

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ КВАЗИГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ\*

С. Н. Данилов, Н. А. Кольтюков, С. В. Петров, Т. И. Чернышова

*Кафедра «Радиотехника», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия;  
plabz@mail.ru*

**Ключевые слова:** выборка; модель сигнала; оценка; прогноз; разностное уравнение; система связи; экстраполятор.

**Аннотация:** На основе метода моделирования в пространстве состояний синтезирован алгоритм прогноза выборок квазигармонического сигнала и оценены характеристики его точности при различных размерностях и видах моделей. Показано, что использование линейного предсказателя на основе методов прогнозирования процессов в пространстве состояний можно рассматривать как один из вариантов синтеза речевого сигнала. Экстраполятор на основе модели второго порядка показал наилучшую точность при вычислительных затратах, соответствующих модели второго порядка.

---

### Введение

В начале нового тысячелетия в России начался активный переход на цифровые стандарты связи. Перед специалистами в области телекоммуникаций возникает важная задача – проектирование удобных, производительных и экономически выгодных систем связи. Ключевым моментом в реализации данной задачи является достижение как можно большего количества подключенных к сети абонентов при наименьшем объеме сложного оборудования и высоком качестве связи.

Для этого разработаны различные методы экономного кодирования и передачи речевого сигнала. Из анализа моделей речеобразования сделан вывод, что ни одна модель не позволяет объяснить все характеристики человеческой речи, а даже если такая модель будет создана, то в силу своей большой сложности она не приемлема на практике.

**Цель работы** – синтез алгоритмов прогноза выборок квазигармонического сигнала в пространстве состояний.

Во всех практических случаях при выборе математической модели стремятся обеспечить ее минимальную сложность при максимальной точности. Одной из наиболее удачных моделей акустического речевого сигнала является линейная [1].

Метод кодирования формы сигнала использует три основных способа цифрового представления и передачи информации: импульсно-кодовая модификация (ИКМ), дифференциальная ИКМ (ДИКМ), дифференциальная модификация (ДМ). Так, при обычном ИКМ преобразовании речевых сигналов цифровой поток имеет скорость 64 Кбит/с. Методы разностного квантования (ДИКМ, ДМ) позволяют в несколько раз снизить скорость передачи, однако и в этом случае требуется достаточно широкая полоса частот. Естественно возникает проблема

---

\* По материалам доклада на конференции «Актуальные проблемы энергосбережения и эффективности в технических системах», г. Тамбов, 25 – 27 апреля 2016 г.

разработки эффективных методов цифрового преобразования – сжатия (кодирования) речевых сообщений.

Второй метод – метод кодирования источника – предусматривает кодирование параметров сигнала и реализуется в устройствах, называемых вокодерами. Метод кодирования источника на основе вокодеров позволяет значительно снизить скорость передачи информации (до 1,2...9,6 Кбит/с) при приемлемом качестве синтеза речи [2].

В последние годы при создании вокодерных систем широко применялись математические методы линейного предсказания. Модель на основе линейного предсказания может быть легко преобразована в модель речеобразования.

В полосных и формантных вокодерах по каналу связи передаются параметры, характеризующие огибающую амплитудного спектра и параметры сигнала возбуждения (период основного тона, признак тон-шум). В вокодерах с линейным предсказанием по каналу связи передаются параметры некоторого фильтра (коэффициенты предсказания) и его сигнала возбуждения. В связи с этим представляет интерес синтез линейного предсказателя на основе методов прогнозирования процессов в пространстве состояний.

### Постановка задачи

Фильтры с конечной памятью требуют после каждого нового наблюдения производить полный пересчет по всем данным. Кроме того, вычисление прогноза возможно только после того, как накоплены результаты наблюдений первых  $k$  отсчетов. То есть эти фильтры дают большую длительность переходного процесса.

Улучшить ситуацию позволяет переход от фильтра с постоянной памятью к фильтру с растущей памятью. В таком фильтре число наблюдаемых значений, по которым производится прогноз, должно совпадать с номером  $n$  текущей выборки, что позволяет получать прогнозы, начиная с числа выборок, равного числу компонент оцениваемого вектора  $X$ , которое определяется порядком принятой модели. При этом с ростом  $n$  улучшаются сглаживающие свойства фильтра, то есть повышается точность прогноза. Обычно фильтры с растущей памятью реализуются в рекуррентной форме.

Для получения дискретных уравнений модели в пространстве состояний используются следующие выражения [3 – 6]:

$$F = I + At_s + \frac{1}{2} A^2 t_s^2 + \frac{1}{3} A^3 t_s^3 + \dots,$$
$$R = \left( It_s + \frac{1}{2} At_s^2 + \frac{1}{3} A^2 t_s^3 + \dots \right) B,$$

где  $I$  – единичная матрица;  $F$  и  $R$  – искомые дискретизированные матрицы модели пространства состояний (разностных уравнений);  $t$  – период квантования.

Для вычисления прогноза состояния системы на текущий такт работы необходима только оценка состояния (в виде оценки состояния системы и оценки погрешности определения этого состояния) на предыдущем такте работы и измененное значение выборки на текущем такте. Данное свойство отличает его от пакетных фильтров, требующих в текущий такт работы знания истории измерений или оценок.

Использование фильтра предполагает, что изучаемый процесс с разумной степенью точности описывается стохастическими дифференциальными или разностными уравнениями, отражающими общие представления о «типичном» ходе процесса, отклонения от которого считаются случайными и описываются с помощью шумов.

**Синтез алгоритма прогноза координат  
для обеспечения функционирования  
системы направленной связи**

Запишем модель прогнозируемого двухмерного процесса в непрерывном виде:

$$\begin{aligned} \dot{U}(t) &= V_u(t); \\ \dot{V}_u(t) &= -\gamma V_u(t) + n_V(t). \end{aligned} \quad (1)$$

где  $U$  – напряжение на входе предсказателя, мкВ;  $V_u$  – скорость изменения напряжения, мкВ/с;  $\gamma$  – ширина спектра сигнала;  $n_V(t)$  – формирующий белый шум с гауссовской плотностью вероятности.

Модель измерения имеет вид

$$z_{Uk} = KU_k + n_{Uk}, \quad (2)$$

где  $K$  – коэффициент усиления фильтра;  $n_{Uk}$  – белый гауссовский шум измерения.

Для преобразования вида модели из непрерывного в дискретный требуется определить матрицы состояний и дискретного шума. Представим систему уравнений (1) в матричном виде

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F} \times \mathbf{x}(t) + \mathbf{G} \times n_V(t), \quad (3)$$

где вектор состояния

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} U(t) \\ V_u(t) \end{bmatrix}; \quad (4)$$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{U}(t) \\ \dot{V}_u(t) \end{bmatrix}; \quad (5)$$

матрица состояния

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\gamma \end{bmatrix}; \quad (6)$$

матрица дискретного шума

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

После преобразования перейдем к дискретной форме записи

$$\mathbf{x}_{k+1} = \Phi_{k/k-1} \times \mathbf{x}_k + \xi_k, \quad (8)$$

где  $\Phi_{k/k-1}$  – переходная матрица состояния;  $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} U_0 \\ V_{u0} \end{bmatrix}$  – вектор начального состояния с гауссовской плотностью вероятности  $x_0 \sim N[x_0 | \hat{x}_0, P_0]$ ;  $\xi_k$  – формирующий белый шум с гауссовской плотностью вероятности  $\xi_k \sim N[\xi_k | 0, Q_k]$ .

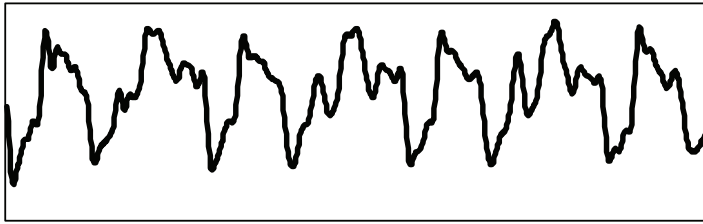


Рис. 1. Фрагмент исследуемого процесса

Алгоритм прогнозирования имеет вид

$$\begin{pmatrix} \mathbf{X}_k \\ \mathbf{E}_k \end{pmatrix} := \begin{bmatrix} \Phi_{k/k-1} \times \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{U}_k \times (\mathbf{Z}_k - \mathbf{H} \times \Phi_{k/k-1} \cdot \mathbf{X}_{k-1}) \\ \Phi_{k/k-1} \times \mathbf{X}_{k-1} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где  $\mathbf{E}_k$  – прогноз на  $k$ -й момент времени.

Исследуемый фрагмент сигнала показан на рис. 1.

Матрица  $\mathbf{Q}$  имеет один ненулевой элемент  $Q_{22} = 2\gamma\sigma_V$ . Моделирование работы экстраполятора на основе системы уравнений (9) позволило получить среднеквадратическую ошибку прогноза для обычного речевого сигнала в полосе 300...3400 Гц, величина которой равна примерно 4 мкВ.

На рисунке 2 изображена реализация части фрагмента входного и прогнозируемого сигналов во времени. Очевидно, что ожидаемый сигнал почти полностью совпадает с исследуемым сигналом (наибольшее различие в пределах фрагмента составило 6 %).

Кроме того, исследованы экстраполяторы на основе одно-, двух- и трехмерных моделей (рис. 3). Наибольшими являются ошибки одномерного экстраполятора (см. рис. 3, а).

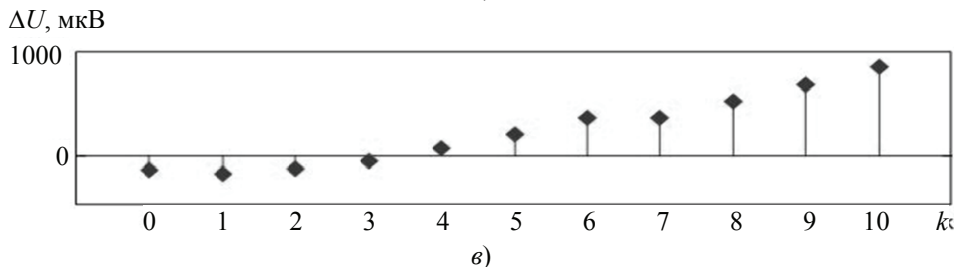
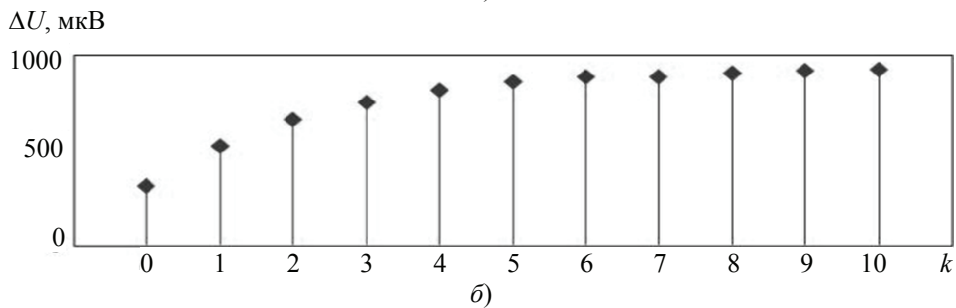
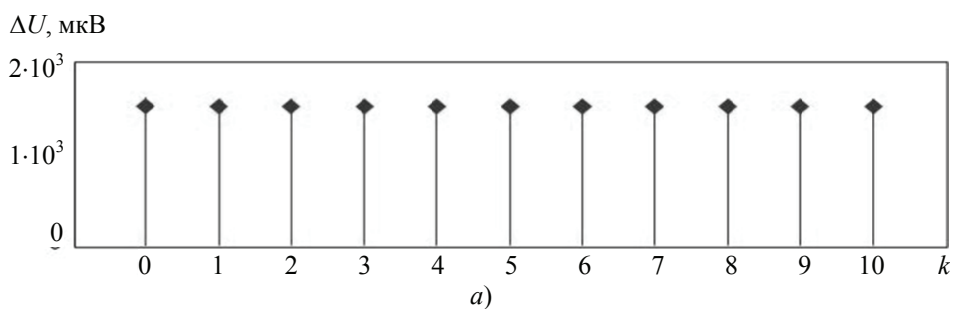
В дальнейшем исследован экстраполятор на основе модели второго порядка для квазигармонического случайного процесса (рис. 4). Матрица состояния для такой модели имеет вид [4]

$$\Phi_{k,k-1} = \begin{bmatrix} 1 & dt \\ bdt & 1 - \gamma dt \end{bmatrix}. \quad (10)$$

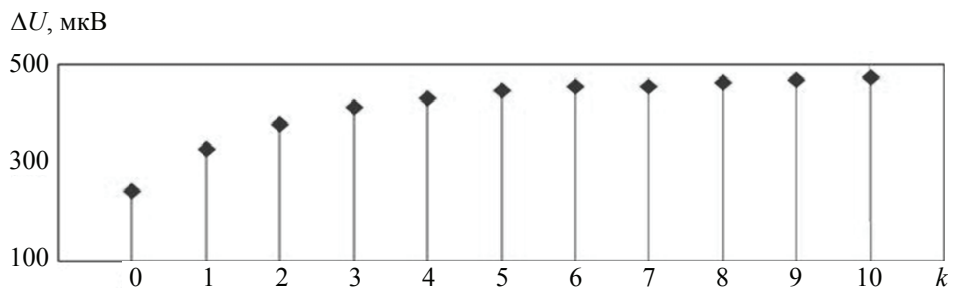
Таким образом, моделирование показывает, что использование линейного предсказателя на основе методов прогнозирования процессов в пространстве состояний можно рассматривать, как один из вариантов синтеза речевого сигнала. Экстраполятор на основе модели второго порядка показал наилучшую точность, при вычислительных затратах, соответствующих модели второго порядка.



Рис. 2. Истинный  $D_k$  и прогнозируемый  $X_k$  сигнал



**Рис. 3. Ошибки  $\Delta U$  одно- (а), двух- (б) и трехмерного (в) экстраполяторов в зависимости от числа шагов предсказания  $k$**



**Рис. 4. Ошибки  $\Delta U$  экстраполятора на основе модели второго порядка в зависимости от числа шагов предсказания  $k$**

Полученная модель расширяет возможности проектирования удобных, производительных и экономически выгодных систем связи. Экстраполятор на основе модели второго порядка показал наилучшую точность при вычислительных затратах, соответствующих модели второго порядка.

#### Список литературы

1. Маркел, Дж. Д. Линейное предсказание речи / Дж. Д. Маркел ; пер. под ред. Ю. Н. Прохорова и В. С. Звездаина. – М. : Связь, 1980. – 308 с.

2. Рабинер, Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов / Л. Рабинер, Б. Гоулд ; пер. под ред. Ю. И. Александрова. – М. : Мир, 1978. – 848 с.

3. Иванов, А. В. Алгоритмы обработки информации в навигационных системах наземных подвижных объектов с контролем целостности навигационных данных спутниковых радионавигационных систем / А. В. Иванов, Д. В. Комраков, В. О. Сурков // *Вопр. соврем. науки и практики. Университет им. В. И. Вернадского*. – 2014. – Спец. вып. (52). – С. 53 – 58.

4. Иванов, А. В. Точностные характеристики навигационных комплексов, использующих контроль целостности спутниковых радионавигационных систем для реконфигурации / А. В. Иванов, Д. В. Комраков, С. П. Москвитин // *Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та*. – 2015. – Т. 21, № 4. – С. 572 – 577. doi: 10.17277/vestnik.2015.04.pp.572-577

5. Оценивание дальности и скорости в радиолокационных системах. В 3 ч. Ч. 3 / под ред. В. С. Вербы и В. И. Меркулова. – М. : Радиотехника, 2010. – 472 с.

6. Пудовкин, А. П. Синтез алгоритмов радиоэлектронного комбинированного прицела / А. П. Пудовкин, Ю. Н. Панасюк, И. В. Князев // *Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та*. – 2015. – Т. 21, № 3. – С. 413 – 417. doi: 10.17277/vestnik.2015.03.pp.413-417

7. Чернышова, Т. И. Применение математического моделирования при реализации методов оценки и повышения метрологического ресурса аналоговых блоков информационно-измерительных систем / Т. И. Чернышова, В. В. Третьяков // *Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та*. – 2015. – Т. 21, № 3. – С. 381 – 387. doi: 10.17277/vestnik.2015.03.pp.381-387

---

## Extrapolation of Quasi-Harmonious Signal in Space of States

S. N. Danilov, N. A. Koltyukov, S. V. Petrov, T. I. Chernyshova

*Department "Radio Engineering", TSTU, Tambov, Russia;  
plabz@mail.ru*

**Keywords:** assessment; communication system; differential equation; extrapolator; forecast; selection; signal model.

**Abstract:** Using a modeling method in space of states, the algorithm of the forecast of selections of a quasi-harmonious signal samples is synthesized; characteristics of its accuracy for various dimensions and types of models are estimated. The use of the linear predictor on the basis of methods of forecasting of processes in space of states can be considered as one of the options of synthesis of a speech signal. The extrapolator based on the model of the second order has shown the best accuracy for the computational expenses corresponding to the model of the second order.

### References

1. Marker J.D., Gray A.H. *Linear Prediction of Speech*, Berlin etc.: Springer Berlin Heidelberg, 1976. doi: 10.1007/978-3-642-66286-7

2. Rabiner, L.R., Gold, B. *Theory and Application of Digital Signal Processing*, Prentice-Hall, 1975, 762 p. doi: 10.1002/piuz.19760070413

3. Ivanov A.V., Komrakov D.V., Surkov V.O. [Algorithms for processing information in navigation systems with terrestrial mobile objects control the integrity of the navigation data of satellite radio navigation systems], *Voprosy sovremennoi nauki i praktiki. Universitet im. V.I. Vernadskogo* [Problems of Contemporary Science and

Practice. Vernadsky University], 2014, Special issue (52), pp. 53-58. (In Russ., Abstract in Eng.)

4. Ivanov A.V., Komrakov D.V., Moskvitin S.P. [Accuracy Characteristics of Navigation Systems Using Continuity Testing of Satellite Navigation Systems for Solving Problems of Reconfiguration], *Transactions of The Tambov State Technical University*, 2015, no. 4, pp. 572-577. doi: 10.17277/vestnik.2015.04.pp.572-577 (In Russ., Abstract in Eng.)

5. Verba V.S., Merkulov V.I. [Eds.] *Otsenivanie dal'nosti i skorosti v radiolokatsionnykh sistemakh* [Estimation of distance and speed of radar systems], part 3 of 3, Moscow: Radiotekhnika, 2010, 472 p. (In Russ.)

6. Pudovkin A.P., Panasyuk Yu.N., Knyazev I.V. [Synthesis of Algorithms of Radio-Electronic Combined Sight], *Transactions of The Tambov State Technical University*, 2015, vol. 21, no. 3, pp. 413-417. doi: 10.17277/vestnik.2015.03.pp.413-417 (In Russ., Abstract in Eng.)

7. Chernyshova T.I., Tretyakov V.V. [Application of Mathematical Modeling for Evaluation Methods and Improvement of Metrological Resource of Analog Units of Data-Measuring Systems], *Transactions of The Tambov State Technical University*, 2015, vol. 21, no. 3, pp. 381-387. doi: 10.17277/vestnik.2015.03.pp.381-387 (In Russ., Abstract in Eng.)

---

### Prognostizierung des quasiharmonischen Signals im Zuständerraum

**Zusammenfassung:** Aufgrund der Methode der Modellierung im Zuständerraum ist der Algorithmus der Prognose des Abrufes des quasiharmonischen Signals synthetisiert und es sind die Charakteristiken seiner Genauigkeit bei verschiedenen Dimensionen und den Arten der Modelle eingeschätzt. Es ist gezeigt, dass die Nutzung des linearen Wahrsagers aufgrund der Methoden der Prognostizierung der Prozesse im Zuständerraum kann man als eine der Varianten der Synthese des Sprechsignals betrachten. Der Extrapolator aufgrund des Modells der zweiten Ordnung hat die beste Genauigkeit, bei den Rechenaufwänden, die dem Modell der zweiten Ordnung entsprechen, gezeigt.

---

### Prévision du signal quasi-harmonique dans l'espace d'état

**Résumé:** A la base de la méthode de la simulation dans l'espace d'état est synthétisée l'algorithme de la prédiction des échantillons du signal quasi-harmonique et sont appréciées les caractéristiques de la précision lors de différents mesures et types des modèles. Est montré que l'utilisation d'un linéaire de bonne aventure à la base de méthodes de prévision des processus dans l'espace d'état peut être considérée comme une des options de la synthèse de la voix. L'extrapolateur à la base d'un modèle du second ordre a montré une précision maximale lors du calcul des coût, se basant sur le modèle du second ordre.

---

**Авторы:** *Данилов Станислав Николаевич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Радиотехника»; *Кольтюков Николай Александрович* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Радиотехника»; *Петров Сергей Владимирович* – магистрант; *Чернышова Татьяна Ивановна* – доктор технических наук, профессор кафедры «Конструирование радиоэлектронных и микропроцессорных систем», директор института энергетики, приборостроения и радиоэлектроники; ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.

**Рецензент:** *Иванов Александр Васильевич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Радиотехника», ФГБОУ ВО «ТГТУ», г. Тамбов, Россия.