} \int_{\frac{2^{j-1}}{k+1} \leq |t| \leq \frac{2^j}{k+1}} |f(x+t) - f(x)| dt \right) \leq \\ & \leq C \left( \eta_{\gamma}(0) \frac{k+1}{2^0 \eta_{\gamma}(0)} \int_{|t| \leq \frac{2^0}{k+1}} |f(x+t) - f(x)| dt + \sum_{j=1}^S \frac{\eta_{\gamma}(j)}{2^j} \left( \frac{k+1}{\eta_{\gamma}(j) 2^j} \int_{|t| \leq \frac{2^j}{k+1}} |f(x+t) - f(x)| dt \right) \right) \leq \\ & \leq C \left( \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\eta_{\gamma}(j)}{2^j} \right) R_{k+1}(f, x; \eta, \gamma). \end{aligned}$$

Лемма доказана.

В качестве примеров функций  $\eta_{\gamma}$ , удовлетворяющих условиям сходимости рядов (3.2), (4.3), укажем следующие:

$$\eta_{\gamma}(\tau) = 2^{\gamma\tau}, \quad \tau \geq 0, \quad 0 < \gamma < 1; \quad (4.8)$$

$$\eta_{\gamma}(\tau) = (\tau+1)^{\gamma+1}, \quad \tau \geq 0, \quad \gamma > 0; \quad (4.9)$$

$$\eta_{\gamma}(\tau) = (\tau+2) \log_2^{\gamma+1}(\tau+2), \quad \tau \geq 0, \quad \gamma > 0. \quad (4.10)$$

## 5. Оценки уклонения

**Лемма 5.1.** Пусть семейство функций  $\eta_{\gamma} = \eta_{\gamma}(j)$ ,  $\gamma > 0$ , таково, что ряды (3.2) и (4.3) являются сходящимися. Тогда при всех  $h > 0$  в каждой точке  $x$  имеет место оценка

$$\begin{aligned} & \left| \sum_{k=-N}^N \lambda_{|k|}(h) c_k(f) \exp(ikx) - f(x) \right| \leq C_{\eta, \gamma} (|\lambda_N(h)| \times \\ & \times \eta_{\gamma}(\log_2 2\pi(N+1)) \log_2 2\pi(N+1) R_{N+1}(f, x; \eta, \gamma) + \\ & + N |\Delta \lambda_N(h)| R_N(f, x; \eta, \gamma) + \sum_{k=0}^{N-2} (k+1) |\Delta^2 \lambda(h)| R_{k+1}(f, x; \eta, \gamma), \quad N = 0, 1, \dots \end{aligned} \quad (5.1)$$

*Доказательство.* Используя интегральную форму комплексных коэффициентов Фурье (1.1), получим с помощью преобразования Абеля [8, т. 1, с. 15]

$$\begin{aligned} & \sum_{k=-N}^N \lambda_{|k|}(h) c_k(f) \exp(ikx) - f(x) = \\ & = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (f(t) - f(x)) \left( \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^N \lambda_k(h) \cos k(x-t) \right) dt = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (f(x+t) - f(x)) \left( \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^N \lambda_k(h) \cos kt \right) dt = \\
&= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (f(x+t) - f(x)) \left( \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^N \lambda_k(h) (D_k(t) - D_{k-1}(t)) \right) dt = \\
&= \frac{1}{\pi} \lambda_N(h) \int_{-\pi}^{\pi} (f(x+t) - f(x)) D_N(t) dt + \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (f(x+t) - f(x)) \times \\
&\quad \times \sum_{k=0}^{N-1} \Delta \lambda_k(h) D_k(t) dt.
\end{aligned}$$

Применив очевидное соотношение

$$D_k(t) = (k+1)F_k(t) - kF_{k-1}(t), \quad k = 0, 1, \dots$$

и (повторно) преобразование Абеля, получаем

$$\begin{aligned}
&\sum_{k=-N}^N \lambda_{|k|}(h) c_k(f) \exp(ikx) - f(x) = \\
&= \frac{1}{\pi} \lambda_N(h) \int_{-\pi}^{\pi} (f(x+t) - f(x)) D_N(t) dt + \frac{1}{\pi} N \Delta \lambda_N(h) \int_{-\pi}^{\pi} (f(x+t) - f(x)) \times \\
&\quad \times F_{N-1}(t) dt + \frac{1}{\pi} \sum_{k=0}^{N-2} (k+1) \Delta^2 \lambda_k(h) \int_{-\pi}^{\pi} (f(x+t) - f(x)) F_k(t) dt. \quad (5.2)
\end{aligned}$$

Из равенства (5.2), в силу оценок (4.2) и (4.4), будет следовать утверждение (5.1), и лемма доказана.

**Теорема 5.1.** Пусть семейство функций  $\eta_\gamma = \eta_\gamma(\tau)$ ,  $\gamma > 0$ , таково, что ряды (3.2) и (4.3) являются сходящимися. Пусть также последовательность (1.4) квазивыпукла,  $h > 0$  и

$$\sup_{N=0,1,\dots} \{ |\lambda_N(h)| \eta_\gamma(\log_2 2\pi(N+1)) \log_2 2\pi(N+1) \} < \infty. \quad (5.3)$$

Тогда ряд (1.3) сходится при всех  $h > 0$  в каждой точке  $x$ , в которой имеет место соотношение (3.3), и при этом справедлива оценка

$$\left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} \lambda_{|k|}(h) c_k(f) \exp(ikx) - f(x) \right| \leq C_{\eta,\gamma} \sum_{k=0}^{\infty} (k+1) |\Delta^2 \lambda_k(h)| R_{k+1}(f, x; \eta, \gamma). \quad (5.4)$$

**Замечание.** Сумма ряда в правой части (5.4) конечна в каждой точке  $x$ , в которой справедливо (3.3). Действительно, в силу (3.3), последовательность  $\{R_k(f, x; \eta, \gamma)\}$  равномерно (по  $k$ ) ограничена, и остается (см. (2.1)) воспользоваться квазивыпуклостью (1.4).

*Доказательство.* Установим сходимость ряда (1.3) в вышеуказанных точках  $x$ . Рассмотрим представление (5.2). Первое слагаемое в его правой части стремится

к нулю при  $N \rightarrow \infty$  в силу (4.2), (5.3) и (3.3). То же самое, согласно (3.3), верно и для второго слагаемого. Действительно, имеет место неравенство (4.4), а множители  $(N+1)|\Delta\lambda_N(h)|$  будут равномерно (по  $N$ ) ограниченными, если принять во внимание оценку (2.4) и квазивыпуклость (1.4). Наконец, абсолютная сходимость ряда

$$\sum_{k=0}^{\infty} (k+1)\Delta^2\lambda_k(h) \int_{-\pi}^{\pi} (f(x+t) - f(x)) F_k(t) dt,$$

порождаемого третьим слагаемым в правой части (5.2), очевидна в силу (4.4) и (3.3).

Теперь оценка (5.4) – прямое следствие представления (5.2) из только что проведенных рассуждений.

## 6. Суммируемость почти всюду

**Теорема 6.1.** Пусть семейство функций  $\eta_\gamma = \eta_\gamma(\tau)$ ,  $\gamma > 0$ , таково, что ряды (3.2) и (4.3) являются сходящимися. Пусть также последовательность (1.4) квазивыпукла и выполнено условие

$$\lim_{h \rightarrow +0} \lambda_k(h) = 1, \quad k = 0, 1, \dots \quad (6.1)$$

Тогда соотношение

$$\lim_{h \rightarrow +0} U(f, x; \lambda, h) = f(x) \quad (6.2)$$

имеет место в каждой обобщенной точке Лебега (точке, где выполнено (3.3)), то есть почти всюду в  $Q$ .

**Доказательство.** В основе доказательства будет лежать оценка (5.4). В силу (3.3), для любого  $\varepsilon > 0$  неравенство  $R_{k+1}(f, x; \eta, \gamma) < \varepsilon$  справедливо в соответствующей точке  $x$  при всех значениях  $k$ , больших некоторого  $\nu = \nu(\varepsilon, x)$ . Следовательно,

$$\begin{aligned} |U(f, x; \lambda, h) - f(x)| \leq & C_{\eta, \gamma} \left[ \sum_{k=0}^{\nu} (k+1) |\Delta^2\lambda(h)| R_{k+1}(f, x; \eta, \gamma) + \varepsilon \times \right. \\ & \left. \times \sum_{k=\nu+1}^{\infty} (k+1) |\Delta^2\lambda(h)| \right]. \quad (6.3) \end{aligned}$$

Далее, согласно (6.1), справедливо соотношение  $\Delta^2\lambda_k(h) \rightarrow 0$  при  $h \rightarrow +0$  и  $k = 0, 1, \dots, \nu$ . Значит, первая из сумм (состоящая из фиксированного числа слагаемых) в правой части (6.3) стремится к нулю в каждой точке  $x$ , где значения  $R_{k+1}(f, x; \eta, \gamma)$  конечны (в частности, где выполнено (3.3)). В то же время, вторая из сумм в (6.3), ввиду квазивыпуклости (1.4), не превосходит значения  $\varepsilon$ , умноженного на некоторую (зависящую лишь от  $\lambda$ ) константу. Следовательно,

$$\lim_{h \rightarrow +0} |U(f, x; \lambda, h) - f(x)| \leq C_{\eta, \gamma, \lambda} \varepsilon,$$

откуда, в силу произвольности  $\varepsilon$ , и следует выполнимость соотношения (6.2) в каждой обобщенной точке Лебега. Теорема доказана.

## 7. Экспоненциальные методы суммирования

В настоящем параграфе ограничиваемся рассмотрением экспоненциальных методов суммирования, соответствующих случаю  $\lambda_k(h) = \lambda(x, h)|_{x=k}$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , где  $\lambda(x, h) = \exp(-h\varphi(x))$ ,  $\exp(-h\varphi(0)) = 1$ , а функция  $\varphi(x)$  непрерывна на  $[0, +\infty)$  и дважды дифференцируема на  $(0, +\infty)$ .

Рассмотрим, как выглядит условие (5.3) в случаях (4.8) – (4.10). Если  $\eta_\gamma(\tau) = 2^{\gamma\tau}$ ,  $0 < \gamma < 1$ , то (5.3) принимает вид

$$\exp(-h\varphi(N)) (N+1)^\gamma \log_2 2\pi(N+1) < C_{h,\gamma}. \quad (7.1)$$

Поскольку логарифмическая функция растет медленнее степенной, условие (7.1) будет выполнено, если потребовать, чтобы

$$\exp(-h\varphi(N)) (N+1)^\beta < C_{h,\beta}, \quad N = 0, 1, \dots \quad (7.2)$$

с каким либо  $\beta$ ,  $0 < \gamma < \beta < 1$ .

В случае  $\eta_\gamma(\tau) = (\tau+1)^{\gamma+1}$ ,  $\gamma > 0$ , условие (5.3) равносильно следующему

$$\exp(-h\varphi(N)) (\log_2 2\pi(N+1))^{\gamma+2} < C_{h,\gamma}, \quad N = 0, 1, \dots \quad (7.3)$$

Если же  $\eta_\gamma(\tau) = (\tau+2) \log_2^{\gamma+1}(\tau+2)$ ,  $\gamma > 0$ , то (5.3) принимает вид

$$\exp(-h\varphi(N)) (\log_2 2\pi(N+1))^2 \log_2^{\gamma+1}(\log_2 2\pi(N+1)) < C_{h,\gamma}, \quad N = 0, 1, \dots \quad (7.4)$$

Таким образом, при выполнении какого-либо из условий (7.1), (7.3), (7.4), в каждой точке  $x$  соотношение

$$\begin{aligned} & \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} \exp(-h\varphi(|k|)) c_k(f) \exp(ikx) - f(x) \right| \leq \\ & \leq C_{\eta,\gamma} \sum_{k=0}^{\infty} (k+1) \left| \Delta^2 \exp(-h\varphi(k)) \right| R_{k+1}(f, x; \eta, \gamma) \end{aligned} \quad (7.5)$$

имеет место, если функция  $\eta_\gamma(\tau)$  выбрана соответствующим образом.

Перейдем к рассмотрению примеров.

1) Пусть  $\varphi(x) = \ln(x+1)$ , в этом случае  $\exp(-h\varphi(N)) = (N+1)^{-h}$ ,  $N = 0, 1, \dots$ , и суммирующая последовательность (1.4) выпукла.

Выбор фиксированного  $\gamma$  в условии (7.1), либо  $\beta$  в (7.2) не представляется возможным, поскольку эти условия будут выполнены при  $\gamma$  или  $\beta$ , зависящих от переменной величины  $h$ . Следовательно, к данному методу суммирования не применимы результаты [6]. Условие же (7.3) оказывается выполненным при произвольном фиксированном  $\gamma > 0$ , так что имеет место (7.5) с  $\eta_\gamma(\tau) = (\tau+1)^{\gamma+1}$ . Действительно  $(s+2)$ -кратное применение правила Лопиталья показывает, что предел

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{(\log_2 2\pi(N+1))^{\gamma+2}}{(N+1)^h} &= C_\gamma \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{(\ln N)^{\gamma+2}}{N^h} = \\ &= C_{\gamma,h} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{(\ln N)^{\gamma+1}}{N^h} = \dots = C_{\gamma,h} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{(\ln N)^{\gamma-s}}{N^h} \end{aligned}$$

будет равен нулю при любом  $h > 0$ , если выбрать наименьшее целое  $s$  из условия  $s \geq \gamma$ . Значит последовательность

$$\left\{ \frac{(\log_2 2\pi(N+1))^{\gamma+2}}{(N+1)^h} \right\}$$

ограничена, что предполагалось в (7.3), и (7.5) справедливо с  $\eta_\gamma(\tau) = (\tau+1)^{\gamma+1}$ . Заметим, что наряду с фактом суммируемости ряда Фурье почти всюду методом [4]

$$\lambda_k(h) = \frac{1}{(k+1)^h}, \quad k = 0, 1, \dots, \quad h \rightarrow +0$$

теперь установлен также характер точек суммируемости.

2) В случае  $\varphi(x) = x^\alpha$  последовательность (1.4) выпукла при  $0 < \alpha \leq 1$  и кусочно-выпукла при  $\alpha > 1$ ; следовательно, выполнено условие ее квазивыпуклости. Здесь имеет место соотношение (7.2) с любым фиксированным  $\beta$ , выбранным из условия  $0 < \gamma < \beta < 1$ , так что (7.5) справедливо с  $\eta_\gamma(\tau) = 2^{\gamma\tau}$ . Действительно, согласно правилу Лопиталья,

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \exp(-hN^\alpha) (N+1)^\beta = C_{h,\alpha,\beta} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N^{\beta-\alpha}}{\exp(hN^\alpha)}, \quad N = 0, 1, \dots \quad (7.6)$$

Если  $\alpha \geq \beta$ , то предел в правой части (7.6) равен нулю; в случае же  $0 < \alpha < \beta$  равенство нулю этого предела устанавливается  $s$ -кратным применением правила Лопиталья, где  $s$  – наименьшее положительное целое, выбранное из условия  $\beta \leq s\alpha$ . Таким образом, последовательность  $\{\exp(-hN^\alpha)(N+1)^\beta\}$  ограничена, что и утверждалось.

Заметим, что частным случаем метода суммирования  $\lambda_k(h) = \exp(-hk^\alpha)$ ,  $k = 0, 1, \dots$ , является классический метод Пуассона–Абеля, соответствующий случаю  $\alpha = 1$ ,  $h = \ln \frac{1}{r}$ ,  $0 < r < 1$ .

## 8. Методы Чезаро

Рассмотрим в определении (1.4) случай треугольных суммирующих матриц (параметр  $h$  дискретен [1, 2]):

$$\Lambda = \{\lambda_k^n; k = 0, 1, \dots, n; n = 0, 1, \dots; \lambda_0^n = 1; \lambda_k^n = 0, k > n\}. \quad (8.1)$$

В этом случае преобразования п. 5 приводят к соотношению

$$\begin{aligned} \sum_{k=-n}^n \lambda_k^n c_k(f) \exp(ikx) - f(x) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (f(x+t) - f(x)) \sum_{k=0}^n \Delta \lambda_k^n D_k(t) dt = \\ &= \frac{1}{\pi} \sum_{k=0}^n (k+1) \Delta^2 \lambda_k^n \int_{-\pi}^{\pi} (f(x+t) - f(x)) F_k(t) dt \end{aligned}$$

и, следовательно,

$$\left| \sum_{k=-n}^n \lambda_k^n c_k(f) \exp(ikx) - f(x) \right| \leq C_{\eta, \gamma, \lambda} R_{k+1}(f, x; \eta, \gamma) \quad (8.2)$$

для всякой квазивыпуклой последовательности (8.1).

Рассмотрим теперь классические методы суммирования Чезаро, для которых

в (8.1)  $\lambda_k^n = \frac{A_{n-k}^\alpha}{A_n^\alpha}$ ,  $\alpha > 0$ ; здесь  $\{A_k^\alpha\}$  – последовательность биномиальных коэф-

фициентов. Как известно [9, с. 482 – 483], в этом случае последовательность (8.1) является вогнутой при  $0 < \alpha \leq 1$ . Следовательно, оценка (8.2) имеет место для средних Чезаро, если  $0 < \alpha \leq 1$ . Поскольку суммируемость ряда в данной точке при  $\alpha = \alpha_1$  влечет за собою суммируемость в той же точке при  $\alpha = \alpha_2$ ,  $\alpha_2 > \alpha_1$ , то имеем тогда следствием результата (8.2) суммируемость ряда Фурье методами Чезаро почти всюду при любых  $\alpha > 0$ .

## 9. Мультипликаторы сходимости

Говорят, что члены последовательности  $\{\lambda_k\}$ ,  $k = 0, 1, \dots$ , являются мультипликаторами сходимости ряда Фурье (1.2) в точке  $x$ , если в этой точке сходится ряд

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \lambda_{|k|} c_k(f) \exp(ikx). \quad (9.1)$$

Мультипликаторы сходимости почти всюду ряда Фурье указаны в [8, т. 1, с. 156].

Методы п. 5 оказываются применимыми в случае мультипликаторов и позволяют уточнить информацию о сходимости ряда (9.1), а именно, здесь указываются точки сходимости.

Имеет место следующий аналог теоремы 5.1.

**Теорема 9.1.** Пусть семейство функций  $\eta_\gamma = \eta_\gamma(\tau)$ ,  $\gamma > 0$ , таково, что ряды (3.2) и (4.3) являются сходящимися. Пусть также последовательность  $\Lambda = \{\lambda_k; k = 0, 1, \dots; \lambda_0 = 1\}$  квазивыпукла и

$$\sup_{N=0,1,\dots} \{ \lambda_N | \eta_\gamma(\log_2 2\pi(N+1)) \log_2 2\pi(N+1) \} < \infty.$$

Тогда ряд (9.1) сходится в каждой точке  $x$ , в которой имеет место соотношение (3.3).

Доказательство вытекает из равенства (5.2), в котором вместо  $\lambda_k(h)$  записаны мультипликаторы  $\lambda_k$ .

В частности (см. п. 7), если  $\eta_\gamma(\tau) = 2^{\gamma\tau}$ ,  $\gamma \in (0, 1)$ , то в качестве мультипликаторов сходимости почти всюду можно выбрать  $\lambda_k = \frac{1}{(k+1)^\alpha}$ ,  $\alpha > \gamma$ ;  $k = 0, 1, \dots$

## 10. Суммирование двойных рядов Фурье

Выше указывалось, что работа [6], в которой введены обобщенные точки Лебега, относится к случаю функций нескольких переменных. Распространим результаты настоящей работы на кратные ряды Фурье. Ограничимся случаем  $2\pi$ -периодических по каждой переменной функций  $f = f(x, y)$ ,  $f \in L \ln^+ L(Q)$ . Пусть

$$c_{kl}(f) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t, z) \exp(-i(kt + lz)) dt dz, \quad k, l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

– коэффициенты Фурье любой такой функции  $f$  и

$$s[f; x, y] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_{kl}(f) \exp(i(kx + ly)) \quad (10.1)$$

– ее двойной ряд Фурье, частичные суммы которого понимаются в смысле Прингсхейма [8, т. 2, с. 454].

Для простоты изложения будем рассматривать только мультипликативные полунепрерывные методы суммирования  $\lambda_{kl}(h, \theta) = \lambda_k^{(1)}(h)\lambda_l^{(2)}(\theta)$ , где члены каждой из последовательностей  $\{\lambda_k^{(1)}\}$ ,  $\{\lambda_l^{(2)}\}$  определены в виде (1.4). Введем в рассмотрение  $\lambda$ -средние ряда (10.1)

$$U_{h\theta}(f) = U(f, x, y; \lambda, h, \theta) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \lambda_{|k|}^{(1)}(h)\lambda_{|l|}^{(2)}(\theta) c_{kl}(f) \exp(i(kx + ly)). \quad (10.2)$$

Обобщенные точки Лебега функций  $f \in L \ln^+ L(Q)$  определяются как точки  $(x, y)$ , в которых

$$\lim_{k, l \rightarrow \infty} R_{k, l}(f, x, y; h, \gamma; \rho, \delta) = 0, \quad (10.3)$$

где

$$R_{k, l}(f, x, y; h, \gamma; \rho, \delta) = \sup_{i, j=0, 1, \dots; i, j < \log_2(2\pi k)} \frac{kl}{2^{i+j} \eta_{\gamma}(i) \rho_{\delta}(j)} \int_{-2^i/k}^{2^i/k} \int_{-2^j/l}^{2^j/l} |f(x+t, y+z) - f(x, y)| dt dz, \quad k, l = 1, 2, \dots,$$

а функции  $\eta_{\gamma}$  и  $\rho_{\delta}$  удовлетворяют условиям леммы 3.1. Как показано в [6], для каждой  $f \in L \ln^+ L(Q)$  такие точки расположены почти всюду. Имеет место следующий аналог теоремы 5.1.

**Теорема 10.1.** Пусть выбор функций  $\eta_{\gamma}$  и  $\rho_{\delta}$ ,  $\gamma, \delta > 0$ , таков, что ряды (3.2) и (4.3) являются сходящимися. Пусть также каждая из последовательностей  $\{\lambda_k^{(1)}\}$ ,  $\{\lambda_l^{(2)}\}$  квазивыпукла и удовлетворяет условию вида (5.3) при всех  $h > 0$ ,  $\theta > 0$ . Тогда ряд (10.2) сходится в каждой точке  $(x, y)$ , в которой имеет место соотношение (10.3), и при этом справедлива оценка

$$|U(f, x, y; \lambda, h, \theta) - f(x, y)| \leq C_{\eta, \gamma} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} (k+1)(l+1) \left| \Delta^2 \lambda_k^{(1)}(h) \Delta^2 \lambda_l^{(2)}(\theta) \right| \times \\ \times R_{k+1, l+1}(f, x, y; h, \gamma; \rho, \delta).$$

Утверждение теоремы 10.1 перестает быть, вообще говоря, верным для функций  $f(x, y) \in L(Q)$ . В этом случае рассматривают так называемую ограниченную суммируемость [8, т. 2, с. 465 – 473]. Отметим, что некоторые результаты работы [10] могут быть перенесены на изучаемые здесь полунепрерывные методы суммирования двойных рядов Фурье.

#### Список литературы

1. Никольский, С. М. О линейных методах суммирования рядов Фурье / С. М. Никольский // Изв. Акад. наук СССР. Отд-ние мат. и естеств. наук. Сер. мат. – 1948. – № 12. – С. 259 – 278.
2. Ефимов, А. В. О линейных методах суммирования рядов Фурье / А. В. Ефимов // Изв. Акад. наук СССР. Отделение мат. и естеств. наук. Сер. мат. – 1960. – № 24. – С. 743 – 756.
3. Баусов, Л. И. О линейных методах суммирования рядов Фурье /Л. И. Баусов // Мат. сб., 1965. – Т. 68 (110), № 3. – С. 313 – 327.
4. Nakhman, A. D. Exponential Methods of Summation of the Fourier Series / A. D. Nakhman, B. P. Osilenker // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. –2014. – Т. 20, № 1. – С. 101 – 109.
5. Осиленкер, Б. П. Поведение экспоненциальных средних рядов Фурье и сопряженных рядов Фурье в точках Лебега / Б. П. Осиленкер, А. Д. Нахман // Вестн. МГСУ. – 2014. – № 10. – С. 54 – 63. doi: 10.22227/1997-0935.2014.10.54-63
6. Габисония, О. Д. О точках суммируемости двойных рядов Фурье некоторыми линейными методами / О. Д. Габисония // Известия вузов. Матем. – 1972. – № 5. – С. 29 – 37.
7. Nakhman, A. D. Regular Semi-Continuous Methods of Summation of Fourier Series / A. D. Nakhman, B. P. Osilenker // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2017. – Т. 23, № 1. – С. 135 – 148. doi: 10.17277/vestnik.2017.01.pp.135-148
8. Зигмунд, А. Тригонометрические ряды : пер. с англ. : в 2 т. / А. Зигмунд. – М. : Мир, 1965. – 2 т.
9. Бари, Н. К. Тригонометрические ряды : монография / Н. К. Бари. – М. : Физматлит, 1961. – 936 с.
10. Нахман, А. Д. Обобщенные средние Валле-Пуассена кратных рядов Фурье / А. Д. Нахман // Известия вузов. Матем. – 1990. – № 1. – С. 61 – 69.

---

## Approximation of Functions in Lebesgue Points by the Mean Fourier Series

A. D. Nakhman

*Department of Technical Mechanics and Machine Parts,  
TSTU, Tambov, Russia; alexmb@mail.ru*

**Keywords:** quasiconvex summation methods; generalized Lebesgue points; deviation estimates.

**Abstract:** The one-parameter class of generalized Lebesgue points is considered. For each summable-periodic function, these points are located almost everywhere. The mean Fourier series, which are generated by linear semi-continuous summation methods, are introduced. In the case of quasi-convex summing sequences, the convergence of averages is established at each generalized Lebesgue point. The estimates of deviations of averages from their generating function are proposed. Applications to exponential summation methods are obtained. As a corollary, summability is proved almost everywhere of Fourier series by the Cesàro methods and the Poisson-Abel type methods. Convergence multipliers are indicated. The directions of distribution of results in the case of multiple Fourier series are proposed.

### References

1. Nikol'skij C.M. [On Linear Methods of Summation of Fourier Series], *Izvestiya Akademii Nauk SSSR. Otdelenie matematicheskikh i estestvennykh nauk. Seriya Matematicheskaya* [Izvestiya of the USSR Academy of Sciences. Branch of Mathematical and Natural Sciences. Mathematical Series], 1948, no. 12, pp. 259-278. (In Russ.)
2. Efimov A.V. [On Linear Methods of Summation of Fourier Series], *Izvestiya Akademii Nauk SSSR. Otdelenie matematicheskikh i estestvennykh nauk. Seriya Matematicheskaya* [Izvestiya of the USSR Academy of Sciences. Branch of Mathematical and Natural Sciences. Mathematical Series], 1960, no. 24, pp. 743-756. (In Russ.)
3. Bausov L.I. [On linear methods of summation of Fourier series], *Matematicheskii sbornik* [Mathematical collection], 1965, vol. 68 (110), no. 3, pp. 313-327. (In Russ.)
4. Nakhman A.D., Osilenker B.P. [Exponential methods of summation of Fourier series], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2014, vol. 20, no. 1, pp. 101-109. (In Eng., abstract in Russ.)
5. Osilenker B.P., Nakhman A.D. [Behavior of exponential means of Fourier series and conjugate Fourier series at Lebesgue points], *Vestnik MGSU* [Bulletin of MGSU], 2014, no.10, pp. 53-63, doi: 10.22227/1997-0935.2014.10.54-63 (In Russ., abstract in Eng.)
6. Gabisoniya, O.D. [On points of summability of double Fourier series by some linear methods], *Izvestiya vuzov* [Proceedings of high schools], 1972, no. 5, pp. 29-37. (In Russ.)
7. Nakhman A.D., Osilenker B.P. [Regular semicontinuous methods for summing Fourier series], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2017, vol. 23, no. 1, pp.135-148, doi: 10.17277/vestnik.2017.01.pp.135-148 (In Eng., abstract in Russ.)
8. Zygmund A. *Trigonometricheskie ryady* [Trigonometric series], Cambridge University Press, 1959. (In Russ.)
9. Bari N.K. *Trigonometricheskie ryady* [Trigonometric series], Moscow: Fizmatlit, 1961, 936 p. (In Russ.)
10. Nakhman A.D. [The generalized Vallee-Poussin means of multiple Fourier series], *Izvestiya vuzov* [Proceedings of high schools], 1990, no. 1, pp. 61-69. (In Russ.)

---

## Approximation von Funktionen in Lebesgue-Punkten mit Durchschnitten der Fourier-Reihen

**Zusammenfassung:** Es wird die Ein-Parameter-Klasse von verallgemeinerten Lebesgue-Punkten betrachtet. Für jede summierbare  $2\pi$  periodische Funktion befinden sich diese Punkte fast überall. Es werden die Durchschnitte der Fourier-Reihen vorgestellt, die durch lineare semikontinuierliche Summationsmethoden erzeugt

werden. Im Falle von quasi-konvexen summierenden Sequenzen ist die Konvergenz der Durchschnitte in jedem verallgemeinerten Lebesgue-Punkt festgelegt. Es werden Schätzwerte für Abweichungen der Durchschnittswerte von ihrer Erzeugungsfunktion vorgeschlagen. Anwendungen für exponentielle Summierungsverfahren sind erhalten. Infolgedessen ist die Summierbarkeit fast überall in Fourier-Reihen durch Cesàro-Methoden und Poisson-Abel-Methoden nachgewiesen. Konvergenzmultiplikatoren sind angegeben. Die Richtungen der Verteilung der Ergebnisse auf Vielfache der Fourier-Reihen sind vorgeschlagen.

---

### **Approximation des fonctions dans les points de Lebesgue et les séries moyennes de Fourier**

**Résumé:** Est considéré la classe uniparamétrique de la synthèse des points de Lebesgue. Pour chaque fonction  $2\pi$ -périodique résumée, ces points sont situés presque partout. Sont introduites des séries moyennes de Fourier générées par des méthodes de sommation semi-continues linéaires. Dans le cas des séquences récapitulatives quasi-convexes, la convergence moyenne est établie à chaque point commun de Lebesgue. Sont proposées des estimations des évasions moyennes de la fonction qui en résulte. Sont obtenues des annexes à la méthode exponentielle de sommation. Sont proposés les orientations de la diffusion des résultats dans le cas des séries multiples de Fourier.

---

**Автор:** *Нахман Александр Давидович* – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Техническая механика и детали машин», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

**Рецензент:** *Куликов Геннадий Михайлович* – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий научно-исследовательской лабораторией «Механика интеллектуальных материалов и конструкций», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ РАСПАДАЮЩИХСЯ КРАЕВЫХ УСЛОВИЙ ЗАДАЧИ ШТУРМА–ЛИУВИЛЛЯ

А. М. Ахтямов, Р. Ю. Галимов

*Кафедра «Математическое моделирование»,  
ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет»,  
г. Уфа, Республика Башкортостан, Россия; GalimovRY@mail.ru*

**Ключевые слова:** задача Штурма–Лиувилля; идентификация краевых условий; обратная спектральная задача; собственные значения.

**Аннотация:** Рассмотрен вопрос идентификации распадающихся краевых условий задачи Штурма–Лиувилля по ее собственным значениям. Применены два метода идентификации краевых условий – неопределенной системы (метод миноров) и сравнения целых функций. В методе миноров используются только либо два, либо три собственных значения. Однако метод не позволяет ответить на фундаментальный вопрос: для каких классов обыкновенных дифференциальных уравнений и спектральных задач однозначно восстанавливаются виды и параметры краевых условий. Для ответа на данный вопрос использован метод сравнения целых функций. Показано, что в случае несимметрического потенциала задача идентификации краевых условий по всем собственным значениям имеет единственное решение, а в случае симметрического – два решения; при определенных условиях единственное решение может быть получено с использованием только трех собственных значений. Два решения могут быть получены с использованием только двух собственных значений.

---

### Введение

На практике часто возникает задача диагностирования видов и параметров закрепления стержней и струн для того, чтобы определить, не нарушились ли заданные в проект граничные условия. Кроме того, задача идентификации краевых условий важна при создании безопасных для здоровья человека технических систем. Это связано с тем, что некоторые частоты (инфразвуковые) находятся в опасном для здоровья человека диапазоне частот. Они совпадают с частотами важных органов человека – сердца, почек и т.п. Известно, что воздействие инфразвуковых колебаний на определенной частоте может вызвать остановку сердца человека. Инфразвуковые частоты ухудшают самочувствие человека, могут вызывать недомогание и даже панические настроения. Поэтому при создании соответствующих технических систем со струнами и стержнями важно уходить от инфразвуковых частот, которые попадают в резонанс с частотами важных органов человека. Изложенные факты требуют создания таких закреплений элементов технических систем, которые давали бы нужный безопасный диапазон частот колебаний основных деталей. В математической постановке обе задачи (диагностирования и ухода от опасных частот) сводятся к задаче идентификации краевых условий по заданным собственным значениям.

Обозначим через  $L$  следующую задачу Штурма–Лиувилля:

$$ly = -y'' + q(x)y = \lambda y = s^2 y; \quad (1)$$

$$U_1(y) = a_{11}y(0) + a_{12}y'(0) = 0; \quad (2)$$

$$U_2(y) = a_{23}y(\pi) + a_{24}y'(\pi) = 0, \quad (3)$$

где  $q(x) \in L_1(0, \pi)$  – вещественная функция;  $a_{ij}, i = 1, 2, j = 1..4$  – комплексные постоянные.

Близкие обратные задачи рассматривались в теории обратной задачи Штурма–Лиувилля, где по двум (нескольким спектрам) требуется восстановить потенциал  $q(x)$  и краевые условия (2), (3). Обратная задача Штурма–Лиувилля для  $L$  с распадающимися краевыми условиями достаточно хорошо изучена в работах [1 – 21]. В данных работах восстанавливался потенциал  $q(x)$  в уравнении (1) и краевые условия (2). При этом для восстановления использовались несколько спектров, спектральные данные (спектр и нормировочные числа), функция Вейля и т.п. То есть данные восстановления содержали в себе большую информацию, чем только сам спектр задачи  $L$ .

Восстановление только краевых условий (с известным дифференциальным уравнением) по собственным значениям началось, по-видимому, в 1990-х годах 20 века [22 – 24]. Оганесяном З. Б. исследовались несколько задач идентификации условий закрепления распределенных механических систем: на обоих концах стержня [23]; круговой [22] и прямоугольной [24] пластин. Однако им восстанавливались лишь коэффициенты канонических условий закрепления. Случай, когда не известен вид канонических условий (то есть, когда не известны все коэффициенты краевых условий) им рассмотрен не был.

В работе [25] (см. также библиографию к данной работе) изучалась идентификация краевых условий, в которых неизвестны все их коэффициенты (известен только ранг матрицы, составленной из коэффициентов краевых условий). Такая задача сводится к идентификации (с точностью до линейных преобразований строк) матрицы из коэффициентов краевых условий по ее минорам. В частности, в [26], [27] рассматривались частные случаи идентификации краевых условий задачи Штурма–Лиувилля. В работе [26] показано, что краевые условия Штурма ( $y'(0) - hy(0) = 0, y'(\pi) + Hy(\pi) = 0$ ) задачи Штурма–Лиувилля (1) – (2) по собственным значениям восстанавливаются однозначно с точностью до перестановки  $h$  и  $H$  местами. В [30], в случае  $q(x) = 0$  показано, что задача восстановления вида и параметров распадающихся краевых условий по двум собственным значениям имеет два решения.

## Материалы и методы

Методы идентификации как вида, так и параметров краевых условий или условий сопряжения (дифференциальное уравнение считается известным) впервые разработаны А. М. Ахтямовым [25] и до настоящего времени являются оригинальными. В технической диагностике другими исследователями ранее по конечному числу собственных частот восстанавливалась лишь часть коэффициентов краевых условий определенного вида. А в теории обратных спектральных задач краевые условия определенного вида идентифицировались лишь попутно с коэффициентами самих дифференциальных уравнений. При этом для идентификации использовался не один, а два или несколько спектров или же спектр и дополнительно другие спектральные данные (весовые числа, функция Вейля, спектраль-

ная функция и т.п.). В отличие от этих направлений А. М. Ахтямовым предложено идентифицировать всю совокупность краевых условий спектральной задачи как линейную оболочку векторов, компонентами каждого из которых являются коэффициенты соответствующего краевого условия. Такой подход позволяет идентифицировать не только коэффициенты краевого условия определенного (канонического) вида, но и сам вид краевого условия (упругое закрепление, свободный конец, заделка и т.п.). Этот подход в идентификации краевых условий и условий сопряжения достаточно подробно изложен А. М. Ахтямовым и его учениками в многочисленных статьях и обобщающих их монографиях. В данных работах применяются авторские методы идентификации краевых условий: неопределенной системы (метод миноров); сравнения целых функций; введения дополнительных неизвестных; последовательного решения прямых задач и др.

Основными методами, применяемыми в статье, являются методы неопределенной системы (метод миноров) и сравнения целых функций.

Метод неопределенной системы (метод миноров) применяется для идентификации краевых условий по конечному числу собственных значений. На первом этапе данного метода строится характеристический определитель задачи, который представляет собой линейную однородную функцию от миноров  $M_{km}$  матрицы  $A$ , составленной из коэффициентов краевых условий. Множителями при этих неизвестных минорах являются миноры  $F_{km}$  некоторой известной матрицы  $F$ . Элементами данной известной матрицы  $F$  служат значения линейно независимых решений обыкновенного дифференциального уравнения. По пространственным переменным эти значения берутся в граничных точках, а спектральный параметр принимает значения, равные собственным. Подставив в разложение характеристического определителя собственные значения в количестве на единицу меньше количества миноров (максимального порядка) матрицы  $A$  краевых условий, получим систему  $N - 1$  (теперь уже линейных) уравнений от  $N$  неизвестных миноров  $M_{km}$ . Пусть ранг данной системы равен  $N - 1$ . Тогда вектор из  $N$  неизвестных миноров определяется однозначно с точностью до ненулевого множителя. По данному вектору методами алгебраической геометрии и находится матрица краевых условий с точностью до линейных преобразований ее строк (то есть восстанавливаются краевые условия). В работе [28] данный метод уже был использован. Метод основан на восстановлении матрицы с точностью до линейного преобразования строк по ее минорам [28, 29].

Для метода миноров требуется проверка, что ранг некоторой матрицы  $F$  равен определенному числу. Проверка этого условия для конкретной краевой задачи не вызывает затруднений. Однако данный метод не позволяет ответить на фундаментальные вопросы: для каких классов обыкновенных дифференциальных уравнений и спектральных задач возможно однозначное восстановление видов и параметров краевых условий и решение задачи идентификации краевых условий двойственно и т.п. Для ответа на эти фундаментальные вопросы в статье используется метод сравнения целых функций, впервые предложенный для решения задач идентификации краевых условий [25], заключающийся в том, что, как правило, характеристический определитель рассматриваемых спектральных задач представляет собой целую функцию порядка одна вторая или четную целую функцию первого порядка. А такие функции восстанавливаются с точностью до ненулевого постоянного множителя по своим нулям (собственным значениям краевой задачи). Поскольку характеристический определитель представляет собой конечную сумму, в которой слагаемыми являются линейно независимые функции от спектрального параметра, то это позволяет доказать, что вектор, составленный из коэффициентов, которые стоят при этих линейно независимых функциях, восстанавливается по всему спектру однозначно с точностью до ненулевого множителя. По данному вектору можно однозначно восстановить краевые условия. Бесконеч-

ный набор собственных частот получить с помощью частотомеров невозможно. Однако данный метод применим к реальным динамическим системам. Он позволяет доказать, что необходимый для метода миноров конечный набор собственных значений найдется. В отличие от метода неопределенной системы, с помощью применения асимптотических формул для линейно независимых решений он позволяет описать классы спектральных задач, краевые условия которых можно однозначно идентифицировать. Полезен он и для предварительного анализа и выяснения того, какое минимальное число собственных значений необходимо для идентификации (это минимальное число частот связано с числом линейно независимых функций  $N$  в характеристическом определителе и числом соотношений Плюккера). Метод сравнения целых функций будет развит здесь и для случаев, когда нет однозначности восстановления краевых условий.

### Результаты исследования

Обозначим матрицу, составленную из коэффициентов краевых условий (2) – (3), через  $A$ , а ее миноры, составленные из  $i$ -го и  $j$ -го столбцов, через  $M_{ij}$

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{23} & a_{24} \end{vmatrix}, M_{13} = \begin{vmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{23} \end{vmatrix}, M_{14} = \begin{vmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{24} \end{vmatrix}, \quad (4)$$

$$M_{23} = \begin{vmatrix} a_{12} & 0 \\ 0 & a_{23} \end{vmatrix}, M_{24} = \begin{vmatrix} a_{12} & 0 \\ 0 & a_{24} \end{vmatrix}, M_{12} = M_{34} = 0.$$

Будем считать, что ранг матрицы равен двум:  $\text{rank} A = 2$ .

Условимся в дальнейшем задачу типа  $L$ , но с другими коэффициентами в уравнении и параметрами в граничных формах, обозначать  $\tilde{L}$ . Всюду будем считать, что если некоторый символ обозначает объект из задачи  $L$ , то символ с волной  $\sim$  наверху обозначает аналогичный объект задачи  $\tilde{L}$ .

**Определение 1.** Краевые условия задач  $L$  и  $\tilde{L}$  назовем  $(kl)$  и  $(mn)$ -смежными, если для миноров  $M_{kl}$  и  $M_{mn}$  выполняются равенства  $M_{kl} = C\tilde{M}_{mn}$ ,  $M_{mn} = C\tilde{M}_{kl}$ , а для всех остальных миноров выполнены равенства  $M_{ij} = C\tilde{M}_{ij}$ .

Характеристический определитель задачи (1) – (3) (задачи  $L$ ) имеет следующий вид [1]:

$$\Delta(\lambda) = M_{32}y_1(\pi, \lambda) + M_{42}y_1'(\pi, \lambda) + M_{13}y_2(\pi, \lambda) + M_{14}y_2'(\pi, \lambda), \quad (5)$$

где  $y_1(x, \lambda)$  и  $y_2(x, \lambda)$  – линейно независимые решения уравнения (1), удовлетворяющие условиям

$$y_1(0, \lambda) = 1, \quad y_1'(0, \lambda) = 1, \quad y_2(0, \lambda) = 1, \quad y_2'(0, \lambda) = 1 \quad (6)$$

Справедливы следующие асимптотические формулы:

$$y_1(x, \lambda) = \cos sx + O\left(\frac{1}{s}\right), \quad y_2(x, \lambda) = \frac{1}{s} \sin sx + O\left(\frac{1}{s^2}\right); \quad (7)$$

$$y_1'(x, \lambda) = -s \sin sx + O(1), \quad y_2'(x, \lambda) = \cos sx + O\left(\frac{1}{s}\right)$$

для достаточно большого  $\lambda = s^2 \in R$  [3, с. 62 – 65].

Обозначим задачу (1) – (3), но с другими коэффициентами краевых условий через  $\tilde{L}$ .

$$\tilde{\Delta}(\lambda) = \tilde{M}_{32} y_1(\pi, \lambda) + \tilde{M}_{42} y_1'(\pi, \lambda) + \tilde{M}_{13} y_2(\pi, \lambda) + \tilde{M}_{14} y_2'(\pi, \lambda). \quad (8)$$

Из асимптотических представлений (7) для линейно независимых решений для функций  $y_1(\pi, \lambda)$ ,  $y_2(\pi, \lambda)$  получаем, что функции  $\Delta(\lambda)$  и  $\tilde{\Delta}(\lambda)$  являются целыми порядка  $1/2$ . Поэтому из теоремы Адамара следует, что они связаны между собой тождеством

$$\Delta(\lambda) \equiv C\tilde{\Delta}(\lambda). \quad (9)$$

Пусть  $q(x) \neq q(\pi - x)$ ,  $\tilde{q}(x) \neq \tilde{q}(\pi - x)$ . В этом случае  $y_2'(\pi, \lambda) \neq y_1(\pi, \lambda)$  [30, см. Лемма 4]. Тогда из (5) и линейной независимости  $y_1(\pi, \lambda)$ ,  $y_1'(\pi, \lambda)$ ,  $y_2(\pi, \lambda)$ ,  $y_2'(\pi, \lambda)$  получаем равенства:

$$M_{32} = C\tilde{M}_{32}, \quad M_{42} = C\tilde{M}_{42}, \quad M_{13} = C\tilde{M}_{13}, \quad M_{14} = C\tilde{M}_{14}. \quad (10)$$

Отсюда следует, что краевые условия задач  $L$  и  $\tilde{L}$  совпадают (с точностью до линейных преобразований строк).

Пусть теперь  $q(x) = q(\pi - x)$ ,  $\tilde{q}(x) = \tilde{q}(\pi - x)$ . В этом случае  $y_2'(\pi, \lambda) = y_1(\pi, \lambda)$  [30, см. Лемма 4]. Тогда из (5) и линейной независимости функций  $y_1(\pi, \lambda) = y_2'(\pi, \lambda)$ ,  $y_1'(\pi, \lambda)$ ,  $y_2(\pi, \lambda)$  получаем равенства:

$$M_{32} + M_{14} = C(\tilde{M}_{32} + \tilde{M}_{14}), \quad M_{42} = C\tilde{M}_{42}, \quad M_{13} = C\tilde{M}_{13}. \quad (11)$$

Для нахождения миноров воспользуемся тем, что произвольные числа не могут быть минорами матрицы. Для того, чтобы числа  $M_{13}, M_{14}, M_{23}, M_{24}, M_{34}$  были минорами матрицы необходимо и достаточно, чтобы выполнялись так называемые соотношения Плюккера [28]:

$$M_{12}M_{34} - M_{13}M_{24} + M_{14}M_{23} = 0; \quad (12)$$

$$\tilde{M}_{12}\tilde{M}_{34} - \tilde{M}_{13}\tilde{M}_{24} + \tilde{M}_{14}\tilde{M}_{23} = 0. \quad (13)$$

Тогда отсюда и из (11) получаем два набора равенств:

$$M_{13} = C\tilde{M}_{13}, \quad M_{14} = C\tilde{M}_{14}, \quad M_{32} = C\tilde{M}_{32}, \quad M_{42} = C\tilde{M}_{42} \quad (14)$$

и

$$M_{13} = C\tilde{M}_{13}, \quad M_{14} = C\tilde{M}_{32}, \quad M_{32} = C\tilde{M}_{14}, \quad M_{42} = C\tilde{M}_{42}. \quad (15)$$

Отсюда следует, что краевые условия задач  $L$  и  $\tilde{L}$  либо совпадают (с точностью до линейных преобразований строк), либо являются (14 и 32) смежными.

Таким образом, верна следующая теорема.

**Теорема 1.** Пусть спектры задач  $L$  и  $\tilde{L}$  с распадающимися краевыми условиями совпадают с учетом их алгебраических кратностей,  $\text{rank} A = 2$ :

Тогда:

1. Если  $q(x) \neq q(\pi - x)$ ,  $\tilde{q}(x) \neq \tilde{q}(\pi - x)$ , то матрицы коэффициентов краевых условий  $A = (a_{ij})_{2 \times 4}$  и  $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{2 \times 4}$  совпадают с точностью до линейных преобразований строк. То есть, в случае несимметрического потенциала, задача идентификации распадающихся краевых условий по всем собственным значениям имеет единственное решение.

2. Если  $q(x) = q(\pi - x)$ ,  $\tilde{q}(x) = \tilde{q}(\pi - x)$ , то либо матрицы коэффициентов краевых условий  $A = (a_{ij})_{2 \times 4}$  и  $\tilde{A} = (\tilde{a}_{ij})_{2 \times 4}$  совпадают с точностью до линейных преобразований строк, либо являются (14 и 32) смежными. То есть в случае симметрического потенциала задача идентификации распадающихся краевых условий по всем собственным значениям имеет два решения.

Рассмотрим теперь задачу идентификации краевых условий по конечному набору собственных значений.

Обозначим через  $Q$  матрицу следующего вида:

$$Q = \begin{vmatrix} y_1(\pi, \lambda_1) & y_1'(\pi, \lambda_1) & y_2(\pi, \lambda_1) & y_2'(\pi, \lambda_1) \\ y_1(\pi, \lambda_2) & y_1'(\pi, \lambda_2) & y_2(\pi, \lambda_2) & y_2'(\pi, \lambda_2) \\ y_1(\pi, \lambda_3) & y_1'(\pi, \lambda_3) & y_2(\pi, \lambda_3) & y_2'(\pi, \lambda_3) \end{vmatrix}, \quad (16)$$

через  $Q_j$  – минор матрицы  $Q$ , полученный вычеркиванием  $j$ -го столбца матрицы  $Q$ .

**Теорема 2.** Если  $q(x) \neq q(\pi - x)$ ,  $\text{rank}A=2$ , три собственных значения  $\lambda_j$ , ( $j = 1, 2, 3$ ) задачи  $L$  удовлетворяют условию:

$$\text{rank}Q=3, \quad (17)$$

то задача идентификации краевых условий по этим трем собственным значениям имеет единственное решение, которое представляется формулами:

$$а) \text{ если } M_{13} \neq 0, \text{ то } A = \begin{vmatrix} 1 & \frac{M_{23}}{M_{13}} & 0 & -\frac{M_{34}}{M_{13}} \\ 0 & M_{12} & M_{13} & M_{14} \end{vmatrix};$$

$$б) \text{ если } M_{14} \neq 0, \text{ то } A = \begin{vmatrix} 1 & \frac{M_{24}}{M_{14}} & \frac{M_{34}}{M_{14}} & 0 \\ 0 & M_{12} & M_{13} & M_{14} \end{vmatrix};$$

$$в) \text{ если } M_{23} \neq 0, \text{ то } A = \begin{vmatrix} \frac{M_{13}}{M_{23}} & 1 & 0 & -\frac{M_{34}}{M_{23}} \\ -M_{12} & 0 & M_{23} & M_{24} \end{vmatrix};$$

$$г) \text{ если } M_{24} \neq 0, \text{ то } A = \begin{vmatrix} \frac{M_{14}}{M_{24}} & 1 & \frac{M_{34}}{M_{24}} & 0 \\ -M_{12} & 0 & M_{23} & M_{24} \end{vmatrix}.$$

Причем миноры в представлениях а) – г) для матрицы  $A$  даются следующими равенствами:

$$M_{12} = 0, M_{34} = 0, M_{32} = tQ_1, M_{42} = -tQ_2, M_{13} = tQ_3, M_{14} = -tQ_4, \quad (18)$$

*Доказательство.* Так как  $y_2'(\pi, \lambda) \neq y_1(\pi, \lambda)$  [30, см. Лемма 4], и три собственных значения  $\lambda_j$  ( $j=1, 2, 3$ ) задачи  $L$  являются корнями функции (5), то они удовлетворяют следующей системе уравнений относительно неизвестных  $M_{32}, M_{42}, M_{13}, M_{14}$ :

$$\Delta(\lambda_j) = M_{32}y_1(\pi, \lambda_j) + M_{42}y_1'(\pi, \lambda_j) + M_{13}y_2(\pi, \lambda_j) + M_{14}y_2'(\pi, \lambda_j) = 0. \quad (19)$$

Матрица данной системы совпадает с матрицей  $Q$ . Согласно условию теоремы, ранг матрицы  $Q$  равен трем. Поэтому система уравнений (19) имеет единственное с точностью до ненулевого множителя  $t$  решение (18). По минорам (18) с помощью методов работ [25], [28] находится матрица  $A$ . В зависимости от того, какой из определителей отличен от нуля, она дается формулами а) – г). Теорема доказана.

**Пример 1.** Пусть собственные значения задачи (1), (2) с  $q(x)=2x+3$ ,  $\lambda_1 = 5,132512$ ,  $\lambda_2 = 8,59040$ ,  $\lambda_3 = 12,71359$ . Разложив линейно независимые решения  $y_1(\pi, \lambda)$  и  $y_2(\pi, \lambda)$  в ряд Тейлора по  $x$  и  $\lambda$  и подставив частичную сумму ряда из первых 120 членов ряда в (16) и вычислив соответствующие миноры с точностью до семи значащих цифр, получим:  $Q_1 = -18,28142$ ,  $Q_2 = 0$ ,  $Q_3 = -9,14071$ ,  $Q_4 = 0$ .

$$\begin{aligned} M_{12} = 0, M_{34} = 0, M_{23} = -M_{32} = -tQ_1 = 18,28142t, \\ M_{24} = -M_{42} = -tQ_2 = 0, M_{13} = tQ_3 = -9,14071t, M_{14} = -tQ_4 = 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Положив  $t = 18,28142^{-1}$ , получим более простые представления для миноров:

$$M_{12} = M_{14} = M_{24} = M_{34} = 0, M_{23} = 1, M_{13} = -\frac{1}{2}.$$

Так как  $M_{23} = 1 \neq 0$  (случай *в*) из теоремы 2), то матрица  $A$  с точностью до линейных преобразований строк совпадает с матрицей

$$A = \begin{vmatrix} \frac{M_{13}}{M_{23}} & 1 & 0 & -\frac{M_{34}}{M_{23}} \\ M_{23} & & & \\ -M_{12} & 0 & M_{23} & M_{24} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

Таким образом, задача идентификации краевых условий в данном случае имеет единственное решение. Это решение представляет собой следующие краевые условия

$$y(0) - 2y'(0) = 0, \quad y(\pi) = 0.$$

Обозначим через  $R$  матрицу следующего вида

$$R = \begin{vmatrix} y_1(\pi, \lambda_1) & y_1'(\pi, \lambda_1) & y_2(\pi, \lambda_1) \\ y_1(\pi, \lambda_2) & y_1'(\pi, \lambda_2) & y_2(\pi, \lambda_2) \end{vmatrix} \quad (21)$$

через  $R_j$  обозначим минор матрицы  $R$ , полученный вычеркиванием  $j$ -го столбца матрицы  $R$ .

**Теорема 3.** Если  $q(x) = q(\pi - x)$ ,  $\text{rank} A = 2$ , два собственных значения  $\lambda_j$  ( $j=1,2$ ) задачи  $L$  удовлетворяют условию:

$$\text{rank} R = 2, \quad (22)$$

то задача идентификации краевых условий по этим двум собственным значениям имеет два решения, которые представляются формулами *а) – г)* из теоремы 2, в зависимости от того, какой из миноров отличен от нуля. Причем миноры в представлениях *а) – г)* для матрицы  $A$  даются следующими равенствами:

$$\begin{aligned} M_{12} = 0, M_{34} = 0, M_{32} &= \frac{t}{2} \left( R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + 4R_2R_3} \right), \\ M_{42} = tR_2, M_{13} = tR_3, M_{14} &= \frac{t}{2} \left( R_1 \mp \sqrt{R_1^2 + 4R_2R_3} \right). \end{aligned} \quad (23)$$

*Доказательство.* Два собственных значения  $\lambda_j$ ,  $j=1, 2$ , задачи  $L$  являются корнями функции (5). Следовательно, они удовлетворяют следующей системе уравнений относительно неизвестных  $x_1 = M_{12} + M_{34}$ ,  $x_2 = M_{32}$ ,  $x_3 = M_{42}$ ,  $x_4 = M_{13}$ ,  $x_5 = M_{14}$ :

$$(M_{32} + M_{14})y_1(\pi, \lambda_j) + M_{42}y_1'(\pi, \lambda_j) + M_{13}y_2(\pi, \lambda_j) = 0. \quad (24)$$

Матрица этой системы совпадает с матрицей  $R$  (21). Согласно условию теоремы, ранг матрицы  $R$  равен двум. Поэтому система уравнений (24) имеет единственное с точностью до ненулевого множителя решение:

$$M_{32} + M_{14} = tR_1, \quad M_{42} = -tR_2, \quad M_{13} = tR_3. \quad (25)$$

Из соотношений Плюккера (9), (4) и (25) получаем

$$M_{32}M_{14} = -t^2R_2R_3. \quad (26)$$

Из равенств (25), (26) и обратной теоремы Виета следует, что  $M_{32}$  и  $M_{14}$  являются корнями квадратного уравнения

$$z^2 - tR_1z - t^2R_2R_3 = 0.$$

Откуда

$$M_{32} = \frac{t}{2} \left( R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + 4R_2R_3} \right), \quad M_{14} = \frac{t}{2} \left( R_1 \mp \sqrt{R_1^2 + 4R_2R_3} \right). \quad (27)$$

Из (27), (25) и вытекает утверждение теоремы.

**Пример 2.** Пусть собственные значения задачи (1), (2) с  $q(x)=0$ ,  $\lambda_1 = 2,549144$ ,  $\lambda_2 = 6,560591$ . Линейно независимыми решениями задачи (1), (2) с  $q(x)=0$  являются функции  $y_1(\pi, \lambda) = \cos(x\sqrt{\lambda})$  и  $y_2(\pi, \lambda) = \frac{\sin(x\sqrt{\lambda})}{\sqrt{\lambda}}$ . Подставив их в (25) и вычислив соответствующие миноры  $R_j$  с точностью до семи значащих цифр, получим:  $R_1 = -0,9187470$ ,  $R_2 = 0$ ,  $R_3 = -0,4593735$ .

Отсюда, а также из (25) и (27) получаем

$$\begin{aligned} M_{12} &= 0, \quad M_{34} = 0; \\ M_{32} &= \frac{t}{2} \left( R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + 4R_2R_3} \right) = \frac{t}{2} \left( -0,9187470 \pm \sqrt{(-0,9187470)^2} \right) = \\ &= \{-0,918747t \text{ или } 0\}; \\ M_{14} &= \frac{t}{2} \left( R_1 \mp \sqrt{R_1^2 + 4R_2R_3} \right) = \frac{t}{2} \left( -0,9187470 \mp \sqrt{(-0,9187470)^2} \right) = \\ &= \{0 \text{ или } -0,918747t\}; \\ M_{24} &= tR_2 = 0, \quad M_{13} = tR_3 = -0,4593735t. \end{aligned} \quad (28)$$

Положив  $t = -0,4593735^{-1}$ , из (28) получим более простые представления для миноров:

$$\begin{aligned} M_{12} &= 0, \quad M_{34} = 0, \quad M_{32} = \{2 \text{ или } 0\}, \quad M_{14} = \{0 \text{ или } 2\}, \\ M_{24} &= 0, \quad M_{13} = 1. \end{aligned} \quad (29)$$

Так как в первом случае  $M_{23} = -2 \neq 0$  (случай *в*) из теоремы 2), а во втором  $M_{14} = 2 \neq 0$  (случай *б*) из теоремы 2), то матрица  $A$  с точностью до линейных преобразований строк будет иметь два представления

$$\begin{aligned} A_1 &= \left\| \begin{array}{cccc} \frac{M_{13}}{M_{23}} & 1 & 0 & -\frac{M_{34}}{M_{23}} \\ -M_{12} & 0 & M_{23} & M_{24} \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{cccc} -\frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{array} \right\|; \\ A_2 &= \left\| \begin{array}{cccc} 1 & \frac{M_{24}}{M_{14}} & \frac{M_{34}}{M_{14}} & 0 \\ 0 & M_{12} & M_{13} & M_{14} \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right\|. \end{aligned}$$

Таким образом, задача идентификации краевых условий в данном случае имеет два решения. Эти решения представляет собой следующие краевые условия:

$$y(0) - 2y'(0) = 0, \quad y(\pi) = 0$$

или

$$y(0) = 0, \quad y(\pi) + 2y'(\pi) = 0.$$

Физически это означает, что закрепления на концах однородной струны находятся с точностью до перестановок их местами.

### Заключение

Рассмотрен вопрос идентификации распадающихся краевых условий задачи Штурма–Лиувилля по ее собственным значениям. С помощью метода сравнения целых функций показано, что в случае несимметрического потенциала задача их идентификации распадающихся краевых условий по всем собственным значениям в случае несимметрического потенциала имеет единственное решение, а в случае симметрического потенциала – два решения.

Методом неопределенной системы доказано, что для задачи идентификации распадающихся краевых условий показано, что единственное решение может быть получено по трем собственным значениям, а два решения – по двум собственным значениям. Приведены соответствующие примеры восстановления краевых условий. Исследования могут быть продолжены и для восстановления краевых задач с более общими краевыми условиями

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Республики Башкортостан (проекты 18-51-06002-Аз-а, 18-01-00250-а, 17-41-020230-р\_а и Госзадание № АААА-А17-117040510250-6).*

#### *Список литературы*

1. Марченко, В. А. Операторы Штурма–Лиувилля и их приложения / В. А. Марченко. – Киев : Наукова думка, 1977. – 331 с.
2. Левитан, Б. М. Обратные задачи Штурма–Лиувилля / Б. М. Левитан. – М. : Наука, 1984. – 240 с.
3. Наймарк, М. А. Линейные дифференциальные операторы / М. А. Наймарк. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1969. – 528 с.
4. Коротяев, Е. Л. Обратная задача Штурма–Лиувилля со смешанными краевыми условиями / Е. Л. Коротяев, Д. С. Челкак // Алгебра и анализ. – 2009. – Т. 21, № 5. – С. 114 – 137.
5. Mamedov, Kh. R. A Uniqueness Theorem for a Sturm-Liouville Equation with Spectral Parameter in Boundary Conditions / Kh. R. Mamedov, F. A. Cetinkaya // Appl. Math. Inf. Sci. – 2015. – Vol. 9, No. 2. – P. 981 – 988.
6. Panakhov, E. S. Reconstruction Formula for the Potential Function of Sturm-Liouville Problem with Eigenparameter Boundary Condition / E. S. Panakhov, H. Koyunbakan, Ic. Unal // Inverse Problems in Science and Engineering. – 2010. – Vol. 18, No. 1. – P. 173 – 180.
7. Савчук, А. М. Обратные задачи для оператора Штурма–Лиувилля с потенциалами из пространств Соболева. Равномерная устойчивость / А. М. Савчук, А. А. Шкаликов // Функциональный анализ и его приложения. – 2010. – Т. 44, № 4. – С. 34 – 53.
8. Mizrak, O. Characteristic Properties of Scattering Data of a Boundary Value Problem / O. Mizrak, Kh. R. Mamedov, A. M. Akhtyamov // Filomat. – 2017. – Vol. 31, No. 12. – P. 3945 – 3951.
9. Akhtyamov, A. M. Inverse Problem for the Diffusion Operator with Symmetric Functions and General Boundary Conditions / A. M. Akhtyamov, V. A. Sadovnichy, Ya. T. Sultanaev // Eurasian Mathematical Journal. – 2017. – Vol. 8, No. 1. – P. 10 – 22.
10. Del Rio, R. Inverse Problems for Jacobi Operators IV: Interior Mass-Spring Perturbations of Semi-Infinite Systems / R. Del Rio, L. O. Silva, M. Kudryavtsev // Inverse Problems. – 2017. – Vol. 33, No. 5. – P. 5 – 10. doi: 10.1088/1361-6420/aa6808
11. Monk, P. An Inverse Acoustic Waveguide Problem in the Time Domain / P. Monk, V. Selgas // Inverse Problems. – 2016. – Vol. 32, No. 5. – P. 5 – 10. doi: 10.1088/0266-5611/32/5/055001
12. Its, A. A Riemann-Hilbert Approach to the Inverse Problem for the Stark Operator on the Line / A. Its, V. A. Sukhanov // Inverse Problems. – 2016. – Vol. 32, No. 5. – P. 16 – 22. doi: 10.1088/0266-5611/32/5/055003
13. Kutsenko, A. A. Recovery of Defects from the Information at Detectors / A. A. Kutsenko // Inverse Problems. – 2016. – Vol. 32, No. 5. – P. 28 – 36. doi: 10.1088/0266-5611/32/5/055005

14. Horváth, M. Discrete Inverse Problems for the Schrödinger Operator on the Multi-Dimensional Square Lattice with Partial Cauchy Data / M. Horváth, Z. Markó // *Inverse Problems*. – 2016. – Vol. 32, No. 5. – P. 36 – 42. doi: 10.1088/0266-5611/32/5/055006
15. Rostamian, M. A Meshless Method for Solving 1D Time-Dependent Heat Source Problem / M. Rostamian, A. Shahrezaee // *Inverse Problems in Science and Engineering*. – 2018. – Vol. 26, No. 1. – P. 51 – 82.
16. Wei, Z. The Inverse Discrete Transmission Eigenvalue Problem for Absorbing Media / Z. Wei, G. Wei // *Inverse Problems in Science and Engineering*. – 2018. – Vol. 26, No. 1. – P. 83 – 99.
17. Mirsalimov, V. M. Inverse Problem of Fracture Mechanics for a Circular Disc under Mixed Boundary Conditions / V. M. Mirsalimov, S. H. Hasanov // *Inverse Problems in Science and Engineering*. – 2017. – Vol. 25, No. 11. – P. 1547 – 1559.
18. Fotopoulos, G. Inverse Scattering with Fixed Observation Angle Data in 2D / G. Fotopoulos, M. Harju // *Inverse Problems in Science and Engineering*. – 2017. – Vol. 25, No. 10. – P. 1492 – 1507.
19. Buterin, S. A. On the Half Inverse Spectral Problem for an Integro-Differential Operator / S. A. Buterin, M. Sat // *Inverse Problems in Science and Engineering*. – 2017. – Vol. 25, No. 10. – P. 1508 – 1518.
20. Neamaty, A. Numerical Solution of Inverse Nodal Problem with an Eigenvalue in the Boundary Condition / A. Neamaty, S. Akbarpoor // *Inverse Problems in Science and Engineering*. – 2017. – Vol. 25, No. 7. – P. 978 – 994.
21. Çöl, A. Inverse Spectral Problem for Dirac Operator with Discontinuous Coefficient and Polynomials in Boundary Condition / A. Çöl // *Inverse Problems in Science and Engineering*. – 2016. – Vol. 24, No. 2. – P. 234 – 246.
22. Гнуни, В. Ц. Определение граничных условий круглой кольцевой пластинки по заданным частотам собственных колебаний / В. Ц. Гнуни, З. Б. Оганисян // *Известия академии наук Армении. Механика*. – 1991. – Т. 44, № 5. – С. 9 – 16.
23. Оганисян, З. Б. Об одной задаче восстановления граничных условий на концах стержня при заданном спектре частот собственных поперечных колебаний / З. Б. Оганисян // *Сб. «Вопросы оптимального управления, устойчивости и прочности механических систем» (науч. тр. конф.)*. – Ереван, 1997. – С. 159 – 162.
24. Оганисян, З. Б. Об одной задаче восстановления граничных условий на краях пластинки при заданном спектре частот собственных поперечных колебаний / З. Б. Оганисян // *Ученые записки ЕГУ*. – 1991. – № 1. – С. 45 – 50.
25. Ахтямов, А. М. Теория идентификации краевых условий и ее приложения / А. М. Ахтямов. – М. : Физматлит, 2009. – 272 с.
26. Ахтямов, А. М. К единственности решения одной обратной спектральной задачи / А. М. Ахтямов // *Дифференц. уравнения*. – 2003. – Т. 39, № 8. – С. 1011 – 1015.
27. Ахтямов, А. М. Идентификация краевых условий на обоих концах струны по собственным частотам колебаний / А. М. Ахтямов, И. М. Утяшев // *Акустический журнал*. – 2015. – Т. 61, № 6. – С. 647 – 655. doi: 10.7868/S0320791915050019
28. Akhtyamov, A. M. On Reconstruction of a Matrix by its Minors / A. M. Akhtyamov, M. Amram, A. Mouftakhov // *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. – 2018. – Vol. 49, No. 2. – P. 268 – 281.
29. Cramer's Rule for Nonsingular  $m \times n$  Matrices / A. M. Akhtyamov [et al.] // *The Teaching of Mathematics*. – 2017. – Vol. XX, No. 1. – P. 13 – 19.
30. Юрко, В. А. Обратная задача для дифференциальных операторов второго порядка с регулярными краевыми условиями / В. А. Юрко // *Матем. заметки*. – 1975. – Т. 18, № 4. – С. 569 – 576.

## Identification of Disintegrating Boundary Conditions of the Sturm-Liouville Problem

A. M. Akhtyamov, R. Yu. Galimov

*Department of Mathematical Modeling, Bashkir State University,  
Ufa, Republic of Bashkortostan, Russia; GalimovRY@mail.ru*

**Keywords:** Sturm-Liouville problem; identification of boundary conditions; inverse spectral problem; own values.

**Abstract:** The problem of identifying decaying boundary conditions of the Sturm-Liouville problem by its eigenvalues is investigated. In this paper, we use two methods for identifying the boundary conditions – the method of an uncertain system (the minors method), and the method of comparing entire functions. In the minor method, only two or three eigenvalues are used. However, this method does not give the answer to the fundamental question: what classes of ordinary differential equations and spectral problems are the uniquely restored types and parameters of boundary conditions. To answer this question, the article uses the method of comparing entire functions. It is shown that in the case of an asymmetric potential, the problem of identifying the boundary conditions for all eigenvalues has a unique solution, and in the case of a symmetric potential – two solutions. It is also shown that under certain conditions a single solution can be obtained using only three eigenvalues. Two solutions can be obtained using only two eigenvalues.

### References

1. Marchenko V.A. *Operatory Shturma-Liuvillya i ikh prilozheniya* [Sturm-Liouville Operators and their Applications], Kiev: Naukova dumka, 1977, 331 p. (In Russ.)
2. Levitan B.M. *Obratnyye zadachi Shturma-Liuvillya* [Inverse Sturm-Liouville Problems], Moscow: Nauka, 1984, 240 p. (In Russ.)
3. Naymark M.A. *Lineynyye differentsial'nyye operatory* [Linear Differential Operators], Moscow: Nauka, 1969, 528 p. (In Russ.)
4. Korot'yayev Ye.L., Chelkak D.S. [The Sturm-Liouville Inverse Problem with Mixed Boundary Conditions], *Algebra i analiz* [Algebra and Analysis], 2009, vol. 21, no. 5, pp. 114-137. (In Russ.)
5. Mamedov Kh.R., Cetinkaya F.A. A Uniqueness Theorem for a Sturm-Liouville Equation with Spectral Parameter in Boundary Conditions, *Appl. Math. Inf. Sci.*, 2015, vol. 9, no. 2, pp. 981-988.
6. Panakhov E.S., Koyunbakan H., Unal Ic. Reconstruction Formula for the Potential Function of Sturm-Liouville Problem with Eigenparameter Boundary Condition, *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2010, vol. 18, no. 1, pp. 173-180.
7. Savchuk A.M., Shkalikov A.A. [Inverse problems for the Sturm-Liouville Operator with Potentials from Sobolev Spaces. Uniform Stability], *Funktsional'nyy analiz i yego prilozheniya* [Functional Analysis and its Applications], 2010, vol. 44, no. 4, pp. 34-53. (In Russ.)
8. Mizrak O., Mamedov Kh.R., Akhtyamov A.M. Characteristic Properties of Scattering Data of a Boundary Value Problem, *Filomat*, 2017, vol. 31, no. 12, pp. 3945-3951.

9. Akhtyamov A.M., Sadovnichy V.A., Sultanaev Ya.T. Inverse Problem for the Diffusion Operator with Symmetric Functions and General Boundary Conditions, *Eurasian Mathematical Journal*, 2017, vol. 8, no. 1, pp. 10-22.
10. Del Rio R., Silva L.O., Kudryavtsev M. Inverse Problems for Jacobi Operators IV: Interior Mass-Spring Perturbations of Semi-Infinite Systems, *Inverse Problems*, 2017, vol. 33, no. 5, pp. 5 – 10, doi: 10.1088/1361-6420/aa6808
11. Monk P., Selgas V. An Inverse Acoustic Waveguide Problem in the Time Domain, *Inverse Problems*, 2016, vol. 32, no. 5, pp. 5-10, doi: 10.1088/0266-5611/32/5/055001
12. Its A., Sukhanov V.A. A Riemann-Hilbert Approach to the Inverse Problem for the Stark Operator on the Line, *Inverse Problems*, 2016, vol. 32, no. 5, pp. 16-22, doi: 10.1088/0266-5611/32/5/055003
13. Kutsenko A.A. Recovery of Defects from the Information at Detectors, *Inverse Problems*, 2016, vol. 32, no. 5, pp. 28-36, doi: 10.1088/0266-5611/32/5/055005
14. Horváth M., Markó Z. Discrete Inverse Problems for the Schrödinger Operator on the Multi-Dimensional Square Lattice with Partial Cauchy Data, *Inverse Problems*, 2016, vol. 32, no. 5, pp. 36-42, doi: 10.1088/0266-5611/32/5/055006
15. Rostamian M., Shahrezaee A. A Meshless Method for Solving 1D Time-Dependent Heat Source Problem, *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2018, vol. 26, no. 1, pp. 51-82.
16. Wei Z., Wei G. The Inverse Discrete Transmission Eigenvalue Problem for Absorbing Media, *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2018, vol. 26, no. 1, pp. 83-99.
17. Mirsalimov V.M., Hasanov S.H. Inverse Problem of Fracture Mechanics for a Circular Disc under Mixed Boundary Conditions, *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2017, vol. 25, no. 11, pp. 1547-1559.
18. Fotopoulos G., Harju M. Inverse Scattering with Fixed Observation Angle Data in 2D, *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2017, vol. 25, no. 10, pp. 1492-1507.
19. Buterin S.A., Sat M. On the Half Inverse Spectral Problem for an Integro-Differential Operator, *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2017, vol. 25, no. 10, pp. 1508-1518.
20. Neamaty A., Akbarpoor S. Numerical Solution of Inverse Nodal Problem with an Eigenvalue in the Boundary Condition, *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2017, vol. 25, no. 7, pp. 978-994.
21. Çöl A. Inverse Spectral Problem for Dirac Operator with Discontinuous Coefficient and Polynomials in Boundary Condition, *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2016, vol. 24, no. 2, pp. 234-246.
22. Gnuni V.Ts., Oganisyan Z.B. [Determination of the Boundary Conditions of a Circular Annular Plate for Given Natural Frequencies], *Izvestiya akademii nauk Armenii. Mekhanika* [Proceedings of National Academy of Sciences of Armenia. Mechanics], 1991, vol. 44, no. 5, pp. 9-16. (In Russ.)
23. Oganisyan Z.B. *Sbornik «Voprosy optimal'nogo upravleniya, ustoychivosti i prochnosti mekhanicheskikh sistem» (nauchnyye trudy konferentsii)* [Collection "Questions of Optimal Control, Stability and Strength of Mechanical Systems" (Conference Proceedings)], Yerevan, 1997, pp. 159-162. (In Russ.)
24. Oganisyan Z.B. [On a Problem of Restoring Boundary Conditions at the Edges of a Plate for a Given Frequency Spectrum of Natural Transverse Oscillations], *Uchenyye zapiski YEGU* [Scholarly Notes YSU], 1991, no. 1, pp. 45-50. (In Russ.)
25. Akhtyamov A.M. *Teoriya identifikatsii krayevykh usloviy i yeye prilozheniya* [The Theory of Identification of Boundary Conditions and its Applications], Moscow: Fizmatlit, 2009, 272 p. (In Russ.)

26. Akhtyamov A.M. [To the Uniqueness of the Solution of One Inverse Spectral Problem], *Differents. uravneniya* [Differ. the Equations], 2003, vol. 39, no. 8, pp. 1011-1015. (In Russ.)

27. Akhtyamov A.M., Utyashev I.M. [Identification of Boundary Conditions at Both Ends of a String by the Eigenfrequencies of Vibrations], *Akusticheskiy zhurnal* [Akustichsky Journal], 2015, vol. 61, no. 6, pp. 647-655, doi: 10.7868/S0320791915050019 (In Russ., abstract in Eng.)

28. Akhtyamov A.M., Amram M., Mouftakhov A. On Reconstruction of a Matrix by its Minors, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 2018, vol. 49, no. 2, pp. 268-281.

29. Akhtyamov A.M., Amram M., Dagan M., Mouftakhov A. Cramer's Rule for Nonsingular  $m \times n$  Matrices, *The Teaching of Mathematics*, 2017, vol. XX, no. 1, pp. 13-19.

30. Yurko V.A., [An Inverse Problem for Second-Order Differential Operators with Regular Boundary Conditions], *Matematicheskiye zametki* [Mathematical Notes], 1975, vol. 18, no. 4, pp. 569-576. (In Russ.)

---

### **Identifizierung der verteilenden Randbedingungen der Sturm-Liouville-Gleichung**

**Zusammenfassung:** Es wird das Problem untersucht, verteilende Randbedingungen der Sturm-Liouville-Gleichung anhand ihrer eigenen Werte zu identifizieren. In der vorliegenden Arbeit verwenden wir zwei Methoden zur Identifizierung der Randbedingungen - die Methode eines unsicheren Systems (die Minor-Methode), die Methode des Vergleichs gesamter Funktionen. In der Minor-Methode werden nur zwei oder drei Eigenwerte verwendet. Dieses Verfahren erlaubt es jedoch nicht, die grundlegende Frage zu beantworten: für welche Klassen gewöhnlicher Differentialgleichungen und Spektralprobleme die Arten und Parameter der Randbedingungen eindeutig wiederhergestellt werden. Um diese Frage zu beantworten, wird in dem Artikel die Methode des Vergleichs ganzer Funktionen verwendet. Es wird gezeigt, dass das Problem der Identifizierung von Randbedingungen für alle Eigenwerte bei einem asymmetrischen Potential eine eindeutige Lösung hat, und bei einem symmetrischen Potential zwei Lösungen. Es wird auch gezeigt, dass unter bestimmten Bedingungen eine einzelne Lösung mit nur drei Eigenwerten erhalten werden kann. Zwei Lösungen können mit nur zwei Eigenwerten erhalten werden.

---

### **Identification des conditions de rupture de la théorie de Sturm-Liouville**

**Résumé:** Est étudiée la tâche de l'identification des conditions de limite décroissantes de la théorie de Sturm-Liouville par ses propres valeurs. Dans cet article, sont utilisées deux méthodes d'identification des conditions de limite – la méthode d'un système non défini (méthode des mineurs) et la méthode de comparaison des fonctions complètes. Dans la méthode des mineurs sont utilisée seulement deux ou trois valeurs propres. Cependant, cette méthode ne permet pas de répondre à la question fondamentale: pour quelles classes d'équations différentielles ordinaires et des tâches spectrales les types et les paramètres des conditions de limite sont restaurés d'une

manière ou d'une autre. Pour répondre à cette question on utilise la méthode de comparaison des fonctions complètes. Il est démontré que, dans le cas d'un potentiel asymétrique, l'identification des conditions de limite pour toutes ses propres valeurs est la seule solution et, dans le cas d'un potentiel symétrique, il y a deux solutions. Il est également démontré que, dans certaines conditions, la seule solution peut être obtenue en utilisant seulement trois valeurs propres. Deux solutions peuvent être obtenues en utilisant seulement deux valeurs propres.

---

**Авторы:** *Ахтямов Азамат Мухтарович* – доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического моделирования; *Галимов Рустам Юмадилович* – аспирант кафедры математического моделирования, ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет», г. Уфа, Республика Башкортостан, Россия.

**Рецензент:** *Спивак Семён Израилевич* – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математического моделирования, ФГБОУ ВО «Башкирский государственный университет», г. Уфа, Республика Башкортостан, Россия.

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОФИЛЯ КУЛАЧКА МЕХАНИЗМА  
КАЧАНИЯ РАЗДУВОЧНОГО АГРЕГАТА ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ  
СИНТЕТИЧЕСКИХ ВОЛОКНИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ**

**К. Б. Сентяков<sup>1</sup>, В. М. Святский<sup>1</sup>, Б. А. Сентяков<sup>2</sup>, М. А. Святский<sup>2</sup>**

*Кафедры «Технология машиностроения и приборостроения» (1),  
«Ракетостроение» (2), Воткинский филиал  
ФГБОУ ВО «Ижевского государственного технического  
университета имени М. Т. Калашникова»; svlad-2000@yandex.ru*

**Ключевые слова:** волокно; кулачок; механизм качания; обкатывание; полиэтилентерефталат; толкатель; экструзионно-дутьевой способ.

**Аннотация:** Предложена схема усовершенствованного механизма равномерного качания раздувочного сопла агрегата для получения непрерывных холстов из полиэтилентерефталатного волокна экструзионно-дутьевым способом. Такой механизм для получения холста с одинаковой толщиной по его ширине должен обеспечивать возвратно-качательное перемещение раздувочного сопла с постоянной скоростью. Составив геометрическую и векторную модели такого механизма, методом обкатывания толкателем условно неподвижного кулачка получен его требуемый профиль. Получена математическая модель профиля кулачка в виде непрерывной параметрической функции. Изготовлен действующий макет механизма качания с разработанным кулачком.

---

Актуальной задачей современности является утилизация вторичного синтетического сырья, например, использованных пластиковых бутылок, с возможностью получения полезных для практического применения новых материалов. Синтетические волокнистые материалы, производимые из вторичного полиэтилентерефталата (ПЭТ) применяются в различных областях деятельности человека. Основное назначение таких материалов в технической сфере – создание композиционных материалов с особыми свойствами, фильтрация жидкостей, сорбция нефти и нефтепродуктов, тепло- и звукоизоляция различных видов энергетического и транспортного оборудования и др. [1 – 4].

При производстве непрерывных холстов из ПЭТ-волокна экструзионно-дутьевым способом важной задачей является обеспечение требуемой формы холста, а именно, заданной его толщины в различных сечениях. В соответствии с техническими условиями толщина холста в поперечном направлении не должна изменяться более чем на 10 % [5].

В работе [6] решена задача по обеспечению постоянства толщины холстов при их производстве экструзионно-дутьевым способом с помощью пазового кулачкового механизма равномерного качания раздувочного щелевого сопла с движением ролика по дуговым траекториям (рис. 1).

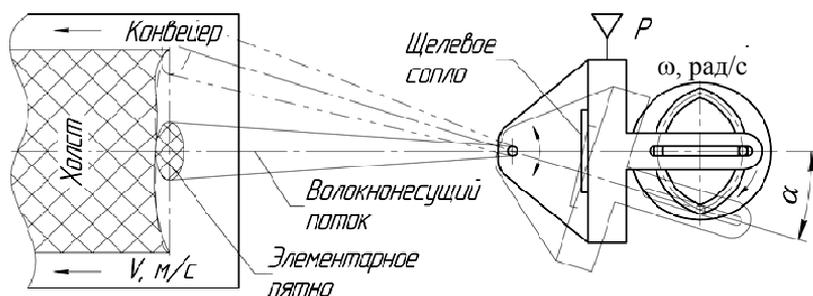


Рис. 1. Механизм качания раздувочного сопла

Анализ конструкции такого механизма выявил его некоторую не технологичность и сложность изготовления. В частности, консольное крепление ролика может вызвать его перекося и заклинивание в критических точках траектории. Кроме того, наличие пар трения скольжения при их линейных перемещениях приводит к появлению существенных реактивных сил в механизме, что вызывает интенсивный износ его подвижных элементов.

Для устранения вышеописанных проблем предлагается альтернативная схема кулачкового механизма равномерного качания с внешним толкателем. Геометрическая модель механизма показана на рис. 2.

Задача заключается в нахождении профиля эксцентричного кулачка, обеспечивающего равномерное движение качающегося толкателя при равномерном вращении кулачка. То есть пропорциональность их угловых скоростей.

Механизм равномерного качания работает следующим образом. При повороте кулачка на  $180^\circ$  против часовой стрелки вокруг неподвижной точки  $O$ , толкатель  $ABC$  поворачивается на угол  $2\Delta$  против часовой стрелки вокруг неподвижной точки  $A$ . При дальнейшем повороте кулачка до полного оборота, толкатель поворачивается обратно по часовой стрелке на угол  $2\Delta$ . Исходными геометрическими параметрами для расчета кулачка являются следующие величины:

- амплитуда качания  $2\Delta$ ;
- расстояние между центрами вращений  $OA = L$  ( $OA = BC$ );
- ширина толкателя  $AB = H$ .

Передаточное отношение механизма, то есть соотношение угловых скоростей кулачка и толкателя

$$k = \frac{180}{2\Delta}. \quad (1)$$

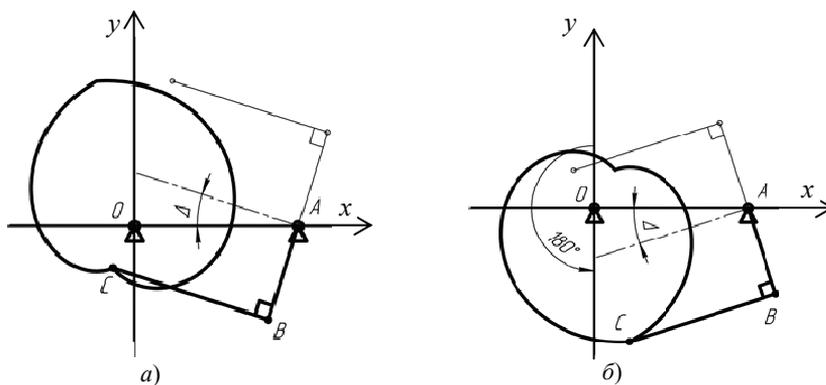


Рис. 2. Геометрическая модель механизма:  
а, б – начальное и конечное положения кулачка

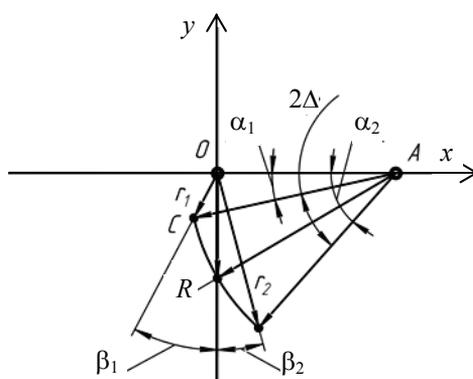


Рис. 3. Векторная модель механизма

Векторная модель механизма показана на рис. 3. Вектор  $AC$  с модулем  $R$  совершает один период колебательного движения с амплитудой  $2\Delta$  за полный оборот кулачка.

Из элементарных геометрических соображений определяются крайние положения векторов.

Модуль вектора  $AC$

$$R = \sqrt{L^2 + H^2}. \quad (2)$$

Начальный и конечный углы положения вектора  $AC$

$$\alpha_1 = \arccos\left(\frac{L}{R}\right) - \Delta; \quad \alpha_2 = \alpha_1 + 2\Delta. \quad (3)$$

Радиус-вектор  $OC$  при этом изменяется по модулю в пределах:

$$r_1 = \sqrt{L^2 + R^2 - 2LR \cos \alpha_1}; \quad r_2 = \sqrt{L^2 + R^2 - 2LR \cos \alpha_2}, \quad (4)$$

и по углу в пределах:

$$\beta_1 = \arccos\left(\frac{R}{r_1} \sin \alpha_1\right); \quad \beta_2 = \arccos\left(\frac{R}{r_2} \sin \alpha_2\right). \quad (5)$$

Профиль кулачка может быть получен методом обкатывания толкателем условно неподвижного кулачка следующим образом. На рисунке 4 звено  $OA$  вращается вокруг точки  $O$  с постоянной угловой скоростью и поворачивается на угол  $\varphi$

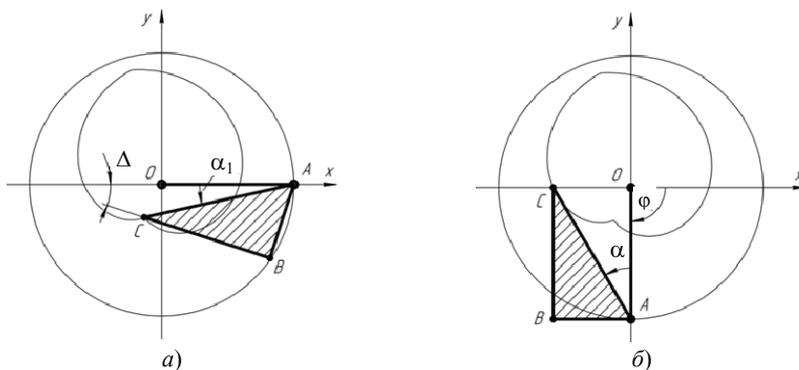


Рис. 4. Первый цикл обкатывания:  
*a* – начальное положение; *б* – четверть оборота

по часовой стрелке. Вместе с ним на тот же угол вокруг точки  $O$  поворачивается звено  $ABC$ . Одновременно с этим, звено  $ABC$  поворачивается против часовой стрелки вокруг точки  $A$  на угол  $\alpha - \alpha_1$ , который в  $k$  раз меньше угла  $\varphi$ .

Начальные координаты точек  $A$  и  $C$  в первом цикле – координаты векторов  $OA$  и  $OC$  в начальном положении (см. рис. 3):

$$x_A = L; y_A = 0; x_C = -r_1 \sin \beta_1; y_C = -r_1 \cos \beta_1. \quad (6)$$

Итерационные формулы первого цикла перехода к следующему положению точек  $A$  и  $C$  при поворотах соответствующих звеньев на угол  $\Delta\varphi$  и отрицательный угол  $\Delta\alpha$ :

$$\Delta\alpha = -\frac{\Delta\varphi}{k}; \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} x'_A &= x_A \cos \Delta\varphi + y_A \sin \Delta\varphi; \\ y'_A &= y_A \cos \Delta\varphi + x_A \sin \Delta\varphi; \\ x'_C &= x_C \cos \Delta\varphi + y_C \sin \Delta\varphi; \\ y'_C &= y_C \cos \Delta\varphi + x_C \sin \Delta\varphi; \\ x'_C &= (x'_C - x'_A) \cos \Delta\alpha + (y'_C - y'_A) \sin \Delta\alpha + x'_A; \\ y'_C &= (y'_C - y'_A) \cos \Delta\alpha + (x'_C - x'_A) \sin \Delta\alpha + y'_A. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Здесь показаны известные [7 – 9] формулы определения координат точки при ее повороте на заданный угол вокруг начала координат или вокруг точки с известными координатами.

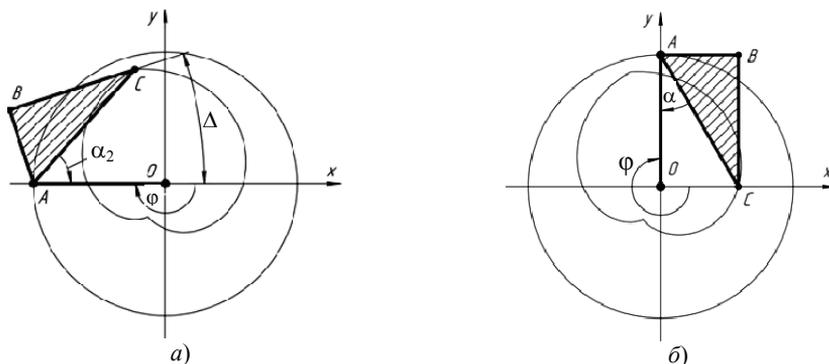
На рисунке 5 звено  $OA$  продолжает вращаться вокруг точки  $O$  с постоянной угловой скоростью и поворачивается на угол  $\varphi$  по часовой стрелке. Вместе с ним продолжает поворачиваться звено  $ABC$ . Одновременно с этим звено  $ABC$  начинает поворачиваться обратно по часовой стрелке вокруг точки  $A$  на угол  $\alpha_2 - \alpha$ , который в  $k$  раз меньше угла  $\varphi$ .

Начальные координаты точек  $A$  и  $C$  во втором цикле – координаты векторов  $OA$  и  $OC$  в конечном положении (см. рис. 3):

$$x_A = -L; y_A = 0; x_C = -r_2 \sin \beta_2; y_C = r_2 \cos \beta_2. \quad (9)$$

Итерационные формулы второго цикла перехода к следующему положению точек  $A$  и  $C$  аналогичны формулам (8) первого цикла за исключением формулы угла  $\Delta\alpha$ , который здесь положительный

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta\varphi}{k}. \quad (10)$$



**Рис. 5. Второй цикл обкатывания:**  
*a* – начальное положение; *б* – четверть оборота

Таким образом, по итерационным формулам (6) – (10) при изменении угла  $\varphi$  в диапазоне полного оборота от  $0^\circ$  до  $360^\circ$  с заданным шагом  $\Delta\varphi$ , получаем последовательность координат точки  $C$ , составляющих траекторию ее движения, то есть требуемый профиль кулачка.

Объединив итерационные формулы (8), можно получить и аналитическую математическую модель в виде непрерывной параметрической функции

$$\begin{cases} x(\varphi) = (x_C - x_A) \cos \varphi \cos \alpha + (y_C - y_A) \sin \varphi \cos \alpha + \\ + (y_C - y_A) \cos \varphi \sin \alpha + (x_A - x_C) \sin \varphi \sin \alpha + x_A \cos \varphi + y_A \sin \varphi; \\ y(\varphi) = (y_C - y_A) \cos \varphi \cos \alpha + (x_C - x_A) \sin \varphi \cos \alpha + \\ + (x_C - x_A) \cos \varphi \sin \alpha + (y_A - y_C) \sin \varphi \sin \alpha + y_A \cos \varphi + x_A \sin \varphi; \\ 0 \leq \varphi \leq \pi \end{cases} \quad (11)$$

Здесь величины  $\varphi$  и  $\alpha$  уже не дискретные постоянные, как в формулах (8), а вещественные переменные в заданном интервале. Данная функция описывает непрерывные кривые профиля кулачка первого и второго циклов обкатывания. Первая кривая получается с формулами (6) и (7), вторая – (9) и (10).

Механизм с таким кулачком требует силового замыкания (поджатия толкателя к кулачку) посредством пружины или геометрического замыкания (рис. 6) установкой симметричного относительно оси  $Oy$  кулачка в параллельной смещенной плоскости с симметричным смещенным толкателем.

Для проверки полученной математической модели профиля кулачка равномерного качания и работоспособности предложенного механизма спроектирован и изготовлен действующий макет (рис. 7, 8). Проектирование механизма осуществлялось в системе Компас-3D, что позволило эффективно прорабатывать все конструктивные элементы и вносить оперативные изменения на всех стадиях проекта. Механизм качания (см. рис. 7) состоит из трех основных элементов: основание, сборных рамок и сборных кулачков. Все элементы представляют собой плоские детали. В основании и кулачках выполнены окна для экономии материала. Сборные рамки – две одинаковые детали, соединенные на штифтах с клеем. В рамки впрессовываются с клеем две одинаковых оси. Одна ось качания в отверстии основания, другая ось скольжения в дуговом пазу основания. Оси выполнены с фланцами и фиксируют рамки на основании. Сборные кулачки также склеиваются на штифтах в симметричном положении. Верхний кулачок имеет цапговый зажим для фиксации на гладком цилиндрическом валу двигателя. Весь механизм базируется на двигателе по центральному отверстию основания и крепится винтами. Также винтами к рамкам крепится щелевое сопло, для качания которого и предназначен механизм. Двигатель и сопло не показаны на рис. 7.

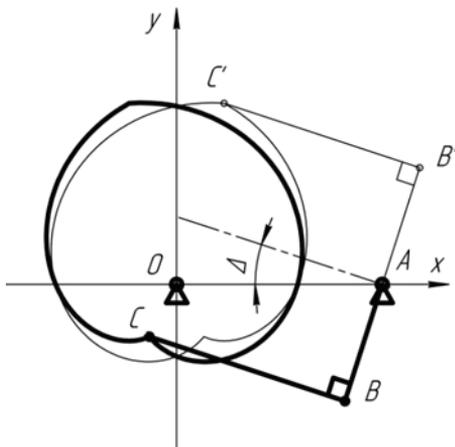
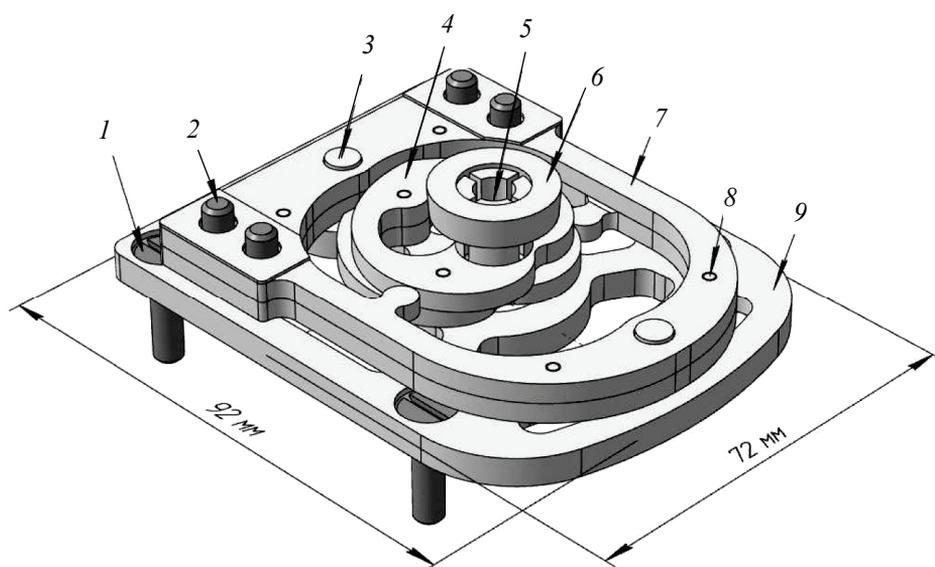


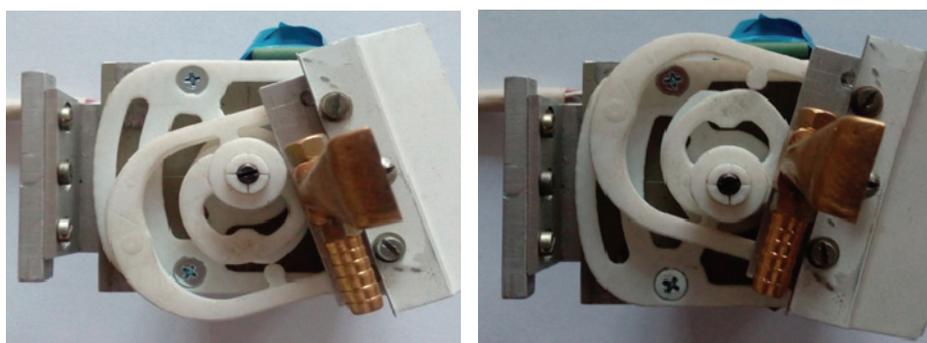
Рис. 6. Геометрическое замыкание механизма

Все детали механизма распечатаны на 3D-принтере. Материал деталей PLA-пластик. Данный материал не обладает высокой прочностью и износостойкостью в сравнении с металлом. Тем не менее, такой пластиковый макет показал себя вполне работоспособным на реально действующей установке по производству синтетического волокна. Это обусловлено, как показали испытания, сравнительно низкими силовыми нагрузками, действующими на элементы механизма, и низ-



**Рис. 7. 3D-модель механизма равномерного качания:**

1, 2 – винты крепления двигателя и сопла соответственно; 3, 5 – оси качания рамок и вращения кулачков соответственно; 4 – кулачки в сборе; 6 – кольцо зажима цанги; 7 – рамки в сборе; 8 – штифты; 9 – основание



**Рис. 8. Общий вид кулачкового механизма равномерного качания**

кими скоростями их вращения и качания. Кроме того, положительным моментом данной технологии является невысокая стоимость изготовления деталей и возможность их быстрой печати для замены в случае поломки или износа при испытаниях.

Таким образом, в результате выполненных аналитических исследований составлены геометрическая и векторная модели механизма равномерного качания раздувочного сопла агрегата для получения холстов из вторичного ПЭТ. Методом обкатывания толкателем условно неподвижного кулачка получен его требуемый профиль. Получив аналитическим путем и затем объединив итерационные формулы циклов обкатывания кулачка, найдена математическая модель профиля кулачка в виде непрерывной параметрической функции. Изготовлен действующий макет механизма качания с разработанным кулачком. Испытание механизма на действующей установке для производства холстов из ПЭТ-волокна подтвердило его эффективную работу – разность толщин холстов не превышала 2 мм при их толщине 25 мм.

### Список литературы

1. Процессы получения и практического использования полиэтилентерефталатного волокна из вторичного сырья / Б. А. Сентяков [и др.]. – Старый Оскол : Тонкие наукоемкие технологии, 2014. – 152 с.
2. Грахов, В. П. Проектное управление развитием качества строительных материалов: монография / В. П. Грахов, О. В. Титова, К. Л. Домнина. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ им. М. Т. Калашникова, 2016. – 109 с.
3. Simulation of Oil Products Separation from Fibrous Sorbent Material Centrifugally / B. A. Sentyakov [et al.] // Acta Montanistica Slovaca. – 2016. – Vol. 21, No 3. – P. 238 – 246.
4. Элбакян, А. Г. Экспериментальное исследование процесса пирообработки холстов из супертонкого базальтового волокна / А. Г. Элбакян, Б. А. Сентяков // Интеллектуальные системы в производстве. – 2017. – Т. 15, № 2. – С. 67 – 70. doi: 10.22213/2410-9304-2017-2-67-70
5. Моделирование процесса формообразования холстов из волокнистых материалов / В. М. Святский [и др.] // Вестн. ИжГТУ им. М. Т. Калашникова. – 2015. – Т. 18, № 2. – С. 17 – 20.
6. Формообразование холстов из синтетических волокнистых материалов / В. М. Святский [и др.], Сентяков К. Б., Сентяков Б. А., Святский М. А. // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2017. – Т. 23, № 2. – С. 300 – 306. doi: 10.17277/vestnik.2017.02.pp.300-306
7. Роджерс, Д. Математические основы машинной графики / Д. Роджерс, Дж. Адамс. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Мир, 2001. – 604 с.
8. Аммерал, Л. Принципы программирования в машинной графике / Л. Аммерал ; пер. с англ. В. А. Львова. – М. : Сол Систем, 1992. – 224 с.
9. Домнина, К. Л. Основы алгоритма оптимизации структуры теплоизоляционных пористых материалов / К. Л. Домнина, М. Н. Каракулов // Вестник ИжГТУ имени М.Т. Калашникова. – 2017. – Т. 20, № 1. – С. 108 – 110. doi: 10.22213/2413-1172-2017-1-108-110

---

## A Mathematical Model for Cam Profile of a Swinging Mechanism of a Blowing Machine for Production of Synthetic Fibrous Materials

K. B. Sentyakov, V. M. Svyatsky, B. A. Sentyakov, M. A. Svyatsky

*Department of Technology of Mechanical Engineering and Instrument Making,  
Votkinsk Branch of M.T. Kalashnikov Izhevsk State Technical University;  
svlad-2000@yandex.ru*

**Keywords:** fiber; fist; swing mechanism; run-in; polyethylene terephthalate; pusher; extrusion blow method.

**Abstract:** The paper focuses on the development of an improved mechanism for uniform swinging of a blow-out nozzle of machine for obtaining continuous canvases from polyethylene terephthalate fiber by the extrusion-blow method. Such a mechanism for obtaining a canvas with the same thickness over its width should provide for the reciprocating swinging movement of the blowing nozzle at a constant speed. Having compiled a geometrical and vector model of such a mechanism by the method of rolling a conditionally fixed cam with a pusher, its desired profile was obtained. Having obtained analytically and then combining the iterative formulas of cam run cycles, a mathematical model of the cam profile was obtained in the form of a continuous parametric function. A working model of the swinging mechanism for the developed cam is prepared.

## References

1. Sentyakov B.A., Shirobokov K.P., Svyatsky V.M., Svyatsky M.A., Fonareva K.A. *Protsessy polucheniya i prakticheskogo ispol'zovaniya polietilentereftalatnogo volokna iz vtorichnogo syr'ya* [Processes of Obtaining and Practical use of Polyethylene Terephthalate Fiber from Secondary Raw Materials], Stary Oskol: Tonkie naukoemkie tekhnologii, 2014, 152 p. (In Russ.)
2. Grakhov V.P., Titova O.V., Domnina K.L. *Proyektnoye upravleniye razvitiyem kachestva stroitel'nykh materialov* [Design Management of the Development of the Quality of Construction Materials], Izhevsk: Izd-vo IzhGTU im. M. T. Kalashnikova, 2016, 109 p. (In Russ.)
3. Sentyakov B., Repko A., Sviatskii V., Soldan M., Nikitin Y. Simulation of Oil Products Separation from Fibrous Sorbent Material Centrifugally, *Acta Montanistica Slovaca*, 2016, vol. 21, no. 3, pp. 238-246.
4. Elbakyan A.G., Sentyakov B.A. [Experimental Study of the Process of Pyro-Processing of Canvases from Superfine Basalt Fiber], *Intellektual'nyye sistemy v proizvodstve* [Intellectual Systems in Production], 2017, vol. 15, no. 2, pp. 67-70, doi: 10.22213/2410-9304-2017-2-67-70 (In Russ., abstract in Eng.)
5. Svyatsky V.M., Sviatsky M.A., Sentyakov B.A., Sentyakov K.B., Garaev S.A. [Simulation of Forming Web of Fibrous Materials], *Vestn. IzhGTU im. M. T. Kalashnikova* [Bulletin of the Kalashnikov Izhevsk State Technical University], 2015, vol. 18, no. 2, pp. 17-20. (In Russ., abstract in Eng.)
6. Svyatskiy V.M., Sentyakov K.B., Sentyakov B.A., Svyatskiy M.A. [Shaping Canvases from Synthetic Fibrous Materials], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2017, vol. 23, no. 2, pp. 300-306, doi: 10.17277/vestnik.2017.02.pp.300-306 (In Russ., abstract in Eng.)
7. Rodzhers D., Adams Dzh. *Matematicheskiye osnovy mashinnoy grafiki* [Mathematical Foundations of Computer Graphics], Moscow: Mir, 2001, 604 p. (In Russ.)
8. Ammeral, L. *Printsipy programmirovaniya v mashinnoy grafike* [Principles of Programming in Computer Graphics], Moscow: Sol Sistem, 1992, 224 p. (In Russ.)
9. Domnina K.L., Karakulov M.N. [Basics of the Algorithm for Optimizing the Structure of Heat-Insulating Porous Materials], *Vestn. IzhGTU im. M. T. Kalashnikova* [Bulletin of the Kalashnikov Izhevsk State Technical University], 2017, vol. 20, no. 1, pp. 108-110, doi: 10.22213/2413-1172-2017-1-108-110 (In Russ., abstract in Eng.)

---

## Mathematisches Modell des Nocken-Profiles des Mechanismus des Schwingens des Ausblasaggregats für Erhalten der synthetischen Faserstoffe

**Zusammenfassung:** Die Arbeit ist der Entwicklung des verbesserten Mechanismus des gleichmäßigen Schwingens der Ausblasdüse eines Aggregats für Erhalten der kontinuierlichen Leinwände aus Polyethylen-Terephthalat-Fasern mit Hilfe des Extrusionsblasverfahrens gewidmet. Ein solcher Mechanismus zum Erhalten einer Leinwand mit der gleichen Dicke über ihre Breite sollte die hin- und hergehende Schwenkbewegung der Blasdüse mit einer konstanten Geschwindigkeit gewährleisten. Nachdem ein geometrisches und Vektormodell eines solchen Mechanismus unter Verwendung der Abwälzung eines herkömmlich feststehenden Nockens durch den schiebenden Vorschub erstellt wurde, wurde sein gewünschtes Profil erhalten. Nach dem analytischen Erhalten und anschließenden Kombinieren der iterativen Formeln der Einlaufnockenzyklen wurde ein mathematisches Modell des Nockenprofils in Form einer stetigen parametrischen Funktion erhalten. Ein Arbeitsmodell des Schwenkmechanismus mit einem entworfenen Nocken ist entwickelt worden.

## **Modèle mathématique du profil de came du mécanisme d'oscillation de l'agregatgon flable pour l'obtention des matériaux fibreux synthétiques**

**Résumé:** L'article est consacré à la conception d'un mécanisme perfectionné d'oscillation uniforme de la buse gonflable de l'unité pour produire des toiles non discontinues en fibre de polyéthylène téréphtalate par extrusion et soufflage. Un tel mécanisme pour obtenir une toile d'une épaisseur égale en fonction de sa largeur doit permettre un mouvement alternatif et oscillant de la buse gonflable à une vitesse constante. Ayant constitué un modèle géométrique et vectoriel d'un tel mécanisme par la méthode du roulement par le poussoir de la came conditionnellement fixe, est obtenu son profil requis. Après avoir obtenu par voie analytique, puis combiné les formules itératives des cycles de roulement de came, est obtenu un modèle mathématique du profil de came sous la forme d'une fonction paramétrique continue. Est fabriqué le modèle du mécanisme d'oscillation temporaire avec la came conçue.

---

**Авторы:** *Сентяков Кирилл Борисович* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Технология машиностроения и приборостроения»; *Святский Владислав Михайлович* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Технология машиностроения и приборостроения»; *Сентяков Борис Анатольевич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Ракетостроение»; *Святский Михаил Александрович* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Ракетостроение», Воткинский филиал ФГБОУ ВО «Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова», г. Воткинск, Удмуртская Республика, Россия.

**Рецензент:** *Ренко Александр Валентинович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Технология машиностроения и приборостроения», Воткинский филиал ФГБОУ ВО «Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова», г. Воткинск, Удмуртская Республика, Россия.

## СИНТЕЗ И ОПТИМИЗАЦИЯ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ СТАНКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СВЯЗЕЙ В ФОРМООБРАЗУЮЩИХ ЦЕПЯХ

**В. А. Ванин, А. Н. Колодин, А. А. Родина, В. Х. Фидаров**

*Кафедра «Компьютерно-интегрированные системы в машиностроении»,  
ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия; kafedra@mail.gaps.tstu.ru*

**Ключевые слова:** внутренние связи; генератор гидравлических импульсов; гидравлические связи; гидравлический шаговый двигатель; гидравлический шаговый привод; металлорежущие станки; формообразующие связи.

**Аннотация:** Рассмотрена возможность синтеза и оптимизации построения внутренних (формообразующих) цепей металлорежущих станков различного технологического назначения в виде гидравлической синхронной связи на основе шагового гидропривода в целях применения агрегатно-модульного принципа для повышения точности, снижения металлоемкости, создания рациональной конструкции цепей станка.

---

### Введение

Для изготовления некоторых деталей, таких как некруглые колеса, ходовые винты (червяки) с неравномерным шагом, конические шестерни полуобкатных передач, применяются станки, у которых отношение скоростей взаимосвязанных элементарных формообразующих движений не остается постоянным.

Структура рассматриваемых станков строится таким образом, чтобы сложное формообразующее движение было составлено из нескольких элементарных движений, одно из которых обязательно неравномерное. Чаще всего неравномерное вращательное движение получают суммированием равномерного с неравномерным, применяя суммирующий механизм и дополнительную внутреннюю кинематическую цепь, которая равномерное движение превращает в неравномерное.

Для получения методами резания поверхности заданной геометрической формы и размеров на изделии необходимо создать исполнительное движение формообразования инструмента и заготовки, траектории и скорости которых взаимосвязаны между собой.

В настоящее время наиболее часто применяют кинематические цепи, движение в которых осуществляется посредством механических звеньев как в цепях главного движения, так и во внутренних (формообразующих), при этом каждая из них строится индивидуально для каждого типа станка, разного габарита, различной точности [1].

### Формообразующие цепи металлорежущих станков с механическими связями

Наиболее существенными недостатками кинематических цепей, составленных из механических звеньев, являются:

– значительная протяженность и громоздкость, особенно при сложном пространственном расположении рабочих органов и больших расстояниях между исполнительными органами станка;

– непостоянная крутильная жесткость, которая зависит от протяженности цепи, числа и жесткости стыков кинематических пар, составляющих цепь;

– индивидуальное проектирование и построение внутренних кинематических цепей под каждую определенную компоновку станка одного и того же типа и назначения, но разного габарита.

Применение механических связей усложняет конструкцию станка, увеличивает его металлоемкость, а при значительной протяженности механической цепи не всегда возможно обеспечить необходимую кинематическую точность цепи без применения специальных корректирующих устройств.

На кинематическую точность цепи, составленной из механических звеньев, влияют геометрическая неточность элементов цепи и неточность их взаимного расположения, обусловленная погрешностями обработки и сборки. Большое влияние на точность цепи оказывают температурные деформации и крутильная жесткость, которая определяется взаимным углом поворота валов конечных звеньев кинематических цепей в зависимости от приложенного крутящего момента.

Большое значение приобретает влияние крутильной жесткости в винторезных цепях, цепях деления и обката значительной протяженности, при этом они становятся громоздкими и не всегда обеспечивают необходимую кинематическую точность, так как повышенное трение и изнашивание самих цепей приводят к постоянному снижению их точности.

При сложном пространственном расположении рабочих органов, большом числе промежуточных подвижных элементов и большом расстоянии между подвижным рабочим органом, жесткие кинематические цепи, составленные из механических звеньев, становятся сложными, что приводит к усложнению станка и снижению точности функционально связанных перемещений.

При рациональном построении внутренних кинематических цепей станков, достижение их высокой кинематической точности может быть реализовано уменьшением до возможного предела погрешностей составляющих звеньев цепи и выбором такой кинематической схемы и ее звеньев, которые делают возможным минимальное влияние погрешностей.

Уменьшение отдельных составляющих суммарной погрешности возможно осуществить следующими способами:

– обеспечением необходимой и достаточной точности делительных червячных передач и промежуточных звеньев кинематических цепей формообразования (зубчатые колеса, подшипники и т.д.);

– рациональным построением кинематической цепи в целях уменьшения влияния погрешности ее элементов.

Одним из возможных способов повышения точности внутренних кинематических цепей и сохранения ее в процессе эксплуатации является сокращение протяженности цепей, что ведет к значительному снижению металлоемкости станков за счет применения высокоточных приводов, обеспечивающих непосредственное соединение двигателя с заготовкой и инструментом, исключая при этом коробки скоростей и подач, промежуточные механические передачи и звенья.

Это относится к металлорежущим станкам, имеющим сложное пространственное расположение рабочих органов при значительном расстоянии между подвижными рабочими органами, длинные и разветвленные многозвенные перенастраиваемые кинематические цепи, где требуется создать относительные взаимосвязанные формообразующие движения инструмента и обрабатываемой заготовки.

Такие кинематические связи могут быть выполнены в виде разомкнутого гидравлического шагового привода (ГШП), применение которого в цепях металлорежущих станков позволит в разомкнутой системе реализовать управляющие функции с большой точностью.

### **Формообразующие гидравлические связи на основе шагового гидропривода**

Применение ГШП объясняется известными достоинствами гидропривода, к которым относятся:

- малые габариты и масса при высокой силовой напряженности, что обеспечивает малую инерционность подвижных частей;
- высокое быстродействие и точность воспроизведения взаимосвязанных движений.

Применение дискретных устройств позволяет значительно упростить систему управления, получить достаточную точность при разомкнутой системе управления за счет однозначного соответствия между числом и частотой управляющих импульсов и величиной и частотой отработки дискретных перемещений (угловых или линейных) на выходе исполнительного органа.

В качестве силового исполнительного органа используется гидравлический шаговый двигатель (ГШД), соединенный со звеном настройки, выполненным в виде генератора гидравлических импульсов (ГГИ) и преобразующим энергию жидкости в гидравлические импульсы. При этом каждому управляющему импульсу соответствует определенный фиксированный угол поворота выходного вала ГШД.

Скорость вращения и суммарный угол поворота выходного вала пропорциональны соответственно частоте и числу поступающих импульсов. Передаточное отношение гидравлической связи между исполнительными органами зависит от соотношения частот гидравлических импульсов, формируемых ГГИ и подаваемых к исполнительным ГШД. Для воспроизведения образующей линии по методу обката между перемещениями рабочих органов станка необходимо осуществить требуемую функциональную зависимость. Для получения формообразующего движения требуется обеспечить жесткую кинематическую связь между заготовкой и инструментом. Поэтому из всех видов ГШД наиболее приемлемыми для построения внутренних кинематических цепей являются двигатели с механической редукцией шага.

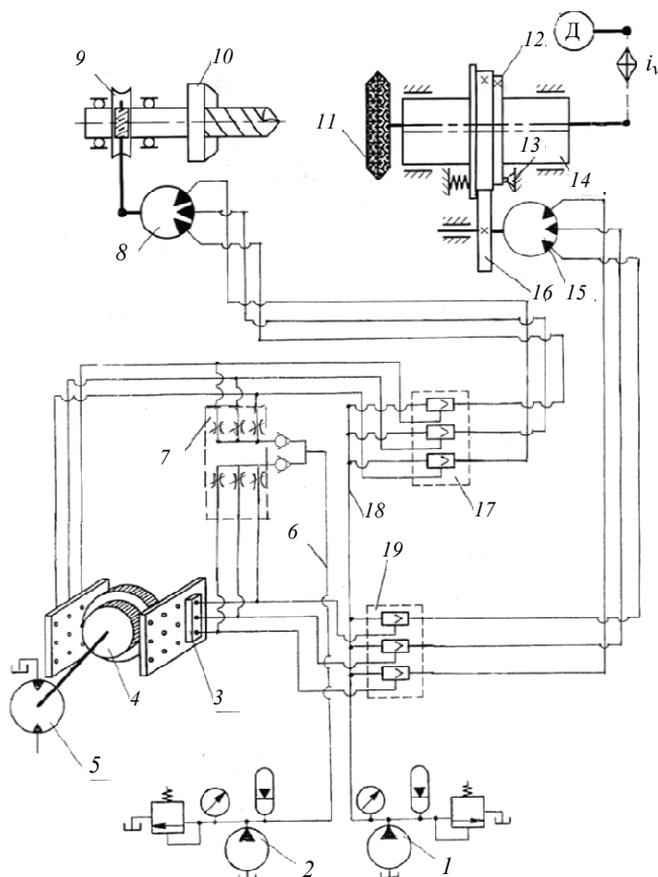
Для получения малой величины шага имеются примеры ГШД со встроенными волновыми и планетарными редукторами. Волновые гидродвигатели реализуются различными конструктивными сочетаниями гибкого и жесткого зубчатых колес и волнообразователя. При этом различные технические характеристики привода, различные законы управления приводом, принципиальные особенности ГШД будут зависеть от конструктивных разновидностей основных элементов.

Внутренние кинематические цепи металлорежущих станков, выполненные в виде гидравлических связей на основе ГШД, можно построить, используя агрегатно-модульный принцип. Все агрегаты, входящие в состав ГШП, – источник рабочей жидкости (насосная установка), исполнительный силовой орган (ГШД с механической редукцией шага), управляющее (коммутирующее) устройство (ГГИ) – выполнены как конструктивно и функционально завершенные блоки (модули), которые имеют типовые присоединительные размеры и стыковочные устройства. Это обеспечивает соединение с конечными звеньями кинематических цепей и выполнение заданных функций либо самостоятельно, либо совместно с другими блоками в зависимости от сложности, назначения и точности кинематической цепи, числа формообразующих движений [5 – 7].

Рассмотрим структурные схемы станков различного технологического назначения, внутренние кинематические связи которых построены с использованием гидравлических связей на основе ГШП, где в качестве силового органа применяются ГШД с механической редукцией шага и различными схемами коммутации потоков рабочей жидкости.

На рисунке 1 приведена структурная схема станка для заточки спиральных сверл и зенкеров с внутренними гидравлическими связями и системой управления от блоков гидрораспределителей, построенной на базе двухкромочного золотника с торцевым распределением рабочей жидкости.

Станок включает в себя инструмент 11 (шлифовальный круг), совершающий вращательное движение от электродвигателя Д через звено настройки  $i_v$ . Вращение шпинделя с заготовкой 10 осуществляется от ГШД 8, кинематически связанного со шпинделем посредством червячной передачи 9. Планетарное движение инструмента 11, обеспечивающее более равномерный его износ, выполняется за счет эксцентричного расположения оси шпинделя инструмента относительно оси гильзы 14, которая приводится во вращение ГШД 15, посредством цилиндрической зубчатой передачи 16. Для осуществления осевого перемещения шпинделя в целях обеспечения затачивания задних поверхностей в винтовой поверхности конической частью шлифованного круга используется торцовый кулачок 12, закрепленный на гильзе 14 и взаимодействующий с упором 13. Управление ГШД 8



**Рис. 1. Структурная схема станка для заточки спиральных сверл и зенкеров с внутренними гидравлическими связями и системой управления от блоков гидрораспределителей**

и 15 приводов вращения заготовки 10 и планетарного движения инструмента 11 осуществляется от блоков гидрораспределителей 17 и 19 с торцовым распределением рабочей жидкости, выполненных на базе двух кромочного золотника. Число таких гидрораспределителей в каждом блоке определяется числом рабочих камер каждого из ГШД. Настройка внутренней гидравлической цепи на требуемое передаточное отношение осуществляется с помощью ГГИ 4.

Механический ГГИ представляет собой устройство, конструктивно выполненное в виде набора кодирующих дисков, закрепленных на общей оси, и получающего вращение от отдельного гидромотора 5. Число кодирующих дисков в генераторе определяет число передаточных отношений цепи. Генератор гидравлических импульсов формирует гидравлические импульсы давления и распределяет их по рабочим камерам ГШД за счет периодического в определенной последовательности открытия и закрытия рабочих щелей. Наружная поверхность каждого из кодирующих дисков выполнена таким образом, что один выступ может перекрывать только лишь одну щель. Рабочие щели в корпусе ГГИ располагаются с шагом  $t_{щ} = t_{в}(m \pm 1/n)$ , где  $t_{в}$  – шаг выступов кодирующего диска, равный  $t_{в} = 360^\circ/z$ , здесь  $z$  – число зубьев выступов кодирующего диска;  $m$  – целое число, выбирается из условия удобного расположения и присоединения рабочих щелей к гидролиниям;  $n$  – число щелей, соответствующих числу каналов в ГШД.

При таком расположении щелей, относительно выступов вращающегося кодирующего диска через две оставшиеся незакрытыми щели, рабочая жидкость поступает на слив, при этом одна щель всегда перекрывается выступом диска. В момент, когда выступ вращающегося диска ГГИ находится напротив рабочей щели, происходит скачкообразное повышение управляющего давления. В результате управляющее давление одного из каналов увеличивается до максимального, в двух других каналах рабочая жидкость поступает на слив.

Генератор гидравлических импульсов обеспечивает постоянное для данной настройки отношение частот гидравлических импульсов давления, а, следовательно, частот вращения выходных валов ГШД приводов заготовки и инструмента. Коммутация потоков рабочей жидкости по силовым каналам и рабочим камерам ГШД зависит от того, какая щель управляющих каналов перекрыта в данный момент выступом вращающегося кодирующего диска ГГИ. Передаточное отношение между исполнительными органами зависит от соотношения частот гидравлических импульсов. Изменение передаточного отношения цепи обката производится перемещением ползушек 3 на корпусе ГГИ относительно периферии кодирующего диска с разным числом выступов, осуществляя при этом коммутацию потоков рабочей жидкости по силовым каналам в зависимости от того, какая щель управляющих каналов перекрыта в данный момент выступом вращающегося диска генератора импульсов.

Рабочая жидкость для получения управляющих импульсов для гидрораспределителей с торцовым распределением рабочей жидкости поступает от насосной установки 2 через блок постоянных дросселей 7 по трубопроводу 6.

На рисунке 2 представлена структурная схема токарно-затыловочного станка с гидравлическими формообразующими связями для затылования фасонных цилиндрических фрез с винтовыми стружечными канавками [8 – 10].

Станок включает в себе заготовку 10, вращение которой осуществляется электродвигателем Д через звено настройки  $i_v$ .

Движение затылования (деления), связывающее между собой вращение заготовки 10 и вращение кулачка затылования 6, от которого производится возвратно-поступательное перемещение в радиальном направлении верхней каретки 14

с инструментом 13, осуществляется ГШД 4, кинематически связанным с кулачком затылования через центральное колесо суммирующего механизма 3. Управление данным ГШД осуществляется ГГИ, золотниковая втулка которого получает вращение от приводного зубчатого колеса 8, закрепленного на шпинделе заготовки.

Продольное перемещение продольного суппорта 12 с инструментом 13 связано с вращением заготовки 10 винторезной цепью и осуществляется от ГШД 16, кинематически связанного ходовым винтом 19 с продольным суппортом 12 управляемого ГГИ 9, золотниковая втулка которого получает вращение от приводного зубчатого колеса 8, закрепленного на шпинделе заготовки 10. Требуемая форма профиля заготовки обеспечивается внутренней кинематической связью между продольным 12 и поперечным 14 суппортами посредством щупа, который жестко скреплен с суппортом 14 и сменным копиром 11 при продольном перемещении продольного суппорта 14 посредством ходового винта 19 продольной подачи.

Дифференциальное движение, необходимое при затыловании изделий с фасонными поверхностями и винтовыми стружечными канавками и обеспечивающее дополнительный поворот кулачку затылования 6, осуществляется ГШД 18, кинематически связанным с кулачком затылования через суммирующий механизм 3 в виде дифференциала с коническими колесами посредством червячной переда-

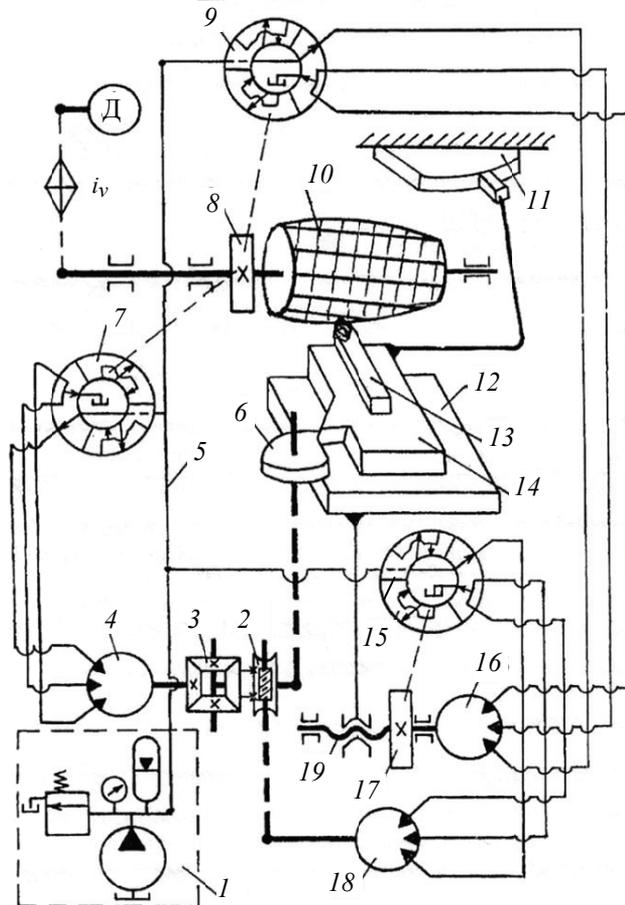


Рис. 2. Структурная схема токарно-затыловочного станка с гидравлическими формообразующими связями

чи 2 и управляемого от ГГИ 15, золотниковая втулка которого получает вращение от приводного зубчатого колеса 17, жестко закрепленного на ходовом винте 19 продольной подачи суппорта 14. Рабочая жидкость подводится к ГГИ от насосной установки 1 по трубопроводу 5.

### Заключение

Применение ГШП при построении внутренних (формообразующих) кинематических цепей в виде гидравлических связей дает возможность решить следующие задачи при проектировании станков.

1. Обеспечить конструктивную однородность внутренних кинематических цепей для всех типов станков различного технологического назначения со сложными движениями формообразования, в которых при работе требуется осуществить жесткую функциональную связь между инструментом и заготовкой. Построение рациональной компоновки сложных формообразующих цепей станков выполняется из ограниченной номенклатуры составных унифицированных агрегатов (модулей), имеющих функциональную и конструктивную завершенность с использованием ограниченного числа деталей и узлов индивидуального проектирования и изготовления. Данные узлы при соответствующей сборке обеспечивают построение внутренних цепей различного функционального назначения, а также технологические и компоновочные условия по точности, числу формообразующих движений, металлоемкости для конкретной технологической задачи в станках различного технологического назначения.

2. Расширить возможности применения ГШП для выполнения сложных взаимосвязанных формообразующих движений в станках, особенно при сложном пространственном расположении исполнительных рабочих органов станка, большом числе промежуточных звеньев в цепи и значительном расстоянии между подвижными рабочими органами, когда механические кинематические цепи станков являются многозвеньевыми, протяженными, сложными и громоздкими, что приводит к усложнению конструкции станка и снижению точности функционально связанных перемещений.

3. Обеспечить значительное сокращение сроков и снижение трудоемкости проектирования, изготовления и освоения новых конструкций кинематических цепей, поскольку допускается возможность многократного использования элементов цепей в различных комбинациях и сочетаниях. В новых компоновках обеспечивается рациональное построение кинематики станка с наименьшим числом механических звеньев, так как возможно прямое непосредственное соединение исполнительного силового ГШД с исполнительными узлами станка (инструмента и заготовки) без применения коробок передач, редукторов, промежуточных передач и т.д.

4. Повысить точность кинематических цепей за счет уменьшения накопленной погрешности, так как общая протяженность механической кинематической цепи при замене ее гидравлической связью между согласуемыми рабочими органами предельно сокращается.

5. Позволяет не конструировать внутренние (формообразующие) кинематические цепи станков различного технологического назначения и разных типоразмеров одного назначения каждый раз заново, а компоновать их из функционально и конструктивно завершенных агрегатов (модулей), взятых в таком сочетании, что обеспечивает необходимые формообразующие движения, рациональную компоновку станка, точность цепи.

6. Уменьшить металлоемкость и массу станка за счет исключения из состава механической цепи до возможного минимума числа промежуточных звеньев.

7. Обеспечить конструктивную преемственность при создании конструкций станков благодаря типизации конструктивного исполнения внутренних кинематических цепей, выполненных в виде гидравлических связей на основе ГШП, состоящего из функционально и конструктивно завершенных агрегатов (модулей), имеющих унифицированные габаритно-установочные и присоединительные элементы и выполняющих заданные функции самостоятельно либо совместно с аналогичными модулями в зависимости от назначения, сложности внутренней цепи, числа формообразующих движений, точности цепи.

*Работа подготовлена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, № 17-48-680787.*

#### *Список литературы*

1. Колодин, А. Н. Затыловочные станки с гидравлическими формообразующими связями : монография / А. Н. Колодин, В. А. Ванин, А. А. Родина // Deutschland : LAP Lambert Academic Publishing, 2015. – 169 с.

2. Ванин, В. А. Станки с гидравлическими внутренними (формообразующими) связями на основе шагового гидропривода для обработки винтовых поверхностей / В. А. Ванин, А. Н. Колодин // Справочник. Инженерный журнал с приложениями. – 2012. – № 7 (184). – С. 30 – 35.

3. Металлорежущие станки с гидравлическими связями на основе шагового гидропривода во внутренних (формообразующих) цепях / В. А. Ванин [и др.] // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2013. – Т. 19, № 1. – С. 167 – 176.

4. Применение шагового гидропривода для построения формообразующих цепей металлорежущих станков со сложными движениями формообразования / В. А. Ванин [и др.] // Вопр. соврем. науки и практики. Университет им. В. И. Вернадского. – 2014. – №1 (50). – С. 250 – 259.

5. Ванин, В. А. Резьбообрабатывающие станки с гидравлическими формообразующими связями на основе шагового гидропривода для обработки винтовых поверхностей переменного шага / В. А. Ванин, А. Н. Колодин, А. А. Родина // Вестник машиностроения. – 2014. – № 7. – С. 37 – 45.

6. Ванин, В. А. Кинематическая структура металлорежущих станков со сложными движениями формообразования с внутренними гидравлическими связями / В. А. Ванин, А. Н. Колодин // Технология машиностроения. – 2015. – № 5 (155). – С. 18 – 26.

7. Ванин, В. А. Оптимальное построение структуры внутренних цепей станков на основе гидравлических связей / В. А. Ванин, А. Н. Колодин, Д. А. Харин / Виртуальное моделирование, прототипирование и промышленный дизайн : материалы междунар. науч.-практ. конф. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2015. – С. 363 – 368.

8. Vanin, V. A. Modular Design Based on Hydraulic Step Drives for Internal Kinematic Chains in Metal-Cutting Machines / V. A. Vanin, A. N. Kolodin // Russian Engineering Research. – 2010. – No. 30 (12). – P. 1248 – 1251.

9. Vanin, V. A. Application of Hydraulic Step Drives in Metal-Cutting Machine Tools / V. A. Vanin, A. N. Kolodin // Russian Engineering Research. – 2010. – No. 30 (5). – P. 446 – 450.

10. Vanin, V. A. Kinematic Structure of Metal-Cutting Machines with Hydraulic Couplings / V. A. Vanin, A. N. Kolodin, A. A. Rodina // Russian Engineering Research. – 2015. – No. 34 (12). – P. 763 – 768.

## Synthesis and Optimization of Kinematic Structure of Machine Tools Using Hydraulic Connections in Forming Chains

V. A. Vanin, A. N. Kolodin, A. A. Rodina, V. Kh. Fidarov

*Department of Computer-Integrated Systems in Mechanical Engineering,  
TSTU, Tambov, Russia; kafedra@mail.gaps.tstu.ru*

**Keywords:** internal communications; hydraulic pulse generator; hydraulic couplings; hydraulic stepping motor; hydraulic stepper drive; machine tools; shape-generating chains.

**Abstract:** The paper studies the possibility of synthesizing and optimizing the construction of internal (forming) chains of metal-cutting machines of various technological purposes in the form of a hydraulic synchronous connection on the basis of a hydraulic drive with the purpose of applying the modular-modular principle to increase accuracy, reduce metal consumption, and create a rational design of machine tool chains.

### References

1. Kolodin A.N., Vanin V.A., Rodina A.A. *Zatylovochnyye stanki s gidravlicheskimi formoobrazuyushchimi svyazyami* [Plugging Machines with Hydraulic Form-Building Links], Deutschland: LAP Lambert Academic Publishing, 2015, 169 p. (In Russ.)
2. Vanin V.A., Kolodin A.N. [Machines with Hydraulic Internal (Shaping) Connections Based on Stepper Hydraulic Drive for Machining of Helical Surfaces], *Spravochnik. Inzhenernyy zhurnal s prilozheniyami* [Reference book. Engineering journal with attachments], 2012, no. 7 (184), pp. 30-35. (In Russ.)
3. Vanin V.A., Kolodin A.N., Do M.Z., Damap M.M. [Metal-Cutting Machines with Hydraulic Connections on the Basis of a Stepper Hydraulic Drive in Internal (Shaping) Chains], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2013, vol. 19, no. 1, pp. 167-176. (In Russ., abstract in Eng.)
4. Vanin V.A., Kolodin A.N., Averin A.S., Khramova N.A. [The use of a Stepper Hydraulic Drive for Constructing Form-Forming Chains of Metal-Cutting Machine Tools with Complex Shape-Forming Movements], *Voprosy sovremennoy nauki i praktiki. Universitet im. V. I. Vernadskogo* [Problems of Contemporary Science and Practice. Vernadsky University], 2014, no. 1 (50), pp. 250-259. (In Russ., abstract in Eng.)
5. Vanin V.A., Kolodin A.N., Rodina A.A. [Cutting Machines with Hydraulic Form-Forming Links Based on Stepper Hydraulic Drive for Machining Variable-Pitch Helical Surfaces], *Vestnik mashinostroyeniya* [Mechanical Engineering Bulletin], 2014, no. 7, pp. 37-45. (In Russ., abstract in Eng.)
6. Vanin V.A., Kolodin A.N. [Kinematic Structure of Machine Tools with Complex Shaping Movements with Internal Hydraulic Connections], *Tekhnologiya mashinostroyeniya* [Engineering Technology], 2015, no. 5 (155), pp. 18-26. (In Russ.)
7. Vanin V.A., Kolodin A.N., Kharin D.A. *Virtual'noye modelirovaniye, prototipirovaniye i promyshlennyy dizayn: materialy mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii* [Virtual Modeling, Prototyping and Industrial Design: Materials International Scientific and Practical Conference], Tambov: Izdatel'stvo FGBOU VPO "TGTU", 2015, pp. 363-368. (In Russ.)
8. Vanin V.A., Kolodin A.N. Modular Design Based on Hydraulic Step Drives for Internal Kinematic Chains in Metal-Cutting Machines, *Russian Engineering Research*, 2010, no. 30 (12), pp. 1248-1251.

9. Vanin V.A., Kolodin A.N. Application of Hydraulic Step Drives in Metal-Cutting Machine Tools, *Russian Engineering Research*, 2010, no. 30 (5), pp. 446-450.

10. Vanin V.A., Kolodin A.N., Rodina A.A. Kinematic Structure of Metal-Cutting Machines with Hydraulic Couplings, *Russian Engineering Research*, 2015, no. 34 (12), pp. 763-768.

---

### **Synthese und Optimierung der kinematischen Struktur von Werkzeugmaschinen mit Verwendung der hydraulischen Verbindungen in formbildenden Ketten**

**Zusammenfassung:** Es ist die Möglichkeit der Synthese und Optimierung des Aufbaus von inneren (formbildenden) Ketten der Zerspanungsmaschinen für verschiedene technologische Zwecke in Form einer hydraulischen Synchronverbindung auf der Basis eines hydraulischen Schrittantriebs für die Anwendung des aggregatmodularen Prinzips betrachtet, um die Genauigkeit zu erhöhen, den Metallverbrauch zu reduzieren, eine rationale Konstruktion von Werkzeugmaschinenketten zu schaffen.

---

### **Synthèse et optimisation de la structure cinématique des machines à l'aide de liaisons hydrauliques dans les chaînes de formage**

**Résumé:** Est envisagé la possibilité de synthétiser et d'optimiser la construction des chaînes internes (de formage) des machines-outils de découpe des métaux à divers fins technologiques sous la forme d'une connexion synchrone hydraulique à la base du moteur pas à pas pour l'application d'un principe agrégat-modulaire pour améliorer la précision, réduire la capacité métallique, créer une conception rationnelle des chaînes de la machine.

---

**Авторы:** *Ванин Василий Агафонович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Компьютерно-интегрированные системы в машиностроении»; *Колодин Андрей Николаевич* – старший преподаватель кафедры «Компьютерно-интегрированные системы в машиностроении»; *Родина Антонина Александровна* – старший преподаватель кафедры «Компьютерно-интегрированные системы в машиностроении»; *Фидаров Валерий Хазбиевич* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Компьютерно-интегрированные системы в машиностроении», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

**Рецензент:** *Мордасов Денис Михайлович* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Материалы и технология», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПОЛУЧЕНИЯ  
ГРАФЕНОВЫХ СТРУКТУР ЖИДКОФАЗНОЙ  
СДВИГОВОЙ ЭКСФОЛИАЦИЕЙ ГРАФИТА**

**К. А. Аль-Шиблави<sup>1</sup>, А. А. Пасько<sup>2</sup>, В. Ф. Першин<sup>2</sup>**

*Кафедры: «Конструкции зданий и сооружений» (1),  
«Техника и технологии производства нанопродуктов» (2),  
ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия; pershin.home@mail.ru*

**Ключевые слова:** вероятность; малослойный графен; марковские процессы; сдвиг; аппарат «статор-ротор»; суспензия; эксфолиация.

**Аннотация:** Предложен механизм жидкофазной сдвиговой эксфолиации графита. На основе математического аппарата случайных марковских процессов разработана модель процесса и предложены зависимости для расчета элементов матрицы переходных вероятностей. Проведена идентификация параметров математической модели и проведено сравнение расчетных и экспериментальных результатов. На основании данной модели разработана и опробирована методика расчета геометрических параметров аппарата «статор-ротор» и режимных параметров процесса. Рассчитан, спроектирован и в настоящее время изготавливается в АО «Тамбовский завод «Комсомолец» имени Н. С. Артемова» опытно-промышленный образец аппарата.

---

**Введение**

Графеновые наноструктуры, в частности малослойный графен, все шире используются для получения новых конструкционных и функциональных материалов [1 – 3]. В ряде случаев необходим именно графен, то есть наноматериал толщиной в один атом углерода. Прежде всего, это использование графена в электронике, где необходимы идеальная структура и уникальные свойства. Исследования показали, что при модифицировании полимеров хорошие результаты могут быть достигнуты при использовании малослойного графена (до 10 слоев) [4]. Малослойный и многослойный графен хорошо зарекомендовал себя при модифицировании пластичных смазок [5]. Известны разные технологии получения графеновых структур: химическое газовое осаждение, химическая эксфолиация, механическая эксфолиация [6 – 11]. До настоящего времени в промышленных масштабах, в основном, используется технология с применением следующего маршрута: «графит – оксид графита – графен». Данная технология основана на окислении графита по способу Хамерса – Офемана [12] и используется в ООО «НаноТехЦентр» при промышленном производстве малослойного графена [13]. При переходе от оксида графита к графену применяется ультразвуковая обработ-

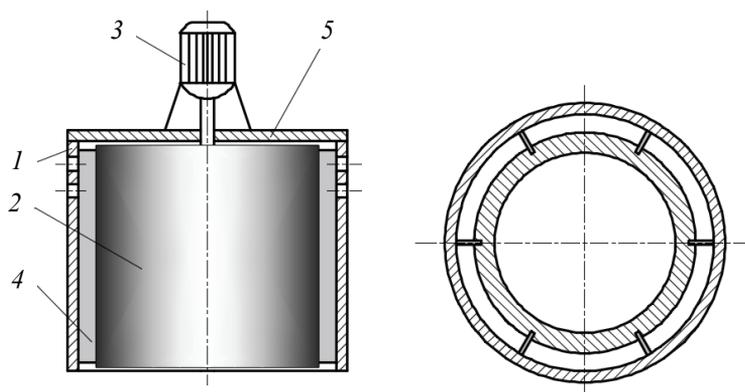
ка водной суспензии. Большие затраты энергии на ультразвуковую обработку значительно повышают стоимость готового продукта. Кроме этого, использование сильных кислот требует дополнительных затрат на обеспечение безопасности производства и утилизацию отходов.

Наиболее перспективным способом получения малослойного графена является жидкофазная механическая эксфолиация кристаллического графита с использованием поверхностно-активных веществ [7 – 9] или растворителей [10]. В работе [10] дано описание достаточно простого не токсичного способа приготовления и диспергирования моно- и малослойных графенов с низкой стоимостью. Положительный результат достигается путем отслаивания графита в смеси этанол/вода. Решающее значение для процессов отслоения и диспергирования имеет соотношение этанола и воды. Данный метод позволяет избежать традиционного использования сильных окислителей и поверхностно-активных веществ, которые отрицательно влияют на структуру и свойства графена. Отмечено, что использование этанола и воды позволяет легко подготовить прозрачные и проводящие пленки графена вакуумной фильтрацией или методом распыления, не требующим специальной последующей обработки для удаления примесей. Особый интерес представляет способ получения водных суспензий малослойного графена с использованием смесителя «статор-ротор» [9]. Полученную таким способом водную суспензию, содержащую малослойный графен, успешно используют для модифицирования бетона [11]. Результаты исследований подтвердили перспективность данного метода и показали, что для перехода от лабораторных исследований к проектированию промышленной установки необходимо разработать методику расчета, основанную на математической модели процесса жидкофазной эксфолиации. Цель работы – разработка математической модели процесса жидкофазной эксфолиации.

### Качественный анализ процесса и его физическая модель

Экспериментальные исследования процесса эксфолиации графиты проводились с использованием аппарата «статор-ротор», аналогичного представленному в работах [9, 11]. Аппарат состоит из цилиндрической оболочки с плоским дном, внутри которой расположен ротор с лопастями (рис. 1).

Предварительно, в прозрачной цилиндрической емкости подготавливали водную суспензию с кристаллическим графитом ГС-1. Аппарат помещали в емкость и включали привод вращения ротора. Использование прозрачной емкости



**Рис. 1. Схема аппарата «статор-ротор»:**

1 – статор; 2 – ротор; 3 – привод; 4 – подвижная лопасть; 5 – крышка

позволяло визуально наблюдать и фиксировать на видеокамеру гидродинамику процесса. Суспензия, находящаяся в зонах между статором, ротором и лопастями, раскручивается и на частицы графита начинают действовать центробежные силы, под действием которых частицы прижимаются к внутренней поверхности статора и их окружная скорость существенно уменьшается. Часть частиц с водой покидают статор через отверстия в цилиндрической поверхности, другая – попадает в зону между внутренней поверхностью статора и лопастями. В данном случае лопасть, движущаяся со скоростью  $V = \omega R$ , где  $\omega$  – угловая скорость вращения ротора,  $R$  – наружный радиус лопасти, действует на частицу результирующей силой  $F$ , которую можно разложить на две составляющие: нормальную силу  $N$  и сдвигающую  $G$  (рис. 2). Сила трения  $F_{\text{тр.}}$ , которая препятствует проскальзыванию частицы относительно внутренней поверхности статора, равна

$$F_{\text{тр}} = f(F_C + N), \quad (1)$$

где  $F_C$  – центробежная сила, действующая на частицу.

Даже если предположить, что окружная скорость движения частицы равна нулю, на нее действует центробежная сила от водяного столба, находящегося между частицей и ротором. Сила трения больше сил сцепления между графеновыми слоями, поэтому в результате воздействия на частицу вращающейся лопастью происходит сдвиг графеновых слоев относительно друг друга и из одной частицы образуются две, но с меньшим числом слоев.

В результате многократных сдвиговых воздействий частицы графита преобразуются сначала в многослойный графен, затем малослойный и, в конечном итоге, однослойный.

### Математическая модель процесса эксфолиации

Для построения математической модели используем математический аппарат случайных марковских процессов, дискретных в пространстве и времени. Будем считать, что система, то есть водная суспензия графита, состоит из большого числа ячеек, в каждой из которых находятся только частицы с определенным количеством слоев. Система переходит из одного состояния в другое скачкообразно. Время, за которое осуществляется один переход, равно  $\Delta T$ . Состояние системы (водной суспензии графита) будем характеризовать вектором состояния  $S(k)$ :

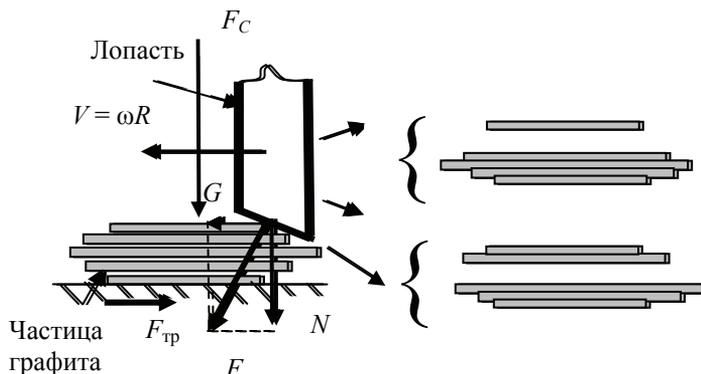


Рис. 2. Схема сил, действующих на частицу, находящуюся между лопастью и внутренней поверхностью статора

$$S(k) = \{c(1, k); c(2, k); \dots; c(i, k); c(M, k)\}, \quad (2)$$

где  $k$  – номер перехода,  $i$  – номер ячейки,  $c$  – число в ячейке частиц с определенным числом графеновых слоев или диапазоном числа слоев,  $M$  – общее число ячеек.

Число графеновых слоев частиц в ячейках последовательно уменьшается слева направо. Возможны разные варианты изменения числа графеновых слоев в соседних ячейках, в зависимости от поставленных задач. Например, возможен вариант, при котором число слоев в каждой последующей ячейке уменьшается на единицу. В данном варианте число ячеек достигает нескольких тысяч. Возможен вариант, при котором число слоев изменяется на 10, при допущении о том, что в пределах каждой ячейки равновероятно пребывание частиц с числом слоев в пределах каждого десятка. Значения элементов вектора исходного состояния системы  $S(0)$  определяются характеристикой исходного графита и его концентрацией. Изменение системы во времени характеризуется следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} S(1) &= S(0)P; \\ S(2) &= S(1)P; \\ &\dots\dots\dots \\ S(i) &= S(i-1)P; \\ &\dots\dots\dots \\ S(k) &= S(k-1)P, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $P$  – матрица переходных вероятностей.

Матрица имеет следующий вид

$$P = \begin{pmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & p_{1,j} \dots & p_{1,k} \\ 0 & p_{2,2} & p_{2,3} \dots & p_{2,k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где  $p_{i,j}$  – вероятность перехода частиц с участка  $i$  на участок  $j$ .

При допущении о том, что за один переход равновероятно отслоение 1, 2, 3 ..  $n(i)/2$  слоев, где  $n(i)$  – число слоев у частиц, находящихся в  $i$ -ой ячейке, элементы матрицы  $P$  можно определить следующим образом

$$p_{i,j} = p_{i0} / (M - i), \quad (5)$$

где  $p_{i0}$  – вероятность участия частиц  $i$ -ой ячейки в процессе эксфолиации на данном переходе.

Вектор исходного состояния системы определяется концентрацией графита и распределением частиц графита по числу графеновых слоев.

Логично предположить, что с увеличением номера ячейки, то есть с уменьшением числа графеновых слоев у частиц, находящихся в данной ячейке, вероятность участия частиц в процессе эксфолиации уменьшается. Зависимость изменения параметра  $p_{i0}$  определяется с учетом экспериментальных данных об изменении концентрации графеновых структур в процессе эксфолиации.

### Методика проведения экспериментов, результаты и обсуждение

Эксперименты проводили следующим образом. Готовили 3..6 л водной суспензии кристаллического графита ГС-1 с концентрацией 3 – 6 %, заливали ее в цилиндрическую емкость, устанавливали аппарат и начинали обработку суспен-

зии. Каждые 10 мин останавливали процесс и отбирали 100 мл суспензии. Суспензию центрифугировали, удаляли осадок и определяли концентрацию графеновых наноструктур в оставшейся суспензии. После проведения анализа пробу смешивали с остатком, выливали в емкость и продолжали процесс эксфолиации. После того, как концентрация очередной пробы увеличивалась менее чем на 5 % от концентрации предыдущей пробы, процесс эксфолиации прекращали. В процессе экспериментов изменяли скорость вращения ротора: 5000; 10000; 12000; 15000 об/мин.

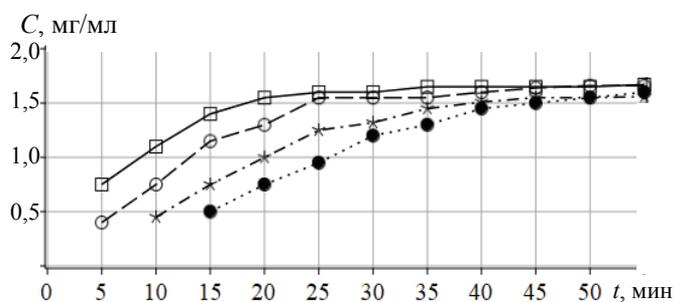
На рисунке 3 показана характерная зависимость концентрации графеновых структур в суспензии от времени процесса эксфолиации при разных исходных концентрациях графита.

Видно, что при увеличении исходной концентрации графита в суспензии, интенсивность процесса увеличивается, особенно в начале процесса. Данный факт достаточно просто учитывается в математической модели, поскольку исходная концентрация графита во многом определяет вектор исходного состояния системы.

Как видно из представленных результатов, интенсивность роста концентраций графеновых структур за одинаковые промежутки времени (5 мин) с увеличением времени обработки суспензии уменьшается. Так, при исходной концентрации графена 60 мг/мл, за промежуток времени 5...10 мин концентрация графеновых структур увеличивается на 46,6 % (с 0,75 до 1,1 %), а за промежуток времени 20...25 мин всего на 6,2 % (с 1,6 до 1,7 %). Данный факт можно объяснить следующими обстоятельствами. С увеличением времени эксфолиации увеличивается число частиц с меньшим числом графеновых слоев. Согласно предложенной выше физической модели процесса (см. рис. 2), эти частицы реже попадают в зоны между лопастью и внутренней поверхностью статора, либо проскакивают эту зону без сдвига слоев, если рядом в указанную зону попала частица с большим числом графеновых слоев. Учитывая данный факт, можно предположить, что численное значение вероятности участия частиц  $i$ -ой ячейки в процессе эксфолиации  $p_{i0}$  с увеличением  $i$  будет уменьшаться.

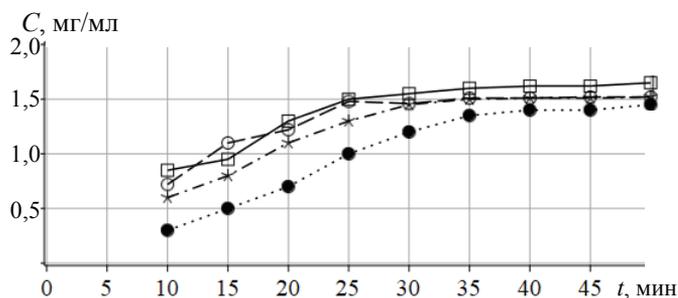
На рисунке 4 представлены результаты изменения концентрации графеновых структур во времени, при разных скоростях вращения ротора. Видно, что необходимое время обработки суспензии с увеличением скорости вращения ротора уменьшается. В математической модели данный факт можно учесть изменением  $\Delta T$ , приняв численную величину данного параметра обратно пропорциональной скорости вращения ротора.

Таким образом, в предлагаемой математической модели два параметра  $p_{i0}$  и  $\Delta T$  подлежат идентификации.



**Рис. 3. Зависимость концентрации графеновых структур  $C$  от времени обработки  $t$  при разных исходных концентрациях графита, мг/мл:**

● – 30; ★ – 40; ○ – 50; □ – 60



**Рис. 4. Зависимость концентрации графеновых структур  $C$  от времени обработки  $t$  при разных скоростях вращения ротора, об/мин:**  
 ● – 5000; \* – 10000; ○ – 12000; □ – 15000

### Идентификация параметров и проверка адекватности модели

Прежде всего, провели идентификацию параметра  $p_{i0}$  по результатам обработки исходной суспензии с концентрации графита 60 мг/мл при скорости вращения ротора 12000 об/мин.

Зависимость вероятности участия частиц  $i$ -ой ячейки в процессе эксфолиации на данном переходе  $p_{i0}$  искали в виде

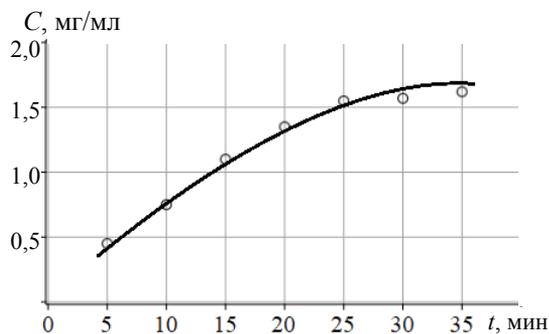
$$p_{i0} = (p_0 - p_{0k})e^{-ki} + p_{0k}, \quad (6)$$

где  $p_0$  и  $p_{0k}$  – базовые вероятности участия частиц в начале и конце процесса эксфолиации соответственно;  $k$  – безразмерный коэффициент.

Численные значения  $p_0$ ,  $p_{0k}$  и  $k$  искали методом последовательных приближений, принимая за критерий минимальные среднеквадратические отклонения расчетных значений концентрации в готовой суспензии (после центрифугирования и удаления осадка) и экспериментальных данных.

В результате анализа двух экспериментов при скоростях 5000 и 12000 об/мин получена зависимость параметра  $\Delta T$  от скорости вращения ротора.

Полученные значения параметров использовали в представленной выше математической модели для нахождения зависимости концентрации графеновых структур от времени при разных исходных концентрациях графита и скоростях вращения ротора. В качестве примера на рис. 5 представлено сравнение расчетных (сплошная линия) и экспериментальных (точки) значений при исходной концентрации графита 50 мг/мл и скорости вращения ротора 10000 об/мин. Как видно



**Рис. 5. Зависимость концентрации графеновых структур от времени обработки при разных скоростях вращения ротора, концентрация графита 50 мг/мл**

из рис. 5 наблюдается удовлетворительная сходимость результатов. Аналогичные результаты получены для других значений исходных концентраций графита и скоростей вращения ротора.

Математическая модель использована при разработке методики расчета промышленных аппаратов «статор-ротор» для приготовления водных суспензий графеновых структур. Согласно данной методике:

- формируется блок исходных данных, включающий справочные характеристики по графиту и жидкой фазе, а также результаты проведенных ранее экспериментов;

- исходя из заданной производительности, рассчитываются геометрические параметры аппарата «статор-ротор» (внутренний диаметр статора, наружный диаметр ротора, число и размер лопастей, высота аппарата);

- формируется вектор исходного состояния системы с учетом гранулометрического состава графита и его концентрации в суспензии;

- формируется матрица переходных вероятностей;

- с использованием математической модели рассчитывается максимальная концентрация малослойного графена и время процесса эксфолиации.

С использованием данной методики рассчитан, спроектирован и в настоящее время изготавливается в АО «Тамбовский завод «Комсомолец» имени Н. С. Артемова» опытно-промышленный образец аппарата.

### Выводы

Предложенная математическая модель, в основе которой заложена физическая модель образования графеновых структур под воздействием сдвиговых усилий, удовлетворительно описывает процесс жидкофазной сдвиговой эксфолиации графита. Параметры модели достаточно легко идентифицируются. На основании данной модели разработана и опробирована методика расчета геометрических параметров аппарата «статор-ротор» и режимных параметров процесса.

### Список литературы

1. Электропроводящие композиты на основе хитозана и поливинилпирролидон-стабилизированного графена / Б. Ч. Холхоев [и др.] // Высокомолекулярные соединения. Серия А. – 2017. – Т. 59, № 2. – С. 174 – 178. doi: 10.7868/S2308112017020031

2. Антонова, И. В. Применение материалов на основе графена в 2D-печатных технологиях / И. В. Антонова // Успехи физических наук. – 2017. – Т. 187, № 2. – С. 220 – 234. doi: 10.3367/UFNr.2016.03.037783

3. Влияние наночастиц различной природы на механические свойства углепластиков при низких температурах / Е. С. Молчанов [и др.] // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2017. – Т. 23, № 3. – С. 444 – 452.

4. Al-Shiblawi, K. A. Modification of Epoxy Resins: Modern Condition and Prospects. Part I. Modification of Nanoparticles / K. A. Al-Shiblawi, V. F. Pershin, V. P. Yartsev // Advanced Materials & Technologies. – 2018. – No. 2. – P. 68 – 78. doi: 10.17277/amt.2018.02.pp.068-078

5. Modification of Graphite Greases Graphene Nanostructures / D. A. Y. Al-Saadi [et al.] // J. of friction and wear. – 2017. – Vol. 38, No. 5. – P. 355 – 358.

6. High Quality Monolayer Graphene Synthesized by Resistive Heating Cold Wall Chemical Vapor Deposition / T. H. Bointon [et al.] // Advanced Materials. – 2015. – No. 27. – P. 4200 – 4206. doi:10.1002/adma.201501600

7. Liquid Phase Production of Graphene by Exfoliation of Graphite in Surfactant/Water Solutions /Water Solutio / M. Lotya [et al.] // J. Am. Chem. Soc. – 2009. – Vol. 131(10). – P. 3611 – 3620. doi: 10.1021/ja807449u

8. High-Concentration, Surfactant-Stabilized Graphene Dispersions High-Concentration, Surfactant-Stabilized Graphene Dispersions / M. Lotya [et al.] // ACS Nano. – 2010. – Vol. 4, No. 6. – P. 3155 – 3162. doi: 10.1021/nn1005304

9. Scalable Production of Large Quantities of Defect-Free Few-Layer Graphene by Shear Exfoliation in Liquids / K. R. Paton [et al.] // Nat. Mater. – 2014. – Vol. 13, No. 6. – P. 624 – 630.

10. Exfoliation and Dispersion of Graphene in Ethanol-Water Mixtures // W.-W. Liu [et al.] // Front. Mater. Sci. – 2012. – Vol. 6, No. 2. – P. 176 – 182. doi: 10.1007/s11706-012-0166-4

11. Craciun Ultrahigh Performance Nanoengineered Graphene – Concrete Composites for Multifunctional Applications / D. Dimov [et al.] // Adv. Funct. Mater. – 2018. – Vol. 28. – P. 1705183 – 1705194. doi: 10.1002/adfm.201705183

12. Hummers, W. S. Preparation of Graphitic Oxide / W. S. Hummers, R. E. Offeman // J. Am. Chem. Soc. – 1958. – Vol. 80, No. 6. – P. 1339 – 1339.

13. Графен (Таунит ГМ) [Электронный ресурс] // ООО «НаноТехЦентр» : офиц. сайт. – Режим доступа : <http://www.nanotc.ru/productions/176-cnm-taunit-5> (дата обращения 16.11.2018).

---

## Modeling of the Process of Obtaining Graphene Structures Using Liquid Phase Graphite Shift Exfoliation

K. A. Al-Shiblavi<sup>1</sup>, A. A. Pasko<sup>2</sup>, V. F. Pershin<sup>2</sup>

*Departments of Structures of Buildings and Structures (1),*

*Method and Technology of Preparing Nanoproducs (2)*

*TSTU, Tambov, Russia; pershin.home@mail.ru*

**Keywords:** probability; low layer graphene; Markov processes; shift; stator-rotor apparatus; suspension; exfoliation.

**Abstract:** The mechanism of liquid-phase shear exfoliation of graphite is proposed. Based on the mathematical apparatus of random Markov processes, a process model has been developed and dependencies for calculating the elements of the transition probabilities matrix have been proposed. The parameters of the mathematical model were identified and the calculated and experimental results were compared. Based on this model, a method for calculating the geometrical parameters of the stator-rotor of the apparatus and operating parameters of the process has been developed and tested. The experimental prototype apparatus was designed, calculated and manufactured at the JSC “Tambovskii Zavod “Komsomolets” imeni N. S. Artyomova”.

### References

1. Kholkhoyev B.Ch., Buinov A.S., Bal'zhinov S.A., Farion I. A., Makotchenko V.G., Fedorov V.Ye., Kozlova M.N., Timashev P.S., Burdukovskiy V.F., Chaylakhyan R.K. [Electroconductive Composites Based on Chitosan and Polyvinylpyrrole-Dan – Stabilized Graphene], *Vysokomolekulyarnyye soyedineniya. Seriya A* [High Molecular Weight Compounds. Serie A], 2017, vol. 59, no. 2, pp. 174-178, doi: 10.7868/S2308112017020031 (In Russ., abstract in Eng.)

2. Antonova I.V. [Use of Materials Based on Graphene in 2D Printing Technologies], *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Successes of Physical Sciences], 2017, vol. 187, no. 2, pp. 220-234, doi: 10.3367/UFNr.2016.03.037783 (In Russ., abstract in Eng.)

3. Molchanov Ye.S., Yudin V.Ye., Kydraliyeva K.A., Vaganov G.V., Ivan'kova Ye.M. [Effect of Nanoparticles of Different Nature on the Mechanical Properties of Carbon-Plastics at Low Temperatures], *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsiy* [Mechanics of Composite Materials and Structures], 2017, vol. 23, no. 3, pp. 444-452. (In Russ., abstract in Eng.)
4. Al-Shiblawi K.A., Pershin V.F., Yartsev V.P. Modification of Epoxy Resins: Modern Condition and Prospects. Part I. Modification of Nanoparticles, *Advanced Materials & Technologies*, 2018, no. 2, pp. 68-78, doi: 10.17277/amt.2018.02.pp.068-078 (In Eng., abstract in Russ.)
5. Al-Saadi D.A.Y., Pershin V.F., Salimov B.N., Montaev S.A. Modification of Graphite Greases Graphene Nanostructures, *J. of Friction and Wear*, 2017, vol. 38, no. 5, pp. 355-358.
6. Bointon T.H., Barnes M.D., Russo S., Craciun M.F. High Quality Monolayer Graphene Synthesized by Resistive Heating Cold Wall Chemical Vapor Deposition, *Advanced Materials*, 2015, no. 27, pp. 4200-4206, doi:10.1002/adma.201501600
7. Lotya M., Hernandez Ye., King P.J., Smith R.J. Liquid Phase Production of Graphene by Exfoliation of Graphite in Surfactant/Water Solutions, *J. Am. Chem. Soc.*, 2009, vol. 131 (10), pp. 3611-3620, doi: 10.1021/ja807449u
8. Lotya M., King P.J., Khan U., De S., Coleman J.N. High-Concentration, Surfactant-Stabilized Graphene Dispersions High-Concentration, Surfactant-Stabilized Graphene Dispersions, *ACS Nano*, 2010, vol. 4, no. 6, pp. 3155-3162. doi: 10.1021/nm1005304
9. Paton K.R., Varrla E., Backes C., Smith R.J. Scalable Production of Large Quantities of Defect-Free Few-Layer Graphene by Shear Exfoliation in Liquids, *Nat. Mater.*, 2014, vol. 13, no. 6, pp. 624-630.
10. Liu W.-W., Xia B.-Yu., Wang X.-X., Wang J.-N. Exfoliation and Dispersion of Graphene in Ethanol-Water Mixtures, *Front. Mater. Sci.*, 2012, vol. 6, no. 2, pp. 176-182, doi: 10.1007/s11706-012-0166-4
11. Dimov D., Amit I., Gorrie O., Barnes M.D. Craciun Ultrahigh Performance Nanoengineered Graphene – Concrete Composites for Multifunctional Applications, *Adv. Funct. Mater.*, 2018, vol. 28, pp. 1705183-1705194, doi: 10.1002/adfm.201705183
12. Hummers W.S., Offeman R.E. Preparation of Graphitic Oxide, *J. Am. Chem. Soc.*, 1958, vol. 80, no. 6, p. 1339-1339.
13. <http://www.nanotec.ru/productions/176-cnm-taunit-5> (accessed 16 November 2018).

### **Modellierung des Prozesses der Herstellung der Graphenstrukturen durch Flüssigphasen-Graphit-Scher-Peeling**

**Zusammenfassung:** Es ist der Mechanismus der Flüssigphasenscherung von Graphit vorgeschlagen. Basierend auf der mathematischen Vorrichtung der zufälligen Markov-Prozesse ist ein Prozessmodell entwickelt worden und Abhängigkeiten zur Berechnung der Elemente der Übergangswahrscheinlichkeitsmatrix sind vorgeschlagen. Es sind die Parameter des mathematischen Modells identifiziert und die berechneten und experimentellen Ergebnisse verglichen. Auf der Grundlage dieses Modells wurde eine Methode zur Berechnung der geometrischen Parameter des Stator-Rotors der Vorrichtung und der Betriebsparameter des Prozesses entwickelt und getestet. Der experimentelle Prototypapparat ist entworfen, konstruiert und wird derzeit in der AG "Tambower Werk "Komsomolez" namens N. S. Artyomov" hergestellt.

## **Modélisation du processus d'obtention des structures de graphène par une exfoliation à décalage de graphite en phase liquide**

**Résumé:** Est proposé le mécanisme de l'exfoliation de décalage de graphite en phase liquide. A la base de l'appareil mathématique des processus aléatoires Markov est élaboré un modèle de processus et sont proposées les dépendances pour calculer les éléments de la matrice de probabilité transitoire. Est effectuée l'identification des paramètres du modèle mathématique; est réalisée la comparaison des résultats calculés et expérimentaux. A la base de ce modèle, une méthode de calcul des paramètres géométriques du stator de l'appareil et des compteurs de régime a été développée et testée. Est conçu, construit et actuellement fabriqué un échantillon expérimenté et industriel de l'appareil à la SA "Usine de Tambov "Komsomolets" qui porte le nom N. S. Artemov.

---

**Авторы:** *Аль-Шиблави Карам Али* – аспирант кафедры «Конструкции зданий и сооружений»; *Пасько Александр Анатольевич* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Техника и технологии производства нанопроductов»; *Першин Владимир Федорович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Техника и технологии производства нанопроductов», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

**Рецензент:** *Гатапова Наталья Цибиковна* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Технологические процессы, аппараты и технологическая безопасность», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

## ВЫСОКОИНТЕНСИВНЫЙ УЛЬТРАЗВУК КАК ИНСТРУМЕНТ ВОЗДЕЙСТВИЯ НА НАНОСТРУКТУРНЫЕ СИСТЕМЫ В БИМЕДИЦИНСКИХ ТЕХНОЛОГИЯХ

А. В. Петров

*Кафедра физики полупроводников,  
ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский  
государственный университет имени Н. Г. Чернышевского»,  
г. Саратов, Россия; arsenypetrov@gmail.com*

**Ключевые слова:** инкапсулированное лекарственное средство; интенсивный ультразвук; композитные микрокапсулы; микрокапсулы; микроконтейнеры; наноразмерные оболочки; наноразмерные структуры; полиэлектrolиты.

**Аннотация:** Проведен обзор отечественных и зарубежных публикаций за два последних десятилетия, касающихся исследования ультразвукового воздействия на формирование наноструктурных материалов, а также на свойства наноразмерных систем. Обсуждается механизм воздействия высокоинтенсивного ультразвука в режиме кавитации на жидкие среды. Показана существенная роль высокоинтенсивного ультразвука при производстве наноструктурных материалов. Дано описание результатов последних исследований воздействия высокоинтенсивного ультразвукового излучения на прочностные характеристики наноразмерных оболочек микрокапсул. Обобщены результаты исследований по воздействию ультразвука на скорость вскрытия микроконтейнеров с контролируемым высвобождением модельного лекарственного вещества в виде низкомолекулярных гидрофильных молекул, инкапсулированного внутри гидрофобного контейнера. Проанализированы результаты исследований совместного воздействия низкочастотного и высокочастотного ультразвука на кавитационные процессы в жидких средах. Сделаны обобщающие выводы об эффективности применений ультразвуковых технологий при производстве и исследованиях наноразмерных систем в биомедицинских технологиях.

---

### Введение

Активные исследования в области нанотехнологий и наноматериалов и повышенный интерес к их практическому использованию в последние годы обусловлены широкими возможностями, открывающимися применением наноматериалов в целом ряде областей народного хозяйства: химической, медико-биологической, технологической и др. Это сверхчувствительные диагностические нано-сенсоры [1]; средства адресной доставки лекарств в медицине [2, 3]; самовосстанавливающиеся материалы [4]; грязеотталкивающие материалы [5, 6]; нано-покрытия и протекторы коррозии [7]; тканевая инженерия [8]; методы дезинфекции питьевой воды [9].

Наиболее перспективными в последнее время оказываются задачи, лежащие на стыке наук, что позволяет применять методы, разработанные в смежных науках, проявляя, таким образом, синергетический эффект. Так, современные методы

диагностики, лечения и мониторинга многих заболеваний в современной медицине вышли на новый качественный уровень, именно благодаря достижениям в области биохимии, биомедицины и, в частности, благодаря применению нанотехнологий и наноматериалов в этих науках.

Например, в современной медицине выделяют пять основных областей применения наноматериалов и нанотехнологий: 1) доставка активных лекарственных средств; 2) новые методы и средства терапии в наноразмерном диапазоне; 3) *in vivo* диагностика; 4) *in vitro* диагностика; 5) медицинские протезы и имплантаты [10].

Создание систем адресной доставки лекарственных средств в локальную пораженную область, с последующим высвобождением этих препаратов в заданное время и в необходимой дозировке является одним из перспективных направлений развития современной медицины [2, 3]. Такой подход обещает существенным образом снизить концентрацию лекарственных препаратов в организме в целом и повысить эффективность их воздействия на пораженные участки. Особенно актуальными такие методы могут оказаться при терапии онкологических заболеваний, где токсичность применяемых лекарственных средств оказывает серьезные негативные последствия на организм в целом. Локализация терапевтического воздействия на онкологические поражения позволит снизить, а в ряде случаев, избежать необходимости хирургического вмешательства.

Важной составляющей в решении задач разработки новых наноматериалов и наноконтейнеров для доставки лекарственных средств на их основе является использование ультразвуковых (УЗ) технологий и, в частности, применение высокоинтенсивного сфокусированного ультразвука – High Intensity Focused Ultrasound (HIFU) [11 – 13].

### **Постановка задачи и актуальность проблемы**

Целью настоящего обзора является обобщение результатов исследований в области воздействия ультразвукового излучения на наноструктурные системы в биомедицине и смежных областях науки и технологии.

В последние годы увеличивается число публикаций, посвященных поиску материалов для разработки микро- и наноконтейнеров для адресной доставки лекарственных средств. Однако, несмотря на значительное количество работ на данную тему, проблема создания таких контейнеров остается актуальной, так как к этим средствам доставки предъявляется целый ряд требований: нетоксичность, биосовместимость и биодegradация, чувствительность к средствам воздействия, позволяющим высвободить заключенные лекарственные средства и др.

Кроме систем инкапсулирования, интенсивно изучаются системы доставки лекарственных средств, с контролируемым высвобождением по требованию для уменьшения токсичности и увеличения терапевтической эффективности [14]. На сегодняшний день различные факторы внешнего воздействия, такие как вариация pH, температуры, лазерное и микроволновое излучения, использованы для изменения проницаемости оболочки и облегчения контролируемого высвобождения лекарственных препаратов [15]. Из вышеперечисленных методов лазерное излучение предполагает низкую глубину проникновения (~ 1 см), в результате чего изменение pH и температуры тела человека вызывает нежелательные побочные эффекты. Поэтому ожидается, что эти средства высвобождения будут иметь ограниченное применение для биологических и медицинских систем [16]. Микроволновое излучение предполагает большие глубины проникновения в сравнении с лазерным, тем не менее, глубинные механизмы взаимодействия лекарственных микроконтейнеров с микроволновым излучением на настоящий момент практически не изучены [17].

В то же время, ультразвук уже используется в качестве диагностического и терапевтического метода при многих заболеваниях (например, рак простаты, камни в почках и др.). В частности, HIFU, вследствие неинвазивной природы и большой глубины проникновения, находит большой интерес среди ученых – биомедиков [18], ставящих HIFU в качестве одного из самых перспективных методов контролируемого высвобождения лекарственных препаратов [19].

К настоящему времени разработано достаточно большое число ультразвукового оборудования для применения в нанотехнологиях [11 – 13, 18, 19]. Однако при создании новых технологических процессов изготовления микро- и наноконтейнеров и нанокapsул приходится находить оптимальные режимы генерации и доставки ультразвука в область воздействия на микро- и нанобъекты.

### **Механизм ультразвукового воздействия в кавитационном режиме**

Исследованию механизмов воздействия высокоинтенсивного ультразвука на состояние жидких и твердых, кристаллических и аморфных сред в разные годы посвящено большое число монографий и оригинальных публикаций [20 – 24].

Именно кавитационный режим, являющийся существенно нелинейным, оказывает наиболее эффективное воздействие на механические характеристики среды. Переход в нелинейный режим происходит при увеличении интенсивности ультразвука, когда наряду с основным тоном ультразвуковых колебаний появляются высшие гармоники и субгармоники, расширяющие спектр генерируемых волн [25].

Эффективность ультразвукового воздействия в кавитационном режиме объясняется чрезвычайно высокими значениями давления газа внутри кавитационного пузырька в воде при его схлопывании – до 100 МПа, по данным работы [20]. Этот уровень давления определяется, прежде всего, реальной прочностью воды – способностью выдерживать растягивающие напряжения, определяемые не теоретической прочностью (составляющей до 1000 МПа), а растворенными в воде газами [24]. Однако кавитационные пороги, то есть уровни интенсивностей, при которых может наступать кавитация, зависят существенным образом от многих параметров: частоты ультразвуковых колебаний, вязкости среды, газосодержания и др. Например в биологических средах с нормальным газосодержанием кавитация может возникать при плотностях акустической мощности всего  $0,3 \text{ Вт/см}^2$  [20]. При этом следует обратить внимание на тот факт, что уровни кавитационного порога при возбуждении плоскими ультразвуковыми волнами и сфокусированным ультразвуком могут существенно отличаться (на порядки) в силу того, что область воздействия плоского волнового фронта на объемную среду оказывается больше, чем область ультразвукового пучка в фокальной плоскости. Например, для возникновения кавитации в тканях мозга подопытных животных при воздействии на эти ткани сфокусированным ультразвуком, требуется плотность акустической мощности, составляющая до  $1000 \text{ Вт/см}^2$  [26].

Другой существенный фактор действия кавитационного пузырька – высокая температура, составляющая по некоторым данным  $5000 \dots 25000 \text{ К}$ , что возможно объясняется стремительным возрастанием плотности среды в период сжатия с высвобождением тепловой энергии [25, 27]. Взрыв кавитационного пузырька, занимающий около одной наносекунды, приводит к высокой скорости его охлаждения – порядка  $1000 \text{ К/с}$ . В момент взрыва высвобождается энергия, которая передается микропотокам жидкости, что приводит к их стремительному движению со скоростями, достигающими  $150 \text{ м/с}$  [28].

Обсуждаемые факторы поясняют, отчасти, разнообразие эффектов, производимым интенсивным ультразвуком на различные среды.

## Применение ультразвука при получении наноструктурных материалов

Большое внимание исследователей в последние годы уделяется использованию ультразвуковых технологий при получении наноструктурированных материалов. В работе [29] обсуждаются полученные результаты и перспективы в получении различных типов наноматериалов при использовании ультразвука, в частности, посредством адсорбции полимеров на поверхности частиц в дисперсных системах. Отмечается, что наноструктурные процессы в зоне контакта макромолекул с поверхностью частиц играют основную роль в формировании свойств дисперсной системы. Уделяется внимание эффективности использования ультразвука при получении нанодисперсного графита, как прекурсора для синтеза графена. В работе [29] делается акцент на перспективность использования ультразвуковых технологий при синтезе наночастиц гидроксиапатита кальция, который может быть использован в качестве нанобиоматериала, обладающего химической стабильностью и биосовместимостью. Указанные качества данного материала позволяют надеяться на его применение в качестве средств доставки лекарственных препаратов, а также в качестве костных имплантатов. В книге [30] описываются технологии получения наноструктурных материалов, а также особенности воздействия ультразвука на твердофазные системы, в частности, эффекты активации наноструктурных порошков мощным ультразвуком. Также обозначены области возможных применений в медицине, компьютерных технологиях и др. В работе [31] рассматриваются особенности получения наноматериалов в жидких средах, в [32] сделан вывод о том, что свойства наноструктурных материалов в первую очередь определяются типом наночастиц в тонкодисперсных системах, а также их концентрацией. Особенности формирования наночастиц при воздействии ультразвука обсуждаются в работах [28, 33]. Отмечается, что для случаев, когда молекулярный предшественник – нелетучее соединение, реакция происходит в некоторой области, окружающей кавитационный пузырек, оцениваемой в 200 нм. В работе [28] предполагается, что природа образования аморфных наночастиц при ультразвуковом воздействии объясняется тем фактом, что стремительный процесс взрыва кавитационного пузырька не позволяет расти центрам кристаллизации, и в каждом пузырьке образуются несколько таких центров. Рост этих центров ограничен взрывом [34].

Весьма интересным представляется исследование одновременного воздействия на кавитационный процесс двух видов ультразвука – низкочастотного и высокочастотного при производстве наноматериалов [35]. Показана возможность повышения активности кавитации воздействием низкочастотного (22 кГц) УЗ-излучения на кавитационную область, создаваемую высокочастотным (880 кГц) ультразвуковым полем. Предполагается, что причинами такого повышения эффективности могут быть следующие: первая – возникновение комбинационных частот, что приводит к увеличению диапазона размеров кавитационных пузырьков; вторая – большие кавитирующие пузырьки могут распадаться на мелкие фрагменты, которые являются зародышами кавитации в высокочастотном поле.

В настоящее время является актуальным направление исследований, связанное с применением сверхвысоких (гиперзвуковых) частот [36] – разработка метода контроля и управления сонохимическими реакциями посредством регистрации сонолюминисценции, возникающей на гиперзвуковых частотах в интенсивных кавитационных полях.

### Воздействие ультразвука на наноструктурные системы в биомедицине

Традиционное использование ультразвука в медицине связано, прежде всего, с диагностикой (визуализацией внутренних органов посредством ультразвуковой томографии) на частотах 1...10 МГц, а также с терапией, где используется свойство малоинтенсивного ультразвука низких частот (~ 20 кГц) преобразовываться

в тепло в глубоких биологических тканях. Сравнительно недавно HIFU нашел практическое применение при хирургических операциях, преимущественно в онкологии [13, 37]. В последнее время появляются комбинированные методы использования HIFU совместно с другими средствами терапии. В работе [38] дано описание нового метода ультразвуковой терапии злокачественных опухолей, заключающегося в сочетании с ультразвуком использованием нетоксичных нелекарственных прекурсоров, доставляемых в место локализации опухоли, где образуются агрегаты наночастиц. При воздействии ультразвука на место локализации опухоли с такими агрегатами происходит замедление ее роста, а в некоторых случаях ее полная ремиссия.

Сравнительно недавно ультразвуковые технологии нашли применение при разработке и реализации методов адресной и управляемой доставки лекарственных средств в место локализации пораженного органа. Этому направлению сегодня посвящено большое количество публикаций [2, 3, 11 – 16, 19, 39]. Ультразвуковые технологии касаются как методов синтеза нано- и микроконтейнеров для доставки, так и методов управляемого высвобождения лекарственных средств.

В работе [40] продемонстрирована возможность высвобождения инкапсулированного фотосенсибилизатора под действием низкочастотного ультразвукового излучения ( $1 \text{ Вт/см}^2$ ;  $0,89 \text{ МГц}$ ;  $5 \text{ мин.}$ ) в результате разрушения и перекристаллизации микрочастиц карбоната кальция. Полученный препарат тестировали на опухолевых тканях *in vivo* при комбинированном воздействии светового излучения и ультразвука. Установлено, что комбинированное ультразвуковое ( $0,89 \text{ МГц}$ ,  $1 \text{ Вт/см}^2$ ) и световое ( $670 \text{ нм}$ ,  $10 \text{ мВт/см}^2$ ) воздействия на перевитые опухоли печени крыс штамма PC-1, содержащие интратуморально введенные микроконтейнеры с фотосенсибилизатором, приводят к дистрофическим изменениям опухолевых клеток и появлению обширных очагов некроза, свидетельствующих о наличии выраженного повреждающего эффекта.

В работе [41] исследовались особенности вскрытия нанокомпозитных микроконтейнеров с помощью интенсивного ультразвука низкой частоты ( $18...22 \text{ кГц}$ ), где кавитационный порог достигается при сравнительно невысоких плотностях акустической мощности. Показано, что целостность и проницаемость оболочек полиэлектролитных микрокапсул зависит от длительности воздействия ультразвука, мощности и его частоты, а также от механических свойств оболочки, которые в свою очередь определяются ее толщиной и химическим составом. В работе [42] уделено внимание воздействию на нано- и микрокапсулы высококачественного ультразвука ( $\sim 1 \text{ МГц}$ ). В этих работах сделан вывод о том, что интенсивность ультразвука, требуемая для возникновения режима кавитации, возрастает с ростом частоты. В работах [41, 43] показано, что внедрение наночастиц окиси цинка в структуру оболочек микрокапсул существенным образом повышает чувствительность оболочек к воздействию ультразвука, что может быть принято во внимание при разработке микроконтейнеров для доставки лекарственных средств. В статье [44] приведены результаты использования ультразвука в качестве физического метода усиления трансдермального транспорта различных лекарственных препаратов и химических агентов, а также микро- и наночастиц. При совместном воздействии фото- и сонодинамической терапии для ряда препаратов в работах [45] продемонстрирован синергетический эффект.

Представляет интерес использование ультразвука в качестве «просветляющего» инструмента при проникновении препарата сквозь тканевые биоструктуры. В работе [46] продемонстрировано влияние УЗ на более глубокое проникновение суспензии золотых наноблобков в дерму и равномерное распределение в ней. Золотые наноблобки имеют низкую токсичность и высокий коэффициент поглощения и рассеяния в области «окна прозрачности» биотканей, поэтому являются удобным наноматериалом для многих тестовых исследований.

В исследованиях [47] приводятся результаты высвобождения модельных препаратов (хлористого натрия NaCl и родамина Б RhB), инкапсулированных в микроконтейнеры на основе полимолочной кислоты, в течение короткого времени воздействия (~ 10 с) при плотности мощности УЗ-колебаний ~ 4 Вт/см<sup>2</sup>.

Работа [48] направлена на исследование воздействия высокоинтенсивного сфокусированного ультразвука на разрушение наноструктурных оболочек полиэлектролитных микрокапсул состава (ПАА/ПСС)<sub>5</sub> (полиаллиламина гидрохлорид)/(полистиролсульфонат натрия)<sub>5</sub>, а также нанокомпозитных микрокапсул, (ПАА/ПСС)<sub>2</sub>/(ПАА/Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>)(ПАА/ПСС)<sub>2</sub>, в состав оболочки которых входят микрокапсулы магнетита. Оценка последствия действия ультразвука методом конфокальной микроскопии показала, что композитные капсулы, содержащие в оболочке наночастицы Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>, более чувствительны к ультразвуковому воздействию, что подтверждает имеющиеся литературные данные о воздействии УЗ на микрокапсулы, содержащие в оболочке неорганические наночастицы.

### Заключение

Представленные в обзоре обобщения результатов исследований за последние два десятилетия отражают основные тенденции развития ультразвуковых технологий применительно к производству и изучению наноструктурных систем в части их ориентирования на использование в биомедицинских технологиях.

Результаты обзора могут быть использованы при разработке новых систем доставки лекарственных средств с управляемым высвобождением методом высокочастотного сфокусированного ультразвука.

### *Список литературы*

1. Protein Biosensors Based on Biofunctionalized Conical Gold Nanotubes / Z. Siwy [et al.] // J. Am.Chem.Soc. – 2005. – Vol. 127. – P. 5000–1.
2. Self-Propelled Polymer-Based Multilayer Nanorockets for Transportation and Drug Release / Z. Wu [et al.] // Angew. Chemie. – 2013. – Vol. 125. – P. 7138 – 7141.
3. Autonomous Movement of Controllable Assembled Janus Capsule Motors / Y.Wu [et al.] // ACS Nano. – 2012. – Vol. 6. – P. 10910 – 10916.
4. Skorb, E. V. Ultrasonic Cavitation at Solid Surfaces / E. V. Skorb, H. Möhwald // Adv. Mater. – 2013. – Vol. 25, P. 5029 – 5043.
5. Influence of Polyelectrolyte Multilayer Coating on the Degree and Type of Biofouling in Freshwater Environment / J. Frueh [et al.] // J. Nanosci. Nanotechnol. – 2014. – Vol. 14. – P. 4341 – 4350.
6. Callow, J. A. Trends in the Development of Environmentally Friendly Fouling-Resistant Marine Coatings / J. A. Callow, M. E. Callow // Nat. Commun. – 2011. – Vol. 2, No. 244. – P. 315.
7. Nanocontainer - Based Anticorrosive Coatings: Effect of the Container Size on the Self - Healing Performance / D. Borisova [et al.] // Adv. Funct. Mater. – 2013. – Vol. 12. – P. 3799 – 3812.
8. Faraji, A. H. Nanoparticles in Cellular Drug Delivery / A. H. Faraji, P. Wipf // Bioorganic Med. Chem. – 2009. – Vol. 17. – P. 2950 – 2962.
9. Silver Nanoparticle-Alginate Composite Beads for Point-of-use Drinking Water Disinfection / S. Lin [et al.] // Water Research. – 2013. – Vol. 47. – P. 3959 – 3965.
10. Применение нанотехнологий в отраслях медицины [Электронный ресурс] // Refleader.ru. – Режим доступа : <http://refleader.ru/jgeqasyfsujgyfs.html> (дата обращения: 30.11.2018).

11. Gao, H. Composite Silica Nanoparticle/Polyelectrolyte Microcapsules with Reduced Permeability and Enhanced Ultrasound Sensitivity / H. Gao, D. Wen, G. B. Sukhorukov // *J. Mater. Chem.* – 2015. – No. 3 (9). – P. 1888 – 1897.
12. Yi, Q. Externally Triggered Dual Function of Complex Microcapsules / Q. Yi, G. B. Sukhorukov // *ACS Nano.* – 2013. – No. 7 (10). – P. 8693 – 8705.
13. Evaluation of Superparamagnetic Iron Oxide-Polymer Composite Microcapsules for Magnetic Resonance-Guided High-Intensity Focused Ultrasound Cancer Surgery / Y. Sun [et al.] // *BMC Cancer.* – 2014. – No. 14. – P. 800.
14. Timko, B. P. Remotely Triggerable Drug Delivery Systems / B. P. Timko, T. Dvir, D. S. Kohane // *Adv. Mater.* – 2010. – No. 22. – P. 4925 – 4943.
15. Emerging Applications of Stimuli-Responsive Polymer Materials / M. C. Stuart [et al.] // *Nat. Mater.* – 2010. – No. 9. – P. 101 – 113.
16. Bifunctional Ultraviolet / Ultrasound Responsive Composite TiO<sub>2</sub> / Polyelectrolyte Microcapsules / H. Gao [et al.] // *Nanoscale.* – 2016. – No. 8. – P. 5170 – 5180.
17. Effect of Microwave Radiation on Polymer Microcapsules Containing Inorganic Nanoparticles / D. A. Gorin [et al.] // *Tech. Phys. Lett.* – 2006. – No. 32. – P. 70 – 72.
18. Progress of Nanoscience in China / M. Ma [et al.] // *Adv. Mater.* – 2014. – No. 26. – P. 7378 – 7385.
19. Perfluorohexane Encapsulated Mesoporous Silica Nanocapsules as Enhancement Agents for Highly Efficient High Intensity Focused Ultrasound (HIFU) / X. Wang [et al.] // *Adv. Mater.* – 2012. – No. 24. – P. 785 – 791.
20. Хилл, К. Ультразвук в медицине. Физические основы применения / К. Хилл, Дж. Бембер, Г. Тер Хаар ; пер с англ. – М. : Физматлит, 2008. – 544 с.
21. Флинн, Г. Физика акустической кавитации в жидкостях // *Физическая акустика.* – М. : Мир, 1967. – Т. 1. – С. 7 – 138.
22. Перник, А. Д. Проблемы кавитации / А. Д. Перник. – Л. : Судостроение, 1966. – 439 с.
23. Leighton, T. G. *The Acoustic Bubble* / T. G. Leighton. – London : Academic Press, 1994. – 613 p.
24. Сиротюк, М. Г. Акустическая кавитация / М. Г. Сиротюк. – М. : Наука, 2008. – 271 с.
25. Subharmonic Emission as an Indicator of Ultrasonically-Induced Biological Damage / Morton K. I. [et al.] // *Ultrasound in Med. and Biol.* – 1983. – Vol. 9, No. 6. – P. 629 – 633.
26. Гаврилов, Л. П. О физическом механизме разрушения биологических тканей с помощью фокусированного ультразвука / Л. П. Гаврилов // *Акуст. журн.* – 1974. – Т. 20, № 1. – С. 27 – 32.
27. Margulis, M. A. *Sonochemistry and Cavitation* / M. A. Margulis. – London : Gordon&Breach, 1996. – 611 p.
28. Geganken, A. Using Sonochemistry for the Fabrication of Nanomaterials / A. Geganken // *Ultrasonics Sonochemistry.* – 2004. – Vol. 11, No. 2. – P. 47 – 55.
29. Синтез наноматериалов с контролируемыми свойствами с помощью ультразвука [Электронный ресурс] / Н. А. Булычев [и др.] // *Нанотехнологическое общество России.* – Режим доступа : <http://www.nts.info/science/library/2946.htm> (дата обращения: 30.11.2018)
30. Эффекты мощного ультразвукового воздействия на структуру и свойства наноматериалов / О. Л. Хасанов [и др.]. – Изд-во Томского политехнического университета, 2008. – 149 с.
31. Mason, T. J. *Applied Sonochemistry: Used of Power Ultrasound in Chemistry and Processing* / T. J. Mason, J. P. Lorimer. – Willey, 2002. – 314 p.
32. Aluminium Based Nanostructured Composite Coatings: Processing, Microstructures and Wear Behavior / A. Agarwal, K. Rea, S. Wannaparhun [et al.] // *Surface Engineering in Materials Science.* – 2003. – P. 81 – 89.

33. Suslick, K. S. Sonochemical hot Spot / K. S. Suslick, D. A. Hammerton, R. E. Cline // *J. Am. Chem. Soc.* – 1986. – Vol. 108. – P. 5641 – 5642.
34. Нови, А. А. Применение ультразвука при производстве наноматериалов [Электронный ресурс] / А. А. Нови // Ультразвуковая техника – Инлаб. – Режим доступа : <http://utinlab.ru/articles/primenenie-ultrazvuka-pri-proizvodstvenanomaterialov> (дата обращения: 30.11.2018).
35. Ланин, В. Л. Применение ультразвуковых эффектов в жидких средах для получения наноматериалов / В. Л. Ланин, Н. В. Дежкунов, А. В. Котухов // *Электронная обработка материалов.* – 2010. – № 3. – С. 28 – 35.
36. Высокоинтенсивная фокусирующая ультразвуковая абляция в лечении гормонорезистентного локализованного и местораспространенного рака предстательной железы / Л. В. Шаплыгин [и др.] // *Сибирский онкологический журнал.* – 2012. – № 2. – С. 18 – 21.
37. Chaussy, C. G. Local Recurrence of Prostate Cancer after Curative Therapy HIFU (Ablatherm) as a Treatment Option / C. G. Chaussy, S. Thuroff, T. Bergsdorf // *Der Urologie A.* – 2006. – Vol. 45(10). – P. 1271 – 1275.
38. Ультразвуковая наномедицина в аспекте терапии онкологических заболеваний [Электронный ресурс] / А. П. Николаев [и др.] // Исследовательская компания «Abercade». – Режим доступа : <http://www.abercade.ru/research/analysis/2904.html> (дата обращения: 30.11.2018).
39. Polyelectrolyte Microcapsules for Biomedical Application / B. G. De Geest [et al.] // *Soft Matter.* – 2009. – No. 5. – P. 282 – 291.
40. Calcium Carbonate Microparticles Containing a Photosensitizer Photoses: Preparation, Ultrasound Stimulated Dye Release, and in Vivo Application / Y. I. Svenskaya [et al.] // *Nanotechnologies in Russia.* – 2014. – Vol. 9, No. 7-8. – P. 398 – 409.
41. Atomic Force Microscopy Characterization of Ultrasound-Sensitive Nanocomposite Microcapsules / N. A. Kolesnikova [et al.] // *Nanotechnologies in Russia.* – 2008. – Vol. 3, No. 9-10. – P. 560 – 569.
42. Mason, T. J. New Evidence for the Inverse Dependence of Mechanical and Chemical Effects on the Frequency of Ultrasound / T. J. Mason, A. J. Coblay, J. E. Graves // *Ultrason. Sonochem.* – 2011. – No. 18. – P. 226 – 230.
43. Schukin, D. G. Ultrasonically Induced Opening of Polyelectrolyte Microcontainers / D. G. Schukin, D. A. Gorin, H. Mohwald // *Langmuir.* – 2006. – No. 22. – P. 7400 – 7404.
44. Lavon, I. Ultrasound and Transdermal Drug Delivery / I. Lavon, J. Kost // *Drug Discovery Today.* – 2004. – No. 9. – P. 670 – 676.
45. Combination Effect of Photodynamic and Sonodynamic Therapy on Experimental Skin Squamous Cell Carcinoma in CH/HeN Mice / Z. H. Jin [et al.] // *The Journal of Dermatology.* – 2000. – No. 27. – P. 294 – 306.
46. Сравнительное исследование физического, химического и мультимодального подходов к усилению транспорта наночастиц в коже с модельным дерматитом / Э. А. Генина [и др.] // *Российские нанотехнологии.* – 2014. – Т. 9, № 9-10. – С. 87 – 95.
47. Poly(lactic Acid) Nano- and Microchamber Arrays for Encapsulation of Small Hydrophilic Molecules Featuring Drug Release Via High Intensity Focused Ultrasound / M. Gai [et al.] // *Nanoscale.* – 2017. – Vol. 9, No. 21. – P. 7063 – 7070. doi:10.1039/c7nr01841j
48. Воздействие высокоинтенсивного сфокусированного ультразвука на модельные фантомы биотканей и на композитные микрокапсулы с наноразмерными оболочками / А. В. Петров [и др.] // *Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та.* – 2018. – Т. 24, № 3. – С. 539 – 549. doi: 10.17277/vestnik.2018.03.pp.539-549

# High Intensity Ultrasound as a Tool to Influence Nanostructure Systems in Biomedical Technologies

A. V. Petrov

*Department of Semiconductor Physics, N. G. Chernyshevsky Saratov National Research State University, Saratov, Russia; arsenypetrov@gmail.com*

**Keywords:** encapsulated drug; intense ultrasound; composite microcapsules; microcapsules; microcontainers; nano-sized shells; nanoscale structures; polyelectrolytes.

**Abstract:** A review of domestic and foreign publications over the past two decades concerning the study of ultrasonic effects on the formation of nanostructured materials, as well as on the properties of nanoscale systems, has been made. The mechanism of the effect of high-intensity ultrasound in the cavitation mode on liquid media is discussed. The significant role of high-intensity ultrasound in the production of nanostructured materials is shown. The results of recent studies of the effects of high-intensity ultrasound on the strength characteristics of nanoscale shells of microcapsules are described. The results of studies on the effect of ultrasound on the rate of opening microcontainers with controlled release of a model drug substance in the form of low-molecular hydrophilic molecules encapsulated inside a hydrophobic container are summarized. The results of studies on the joint effects of low-frequency and high-frequency ultrasound on cavitation processes in liquid media are discussed. General conclusions on the effectiveness of ultrasonic technologies in the production and research of nanoscale systems in biomedical technologies are made.

## References

1. Siwy Z., Trofin L., Kohli P., Baker L.A., Trautmann C., Martin C.R. Protein Biosensors Based on Biofunctionalized Conical Gold Nanotubes, *J. Am. Chem. Soc.*, 2005, vol. 127, pp. 5000-1.
2. Wu Z., Wu Y., He W., Lin X., Sun J., He Q. Self-Propelled Polymer-Based Multilayer Nanorockets for Transportation and Drug Release, *Angew. Chemie.*, 2013, vol. 125, pp. 7138-7141.
3. Wu Y., Wu Z., Lin X., He Q., Li J. Autonomous Movement of Controllable Assembled Janus Capsule Motors, *ACS Nano*, 2012, vol. 6, pp. 10910-10916.
4. Skorb E.V., Möhwald H. Ultrasonic Cavitation at Solid Surfaces, *Adv. Mater.*, 2013, vol. 25, pp. 5029-5043.
5. Frueh J., Gai M., Yang Z., He Q. Influence of Polyelectrolyte Multilayer Coating on the Degree and Type of Biofouling in Freshwater Environment, *J. Nanosci. Nanotechnol.*, 2014, vol. 14, pp. 4341-4350.
6. Callow J.A., Callow M.E. Trends in the Development of Environmentally Friendly Fouling-Resistant Marine Coatings, *Nat. Commun.*, 2011, vol. 2, no. 244, p. 315.
7. Borisova D., Akçakayıran D., Schenderlein M., Möhwald H., Shchukin D.G. Nanocontainer - Based Anticorrosive Coatings: Effect of the Container Size on the Self - Healing Performance, *Adv. Funct. Mater.*, 2013, vol. 12, pp. 3799-3812.
8. Faraji A.H., Wipf P. Nanoparticles in Cellular Drug Delivery, *Bioorganic Med. Chem.*, 2009, vol. 17, pp. 2950-2962.
9. Lin S., Huang R., Cheng Y., Liu J., Lau B.L.T., Wiesner M.R. Silver Nanoparticle-Alginate Composite Beads for Point-of-use Drinking Water Disinfection, *Water Research.*, 2013, vol. 47, pp. 3959-3965.
10. <http://refleader.ru/jgeqasyfsujgyfs.html> (accessed 30 November 2018).

11. Gao H., Wen D., Sukhorukov G.B. Composite Silica Nanoparticle / Polyelectrolyte Microcapsules with Reduced Permeability and Enhanced Ultrasound Sensitivity, *J. Mater. Chem.*, – 2015, no. 3 (9), pp. 1888-1897.
12. Yi Q., Sukhorukov G.B. Externally Triggered Dual Function of Complex Microcapsules, *ACS Nano*, 2013, no. 7 (10), pp. 8693-8705.
13. Sun Y., Zheng Y., Li P., Wang D., Niu Ch., Gong Yu., Huang R., Wang Zh., Ran H. Evaluation of Superparamagnetic Iron Oxide-Polymer Composite Microcapsules for Magnetic Resonance-Guided High-Intensity Focused Ultrasound Cancer Surgery, *BMC Cancer*, 2014, no. 14, p. 800.
14. Timko B.P., Dvir T., Kohane D.S. Remotely Triggerable Drug Delivery Systems, *Adv. Mater.*, 2010, no. 22, pp. 4925-4943.
15. Stuart M.C., Huck W.T.S., Genzer J., Müller M., Ober C., Stamm M., Sukhorukov G.B., Szleifer I., Tsukruk V.V, Urban M., Winnik F., Zauscher S., Luzinov I., Minko S. Emerging Applications of Stimuli-Responsive Polymer Materials, *Nat. Mater.*, 2010, no. 9, pp. 101-113.
16. Gao H., Wen D., Tarakina N.V., Liang J., Bushby A.J., Sukhorukov G.B. Bifunctional Ultraviolet / Ultrasound Responsive Composite TiO<sub>2</sub> / Polyelectrolyte Microcapsules, *Nanoscale*, 2016, no. 8, pp. 5170-5180.
17. Gorin D.A., Shchukin D.G., Mikhailov A.I., Köhler K., Sergeev S.A., Portnov S.A., Taranov I.V., Kislov V.V., Sukhorukov G.B. Effect of Microwave Radiation on Polymer Microcapsules Containing Inorganic Nanoparticles, *Tech. Phys. Lett.*, 2006, no. 32, pp. 70-72.
18. Ma M., Xu H.X., Chen H.R., Jia X.Q., Zhang K., Wang Q., Zheng S.G., Wu R., Yao M.H., Cai X.J., Li F.Q., Shi J.L. Progress of Nanoscience in China, *Adv. Mater.*, 2014, no. 26, pp. 7378-7385.
19. Wang X., Chen H., Chen Y., Ma M., Zhang K., Li F., Zheng Y., Zeng D., Wang Q., Shi J. Perfluorohexane Encapsulated Mesoporous Silica Nanocapsules as Enhancement Agents for Highly Efficient High Intensity Focused Ultrasound (HIFU), *Adv. Mater.*, 2012, no. 24, pp. 785-791.
20. Khill K., Bember Dzh., Ter Khaar G. *Ul'tazvuk v meditsine. Fizicheskiye osnovy primeneniya* [Ultrasound in medicine. Physical bases of application], Moscow: Fizmatlit, 2008, 544 p. (In Russ.)
21. Flinn G. *Fizika akusticheskoy kavitatsii v zhidkostyakh*, Fizicheskaya akustika [Physical acoustics], Moscow: Mir, 1967, vol. 1, pp. 7-138. (In Russ.)
22. Pernik A.D. *Problemy kavitatsii* [Cavitation problems], Leningrad: Sudostroyeniye, 1966, 439 p. (In Russ.)
23. Leighton T.G. *The Acoustic Bubble*, London: Academic Press, 1994, 613 p.
24. Sirotyuk M.G. *Akusticheskaya kavitatsiya* [Acoustic cavitation], Moscow: Nauka, 2008, 271 p. (In Russ.)
25. Morton K.I., Ter Haar G.R., Stratford I.J., Hill C.R. Subharmonic Emission as an Indicator of Ultrasonically-Induced Biological Damage, *Ultrasound in Med. and Biol.*, 1983, vol. 9, no. 6, pp. 629-633.
26. Gavrilov L.R. [On the physical mechanism of destruction of biological tissues with the help of focused ultrasound], *Akust. zhurn.*, 1974, vol. 20, no. 1, pp. 27-32. (In Russ.)
27. Margulis M.A. *Sonochemistry and Cavitation*, London: Gordon&Breach, 1996, 611 p.
28. Geganken A. Using Sonochemistry for the Fabrication of Nanomaterials, *Ultrasonics Sonochemistry*, 2004, vol. 11, no. 2, pp. 47-55.
29. <http://www.nts.rinfo/science/library/2946.htm> (accessed 30 November 2018)
30. Khasanov O.L., Dvilis E.S., Polissadova V.V., Zykova A.P. *Effekty moshchnogo ul'trazvukovogo vozdeystviya na strukturu i svoystva nanomaterialov* [Effects of powerful ultrasonic influence on the structure and properties of nanomaterials], Izdatel'stvo Tomskogo politekhnicheskogo universiteta, 2008, 149 p. (In Russ.)

31. Mason T.J., Lorimer J.P. *Applied Sonochemistry: Used of Power Ultrasound in Chemistry and Processing*, Wiley, 2002, 314 p.
32. Agarwal A., Rea K, Wannaparhun S. [et al.] Aluminium Based Nanostructured Composite Coatings: Processing, Microstructures and Wear Behavior, *Surface Engineering in Materials Science*, 2003, P. 81-89.
33. Suslick K.S., Hammerton D.A., Cline R.E. Sonochemical hot Spot, *J. Am. Chem. Soc.*, 1986, vol. 108, pp. 5641-5642.
34. <http://utinlab.ru/articles/primenenie-ultrazvuka-pri-proizvodstve-nanomaterialov> (accessed 30 November 2018).
35. Lanin V. L., Dezhkunov N.V., Kotukhov A.V. [The use of ultrasonic effects in liquid media for the production of nanomaterials], *Elektronnaya obrabotka materialov* [Electronic processing of materials], 2010, no. 3, pp. 28-35. (In Russ.)
36. Shaplygin L.V., Solovov V. A., Vozdvizhenskiy M. O., Fesenko D. V., Kopylov A. V. [High-intensity focused ultrasound ablation in the treatment of hormone resistant localized and localized prostate cancer], *Sibirskiy onkologicheskiy zhurnal* [Siberian Journal of Oncology], 2012, no. 2, pp. 18-21. (In Russ., abstract in Eng.)
37. Chaussy C.G., Thuroff S., Bergsdorf T. Local Recurrence of Prostate Cancer after Curative Therapy HIFU (Ablatherm) as a Treatment Option, *Der Urologe A.*, 2006, vol. 45(10), pp. 1271-1275.
38. <http://www.abercade.ru/research/analysis/2904.html> (accessed 30 November 2018).
39. De Geest B.G., De Koker S., Sukhorukov G.B., Kreft O., Parak W.J., Skirtach A.G., Demeester J., De Smedt S.C., Hennink W.E. Polyelectrolite Microcapsules for Biomedical Application, *Soft Matter.*, 2009, no. 5, pp. 282-291.
40. Svenskaya Y.I., Navolokin N.A, Buchaskaya A.B., Terentyuk G.S., Kuz'mina A.O., Burashnikova M.M., Maslyakova G.N., Lukyanets E.A., Gorin D.A. Calcium carbonate microparticles containing a photosensitizer photoses: Preparation, ultrasound stimulated dye release, and in vivo application, *Nanotechnologies in Russia*, 2014, vol. 9, no. 7-8, pp. 398-409.
41. Kolesnikova N.A., Khlebtsov B.N., Shchukin D.G., Gorin D.A. Atomic Force Microscopy Characterization of Ultrasound-Sensitive Nanocomposite Microcapsules, *Nanotechnologies in Russia*, 2008, vol. 3, no. 9-10, pp. 560-569.
42. Mason T.J., Coblay A.J., Graves J.E. New Evidence for the Inverse Dependence of Mechanical and Chemical Effects on the Frequency of Ultrasound, *Ultrason. Sonochem.*, 2011, no. 18, pp. 226-230.
43. Schukin D.G., Gorin D.A., Mohwald H. Ultrasonically Induced Opening of Polyelectrolyte Microcontainers, *Langmuir*, 2006, no. 22, pp. 7400-7404.
44. Lavon I., Kost J. Ultrasound and Transdermal Drug Delivery, *Drug Discovery Today*, 2004, no. 9, pp. 670-676.
45. Jin Z.H., Miyoshi N., Ishiguro K., Umemura S., Kawabata K., Yumita N., Sakata I., Takayoka K., Udagawa T., Nakajima S., Tajiri H., Ueda K., Fukuda M., Rumakiri M. Combination Effect of Photodynamic and Sonodynamic Therapy on Experimental Skin Squamous Cell Carcinoma in CH/HeN Mice, *The Journal of Dermatology*, 2000, no. 27, pp. 294-306.
46. Genina E.A., Terentyuk G.S., Bashkatov A.N., Mikheyeva N.A., Kolesnikova Ye.A., Basko M.V., Khlebtsov B.N., Khlebtsov N.G., Tuchin V.V. [Comparative study of physical, chemical and multimodal approaches to enhancing the transport of nanoparticles in the skin with model dermatitis], *Rossiyskiye nanotekhnologii* [Russian Nanotechnologies], 2014, vol. 9, no. 9-10, pp. 87-95. (In Russ., abstract in Eng.)
47. Gai M., Frueh J., Tao T., Petrov A.V., Petrov V.V., Shesterikov E.V., Sukhorukov G.B. Polylactic Acid Nano- and Microchamber Arrays for Encapsulation of Small Hydrophilic Molecules Featuring Drug Release Via High Intensity Focused Ultrasound, *Nanoscale*, 2017, vol. 9, no. 21, pp. 7063-7070, doi:10.1039/c7nr01841j

48. Petrov A.V., Voronin D.V., Inozemtseva O.A., Petrov V.V., Gorin D.A. [Effect of high-intensity focused ultrasound on model phantoms of biotissues and on composite microcapsules with nanoscale envelopes], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2018, vol. 24, no. 3, pp. 539-549, doi: 10.17277/vestnik.2018.03.pp.539-549 (In Russ., abstract in Eng.)

---

### **Hochintensiver Ultraschall als Schlaginstrument auf Nanostruktursysteme in biomedizinischen Technologien**

**Zusammenfassung:** Es ist eine Übersicht der in- und ausländischen Publikationen in den letzten zwei Jahrzehnten über die Untersuchungen der Auswirkungen von Ultraschall auf die Bildung nanostrukturierter Materialien sowie über die Eigenschaften nanoskaliger Systeme durchgeführt. Der Mechanismus des Einflusses des hochintensiven Ultraschalls im Kavitationszustand auf flüssige Medien wird diskutiert. Es ist die wesentliche Rolle des hochintensiven Ultraschalls bei der Herstellung nanostrukturierter Materialien gezeigt. Die Ergebnisse der neuesten Studien über die Auswirkungen des hochintensiven Ultraschalls auf die Festigkeitseigenschaften der Nanoschalen von Mikrokapseln sind beschrieben. Es sind die Ergebnisse der Forschung der Wirkung des Ultraschalls auf die Geschwindigkeit der Öffnung von Mikrobehältern mit kontrollierter Freisetzung einer Modellarzneimittelsubstanz in Form niedermolekularer hydrophiler Moleküle, die in einem hydrophoben Behälter eingekapselt sind, zusammengefasst. Die Ergebnisse der Studien zur gemeinsamen Auswirkung von Niederfrequenz- und Hochfrequenzultraschall auf Kavitationsprozesse in flüssigen Medien werden diskutiert. Es sind allgemeine Schlussfolgerungen über die Wirksamkeit der Anwendungen von Ultraschalltechnologien bei der Herstellung und Erforschung nanoskaliger Systeme in biomedizinischen Technologien gezogen.

---

### **Échographie à haute intensité en tant qu'instrument d'impact sur les systèmes de nanostructure dans les technologies biomédicales**

**Résumé:** Sont examinées des publications nationales et étrangères des deux dernières décennies concernant l'étude des effets ultrasoniques sur la formation des matériaux nanostructurels et les propriétés des systèmes nano-dimensionnels. Est discuté le mécanisme de l'exposition à l'échographie à haute intensité en mode de cavitation sur les milieux liquides. Est montré le rôle essentiel de l'échographie à haute intensité dans la production de matériaux nanostructuraux. Sont décrits les résultats des dernières études concernant les effets du rayonnement ultrasonique à haute intensité sur les caractéristiques de résistance des membranes nano-dimensionnelles des microcapsules. Sont résumés les résultats de la recherche. Sont présentées les conclusions générales sur l'efficacité des applications de la technologie ultra-sonore dans la production et la recherche des systèmes nanométriques dans les technologies biomédicales.

---

**Автор:** *Петров Арсений Владимирович* – аспирант кафедры физики полупроводников, ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского», г. Саратов, Россия.

**Рецензент:** *Кочубей Вячеслав Иванович* – доктор физико-математических наук, профессор кафедры оптики и биофотоники, ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского», г. Саратов, Россия.