

УДК 62.012:66.095.26

DOI: 10.17277/vestnik.2018.01.pp.067-078

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗМЕНЕНИЯ ФРАКЦИОННОГО  
СОСТАВА ПОЛИБУТАДИЕНА В ХОДЕ ЕГО ДЕСТРУКЦИИ  
В РАСТВОРЕ НА ОСНОВЕ ЦЕПИ МАРКОВА**

**А. А. Хвостов<sup>1</sup>, А. В. Иванов<sup>2</sup>, С. Г. Тихомиров<sup>2</sup>,  
В. И. Ряжских<sup>3</sup>, И. А. Хаустов<sup>2</sup>, В. К. Битюков<sup>2</sup>**

*Кафедра математики, ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина», г. Воронеж, Россия, khvtol1974@yandex.ru (1); кафедра информационных и управляющих систем, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет инженерных технологий», г. Воронеж, Россия (2); кафедра прикладной математики и механики ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», г. Воронеж, Россия (3)*

**Ключевые слова:** деструкция; математическая модель; фракционный состав; цепь Маркова.

**Аннотация:** Рассмотрен подход к синтезу математической модели процесса термохимической деструкции. Отличительной особенностью подхода является рассмотрение деструкции как случайного процесса, при котором изменяется состояние системы, характеризующееся долей макромолекул в каждой фракции молекулярно-массового распределения. В качестве основы модели принята цепь Маркова с дискретными состояниями и непрерывным временем. Интенсивности переходов из состояния в состояние характеризуют соответствующие скорости процессов деструкции для каждой фракции. Приняты допущения об отсутствии процессов сшивки и полимеризации, возможности перехода из любой фракции с более высокими молекулярными весами в другие с более низкими. В качестве среды моделирования использован MathWorks Simulink.

---

### Введение

Важное практическое и экологическое значение имеет получение и использование низкомолекулярных полимеров. В настоящее время одним из перспективных новых способов их получения является термохимическая деструкция полимеров в растворе. Разработка технологий ведения процесса, его автоматизация в целях уменьшения затрат и повышения экологических показателей производства требует детального изучения кинетики процессов, в том числе и методом математического моделирования.

Деструкция представляет собой последовательность случайных событий (элементарных актов деструкции) с конечным количеством исходов, которые можно рассматривать как в дискретные моменты времени, так и непрерывно. Вероятность перехода в новое состояние (молекулярно-массовое распределение (ММР) полимера) зависит только от состояния, из которого совершается переход, и не зависит от всей предыстории процесса. Для описания такого рода процессов помимо уравнений химической кинетики [1] часто используется математический аппарат теории цепей Маркова [2]. Для представления процессов синтеза полимеров на уровне кинетики превращения отдельных макромолекул в работах [3, 4] успешно показано применение аппарата цепей Маркова. В [5] предложено описание процесса деструкции и изменения фракционного состава зерен крахмала на основе цепей Маркова, в работе [6] рассмотрена динамика весового распределения жировых шариков молока в ходе их разрушения в процессе гомогенизации.

### Методика моделирования

Для описания непосредственно измеряемого ММР полимера в ходе деструкции предлагается использовать аппарат цепей Маркова. В данном случае рассматривается не кинетика превращения на уровне отдельных макромолекул, а ММР всего полимера, участвующего в процессе деструкции. Состояниями будут диапазоны (фракции) молекулярных масс в ММР, а случайным событием – совокупность элементарных актов деструкции. При этом интенсивности переходов из состояния в состояние характеризуют скорость прямых и обратных процессов (деструкции и сшивки). Вероятность нахождения в определенном состоянии характеризует количество макромолекул соответствующей фракции ММР, а распределение вероятностей – соответственно ММР полимера. Достоинством такого подхода является простота описания процесса, возможность использовать измерения ММР полимера методами гель-проникающей хроматографии (ГПХ), не проводя их масштабирования и предварительной обработки, а представление интенсивностей в виде функций режимных параметров процесса деструкции (расходов агента деструкции, температуры и т.п.) позволит создавать алгоритмы управления процессом, ориентируясь на желаемое ММР. В качестве недостатков можно отметить то, что полученные значения интенсивностей переходов будут феноменологическими и «привязаны» к технологическому оборудованию, на котором проводился эксперимент для идентификации значений интенсивностей переходов.

Таким образом, на основе вышеизложенного предлагается следующая модель процесса деструкции полимера. Под действием агента деструкции с течением времени система макромолекул может переходить из одного состояния в другое. Система принимает состояния, которые будут ассоциироваться с диапазоном длин (масс) макромолекул, соответствующих определенной массовой или объемной фракции ММР. Дискретное конечное множество состояний в соответствии с принятой шкалой описывается множеством состояний в виде следующего множества  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N\}, i \in \mathbb{N}$ , где  $x_i$  – числовой диапазон длин (масс) макромолекул в  $i$ -й фракции.

При разработке структуры математической модели, в рамках теории цепей Маркова, приняты следующие допущения:

- процесс деструкции носит последовательный характер;

– интенсивность перехода из одного состояния в другое отражает интенсивность процесса деструкции и характеризуется величиной  $\lambda_{i,j}$ , а интенсивности обратных переходов равны нулю;

– процесс деструкции моделируется переходом из состояния  $x_i$  в  $x_j$ , где  $j > i$ , при этом интенсивностью переходов  $\lambda_{j,i}$  пренебрегаем;

– состояние системы характеризуется вероятностью  $P_i$ , где  $i = \overline{1, N}$ , где  $N$  – число фракций. С учетом принятых допущений граф состояний примет вид, показанный на рис. 1. Распределение макромолекул по фракциям соответствует индексам (пусть  $i = 1$  – фракция с наибольшей молекулярной массой или длиной).

Запишем систему уравнений Колмогорова–Чепмена для графа, представленного на рис. 1:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_1(t)}{dt} = -(\lambda_{1,2} + \lambda_{1,3} + \dots + \lambda_{1,n} + \dots + \lambda_{1,N})P_1(t); \\ \frac{dP_2(t)}{dt} = \lambda_{1,2}P_1(t) - (\lambda_{2,3} + \lambda_{2,4} + \dots + \lambda_{2,i} + \dots + \lambda_{2,N})P_2(t); \\ \dots \\ \frac{dP_i(t)}{dt} = \lambda_{1,i}P_1(t) + \lambda_{2,i}P_2(t) + \dots + \lambda_{i-1,i}P_{i-1}(t) - (\lambda_{i,i+1} + \lambda_{i,i+2} + \dots + \lambda_{i,N})P_i(t); \\ \dots \\ \frac{dP_N(t)}{dt} = \lambda_{1,N}P_1(t) + \lambda_{2,N}P_2(t) + \dots + \lambda_{i,N}P_i(t) + \dots + \lambda_{N-1,N}P_{N-1}(t); \\ P_1(0) = P_{1,0}, \quad P_2(0) = P_{2,0}, \quad \dots, \quad P_i(0) = P_{i,0}, \quad \dots, \quad P_N(0) = P_{N,0}; \\ \lambda_{i,j} \geq 0, \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, N}, \end{array} \right. \quad (1)$$

где  $t$  – время.

Пусть плотности потоков  $\lambda_{i,j}$  постоянны, тогда, задаваясь матрицей  $\Lambda$ , составленной из интенсивностей прямых переходов  $\lambda$  и матрицей вероятностей состояний  $\mathbf{P}$ , система (1) в матричном виде примет вид:

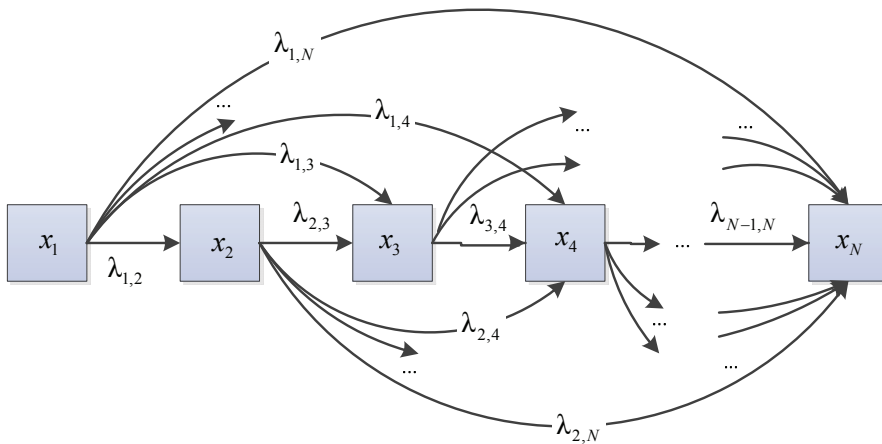


Рис. 1. Граф состояний для принятых допущений

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -\sum_{j=2}^N \lambda_{1,j} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \lambda_{1,2} & -\sum_{j=3}^N \lambda_{2,j} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_{1,i} & \lambda_{2,i} & \dots & -\sum_{j=i+1}^N \lambda_{i,j} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_{1,N} & \lambda_{2,N} & \dots & 0 & \lambda_{N-1,N} & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \dots \\ P_i \\ \dots \\ P_N \end{bmatrix}; \mathbf{P}_0 = \begin{bmatrix} P_{10} \\ P_{20} \\ \dots \\ P_{i0} \\ \dots \\ P_{N0} \end{bmatrix}; \quad (2)$$

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \Lambda \cdot \mathbf{P}, \quad \mathbf{P}|_{t=0} = \mathbf{P}_0. \quad (3)$$

В данной записи вектор  $\mathbf{P}_0$  задает начальное ММР полимера до начала процесса деструкции.

### Математическая модель

Моделирование кинетики процесса деструкции на основе предложенной математической модели осуществлялось в интерактивной графической среде имитационного моделирования MathWorks Simulink™, позволяющей при помощи блок-диаграмм в виде направленных графов строить динамические модели различных классов объектов и систем, включая дискретные, непрерывные и гибридные, нелинейные и разрывные системы [7]. Преобразование системы дифференциальных уравнений (3) в структурную Simulink™ модель осуществлялось по методике, представленной в работе [8]. Для интегрирования системы дифференциальных уравнений использовался метод Рунге–Кутты 4/5 порядка в модификации Дорманда–Принца (функция ode45), а в случае большого разброса в значениях интенсивностей – метод конечных разностей переменного порядка в сочетании со схемой обратного дифференцирования (метод Гира функция ode15s) [9].

Для оценки параметров математической модели проведены экспериментальные исследования процесса деструкции полибутадиена в растворе. В качестве исходных данных для оценки ММР полимера использовались данные ГПХ раствора полибутадиена. Из исходной хроматограммы, содержащей 100 фракций, усреднением выделено шесть (табл. 1, рис. 2). Определение молекулярных пара-

Таблица 1

### Результаты экспериментальных исследований

Номер фракции	Масса, $M$ (lnM)	Доля фракции при $t$ , ч	Масса, $M$ (lnM)	Доля фракции при $t$ , ч			
		0		2	3	4	5
$P_{6,0}$	6,0...7,7	0	10,34	0,667	0,887	0,98	0,992
$P_{5,0}$	7,7...9,3	0,01	11,44	0,234	0,097	0,02	0,007
$P_{4,0}$	9,3...11,0	0,255	11,95	0,058	0,016	0	
$P_{3,0}$	11,0...12,7	0,62	12,3	0,02	0		
$P_{2,0}$	12,7...14,3	0,39	12,54	0,011			
$P_{1,0}$	14,3...16,0	0,01	12,74	0,01			

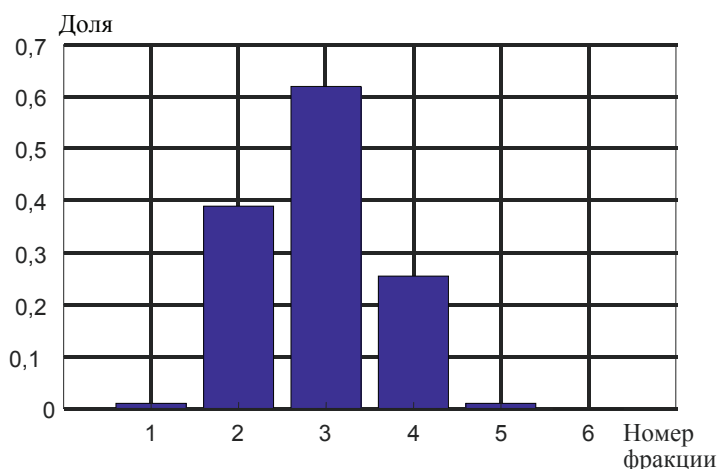


Рис. 2. Исходный фракционный состав полимера

метров и молекулярно-массового распределения образцов каучука осуществлялись с помощью ГПХ. В качестве оборудования для ГПХ анализа применялась система Breeze фирмы Waters.

Ввиду наибольшей интенсивности процесса деструкции в первый час и необходимости идентификации всех шести фракций ММР разбиение на фракции в ходе процесса деструкции отличается от исходного.

Граф, соответствующий сделанным допущениям, представлен на рис. 3.

Математическая модель процесса деструкции для случая шести фракций описывается системой

$$\begin{cases}
 \frac{dP_1(t)}{dt} = -\sum_{i=2}^6 \lambda_{1,i} P_1(t); \\
 \frac{dP_2(t)}{dt} = \lambda_{1,2} P_1(t) - \sum_{i=3}^6 \lambda_{2,i} P_2(t); \\
 \frac{dP_3(t)}{dt} = \sum_{i=1}^2 \lambda_{i,3} P_i(t) - \sum_{i=4}^6 \lambda_{3,i} P_3(t); \\
 \frac{dP_4(t)}{dt} = \sum_{i=1}^3 \lambda_{i,4} P_i(t) - \sum_{i=5}^6 \lambda_{4,i} P_4(t); \\
 \frac{dP_5(t)}{dt} = \sum_{i=1}^4 \lambda_{i,5} P_i(t) - \lambda_{5,6} P_5(t); \\
 \frac{dP_6(t)}{dt} = \sum_{i=1}^5 \lambda_{i,6} P_i(t); \\
 P_1(0) = P_{1,0}, \quad P_2(0) = P_{2,0}, \quad P_3(0) = P_{3,0}, \quad P_4(0) = P_{4,0}, \\
 P_5(0) = P_{5,0}, \quad P_6(0) = P_{6,0}; \quad \lambda_{i,j} \geq 0,
 \end{cases} \quad (4)$$

где  $P_{i,0}, i = \overline{1, 6}$ , задает начальное ММР полимера до начала процесса деструкции из табл. 1.

Структурная схема в формате MathWorks Simulink™, реализующая математическую модель (4), представлена на рис. 4.

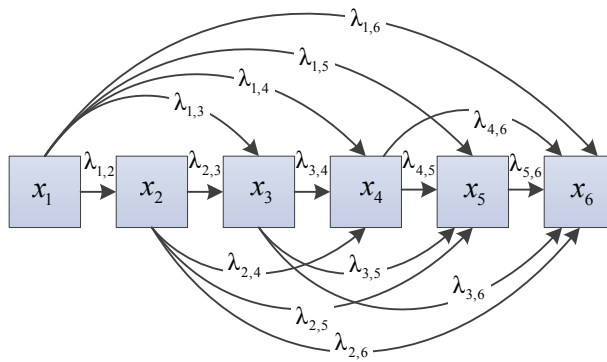


Рис. 3. Граф, моделирующий процесс деструкции полимера с MMP из шести фракций

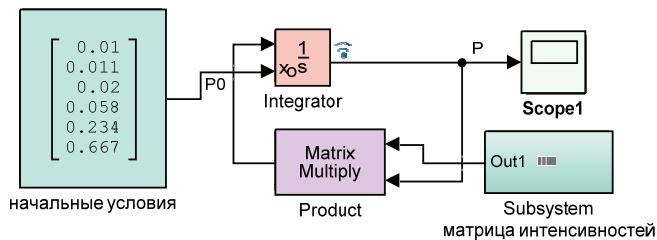


Рис. 4. Структурная схема математической модели в среде Simulink

Для корректного использования аппарата цепей Маркова данные ГПХ при необходимости нормируются исходя из условия

$$\sum_{i=1}^N P_i(t) = 1, \forall t \in T_d, \quad (5)$$

где  $N$  – число фракций;  $T_d$  – время, в течение которого осуществлялась деструкция.

С этой целью дополнительно введен коэффициент нормировки  $k_{\text{норм}}$ , на который умножаются значения табл. 1 для каждого образца, обеспечивающего выполнение равенства (5):

$$k_{\text{норм}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N P_i(t)}. \quad (6)$$

Для численного поиска значений параметров минимизировалось среднеквадратичное отклонение расчетных данных от экспериментальных по каждой фракции

$$S = \sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^N \left( P_i(t_j)^{\text{экс}} - P_i(t_j)^{\text{расч}} \right)^2 \frac{1}{\lambda} \rightarrow \min, \quad (7)$$

где  $K$  – число точек контроля при заданном времени деструкции.

Для минимизации критерия (7) использовался нелинейный метод наименьших квадратов на основе алгоритма Левенберга–Марквардта [9] из библиотеки Optimization Toolbox MathWorks™ [10].

### Результаты математического моделирования

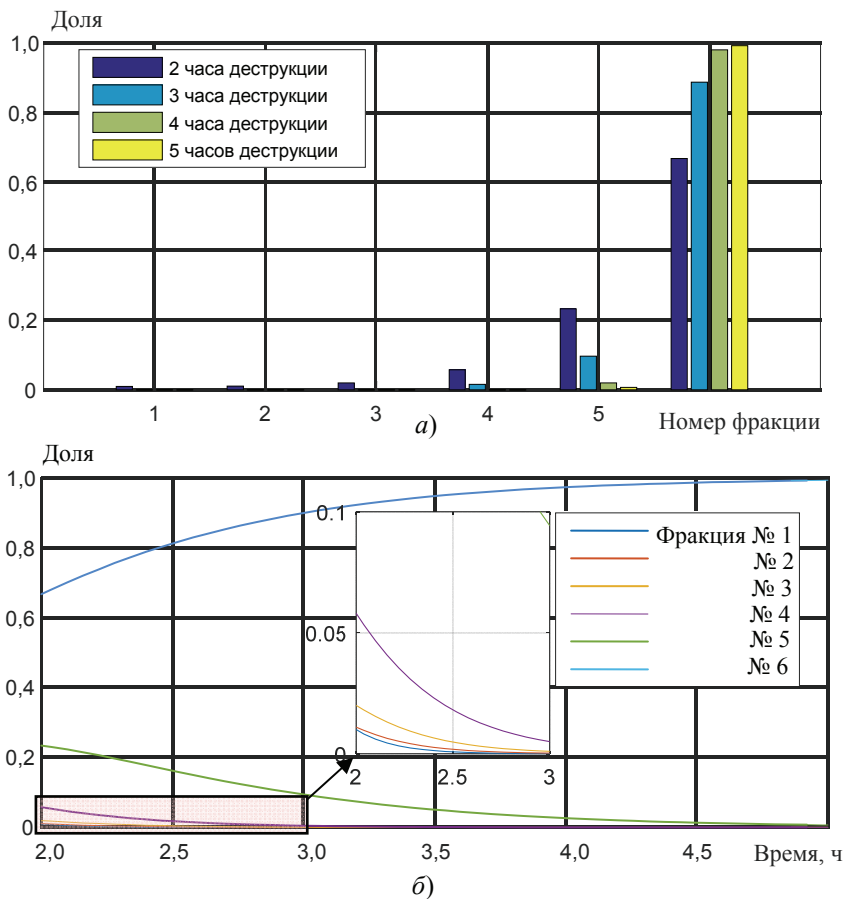
На рисунке 5, *а*, *б*, показаны соответственно динамика изменения доли каждой фракции во времени и фракционный состав в заданные моменты времени.

Результаты сравнения экспериментальных и рассчитанных по математической модели данных представлены на рис. 6.

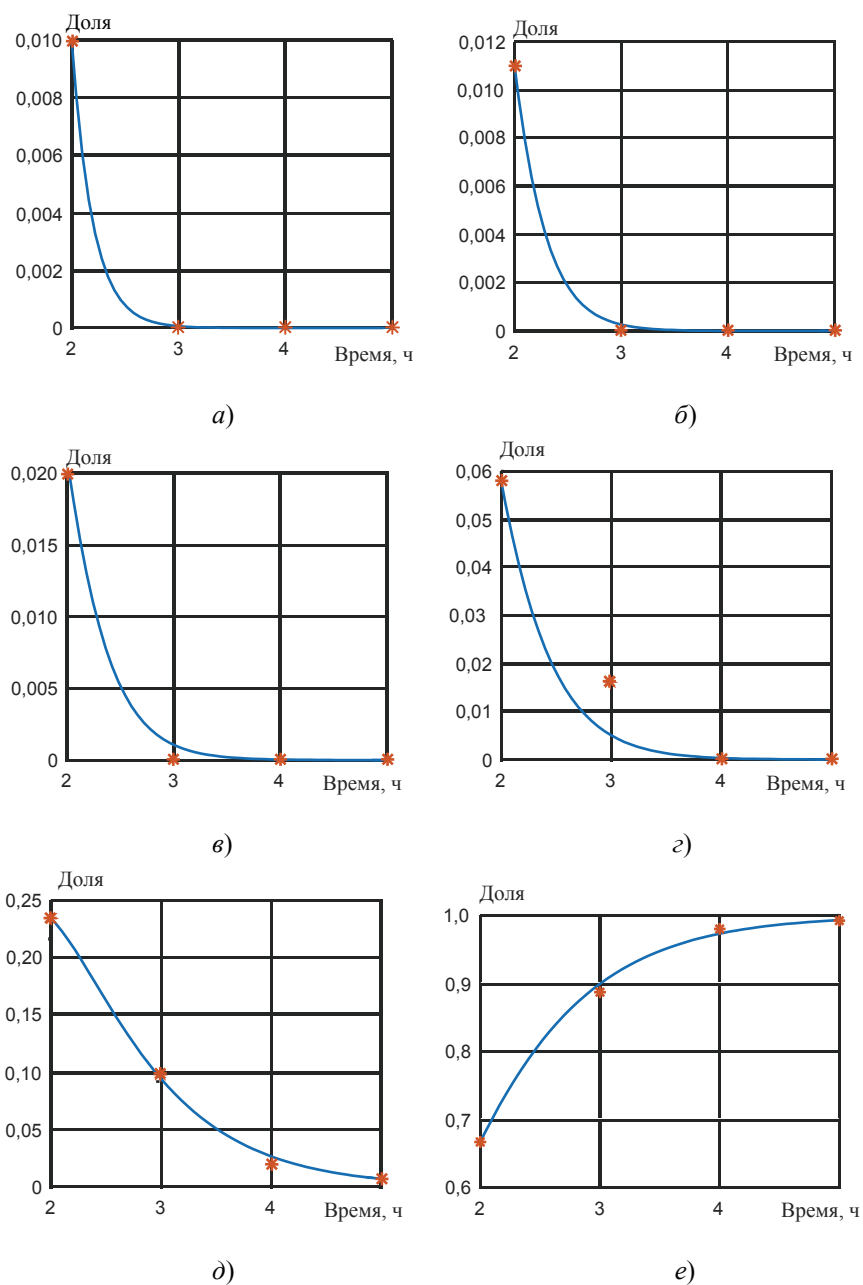
Погрешность расчетов в среднем составила около 5 %, что говорит о приемлемой ошибке оценки изменения долей фракций полимера в ходе процесса деструкции для рассматриваемого процесса и условий. Параметры математической модели (4) (матрица интенсивностей переходов), полученные в результате минимизации критерия (6), имеют вид:

$$\lambda_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 1,0015 & 1,0077 & 1,0395 & 1,1457 & 0,88349 \\ 0 & 0 & 1,0098 & 1,0687 & 1,2755 & 0,84755 \\ 0 & 0 & 0 & 1,1516 & 1,7132 & 0,73419 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,8476 & 0,082361 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,3532 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Визуализация матрицы интенсивностей переходов представлена на рис. 7.



**Рис. 5. Фракционная динамика состава в заданные моменты времени (*а*) и изменения доли каждой фракции во времени (*б*) в ходе процесса деструкции**



**Рис. 6.** Динамика фракций 1, ..., 6 (а, ..., е) в ходе процесса деструкции:  
 ———— – расчетные данные; • – экспериментальные данные

### Заключение

Предложенная математическая модель качественно верно описывает как динамику изменения долей фракций, так и характер изменения фракционного состава. Проведенные экспериментальные исследования и оценка параметров математической модели (б) показали приемлемую погрешность расчетов долей фракций полимера в ходе его деструкции для рассматриваемого процесса и условий.



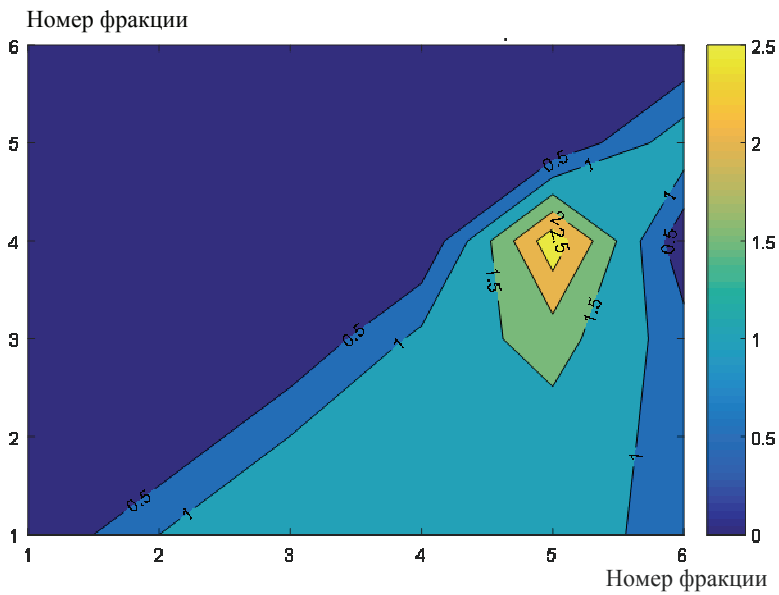


Рис. 7. Визуализация матрицы интенсивности переходов  $\lambda_{i,j}$

Визуальный анализ матрицы интенсивности дает наглядную картину характера процесса деструкции для каждой фракции (см. рис. 6), что существенно облегчает его анализ и позволяет в дальнейшем оптимизировать его с учетом фракционной динамики.

Предложенная математическая модель может быть использована для исследования процессов деструкции, отладки алгоритмов управления процессом и его оптимизации. С точки зрения перспективы развития работы отмечена возможность использования в качестве параметров модели интенсивностей переходов функции управляющих параметров: температуры, концентрации деструктора и т.д.

#### Список литературы

1. Системный анализ процесса термоокислительной деструкции полимеров в растворе как объекта управления / В. К. Битюков [и др.] // Вестн. Воронежского гос. ун-та инженерных технологий. – 2014. – № 3 (61). – С. 61 – 66.
2. Вентцель, А. Д. Курс теории случайных процессов. – 2-е изд., доп. – М. : Наука ; Физматлит, 1996. – 400 с.
3. Кучанов, С. И. Методы кинетических расчетов в химии полимеров. – М. : Химия, 1978. – 368 с.
4. Улитин, Н. В. Методы моделирования кинетики процессов синтеза и молекулярно-массовых характеристик полимеров / Н. В. Улитин, К. А. Терещенко. – Казань : Изд-во КНИТУ, 2014. – 228 с.
5. Стохастическая модель кинетики разрушения зерен крахмала / Н. Р. Кокина [и др.] // Изв. высш. учеб. заведений. Сер. :Химия и химическая технология. – 2010. – Т. 53, вып. 12. – С. 123 – 124.
6. Математическое моделирование процесса гомогенизации молочных продуктов с использованием цепей Маркова / А. А. Хвостов [и др.] // Молочная промышленность. – 2016. – № 8. – С. 16 – 19.
7. MathWorks : офиц. сайт [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://matlab.ru/> (дата обращения: 04.06.2017).

8. Herman, R. L. Solving Differential Equations Using Simulink, 2017.
  9. Moler, C. B. Numerical Computing with MATLAB. – The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, 2008. – 184 p.
  10. Branch, M. A. MATLAB Optimization Toolbox User's Guide / M. A. Branch, A. Grace. – MathWorks, 1996.
  11. Messac, A. Optimization in Practice with MATLAB / A. Messac. – Cambridge University Press, 2015.
- 

## **A Mathematical Model of Variation of Fractional Composition of Polybutadiene During its Destruction in Solution Based on the Markov's Chain**

**A. A. Khvostov<sup>1</sup>, A. V. Ivanov<sup>2</sup>, S. G. Tikhomirov<sup>2</sup>,  
V. I. Ryazhskih<sup>3</sup>, I. A. Khaustov<sup>2</sup>, V. K. Bityukov<sup>2</sup>**

*Department of Mathematic, Zhukovsky-Gagarin Air Force Academy,  
Voronezh, Russia, khvtol1974@yandex.ru (1);*

*Department of Information and Control System,*

*Voronezh State University of Engineering Technologies, Voronezh, Russia (2);*

*Department of Applied Mathematics and Mechanics,*

*Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia (3)*

**Keywords:** destruction; fractional composition; mathematical model; Markov's chain.

**Abstract:** The paper describes an approach to the synthesis of a mathematical model of the thermochemical degradation process. A distinctive feature of the approach is the consideration of the destruction process as a random process, which changes the state of the system characterized by a share of macromolecules in each fraction molecular weight distribution. The Markov's chain with discrete states and continuous time is used as the basis of the model. The intensity of the transitions from one state to another one are characterized by the corresponding velocities of the destruction processes for each fraction. The assumptions about the absence of processes of crosslinking and polymerization, and the possibility of transition from any fraction with higher molecular weights in any of the fraction with lower weights are made. The MathWorks Simulink is used as the simulation environment.

### *References*

1. Bityukov V.K., Khaustov I.A., Khvostov A.A., Popov A.P. *Sistemnyy analiz processa termookislitel'noj destrukcii polimerov v rastvore kak ob"ekta upravleniya* [System analysis of the process of thermooxidative degradation of polymers in solution as a control object], *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta inzhenernyh tekhnologij* [Bulletin of Voronezh State University of Engineering Technologies], 2014, no. 3(61), pp. 61-66. (In Russ.)
2. Ventcel' A.D. *Kurs teorii sluchajnyh processov* [Course of the theory of random processes], Moscow: Nauka, Fizmatlit, 1996, 400 p. (In Russ.)
3. Kuchanov S.I. *Metody kineticheskikh raschetov v himii polimerov* [Methods of kinetic calculations in the chemistry of polymers], Moscow: Khimiya, 1978, 368 p. (In Russ.)

4. Ulitin N.V., Tereshchenko K.A. *Metody modelirovaniya kinetiki processov sin-teza i molekulyarno-massovyh karakteristik polimerov* [Methods for modeling the kinetics of synthesis processes and molecular-weight characteristics of polymers], Kazan': Publ/ KNITU, 2014, 228 p. (In Russ.)
5. Kokina N.R. Kochkina N.E. Nazarov D.V. Padokhin V.A. Tal'-Figel' B. [Mathematical modeling of the process of homogenization of dairy], *Izv. vyssh. ucheb. zavedenii. Ser. Himiya i himicheskaya tekhnologiya* [Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Series: Chemistry and Chemical Technology], 2010, vol. 53, no. 12, pp. 123-124. (In Russ.)
6. Khvostov A.A., Zhuravlyov A.A., Boger A.A., Shipilova E.A., Polyanskiy K.K. [Mathematical modeling of the process of homogenization of dairy products using Markov chains], *Molochnaya promyshlennost'* [Dairy industry], 2016, no. 8, pp. 16-19. (In Russ.)
7. <http://matlab.ru/> (accessed 04 June 2017).
8. Herman R.L. *Solving Differential Equations Using Simulink*, published by R. L. Herman, June 2017.
9. Moler C.B. *Numerical Computing with MATLAB*, The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, 2008, 184 p.
10. Branch M.A., Grace A. *MATLAB Optimization Toolbox User's Guide*, MathWorks, 1996.
11. Messac A. *Optimization in Practice with MATLAB*, Cambridge University Press, 2015.

---

### **Mathematisches Modell der Veränderung der fraktionellen Zusammensetzung des Polybutadiens während seiner Destruktion in einer Lösung auf der Grundlage der Markov-Kette**

**Zusammenfassung:** Es ist das Herangehen an die Synthese des mathematischen Modells des Prozesses der thermochemischen Destruktion betrachtet. Die unterscheidende Besonderheit des Herangehens ist die Betrachtung des Prozesses der Zerstörung als zufälligen Prozesses, bei dem sich der Zustand des durch den Anteil an Makromolekülen in jeder Fraktion der molekularen Massenverteilung gekennzeichneten Systems ändert. Als Grundlage für das Modell wird die Markov-Kette mit diskreten Zuständen und kontinuierlicher Zeit verwendet. Die Intensitäten der Übergänge von Zustand zu Zustand kennzeichnen die entsprechenden Geschwindigkeiten von Zerstörungsprozessen für jede Fraktion. Es sind die Annahmen über das Fehlen von Vernetzungs- und Polymerisationsprozessen und die Möglichkeit des Übergangs von irgendeiner Fraktion mit höheren Molekulargewichten zu irgendeiner Fraktion mit geringeren Gewichten akzeptiert. Als Modellierungsumgebung ist MathWorks Simulink verwendet.

---

### **Modèle mathématique de la modification de la composition de fractionnement du polybutadiène lors de sa destruction dans une solution à base de la chaîne de Markov**

**Résumé:** Est considérée une approche pour la synthèse d'un modèle mathématique du processus de la destruction thermo-chimique. La particularité de l'approche est une considération du processus de la destruction comme un processus aléatoire pendant lequel est modifié l'état du système caractérisé par la proportion des macromolécules dans chaque fraction de la distribution moléculaire de masse. La base

du modèle est une chaîne de Markov avec les états discrets et le temps continu. Les intensités des transitions d'un état à un autre caractérisent des vitesses correspondantes des processus de la destruction pour chaque faction. Sont prises les hypothèses sur l'absence des processus de la réticulation et de la polymérisation ainsi que de la possibilité du transfert de n'importe quelle fraction avec les poids moléculaires plus hauts dans toutes les fractions avec le plus faible poids. En tant que l'environnement de la modélisation est utilisé MathWorks Simulink.

---

**Авторы:** *Хвостов Анатолий Анатольевич* – доктор технических наук, профессор кафедры математики, ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина», г. Воронеж, Россия; *Иванов Андрей Валентинович* – кандидат технических наук, доцент кафедры информационных и управляющих систем; *Тихомиров Сергей Германович* – доктор технических наук, профессор кафедры информационных и управляющих систем, ФБГОУ ВО «Воронежский государственный университет инженерных технологий», г. Воронеж, Россия; *Ряжских Виктор Иванович* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и механики, ФБГОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», г. Воронеж, Россия; *Хаустов Игорь Анатольевич* – доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой информационных и управляющих систем; *Битюков Виталий Ксенофонтович* – доктор технических наук, профессор кафедры информационных и управляющих систем, г. Воронеж, Россия.

**Рецензент:** *Матвеев Михаил Григорьевич* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой информационных технологий управления, ФБГОУ ВО «Воронежский государственный университет», г. Воронеж, Россия.

---