### Машиностроение. Металлообработка

УДК 621.763 DOI: 10.17277/vestnik.2018.04.pp.698-706

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОФИЛЯ КУЛАЧКА МЕХАНИЗМА КАЧАНИЯ РАЗДУВОЧНОГО АГРЕГАТА ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ СИНТЕТИЧЕСКИХ ВОЛОКНИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ

К. Б. Сентяков<sup>1</sup>, В. М. Святский<sup>1</sup>, Б. А. Сентяков<sup>2</sup>, М. А. Святский<sup>2</sup>

Кафедры «Технология машиностроения и приборостроения» (1), «Ракетостроение» (2), Воткинский филиал ФГБОУ ВО «Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова»; svlad-2000@yandex.ru

**Ключевые слова:** волокно; кулачок; механизм качания; обкатывание; полиэтилентефталат; толкатель; экструзионно-дутьевой способ.

Аннотация: Предложена схема усовершенствованного механизма равномерного качания раздувочного сопла агрегата для получения непрерывных холстов из полиэтилентерефталатного волокна экструзионно-дутьевым способом. Такой механизм для получения холста с одинаковой толщиной по его ширине должен обеспечивать возвратно-качательное перемещение раздувочного сопла с постоянной скоростью. Составив геометрическую и векторную модели такого механизма, методом обкатывания толкателем условно неподвижного кулачка получен его требуемый профиль. Получена математическая модель профиля кулачка в виде непрерывной параметрической функции. Изготовлен действующий макет механизма качания с разработанным кулачком.

Актуальной задачей современности является утилизация вторичного синтетического сырья, например, использованных пластиковых бутылок, с возможностью получения полезных для практического применения новых материалов. Синтетические волокнистые материалы, производимые из вторичного полиэтилентерефталата (ПЭТ) применяются в различных областях деятельности человека. Основное назначение таких материалов в технической сфере – создание композиционных материалов с особыми свойствами, фильтрация жидкостей, сорбция нефти и нефтепродуктов, тепло- и звукоизоляция различных видов энергетического и транспортного оборудования и др. [1 - 4].

При производстве непрерывных холстов из ПЭТ-волокна экструзионнодутьевым способом важной задачей является обеспечение требуемой формы холста, а именно, заданной его толщины в различных сечениях. В соответствии с техническими условиями толщина холста в поперечном направлении не должна изменяться более чем на 10 % [5].

В работе [6] решена задача по обеспечению постоянства толщины холстов при их производстве экструзионно-дутьевым способом с помощью пазового кулачкового механизма равномерного качания раздувочного щелевого сопла с движением ролика по дуговым траекториям (рис. 1).



Рис. 1. Механизм качания раздувочного сопла

Анализ конструкции такого механизма выявил его некоторую не технологичность и сложность изготовления. В частности, консольное крепление ролика может вызвать его перекос и заклинивание в критических точках траектории. Кроме того, наличие пар трения скольжения при их линейных перемещениях приводит к появлению существенных реактивных сил в механизме, что вызывает интенсивный износ его подвижных элементов.

Для устранения вышеописанных проблем предлагается альтернативная схема кулачкового механизма равномерного качания с внешним толкателем. Геометрическая модель механизма показана на рис. 2.

Задача заключается в нахождении профиля эксцентричного кулачка, обеспечивающего равномерное движение качающегося толкателя при равномерном вращении кулачка. То есть пропорциональность их угловых скоростей.

Механизм равномерного качания работает следующим образом. При повороте кулачка на 180° против часовой стрелки вокруг неподвижной точки O, толкатель ABC поворачивается на угол 2 $\Delta$  против часовой стрелки вокруг неподвижной точки A. При дальнейшем повороте кулачка до полного оборота, толкатель поворачивается обратно по часовой стрелке на угол 2 $\Delta$ . Исходными геометрическими параметрами для расчета кулачка являются следующие величины:

– амплитуда качания 2∆;

- расстояние между центрами вращений OA = L (OA = BC);

- ширина толкателя AB = H.

Передаточное отношение механизма, то есть соотношение угловых скоростей кулачка и толкателя



**Рис. 2. Геометрическая модель механизма:**  $a, \delta$  – начальное и конечное положения кулачка



Рис. 3. Векторная модель механизма

Векторная модель механизма показана на рис. 3. Вектор AC с модулем R совершает один период колебательного движения с амплитудой  $2\Delta$  за полный оборот кулачка.

Из элементарных геометрических соображений определяются крайние положения векторов.

Модуль вектора АС

$$R = \sqrt{L^2 + H^2}.$$
 (2)

Начальный и конечный углы положения вектора АС

$$\alpha_1 = \arccos\left(\frac{L}{R}\right) - \Delta; \quad \alpha_2 = \alpha_1 + 2\Delta.$$
 (3)

Радиус-вектор ОС при этом изменяется по модулю в пределах:

$$r_1 = \sqrt{L^2 + R^2 - 2LR\cos\alpha_1}; \quad r_2 = \sqrt{L^2 + R^2 - 2LR\cos\alpha_2},$$
 (4)

и по углу в пределах:

$$\beta_1 = \arccos\left(\frac{R}{r_1}\sin\alpha_1\right); \quad \beta_2 = \arccos\left(\frac{R}{r_2}\sin\alpha_2\right).$$
 (5)

Профиль кулачка может быть получен методом обкатывания толкателем условно неподвижного кулачка следующим образом. На рисунке 4 звено *ОА* вращается вокруг точки *О* с постоянной угловой скоростью и поворачивается на угол ф



по часовой стрелке. Вместе с ним на тот же угол вокруг точки O поворачивается звено *ABC*. Одновременно с этим, звено *ABC* поворачивается против часовой стрелки вокруг точки A на угол  $\alpha - \alpha_1$ , который в k раз меньше угла  $\varphi$ .

Начальные координаты точек *A* и *C* в первом цикле – координаты векторов *OA* и *OC* в начальном положении (см. рис. 3):

$$x_A = L; \ y_A = 0; \ x_C = -r_1 \sin \beta_1; \ y_C = -r_1 \cos \beta_1.$$
 (6)

Итерационные формулы первого цикла перехода к следующему положению точек A и C при поворотах соответствующих звеньев на угол  $\Delta \varphi$  и отрицательный угол  $\Delta \alpha$ .

$$\Delta_{\alpha} = -\frac{\Delta \phi}{k};$$

$$x'_{A} = x_{A} \cos \Delta \phi + y_{A} \sin \Delta \phi;$$

$$y'_{A} = y_{A} \cos \Delta \phi + x_{A} \sin \Delta \phi;$$

$$(7)$$

$$x_{C}^{\prime} = x_{C} \cos \Delta \phi + y_{C} \sin \Delta \phi;$$

$$y_{C}^{\prime} = y_{C} \cos \Delta \phi + x_{C} \sin \Delta \phi;$$

$$x_{C}^{\prime} = (x_{C}^{\prime} - x_{A}^{\prime}) \cos \Delta \alpha + (y_{C}^{\prime} - y_{A}^{\prime}) \sin \Delta \alpha + x_{A}^{\prime};$$

$$y_{C}^{\prime} = (y_{C}^{\prime} - y_{A}^{\prime}) \cos \Delta \alpha + (x_{C}^{\prime} - x_{A}^{\prime}) \sin \Delta \alpha + y_{A}^{\prime}.$$
(8)

Здесь показаны известные [7 – 9] формулы определения координат точки при ее повороте на заданный угол вокруг начала координат или вокруг точки с известными координатами.

На рисунке 5 звено *OA* продолжает вращаться вокруг точки *O* с постоянной угловой скоростью и поворачивается на угол  $\varphi$  по часовой стрелке. Вместе с ним продолжает поворачиваться звено *ABC*. Одновременно с этим звено *ABC* начинает поворачиваться обратно по часовой стрелке вокруг точки *A* на угол  $\alpha_2 - \alpha$ , который в *k* раз меньше угла  $\varphi$ .

Начальные координаты точек *A* и *C* во втором цикле – координаты векторов *OA* и *OC* в конечном положении (см. рис. 3):

$$x_A = -L; \ y_A = 0; \ x_C = -r_2 \sin\beta_2; \ y_C = r_2 \cos\beta_2.$$
 (9)

Итерационные формулы второго цикла перехода к следующему положению точек A и C аналогичны формулам (8) первого цикла за исключением формулы угла  $\Delta \alpha$ , который здесь положительный



Таким образом, по итерационным формулам (6) – (10) при изменении угла  $\varphi$ в диапазоне полного оборота от 0° до 360° с заданным шагом  $\Delta \varphi$ , получаем последовательность координат точки *C*, составляющих траекторию ее движения, то есть требуемый профиль кулачка.

Объединив итерационные формулы (8), можно получить и аналитическую математическую модель в виде непрерывной параметрической функции

$$\begin{cases} x(\phi) = (x_C - x_A)\cos\phi\cos\alpha + (y_C - y_A)\sin\phi\cos\alpha + \\ + (y_C - y_A)\cos\phi\sin\alpha + (x_A - x_C)\sin\phi\sin\alpha + x_A\cos\phi + y_A\sin\phi; \\ y(\phi) = (y_C - y_A)\cos\phi\cos\alpha + (x_C - x_A)\sin\phi\cos\alpha + \\ (x_C - x_A)\cos\phi\sin\alpha + (y_A - y_C)\sin\phi\sin\alpha + y_A\cos\phi + x_A\sin\phi; \\ 0 \le \phi \le \pi \end{cases}$$
(11)

Здесь величины φ и α уже не дискретные постоянные, как в формулах (8), а вещественные переменные в заданном интервале. Данная функция описывает непрерывные кривые профиля кулачка первого и второго циклов обкатывания. Первая кривая получается с формулами (6) и (7), вторая – (9) и (10).

Механизм с таким кулачком требует силового замыкания (поджатия толкателя к кулачку) посредством пружины или геометрического замыкания (рис. 6) установ-кой симметричного относительно оси *Оу* кулачка в параллельной смещенной плоскости с симметричным смещенным толкателем.

Для проверки полученной математической модели профиля кулачка равномерного качания и работоспособности предложенного механизма спроектирован и изготовлен действующий макет (рис. 7, 8). Проектирование механизма осуществлялось в системе Компас-3D, что позволило эффективно прорабатывать все конструктивные элементы и вносить оперативные изменения на всех стадиях проекта. Механизм качания (см. рис. 7) состоит из трех основных элементов: основание, сборных рамок и сборных кулачков. Все элементы представляют собой плоские детали. В основании и кулачках выполнены окна для экономии материала. Сборные рамки – две одинаковые детали, соединенные на штифтах с клеем. В рамки впрессовываются с клеем две одинаковых оси. Одна ось качания в отверстии основания, другая ось скольжения в дуговом пазу основания. Оси выполнены с фланцами и фиксируют рамки на основании. Сборные кулачки также склеиваются на штифтах в симметричном положении. Верхний кулачок имеет цанговый зажим для фиксации на гладком цилиндрическом валу двигателя. Весь механизм базируется на двигателе



Рис. 6. Геометрическое замыкание механизма

по центральному отверстию основания и крепится винтами. Также винтами к рамкам крепится щелевое сопло, для качания которого и предназначен механизм. Двигатель и сопло не показаны на рис. 7.

Все детали механизма распечатаны на 3D-принтере. Материал деталей PLAпластик. Данный материал не обладает высокой прочностью и износостойкостью в сравнении с металлом. Тем не менее, такой пластиковый макет показал себя вполне работоспособным на реально действующей установке по производству синтетического волокна. Это обусловлено, как показали испытания, сравнительно низкими силовыми нагрузками, действующими на элементы механизма, и низ-



Рис. 7. 3D-модель механизма равномерного качания: 1, 2 – винты крепления двигателя и сопла соответственно; 3, 5 – оси качания рамок и вращения кулачков соответственно; 4 – кулачки в сборе; 6 – кольцо зажима цанги; 7 – рамки в сборе; 8 – штифты; 9 – основание



Рис. 8. Общий вид кулачкового механизма равномерного качания

кими скоростями их вращения и качания. Кроме того, положительным моментом данной технологии является невысокая стоимость изготовления деталей и возможность их быстрой печати для замены в случае поломки или износа при испытаниях.

Таким образом, в результате выполненных аналитических исследований составлены геометрическая и векторная модели механизма равномерного качания раздувочного сопла агрегата для получения холстов из вторичного ПЭТ. Методом обкатывания толкателем условно неподвижного кулачка получен его требуемый профиль. Получив аналитическим путем и затем объединив итерационные формулы циклов обкатывания кулачка, найдена математическая модель профиля кулачка в виде непрерывной параметрической функции. Изготовлен действующий макет механизма качания с разработанным кулачком. Испытание механизма на действующей установке для производства холстов из ПЭТ-волокна подтвердило его эффективную работу – разность толщин холстов не превышала 2 мм при их толщине 25 мм.

#### Список литературы

1. Процессы получения и практического использования полиэтилентерефталатного волокна из вторичного сырья / Б. А. Сентяков [и др.]. – Старый Оскол : Тонкие наукоемкие технологии, 2014. – 152 с.

2. Грахов, В. П. Проектное управление развитием качества строительных материалов: монография / В. П. Грахов, О. В. Титова, К. Л. Домнина. – Ижевск : Издво ИжГТУ им. М. Т. Калашникова, 2016. – 109 с.

3. Simulation of Oil Products Separation from Fibrous Sorbent Material Centrifugally / B. A. Sentyakov [et al.] // Acta Montanistica Slovaca. – 2016. – Vol. 21, No 3. – P. 238 – 246.

4. Элбакян, А. Г. Экспериментальное исследование процесса пирообработки холстов из супертонкого базальтового волокна / А. Г. Элбакян, Б. А. Сентяков // Интеллектуальные системы в производстве. – 2017. – Т. 15, № 2. – С. 67 – 70. doi: 10.22213/2410-9304-2017-2-67-70

5. Моделирование процесса формообразования холстов из волокнистых материалов / В. М. Святский [и др.] // Вестн. ИжГТУ им. М. Т. Калашникова. – 2015. – Т. 18, № 2. – С. 17 – 20.

6. Формообразование холстов из синтетических волокнистых материалов / В. М. Святский [и др.], Сентяков К. Б., Сентяков Б. А., Святский М. А. // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2017. – Т. 23, № 2. – С. 300 – 306. doi: 10.17277/vestnik. 2017.02.pp.300-306

7. Роджерс, Д. Математические основы машинной графики / Д. Роджерс, Дж. Адамс. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Мир, 2001. – 604 с.

8. Аммерал, Л. Принципы программирования в машинной графике / Л. Аммерал ; пер. с англ. В. А. Львова. – М. : Сол Систем, 1992. – 224 с.

9. Домнина, К. Л. Основы алгоритма оптимизации структуры теплоизоляционных пористых материалов / К. Л. Домнина, М. Н. Каракулов // Вестник ИжГТУ имени М.Т. Калашникова. – 2017. – Т. 20, № 1. – С. 108 – 110. doi: 10.22213/2413-1172-2017-1-108-110

## A Mathematical Model for Cam Profile of a Swinging Mechanism of a Blowing Machine for Production of Synthetic Fibrous Materials

K. B. Sentyakov, V. M. Svyatsky, B. A. Sentyakov, M. A. Svyatsky

Department of Technology of Mechanical Engineering and Instrument Making, Votkinsk Branch of M.T. Kalashnikov Izhevsk State Technical University; svlad-2000@yandex.ru

**Keywords:** fiber; fist; swing mechanism; run-in; polyethylene tephthalate; pusher; extrusion blow method.

**Abstract:** The paper focuses on the development of an improved mechanism for uniform swinging of a blow-out nozzle of machine for obtaining continuous canvases from polyethylene terephthalate fiber by the extrusion-blow method. Such a mechanism for obtaining a canvas with the same thickness over its width should provide for the reciprocating swinging movement of the blowing nozzle at a constant speed. Having compiled a geometrical and vector model of such a mechanism by the method of rolling a conditionally fixed cam with a pusher, its desired profile was obtained. Having obtained analytically and then combining the iterative formulas of cam run cycles, a mathematical model of the cam profile was obtained in the form of a continuous parametric function. A working model of the swinging mechanism for the developed cam is prepared.

#### References

1. Sentyakov B.A., Shirobokov K.P., Svyatsky V.M., Svyatsky M.A., Fonareva K.A. *Protsessy polucheniya i prakticheskogo ispol'zovaniya polietilentereftalatnogo volokna iz vtorichnogo syr'ya* [Processes of Obtaining and Practical use of Polyethylene Terephthalate Fiber from Secondary Raw Materials], Stary Oskol: Tonkie naukoemkie tekhnologii, 2014, 152 p. (In Russ.)

2. Grakhov V.P., Titova O.V., Domnina K.L. *Proyektnoye upravleniye razvitiyem kachestva stroitel'nykh materialov* [Design Management of the Development of the Quality of Construction Materials], Izhevsk: Izd-vo IzhGTU im. M. T. Kalashnikova, 2016, 109 p. (In Russ.)

3. Sentyakov B., Repko A., Sviatskii V., Soldan M., Nikitin Y. Simulation of Oil Products Separation from Fibrous Sorbent Material Centrifugally, *Acta Montanistica Slovaca*, 2016, vol. 21, no. 3, pp. 238-246.

4. Elbakyan A.G., Sentyakov B.A. [Experimental Study of the Process of Pyro-Processing of Canvases from Superfine Basalt Fiber], *Intellektual'nyye sistemy* v proizvodstve [Intellectual Systems in Production], 2017, vol. 15, no. 2, pp. 67-70, doi: 10.22213/2410-9304-2017-2-67-70 (In Russ., abstract in Eng.)

5. Svyatsky V.M., Sviatsky M.A., Sentyakov B.A., Sentyakov K.B., Garaev S.A. [Simulation of Forming Web of Fibrous Materials], *Vestn. IzhGTU im. M. T. Kalashnikova* [Bulletin of the Kalashnikov Izhevsk State Technical University], 2015, vol. 18, no. 2, pp. 17-20. (In Russ., abstract in Eng.)

6. Svyatskiy V.M., Sentyakov K.B., Sentyakov B.A., Svyatskiy M.A. [Shaping Canvases from Synthetic Fibrous Materials], *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2017, vol. 23, no. 2, pp. 300-306, doi: 10.17277/vestnik.2017.02.pp.300-306 (In Russ., abstract in Eng.)

7. Rodzhers D., Adams Dzh. *Matematicheskiye osnovy mashinnoy grafiki* [Mathematical Foundations of Computer Graphics], Moscow: Mir, 2001, 604 p. (In Russ.)

8. Ammeral, L. *Printsipy programmirovaniya v mashinnoy grafike* [Principles of Programming in Computer Graphics], Moscow: Sol Sistem, 1992, 224 p. (In Russ.)

9. Domnina K.L., Karakulov M.N. [Basics of the Algorithm for Optimizing the Structure of Heat-Insulating Porous Materials], *Vestn. IzhGTU im. M. T. Kalashnikova* [Bulletin of the Kalashnikov Izhevsk State Technical University], 2017, vol. 20, no. 1, pp. 108-110, doi: 10.22213/2413-1172-2017-1-108-110 (In Russ., abstract in Eng.)

#### Mathematisches Modell des Nocken-Profils des Mechanismus des Schwingens des Ausblasaggregats für Erhalten der synthetischen Faserstoffe

**Zusammenfassung:** Die Arbeit ist der Entwicklung des verbesserten Mechanismus des gleichmäßigen Schwingens der Ausblasdüse eines Aggregats für Erhalten der kontinuierlichen Leinwände aus Polyethylen-Terephthalat-Fasern mit Hilfe des Extrusionsblasverfahrens gewidmet. Ein solcher Mechanismus zum Erhalten einer Leinwand mit der gleichen Dicke über ihre Breite sollte die hin- und hergehende Schwenkbewegung der Blasdüse mit einer konstanten Geschwindigkeit gewährleisten. Nachdem ein geometrisches und Vektormodell eines solchen Mechanismus unter Verwendung der Abwälzung eines herkömmlich feststehenden Nockens durch den schiebenden Vorschub erstellt wurde, wurde sein gewünschtes Profil erhalten. Nach dem analytischen Erhalten und anschließenden Kombinieren der iterativen Formeln der Einlaufnockenzyklen wurde ein mathematisches Modell des Nockenprofils in Form einer stetigen parametrischen Funktion erhalten. Ein Arbeitsmodell des Schwenkmechanismus mit einem entworfenen Nocken ist entwickelt worden.

# Modèle mathématique du profil de came du mécanisme d'oscillation de l'agrégatgon flable pour l'obtention des matériaux fibreux synthétiques

**Résumé:** L'article est consacré à la conception d'un mécanisme perferctionné d'oscillation uniforme de la buse gonflable de l'unité pour produire des toiles non discontinues en fibre de polyéthylène téréphtalate par extrusion et soufflage. Un tel mécanisme pour obtenir une toile d'une épaisseur égale en fonction de sa largeur doit permettre un mouvement alternatif et oscillant de la buse gonflable à une vitesse constante. Ayant constitué un modèle géométrique et vectoriel d'un tel mécanisme par la méthode du roulement par le poussoir de la came conditionnellement fixe, est obtenu son profil requis. Après avoir obtenu par voie analytique, puis combiné les formules itératives des cycles de roulement de came, est obtenu un modèle mathématique du profil de came sous la forme d'une fonction paramétrique continue. Est fabriqué le modèle du mécanisme d'oscillation temporaire avec la came conçue.

Авторы: Сентяков Кирилл Борисович – кандидат технических наук, доцент кафедры «Технология машиностроения и приборостроения»; Святский Владислав Михайлович – кандидат технических наук, доцент кафедры «Технология машиностроения и приборостроения»; Сентяков Борис Анатольевич – доктор технических наук, профессор кафедры «Ракетостроение»; Святский Михаил Александрович – кандидат технических наук, доцент кафедры «Ракетостроение», Воткинский филиал ФГБОУ ВО «Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова», г. Воткинск, Удмуртская Республика, Россия.

Рецензент: Репко Александр Валентинович – доктор технических наук, профессор кафедры «Технология машиностроения и приборостроения», Воткинский филиал ФГБОУ ВО «Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова», г. Воткинск, Удмуртская Республика, Россия.