УДК 681.514.015
DOI: 10.17277/vestnik.2018.03.pp.437-445

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ВЕРОЯТНОСТНЫМИ КАНАЛАМИ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ И ПИД-РЕГУЛЯТОРОМ

И. А. Авцинов[1], А. Е. Емельянов[1], М. Н. Ивлиев[2]

Кафедры: «Информационные и управляющие системы» (1); «Высшая математика и информационные технологии» (2), ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет инженерных технологий», г. Воронеж, Россия; max1m@mail.ru

Ключевые слова: вероятностный канал; вероятность передачи данных; дискретный регулятор; корреляционные моменты; математическое ожидание; сетевая система управления; сетевой канал; система управления; такт квантования.

Аннотация: Проведено математическое моделирование системы управления с вероятностным каналом передачи информации. В качестве вероятностного канала рассмотрен сетевой канал передачи данных между цифровым датчиком и дискретным регулятором. Предполагается, что передача пакета данных по сетевому каналу за период квантования осуществляется с заданной вероятностью. В результате проведенного математического моделирования получены выражения в форме дискретных векторно-матричных уравнений для математических ожиданий и корреляционных моментов переменных состояния системы управления. Для проверки результатов в работе реализован иллюстрирующий пример расчета цифровой системы управления с ПИД-регулятором.

Теоретические исследования по анализу, моделированию и синтезу систем управления с вероятностными каналами передачи информации являются актуальными. К ним, в частности, относятся системы, в которых данные передаются по цифровым сетям в виде пакетов. Такие каналы передачи получили название сетевых, а системы – сетевых систем управления [1, 2]. Применение сетевых каналов в системах управления имеет ряд преимуществ: снижение затрат на монтажные работы, конфигурацию системы, простота диагностики и обслуживания. Однако использование вероятностного (сетевого) канала передачи приводит и к ряду новых проблем: случайная временна́я задержка в процессе передачи, вероятная потеря пакета данных, возможность асинхронной работы элементов системы. Неучет данных факторов может привести к потере устойчивости системы управления.

Традиционный подход к синтезу таких систем не позволяет решить перечисленные проблемы. Это связано с тем, что анализ систем управления с вероятностными каналами передачи информации требует использования методов и подходов как теории управления, так и теории связи. Этот факт значительно усложняет анализ, моделирование и синтез таких систем управления [3 – 5].

В работе рассмотрен подход к моделированию системы управления с дискретным ПИД-регулятором и вероятностным каналом передачи от цифрового датчика к регулятору, по которому информация может быть передана в течение такта квантования с вероятностью p.

На рисунке 1 представлена функциональная схема системы управления с вероятностным каналом передачи. Считанные цифровым датчиком данные выхода объекта регулирования y_k передаются по сетевому каналу на дискретный регулятор, который получает эти данные $\tilde{y}_k$ с некоторой вероятностью p в течение такта квантования T_0. Если в течение такта квантования T_0 данные от цифрового датчика поступают в дискретный регулятор, то они учитываются при выработке регулирующего воздействия; в противном же случае данные от датчика будут потеряны, а для выработки регулирующего воздействия в регуляторе используются предыдущие данные от цифрового датчика.

В таком режиме работы для описания системы справедливы следующие соотношения:

$$X\left(t\right) = A_0 X\left(t\right) + B_0 u\left(t\right); \tag{1}$$

$$y\left(t\right) = CX\left(t\right), \tag{2}$$

где $X(t)$ – вектор столбец $(r \times 1)$ переменных состояния объекта регулирования; A_0 – матрица $(r \times r)$ коэффициентов; B_0 – вектор-столбец $(r \times 1)$; C – вектор-строка $(1 \times r)$; r – число переменных состояния объекта регулирования.

В дискретной форме уравнения (1), (2) можно представить следующим образом:

$$X_{k+1} = AX_k + Bu_k; \tag{3}$$

$$y_k = CX_k\,. \tag{4}$$

Переход к дискретному времени осуществлен по формуле [6]

$$X_{k+1} = \mathrm{e}^{A_0 T_0} X_k + \int\limits_0^{T_0} \mathrm{e}^{A_0 \tau} d\tau B_0 u_k, \tag{5}$$

где $\mathrm{e}^{A_0 t} = I + \mathrm{A}_0 t + \dfrac{(A_0 t)^2}{2!} + \dfrac{(A_0 t)^3}{3!} + \ldots$ – экспоненциальная матрица.

Введем следующие обозначения:

$$A = \mathrm{e}^{A_0 T_0}; \tag{6}$$

$$B = \int\limits_0^{T_0} \mathrm{e}^{A_0 \tau} d\tau B_0, \tag{7}$$

где X_k – вектор-столбец $(r \times 1)$ переменных состояния объекта регулирования; A – матрица $(r \times r)$ коэффициентов; B – вектор-столбец $(r \times 1)$; C – вектор-строка $(1 \times r)$.

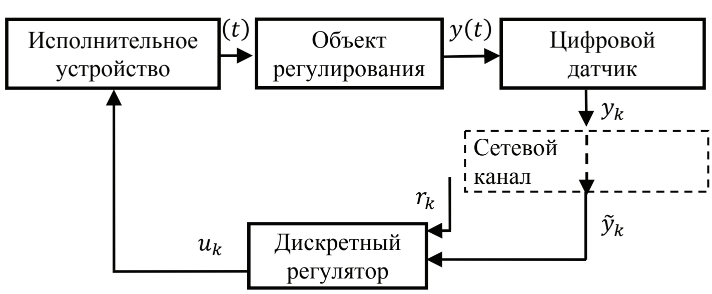

Рис. 1. Система управления с вероятностным каналом передачи

Тогда уравнения для объекта регулирования примут вид (3), (4).

Будем считать, что дискретный регулятор реализует ПИД-закон регулирования

$$u_{k+1} = u_k + q_0 e_{k+1} + q_1 e_k + q_2 e_{k-1}. \tag{8}$$

Здесь

$$e_{k+1} = z_{k+1} - [b_k y_k + (1-b_k)\varphi_k];$$

$$e_k = z_k - \varphi_k;$$

$$e_{k-1} = z_{k-1} - \varphi_{k-1};$$

$$\varphi_{k+1} = b_k y_k + (1-b_k)\varphi_k,$$

где b_k – случайный параметр, который на каждом такте квантования может принимать следующие значения:

$$b_k = \begin{cases} 1, & \text{с вероятностью } p; \\ 0, & \text{с вероятностью } q; \end{cases} \tag{9}$$

$$q = 1 - p;$$

φ_k – дополнительная переменная состояния системы.

Если передача данных за такт квантования T_0 произошла (канал «открыт»), то $b_k = 1$; если не произошла (канал «закрыт»), то есть имеется потеря пакета, то $b_k = 0$.

Введем в рассмотрение обобщенный вектор

$$\xi_k = \begin{bmatrix} X_k \\ u_k \\ \varphi_k \\ \varphi_{k-1} \end{bmatrix}.$$

Тогда в векторно-матричном виде уравнение, описывающее поведение рассматриваемой системы, примет вид

$$\begin{bmatrix} X_{k+1} \\ u_{k+1} \\ \varphi_{k+1} \\ \varphi_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & \tilde{O} & \tilde{O} \\ -q_0 b_k C & 1 & -[q_0(1-b_k)+q_1] & -q_2 \\ b_k C & 0 & (1-b_k) & 0 \\ \bar{O} & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_k \\ u_k \\ \varphi_k \\ \varphi_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{O} & \tilde{O} & \tilde{O} \\ q_0 & q_1 & q_2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{k+1} \\ z_k \\ z_{k-1} \end{bmatrix}, \tag{10}$$

здесь $\bar{O}$, $\tilde{O}$ – вектор-строка $(1 \times r)$ и вектор-столбец $(r \times 1)$ с нулевыми элементами соответственно;

$$\xi_{k+1} = H(b_k)\xi_k + DZ_{k+1}, \tag{11}$$

где

$$H(b_k) = \begin{bmatrix} A & B & \tilde{O} & \tilde{O} \\ -q_0 b_k C & 1 & -[q_0(1-b_k)+q_1] & -q_2 \\ b_k C & 0 & (1-b_k) & 0 \\ \bar{O} & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \tag{12}$$

$$D = \begin{bmatrix} \tilde{O} & \tilde{O} & \tilde{O} \\ q_0 & q_1 & q_2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \tag{13}$$

$$Z=\begin{bmatrix} z_k \\ z_{k-1} \\ z_{k-2} \end{bmatrix}. \tag{14}$$

Полученные дискретные уравнения описывают динамику рассматриваемой системы.

Определим вероятностные моменты переменных состояния системы.

1. Математическое ожидание:

$$M[\xi_{k+1}]=M[H(b_k)\xi_k]+M[DZ_k];$$

$$M[\xi_{k+1}]=m_{k+1};$$

$$M[DZ_k]=DZ_k.$$

Так как случайные величины b_k и ξ_k являются взаимно независимыми, то

$$M[H(b_k)\xi_k]=M[H(b_k)]M[\xi_k]=H(p)m_k,$$

где

$$M[H(b_k)]=pH(1)+(1-p)H(0)=H(p).$$

В том, что

$$H(p)=pH(1)+(1-p)H(0),$$

можно убедиться прямой подстановкой соответствующих матриц $H(1)$ и $H(0)$. Тогда для математического ожидания можно записать:

$$m_{k+1}=H(p)m_k+DZ_k; \tag{15}$$

$$H(p)=\begin{bmatrix} A & B & \widetilde{O} & \widetilde{O} \\ -q_0pC & 1 & -[q_0(1-p)+q_1] & -q_2 \\ pC & 0 & (1-p) & 0 \\ \overline{O} & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \tag{16}$$

$$H(1)=\begin{bmatrix} A & B & \widetilde{O} & \widetilde{O} \\ -q_0C & 1 & -[q_0+q_1] & -q_2 \\ C & 0 & 1 & 0 \\ \overline{O} & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \tag{17}$$

$$H(0)=\begin{bmatrix} A & B & \widetilde{O} & \widetilde{O} \\ \overline{O} & 1 & -[q_0+q_1] & -q_2 \\ \overline{O} & 0 & 1 & 0 \\ \overline{O} & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \tag{18}$$

2. Корреляционные моменты.

Для второго начального момента имеем:

$$\alpha_{2,k}=M\left[\xi_k\,\xi_k^{\mathrm{T}}\right];$$

$$\xi_{k+1}^{\mathrm{T}}=\xi_k^{\mathrm{T}}H^{\mathrm{T}}(b_k)+Z_k^{\mathrm{T}}D^{\mathrm{T}};$$

$$\left(\xi_{k+1}\,\xi_{k+1}^{\mathrm{T}}\right)=H(b_k)\xi_k\,\xi_k^{\mathrm{T}}H^{\mathrm{T}}(b_k)+DZ_k\,\xi_k^{\mathrm{T}}\,H^{\mathrm{T}}(b_k)+H(b_k)\xi_k\,Z_k^{\mathrm{T}}D^{\mathrm{T}}+DZ_kZ_k^{\mathrm{T}}D^{\mathrm{T}};$$

$$\alpha_{2,k+1}=M\left[\xi_{k+1}\,\xi_{k+1}^{\mathrm{T}}\right]=M\left[H(b_k)\xi_k\,\xi_k^{\mathrm{T}}\cdot H^{\mathrm{T}}(b_k)\right]+M\left[DZ_k\,\xi_k^{\mathrm{T}}\,H^{\mathrm{T}}(b_k)\right]+$$

$$+M\left[H(b_k)\xi_k Z_k^{\mathrm{T}} D^{\mathrm{T}}\right]+M\left[D Z_k Z_k^{\mathrm{T}} D^{\mathrm{T}}\right].$$

Рассмотрим каждое слагаемое данного выражения отдельно

$$M\left[DZ_k Z_k^{\mathrm{T}} D^{\mathrm{T}}\right]=DZ_k Z_k^{\mathrm{T}} D^{\mathrm{T}},$$

так как D и Z_k не содержат случайных параметров;

$$M\left[H(b_k)\xi_k Z_k^{\mathrm{T}} D^{\mathrm{T}}\right]=M[H(b_k)\xi_k]Z_k^{\mathrm{T}} D^{\mathrm{T}}=H(p)m_k Z_k^{\mathrm{T}} D^{\mathrm{T}};$$

$$M\left[DZ_k \xi_k^{\mathrm{T}} H^{\mathrm{T}}(b_k)\right]=DZ_k M\left[\xi_k^{\mathrm{T}} H^{\mathrm{T}}(b_k)\right]=DZ_k m_k^{\mathrm{T}} H^{\mathrm{T}}(p);$$

$$M\left[H(b_k)\xi_k \xi_k^{\mathrm{T}} H^{\mathrm{T}}(b_k)\right]=pM\left[H(1)\xi_k \xi_k^{\mathrm{T}} H^{\mathrm{T}}(1)\right]+(1-p)M\left[H(0)\xi_k \xi_k^{\mathrm{T}} H^{\mathrm{T}}(0)\right]=$$

$$=pH(1)M\left[\xi_k\xi_k^{\mathrm{T}}\right]H^{\mathrm{T}}(1)+(1-p)H(0)M\left[\xi_k\xi_k^{\mathrm{T}}\right]H^{\mathrm{T}}(0)=pH(1)\alpha_{2,k}H^{\mathrm{T}}(1)+(1-p)H(0)\alpha_{2,k}H^{\mathrm{T}}(0).$$

Тогда выражение для второго начального момента примет вид

$$\alpha_{2,k+1}=\left\{pH(1)\alpha_{2,k}H^{\mathrm{T}}(1)+(1-p)H(0)\alpha_{2,k}H^{\mathrm{T}}(0)\right\}+$$

$$+DZ_k m_k^{\mathrm{T}} H^{\mathrm{T}}(p)+H(p)m_k Z_k^{\mathrm{T}} D^{\mathrm{T}}+DZ_k Z_k^{\mathrm{T}} D^{\mathrm{T}}.$$

Учитывая, что

$$m_{k+1}m_{k+1}^{\mathrm{T}}=[H(p)m_k+DZ_k]\left[m_k^{\mathrm{T}} H^{\mathrm{T}}(p)+Z_k^{\mathrm{T}} D^{\mathrm{T}}\right]=$$

$$=H(p)m_k m_k^{\mathrm{T}} H^{\mathrm{T}}(p)+H(p)m_k Z_k^{\mathrm{T}} D^{\mathrm{T}}+DZ_k m_k^{\mathrm{T}} H^{\mathrm{T}}(p)+DZ_k Z_k^{\mathrm{T}} D^{\mathrm{T}};$$

и что корреляционные моменты определяются по формуле

$$\Theta_k=\alpha_{2,k}-m_k m_k^{\mathrm{T}}.$$

Запишем выражение для корреляционных моментов

$$\Theta_{k+1}=\alpha_{2,k+1}-m_{k+1}m_{k+1}^{\mathrm{T}}=\left\{pH(1)\alpha_{2,k}H^{\mathrm{T}}(1)+(1-p)H(0)\alpha_{2,k}H^{\mathrm{T}}(0)\right\}-$$

$$-H(p)m_k m_k^{\mathrm{T}} H^{\mathrm{T}}(p)=\left\{pH(1)\left[\alpha_{2,k}-m_k m_k^{\mathrm{T}}\right]H^{\mathrm{T}}(1)+(1-p)H(0)\left[\alpha_{2,k}-m_k m_k^{\mathrm{T}}\right]H^{\mathrm{T}}(0)\right\}+$$

$$+\left\{pH(1)m_k m_k^{\mathrm{T}} H^{\mathrm{T}}(1)+(1-p)H(0)m_k m_k^{\mathrm{T}} H^{\mathrm{T}}(0)\right\}-[pH(1)+(1-p)H(0)]m_k m_k^{\mathrm{T}}\left[pH^{\mathrm{T}}(1)+\right.$$

$$\left.+(1-p)H^{\mathrm{T}}(0)\right]=pH(1)\Theta_k H^{\mathrm{T}}(1)+qH(0)\Theta_k H^{\mathrm{T}}(0)+pqFm_k m_k^{\mathrm{T}} F^{\mathrm{T}}$$

или

$$\Theta_{k+1}=pH(1)\Theta_k H^{\mathrm{T}}(1)+qH(0)\Theta_k H^{\mathrm{T}}(0)+pqFm_k m_k^{\mathrm{T}} F^{\mathrm{T}}, \qquad (19)$$

где

$$F=H(1)-H(0); \qquad (20)$$

$$q=1-p;$$

последнее слагаемое, полученное в выражении (19), – параметрическое возмущение.

Полученные дискретные векторно-матричные выражения для математических ожиданий (15) и корреляционных моментов (19) переменных состояния позволяют проводить анализ и синтез систем управления с вероятностными каналами связи.

Рассмотрим иллюстрирующий пример сетевой системы управления. В качестве объекта регулирования выберем двигатель постоянного тока (сервопривод) [6], передаточная функция которого имеет вид

$$G(s)=\frac{1}{(0{,}1s+1)s}.$$

На основании данной передаточной функции запишем модель сервопривода в векторно-матричной форме:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 10\end{bmatrix}u(t);$$

$$y(t)=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}.$$

Отсюда

$$A_0=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -10\end{bmatrix};\ B_0=\begin{bmatrix}0\\ 10\end{bmatrix};\ C=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix};\ X(t)=\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\end{bmatrix}.$$

С учетом того, что $A=\mathrm{e}^{A_0T_0}$, определим

$$\mathrm{e}^{A_0T_0}=I+(A_0T_0)+\frac{(A_0T_0)^2}{2!}+\frac{(A_0T_0)^3}{3!}+\ldots;$$

$$A_0^2=A_0A_0=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -10\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -10\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -10\\ 0 & 100\end{bmatrix}=-10\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -10\end{bmatrix};$$

$$A_0^2=-10A_0;$$

$$A_0^3=100A_0;$$

$$A_0^i=(-10)^{i-1}A_0,\ i=\overline{1,n}.$$

Тогда

$$\mathrm{e}^{A_0T_0}=I+(A_0T_0)+\frac{(A_0T_0)^2}{2!}+\frac{(A_0T_0)^3}{3!}+\ldots=I-\frac{A_0}{10}\Bigg[I-I+(-10T_0)+$$

$$+\frac{(-10T_0)^2}{2!}+\frac{(-10T_0)^3}{3!}+\ldots\Bigg]=I-\frac{A_0}{10}\left[\mathrm{e}^{-10T_0}-I\right]=I+\frac{A_0}{10}-\frac{A_0}{10}\mathrm{e}^{-10T_0}=$$

$$=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & 0{,}1\\ 0 & -1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0 & 0{,}1\mathrm{e}^{-10T_0}\\ 0 & -1\mathrm{e}^{-10T_0}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0{,}1\left(1-\mathrm{e}^{-10T_0}\right)\\ 0 & \mathrm{e}^{-10T_0}\end{bmatrix};$$

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0{,}1\left(1-\mathrm{e}^{-10T_0}\right)\\ 0 & \mathrm{e}^{-10T_0}\end{bmatrix};$$

$$B=\int_0^{T_0}\mathrm{e}^{A_0\tau}d\tau B_0=\int_0^{T_0}\begin{bmatrix}1 & 0{,}1\left(1-\mathrm{e}^{-10\tau}\right)\\ 0 & \mathrm{e}^{-10\tau}\end{bmatrix}d\tau B_0=\begin{bmatrix}\tau & 0{,}1\left(\tau+\mathrm{e}^{-10\tau}\right)\\ 0 & -0{,}1\mathrm{e}^{-10\tau}\end{bmatrix}\Bigg|_0^{T_0}B_0=$$

$$=\begin{bmatrix}T_0 & 0{,}1\left[T_0-0{,}1\left(1-\mathrm{e}^{-10T_0}\right)\right]\\ 0 & 0{,}1\left(1-\mathrm{e}^{-10T_0}\right)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ 10\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}T_0-0{,}1\left(1-\mathrm{e}^{-10T_0}\right)\\ \left(1-\mathrm{e}^{-10T_0}\right)\end{bmatrix};$$

$$B=\begin{bmatrix}T_0-0{,}1\left(1-\mathrm{e}^{-10T_0}\right)\\ \left(1-\mathrm{e}^{-10T_0}\right)\end{bmatrix}.$$

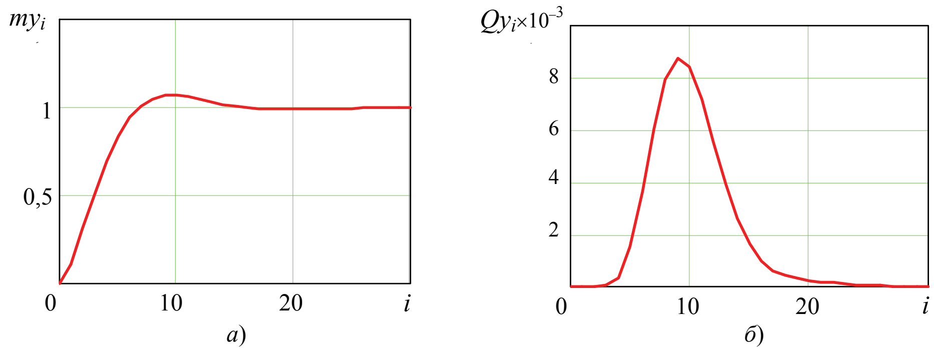

Рис. 2. Изменение математического ожидания my_i (*а*) и дисперсии Qy_i (*б*) выхода системы управления (i – такты квантования)

В качестве настроек ПИД-регулятора выберем $q_0 = 220$; $q_1 = -420$; $q_2 = 200$. Вероятность передачи данных по каналу $p = 0{,}6$.

На рисунке 2, *а*, показано изменение математического ожидания выходной переменной системы управления. Переходный процесс математического ожидания выхода системы управления имеет довольно хорошие качественные показатели, несмотря на то, что вероятность передачи информации по каналу достаточно мала.

Рисунок 2, *б*, показывает изменение дисперсии выходной переменной системы управления. Среднеквадратическое отклонение не превышает 10 % от установившегося значения выхода системы управления. При этом максимальное значение дисперсии приходится на максимум математического ожидания.Таким образом, в результате работы выполнено математическое моделирование сетевых систем управления с ПИД-регулятором и передачей информации по вероятностным каналам. Проведенные исследования и результаты расчетов показали целесообразность и возможность применения данного подхода к синтезу и анализу систем управления подобного вида.

Список литературы

1. Абрамов, Г. В. Моделирование сетевых систем управления с передачей информации по каналу множественного доступа с учетом зависимости потоков квантования / Г. В. Абрамов, А. Е. Емельянов, М. Н. Ивлиев // Системы управления и информационные технологии. – 2008. – Т. 31, № 1. – С. 4 – 7.

2. Абрамов, Г. В. Математическое моделирование цифровых систем управления с передачей информации по каналу множественного доступа / Г. В. Абрамов, А. Е. Емельянов, М. Н. Ивлиев // Системы управления и информационные технологии. – 2007. – № 3 (29). – С. 27 – 32.

3. Networked Control Systems with Communication Constraints: Tradeoffs between Transmission Intervals, Delays and Performance / W. Heemels [et al.] // IEEE Transactionson Automatic Control. – 2010. – Vol. 55 (8). – P. 1781 – 1796.

4. Cloud-Based Network ed Visual Servo Control / H. Wu [et al.] // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2013. – Vol. 60. – P. 554 – 566.

5. Zhang, L. Network-Induced Constraints in Networked Control Systems / L. Zhang, H. Gao, O. Kaynak // IEEE Transactionson Industrial Informatics. – 2013. – Vol. 9. – P. 403 – 416.

6. Филлипс, Ч. Системы управления с обратной связью / Ч. Филлипс, Р. Харбор. – М. : Лаборатория базовых знаний, 2001. – 616 с.

Modeling of Control Systems with Probabilistic Information Transmission Channels and PID Controller

I. A. Avtsinov[1], A. E. Emelyanov[1], M. N. Ivliev[2]

Department of Information and Control Systems (1); Higher Mathematics and Information Technologies (2), Voronezh State University of Engineering Technologies, Voronezh, Russia; max1m@mail.ru

Keywords: probabilistic channel; data transmission probability; discrete regulator; correlation moments; expected value; network management system; network channel; control system; quantization tact.

Abstract: Mathematical modeling of the control system with a probabilistic information transmission channel was carried out. We considered a network data transmission channel between a digital sensor and a discrete controller as a probabilistic channel. It is assumed that the transmission of a data package over the network channel during the quantization period is carried out with a given probability. As a result of the mathematical modeling, expressions in the form of discrete vector-matrix equations for mathematical expectations and correlation moments of control system state variables were obtained. To verify the results, an illustrative example of calculating a digital control system with a PID controller is given.

References

1. Abramov G.V., Yemel'yanov A.Ye., Ivliyev M.N. [Modeling of Network Control Systems with transmission of Information over a Multiple Access Channel Taking into Account the Dependence of Quantization Flows], *Sistemy upravleniya i informatsionnyye tekhnologii* [Control Systems and Information Technologies], 2008, vol. 31, no. 1, pp. 4-7. (In Russ.)

2. Abramov G.V., Yemel'yanov A.Ye., Ivliyev M.N. [Mathematical Modeling of Digital Control Systems with Information Transfer Via a Multiple Access Channel], *Sistemy upravleniya i informatsionnyye tekhnologii* [Control Systems and Information Technologies], 2007, no. 3 (29), pp. 27-32. (In Russ.)

3. Heemels W., Teel A., Wouw N., Nešić D. Networked Control Systems with Communication Constraints: Tradeoffs between Transmission Intervals, Delays and Performance, *IEEE Transactionson Automatic Control*, 2010, vol. 55 (8), pp. 1781-1796.

4. Wu H., Lou L., Chen C.-C., Hirche S., Kuhnlenz K. Cloud-Based Network ed Visual Servo Control, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, vol. 60, pp. 554-566.

5. Zhang L., Gao H., Kaynak O. Network-Induced Constraints in Networked Control Systems, *IEEE Transactionson Industrial Informatics*, 2013, vol. 9, pp. 403-416.

6. Fillips Ch., Kharbor R. *Sistemy upravleniya s obratnoy svyaz'yu* [Controls with Feedback], Moscow: Laboratoriya bazovykh znaniy, 2001, 616 p. (In Russ.)

Modellierung von Steuerungssystemen mit probabilistischen Kanälen der Informationsübertragung und PID-Regler

Zusammenfassung: Es ist mathematische Modellierung des Kontrollsystems mit einem probabilistischen Kanal des Informationstransfers durchgeführt. Als probabilistischer Kanal haben wir einen Netzwerk-Datenübertragungskanal zwischen einem digitalen Sensor und einem diskreten Regler in Betracht gezogen. Es wird angenommen, dass die Übertragung eines Datenpakets über einen Netzwerkkanal während der Quantisierungsperiode mit einer gegebenen Wahrscheinlichkeit durchgeführt wird. Als Ergebnis der durchgeführten mathematischen Modellierung wurden Ausdrücke in Form von diskreten Vektor-Matrix-Gleichungen für mathematische Erwartungen und Korrelationsmomente von Zustandsvariablen des Steuerungssystems erhalten. Um die Ergebnisse zu überprüfen, wurde in der Arbeit ein illustratives Beispiel für die Berechnung eines digitalen Steuersystems mit einem PID-Regler implementiert.

Modélisation des systèmes de contrôle avec des canaux de transmission d'informations probabilistes et un régulateur PID

Résumé: Est réalisée une simulation mathématique du système de contrôle avec un canal probabiliste de transmission d'informations. Le canal de communication de réseau a été considéré comme un canal probabiliste entre le capteur numérique et le régulateur discret. Est supposé que la transmission du paquet des données par le canal de réseau pendant la période de quantification est une probabilité donnée. À la suite de la modélisation mathématique, sont obtenues des expressions sous la forme d'équations vectorielles discrètes pour les attentes mathématiques et les moments corrélatifs des variables d'état du système du contrôle. Pour vérifier les résultats dans le travail, a été réalisé un exemple illustrant le calcul d'un système de contrôle numérique avec un régulateur PID.

Авторы: ***Авцинов Игорь Алексеевич*** – доктор технических наук, профессор кафедры «Информационные и управляющие системы»; ***Емельянов Александр Егорович*** – кандидат технических наук, доцент кафедры «Информационные и управляющие системы»; ***Ивлиев Максим Николаевич*** – кандидат технических наук, доцент кафедры «Высшая математика и информационные технологии», ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет инженерных технологий», г. Воронеж, Россия.

Рецензент: ***Кудряшов Владимир Сергеевич*** – доктор технических наук, профессор кафедры «Информационные и управляющие системы», ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет инженерных технологий», г. Воронеж, Россия.