

ГРАДИЕНТНАЯ КВАЗИОПТИКА СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТ

О. В. Ломакина

*Кафедра «Техническая механика и детали машин», ФГБОУ ВО «ТГТУ»;
lomakinaolga@mail.ru*

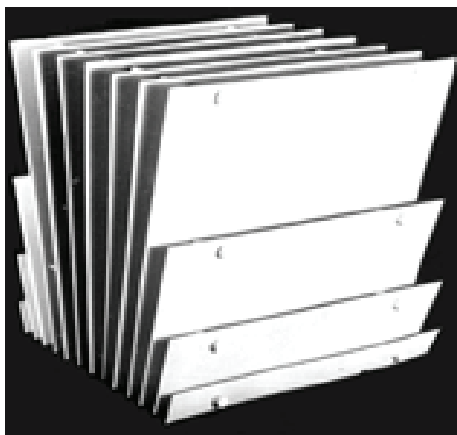
Ключевые слова: линза; металлоленточная структура; плоскопараллельные пластинки; призма; псевдолинза.

Аннотация: Экспериментально исследовано прохождение электромагнитных волн ($\lambda = 3,2$ см) в квазиоптическом приближении через неоднородные приборы: призмы, линзы, псевдолинзы и плоскопараллельные пластинки с постоянным и переменным градиентами показателя преломления. В качестве неоднородных сред использованы волноводные и металлоленточные структуры.

Введение

Традиционно в курсах оптики вузов рассматривается распространение света в однородных средах и приборах: плоскопараллельных пластинах, призмах, линзах и т.п. Представляет интерес распространение света в оптически неоднородных средах, где показатель преломления непрерывно изменяется от точки к точке, и среда характеризуется градиентом показателя преломления, который возникает при распространении в среде мощного лазерного излучения (самофокусировка). В некотором смысле градиентная оптика перекликается с нелинейной. Физические эксперименты по распространению света в неоднородных средах подробно показаны в работе [1].

В данной статье рассматривается в квазиоптическом приближении распространение сантиметровых электромагнитных волн ($\lambda = 3,2$ см) в неоднородных приборах. В качестве неоднородных сред в СВЧ-диапазоне целесообразно использовать металлоленточные и волноводные структуры, позволяющие создавать достаточные градиенты показателя преломления [2].



**Рис. 1. Неоднородная
металлоленточная структура**

Прохождение электромагнитных волн через неоднородные плоскопараллельные пластинки

На рисунке 1 представлена выполненная в квазиоптическом приближении неоднородная металлоленточная структура в форме прямоугольного параллелепипеда. Эквивалентный показатель преломления металлоленточной структуры для электромагнитной волны, электрический вектор \vec{E} которой параллелен лентам, зависит от расстояния a между ними

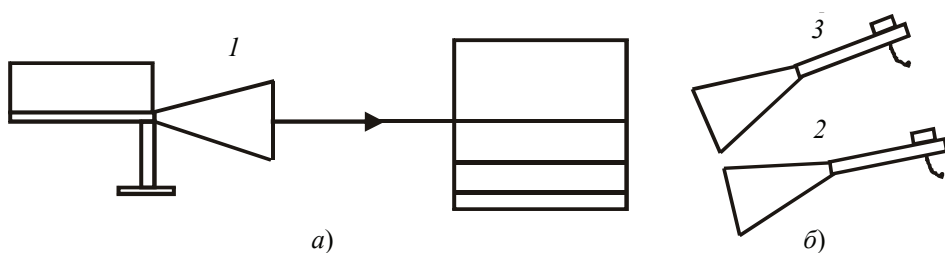


Рис. 2. Схема экспериментальной установки:
a – клистронный генератор; *б* – приемные рупорные антенны

$$n = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}, \quad (1)$$

где λ – длина электромагнитной волны.

Так как при основании прямоугольного параллелепипеда между лентами $a_1 = 18$ мм, а при его вершине – $a_2 = 40$ мм, то показатель преломления искусственной неоднородной среды изменяется непрерывным образом в вертикальном направлении от $n_1 = 0,46$ до $n_2 = 0,92$. Вследствие этого фазовая скорость волн $v = c/n$ (c – скорость света в вакууме) при основании неоднородного параллелепипеда будет больше, чем при его вершине.

Эксперимент проводят следующим образом. Устанавливают клистронный СВЧ-генератор *1*, нагруженный рупорной антенной, и приемник волн *2* с рупорной антенной на одной прямой на расстоянии 1,5 м. СВЧ-колебания генератора модулируются низкочастотным сигналом, в качестве индикатора интенсивности принимаемых волн используется осциллограф или микроамперметр (рис. 2). Включив все приборы, наблюдают прямолинейное прохождение волн в воздухе от источника *1* к приемнику *2*.

Устанавливают на пути электромагнитных волн (см. рис. 2) неоднородный параллелепипед (см. рис. 1) так, чтобы волны распространялись вдоль его листов, а электрический вектор \vec{E} волны был параллелен центральным металлическим листам структуры. Отмечают отсутствие прямолинейного распространения в направлении приемной антенны *2*, вследствие искривления лучей в неоднородной среде. Перемещая приемную антенну вверх от основания параллелепипеда, то есть в положение *3*, снова отмечают прием электромагнитных волн прежней интенсивности. Отклонение электромагнитных волн от прямолинейного направления составляет более 20° . Так как показатель преломления в описанной пластинке изменяется в вертикальном направлении нелинейно, то происходит некоторое уширение проходящего через нее пучка электромагнитных волн.

Неоднородную пластинку в квазиоптическом приближении с постоянным градиентом показателя преломления можно изготовить на основе волноводной структуры (рис. 3), эквивалентный показатель преломления которой зависит от радиуса a сечения волноводов



Рис. 3. Волноводная структура

$$n = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{3,42a}\right)^2}. \quad (2)$$

Показатель преломления в рассматриваемой пластинке изменяется с высотой по линейному закону от $n_1 = 0,37$ при радиусе нижних волноводов $a_1 = 10$ мм до $n_2 = 0,91$ при радиусе верхних волноводов $a_2 = 23$ мм, $\lambda = 3,2$ см. Следовательно, фазовая скорость $v_1 = c/n_1$ электромагнитных волн в нижней части плоскопараллельной пластинки будет больше фазовой скорости волн $v_2 = c/n_2$ в ее верхней части.

Найдем угол α , на который отклоняются от прямолинейного направления электромагнитные волны, проходящие «оптически» неоднородную пластинку. Расчет значительно упрощается при условии, что вследствие принудительного движения электромагнитных волн вдоль волноводов внутри плоскопараллельной пластинки не происходит искривления лучей, как это имеет место в естественных неоднородных средах. Пусть в начальный момент времени плоский волновой фронт одновременно достигает точек A и B пластинки, в которых показатель преломления соответственно равен n_2 и n_1 , причем $n_2 > n_1$ (рис. 4). Допустим, что за время τ волна проходит в верхней части пластинки расстояние AE . Так как в нижней части пластинки фазовая скорость волн v_1 больше, чем скорость v_2 в ее верхней части, то за тот же промежуток времени τ волна пройдет расстояние BD и из точки D согласно принципа Гюйгенса произойдет излучение вторичной сферической волны радиусом DF . Положение волнового фронта, выходящего из пластинки, определяется линией EF , к которой перпендикулярны лучи 1 и 2 .

Таким образом, вследствие различия фазовых скоростей волн, проходящих неоднородную пластинку, между лучами 1 и 2 возникает дополнительная геометрическая разность хода $\Delta = DF$, которая приводит к отклонению волнового фронта от первоначального направления распространения на угол α . Из треугольника DEF имеем

$$\sin \alpha = \frac{DF}{DE} = \frac{\Delta}{h},$$

где h – расстояние между точками A и B пластинки. Учитывая таутохронность рассматриваемых волн 1 и 2 , имеем

$$\Delta = d(n_2 - n_1),$$

где d – толщина пластинки. Следовательно, угол отклонения лучей неоднородной пластинки с постоянным градиентом показателя преломления равен

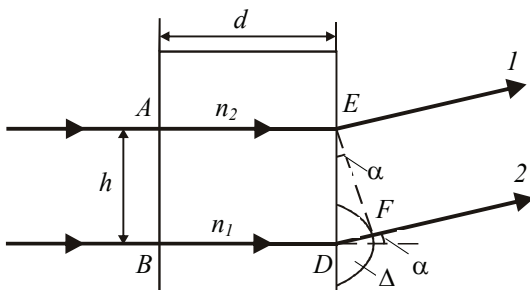


Рис. 4. Схема прохождения электромагнитных волн через неоднородную пластинку

$$\sin \alpha = \frac{d(n_2 - n_1)}{h} = d \operatorname{grad} n. \quad (3)$$

Подставляя в формулу (3) числовые значения величин $h = 18,5$ см, $d = 13$ см, $n_1 = 0,37$ и $n_2 = 0,91$, найдем угол отклонения электромагнитных волн неоднородной волноводной пластинкой: $\alpha = 20^\circ$, что совпадает с экспериментальными данными.

Призма с переменным показателем преломления

Рассмотрим возможность изготовления в СВЧ-диапазоне неоднородной призмы, которая не будет отклонять падающие на нее волны.

Найдем закон изменения показателя преломления в «оптически» неоднородной волноводной призме (рис. 5). Очевидно, для того чтобы волны 1 и 2 (рис. 6) не отклонялись призмой от направления прямолинейного распространения, необходимо, чтобы они были таутохронны, а их оптические пути одинаковы, то есть

$$\Delta + nd = n_0 d_0,$$

или

$$\Delta = n_0 d_0 - nd, \quad (4)$$

где d_0 – длина основания призмы; d – толщина призмы на высоте h от основания; n_0, n – показатели преломления при основании призмы и на высоте h от нее соответственно; Δ – геометрическая разность хода указанных волн вне призмы. Очевидно, что

$$d = d_0 - \Delta.$$

Учитывая

$$\Delta = h \operatorname{tg} \alpha, \quad (5)$$

получаем

$$d = d_0 - h \operatorname{tg} \alpha. \quad (6)$$

Подставляя формулы (5) и (6) в выражение (4), найдем изменение показателя преломления n с высотой h призмы

$$n = \frac{n_0 d_0 - h \operatorname{tg} \alpha}{d_0 - h \operatorname{tg} \alpha}. \quad (7)$$

Градиент показателя преломления в волноводной неоднородной призме не является постоянной величиной и изменяется с высотой призмы. Действительно, из формулы (7) имеем

$$\operatorname{grad} n = \frac{dn}{dh} = \frac{d_0(n_0 - 1)}{(d_0 - h \operatorname{tg} \alpha)^2}.$$



Рис. 5. Неоднородная волноводная призма

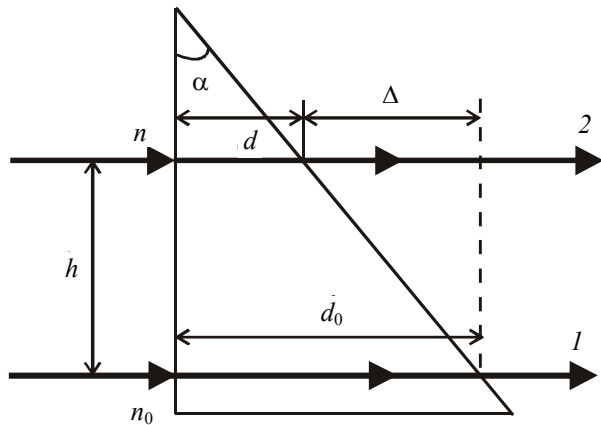


Рис. 6. Схема прохождения волн через волноводную призму

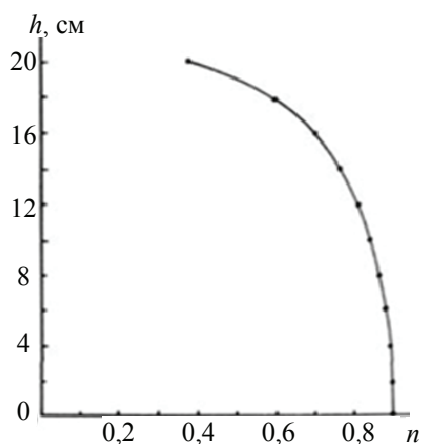


Рис. 7. График зависимости показателя преломления в волноводной неоднородной призме



Рис. 8. Однородная волноводная призма

График зависимости показателя преломления в волноводной неоднородной призме показан на рис. 7. Волноводная неоднородная призма (см. рис. 5) изготовлена при следующих исходных данных: угол при вершине призмы равен $\alpha = 40^\circ$, показатель преломления при основании призмы $n_0 = 0,9$ при радиусе волноводов $a = 22$ мм, длина волноводов при основании призмы $d_0 = 19,5$ см. Показатель преломления призмы при ее вершине на высоте $h = 20$ см равен $n = 0,37$ при $a = 10$ мм.

Следует показать, что однородная волноводная призма (рис. 8) с постоянным показателем преломления ($n = 0,63$ при $a = 12$ мм) отклоняет электромагнитные волны от прямолинейного направления на угол $\gamma = 17^\circ$.

Линза с переменным показателем преломления

На рисунках 9 и 10 показаны волноводные плосковогнутые линзы, имеющие одинаковый радиус кривизны $R = 31,5$ см. Однородная линза изготовлена из волноводов одинакового радиуса поперечного сечения $a = 10$ мм и имеет постоянный показатель преломления $n_0 = 0,37$. Так как $n_0 < 1$, то данная линза является собирающей. Ее фокусное расстояние в соответствии с формулой $\frac{1}{f} \approx (1 - n_0) \frac{1}{R}$

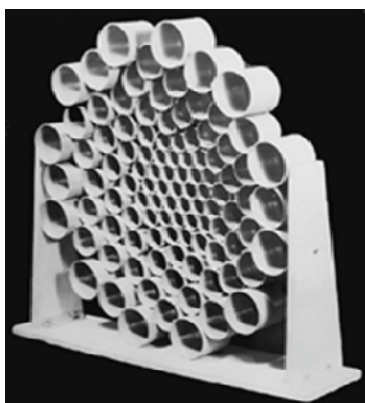


Рис. 9. Неоднородная плосковогнутая линза

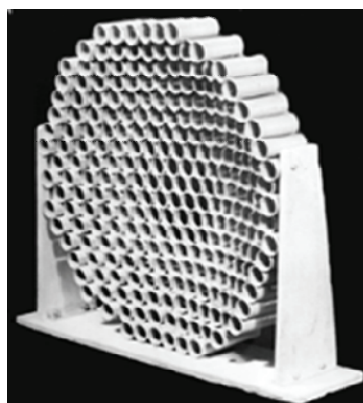


Рис. 10. Волноводная плосковогнутая линза

равно $f = 50$ см. Данная линза позволяет увеличить интенсивность принимаемого сигнала более чем в два раза. Неоднородная линза (см. рис. 9) не обладает фокусирующим действием, так как ее фокусное расстояние равно бесконечности.

Найдем закон изменения показателя преломления в «оптически» неоднородной волноводной линзе (см. рис. 9), не обладающей фокусирующим действием. Из рисунка 11 видно, для того чтобы, например, волны 1 и 2 не изменяли своего направления при прохождении неоднородной линзы, необходимо, чтобы они были таутохронны, а их оптические пути были одинаковы, то есть

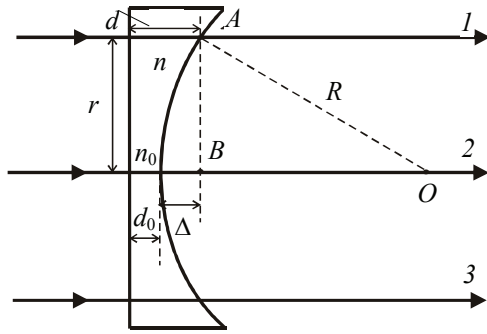


Рис. 11. Схема прохождения волн через неоднородную линзу

$$nd = n_0d_0 + \Delta. \quad (8)$$

Учитывая, что $d = d_0 + \Delta$, выражение (8) запишем в виде

$$\Delta = \frac{d_0(n - n_0)}{1 - n}. \quad (9)$$

Из треугольника AOB имеем

$$R^2 = r^2 + (R - \Delta)^2,$$

откуда находим

$$\Delta = R - \sqrt{R^2 - r^2}, \quad (10)$$

где $r = AB$ – расстояние между волнами 1 и 2.

Исключая из уравнений (9) и (10) геометрическую разность хода Δ , найдем радиальное изменение показателя преломления n в линзе в направлении r

$$n = \frac{R - \sqrt{R^2 - r^2} + n_0d_0}{R - \sqrt{R^2 - r^2} + d_0}. \quad (11)$$

Волноводная неоднородная линза (см. рис. 9) выполнена при следующих исходных данных: толщина линзы в центре $d_0 = 0,5$ см, радиус сферической поверхности $R = 31,5$ см, показатель преломления в центре линзы $n_0 = 0,37$ при радиусе центрального волновода $a = 10$ мм. При проведении опытов с волноводной неоднородной линзой необходимо, чтобы плоский волновой фронт, падающий на нее, был перпендикулярен волноводной структуре.

Фокусирующие и рассеивающие системы с переменным показателем преломления

В оптически однородных линзах, волны, собираемые в фокусе, несмотря на различие геометрических путей, имеют одинаковый оптический путь. Это достигается соответствующим изменением толщины линзы при постоянном показателе преломления. В оптически неоднородных линзах, то есть в псевдолинзах, постоянство оптических путей для волн, собираемых в ее фокусе, достигается соответствующим изменением показателя преломления в пластинке постоянной толщины. Другими словами, псевдолинза представляет собой плоскопараллель-

ную пластинку с осесимметричной неоднородностью показателя преломления. Впервые опыт по фокусировке световых волн с помощью псевдолинзы поставил известный американский физик Роберт Вуд [3]. Однако поставить соответствующий опыт в лекционных условиях чрезвычайно трудно.

Найдем закон изменения показателя преломления в волноводной псевдолинзе, показанной на рис. 12. Геометрическая разность хода между центральной волной $1'$, проходящей через точку O вдоль оптической оси, и волной $2'$, пересекающей неоднородную пластинку на расстоянии $r = OA$ от центра O псевдолинзы (рис. 13), равна

$$\Delta = AB = AF - BF = AF - OF = AF - f, \quad (12)$$

где f – фокусное расстояние псевдолинзы. Из треугольника AOF имеем

$$AF = \sqrt{f^2 + r^2}.$$

Подставляя данное выражение в формулу (12), получим

$$\Delta = \sqrt{f^2 + r^2} - f. \quad (13)$$

Чтобы скомпенсировать геометрическую разность хода Δ рассматриваемых волн, необходимо приравнять данную величину к оптической разности хода волн $1'$ и $2'$ в неоднородной пластинке, то есть

$$\Delta = d(n_0 - n_r). \quad (14)$$

Исключая из выражений (13) и (14) геометрическую разность хода Δ , найдем закон изменения показателя преломления n_r в псевдолинзе вдоль радиального направления r

$$n_r = \frac{n_0 d + f - \sqrt{f^2 + r^2}}{d}. \quad (15)$$

Псевдолинза (см. рис. 12) представляет собой пачку волноводов одинаковой длины $d = 5,3$ см, но различного поперечного сечения. Вследствие изменения поперечного сечения цилиндрических волноводов изменяется показатель преломления в плоскопараллельной пластинке. Изменение показателя преломления вдоль радиального направления в волноводной псевдолинзе соответствует формуле (15). В центре псевдолинзы показатель преломления $n_0 = 0,95$ при радиусе центрального волновода $a_0 = 30$ мм.



Рис. 12. Псевдолинза

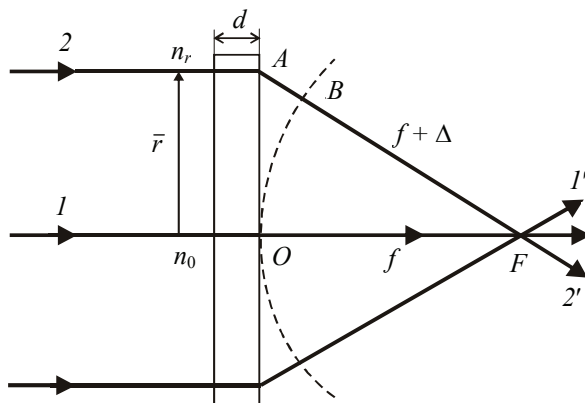


Рис. 13. Схема прохождения волн через волноводную псевдолинзу

На максимальном расстоянии от центра псевдолинзы равном $r = 18$ см показатель преломления $n_r = 0,37$ при радиусе сечения волноводов $a = 10$ мм. При изготовлении псевдолинзы ее фокусное расстояние выбрано $f = 50$ см. Радиальное изменение показателя преломления в волноводной псевдолинзе показано линией 1 на рис. 14.

Опыт по фокусировке электромагнитных волн с помощью волноводной псевдолинзы проводят следующим образом. Устанавливают источник и приемник электромагнитных волн на расстоянии 2,5 м друг от друга. По осциллографу, соединенному с приемной антенной, замечают величину принимаемого сигнала. Установив перед приемной антенной псевдолинзу на расстоянии 0,5 м, замечают значительное увеличение интенсивности принимаемого сигнала. Очевидно, в рассеивающей псевдолинзе показатель преломления должен изменяться противоположным образом, по сравнению с собирающей псевдолинзой. В рассеивающей псевдолинзе показатель преломления в радиальном направлении r изменяется по закону

$$n_r = \frac{n_0 d - f + \sqrt{f^2 + r^2}}{d} \quad (16)$$

На рисунке 15 представлена волноводная рассеивающая псевдолинза для электромагнитных волн сантиметрового диапазона, которая состоит из волноводов одинаковой длины $d = 5,3$ см, но различного поперечного сечения. Эквивалентный показатель преломления в рассеивающей псевдолинзе изменяется в соответствии с формулой (16) от $n_0 = 0,37$ при радиусе центрального волновода $a_0 = 10$ мм до $n_r = 0,95$. Радиальное изменение показателя преломления в рассеивающей псевдолинзе показано линией 2 на рис. 14. При расчете псевдолинзы мнимое фокусное расстояние выбрано $f = 50$ см.

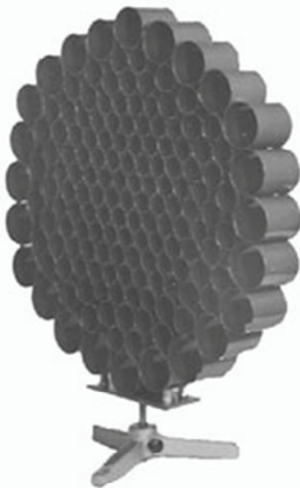


Рис. 15. Волноводная рассеивающая псевдолинза

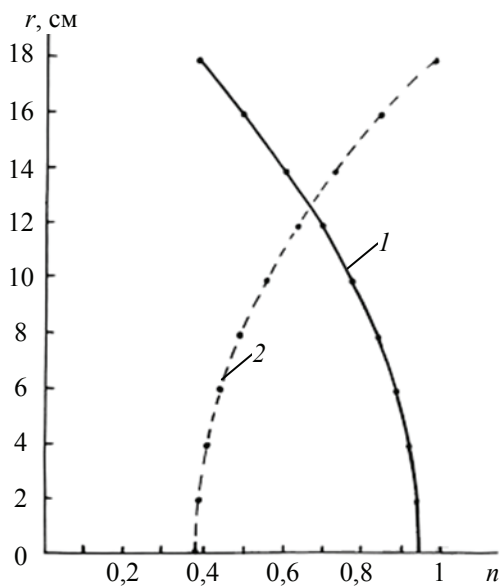


Рис. 14. Радиальное изменение показателя преломления в волноводной 1 и рассеивающей 2 псевдолинзах

Опыт показывает, что при установлении рассеивающей псевдолинзы перед приемной антенной на расстоянии 0,5 м интенсивность принимаемого сигнала уменьшается до нуля.

Перемещая приемную антенну в плоскости, перпендикулярной к главной оси псевдолинзы, отмечают прием электромагнитных волн. Следовательно, пучок электромагнитных волн, выходящих из псевдолинзы, представляет собой поверхность

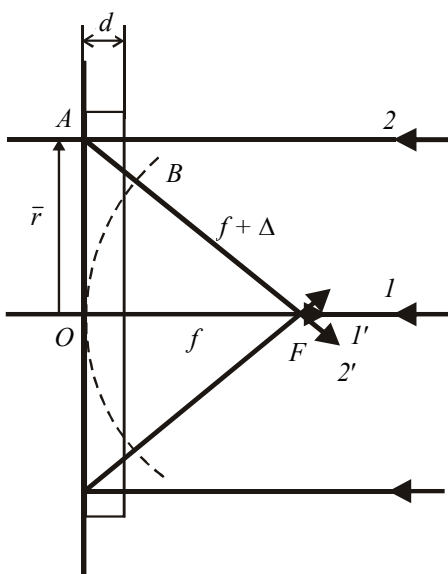


Рис. 16. Схема прохождения волн в плоскопараллельной пластине

в форме конуса, ось которого совпадает с главной оптической осью псевдолинзы. Для бóльшей наглядности опытов с псевдолинзами можно использовать индикатор круговой развертки, с помощью которого регистрируются полярные диаграммы волновых фронтов.

Таким образом, система, состоящая из обычного плоского зеркала и плоскопараллельной пластинки с осесимметричным изменением показателя преломления, выполняет роль фокусирующего или рассеивающего прибора, работающего на отражение.

Найдем закон изменения показателя преломления в плоскопараллельной пластинке фокусирующего псевдозеркала. Из рисунка 16 следует, что геометрическая разность хода между волнами 1' и 2' равна

$$\Delta = AB = AF - BF = AF - OF = \sqrt{r^2 + f^2} - f. \quad (17)$$

Для того чтобы лучи 1' и 2' имели одинаковый оптический путь, необходимо приравнять геометрическую разность хода Δ рассматриваемых волн к оптической разности хода тех же лучей в неоднородной плоскопараллельной пластинке. Учитывая, что рассматриваемые волны дважды проходят оптически неоднородную пластинку, имеем

$$\Delta = 2d(n_0 - n_r). \quad (18)$$

Исключая из уравнений (17) и (18) величину геометрической разности хода Δ волн, найдем изменение показателя преломления в оптически неоднородной пластинке радиального направления n_r

$$n_r = \frac{2n_0d + f - \sqrt{f^2 + r^2}}{2d}.$$

Эксперимент по фокусировке электромагнитных волн с помощью плоского псевдозеркала проводится в следующей последовательности. Устанавливают перед источником и приемником сантиметровых электромагнитных волн на расстоянии 1 м плоскую металлическую пластинку диаметром 40 см, которая выполняет роль обычного зеркала. Угол падения волн на зеркало выбирают близким к нулю. В качестве приемника используют зонд-детектор. По осциллографу замечают величину принимаемого сигнала при отражении от зеркала. Устанавливают перед зеркалом волноводную фокусирующую псевдолинзу (см. рис. 12). Замечают увеличение интенсивности отраженного сигнала более чем в два раза. Следовательно, действие системы, состоящей из плоского зеркала и плоской неоднородной пластинки с осесимметричным изменением показателя преломления, эквивалентно действию вогнутого сферического зеркала. Очевидно, что действие системы, состоящей из плоского зеркала и плоской рассеивающей псевдолинзы (см. рис. 15), эквивалентно действию выпуклого сферического зеркала. Демонстрационный опыт подтверждает данный вывод.

Более просто можно изготовить фокусирующую псевдолинзу на базе металлоточной структуры, которая выполнена в форме цилиндра диаметром 35 см и толщинами лент $d = 69$ мм, фокусное расстояние $f = 50$ см. В центре фокуси-

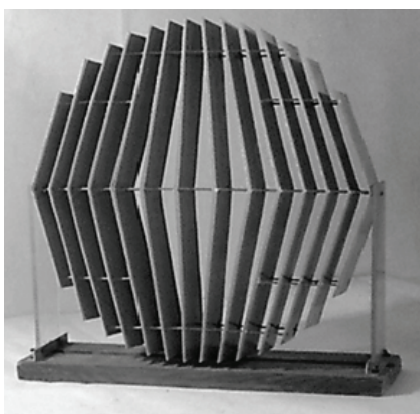


Рис. 17. Фокусирующая псевдолинза

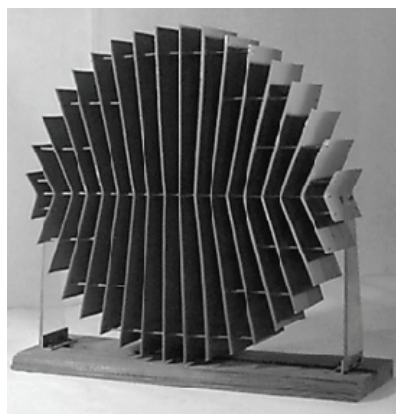


Рис. 18. Рассеивающая псевдолинза

рующей псевдолинзы (рис. 17) расстояние между лентами равно $a = 40$ мм, что соответствует показателю преломления (1) $n = 0,91$. Расстояние между лентами по периферии $a = 18$ мм, что соответствует $n = 0,45$. Показатель преломления будет изменяться в соответствии с законом (15), если расстояние между лентами в радиальном направлении влево и вправо от центра взять в следующей последовательности: $a = 40; 32; 29; 25,4; 22,4; 20,5; 18$ мм.

Рассеивающая металлоленточная псевдолинза показана на рис. 18, которая выполнена также в форме цилиндра диаметром 35 см, но толщиной лент $d = 91$ мм, $f = 50$. В центре псевдолинзы расстояние между лентами $a_0 = 18$ мм ($n_0 = 0,45$). Расстояние между лентами по периферии $a = 18$ мм ($n = 0,80$). Расстояние между лентами в радиальном направлении от центра псевдолинзы влево или вправо изменяется в следующей последовательности: $a_0 = 18; 18; 18; 18; 18,6; 19; 19,3; 21; 22,5$.

Список литературы

1. Майер, В. В. Простые опыты по криволинейному распространению света / В. В. Майер. – М. : Наука, 1984. – 128 с.
2. Молотков, Н. Я. Радиоволны в демонстрационном эксперименте по оптике / Н. Я. Молотков. – Киев : Вища школа, 1981. – 104 с.
3. Храмов, Ю. А. Физики: Биографический справочник / Ю. А. Храмов; под ред. А. И. Ахиезера. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Наука, 1983. – 400 с.

Gradient Quasi-Optics of Ultrahigh Frequencies

O. V. Lomakina

Department "Technical Mechanics and Machine Parts", TSTU;
lomakinaolga@mail.ru

Keywords: lens; metal-strip structure; plane-parallel plates; prism; pseudo-lens.

Abstract: Passage of electromagnetic waves ($\lambda = 3,2$ cm) in quasi-optics approximation non-uniform devices is experimentally investigated: prisms, lenses, pseudo-lenses and plane-parallel plates with a constant and variable gradient of index of refraction. As non-uniform media are used waveguide and metal-tape structures.

References

1. Maier V.V. *Prostye opyty po krivolineinomu rasprostraneniyu sveta* [Simple experiments on the propagation of light curvilinear], Moscow: Nauka, 1984, 128 p. (In Russ.)
 2. Molotkov N.Ya. *Radiovolny v demonstratsionnom eksperimente po optike* [Radio waves in the demonstration experiment in optics], Kiev: Vishcha shkola, 1981, 104 p. (In Russ.)
 3. Khramov Yu.A., Akhiezer A.I. *Fiziki: Biograficheskii spravochnik* [Physics: Biographical Directory], Moscow: Nauka, 1983, 400 p. (In Russ.)
-

Gradientquasioptik der Hochfrequenzen

Zusammenfassung: Es wird der Durchgang der elektromagnetischen Welle ($\lambda = 3,2$ cm) in der quasioptischen Approximation durch die ungleichartigen Geräte: die Prismen, die Linsen, die Pseudolinsen und die flachparallelen Platten mit dem ständigen und variable Gradienten des Brechungswertes experimentell untersucht. Als ungleichartige Medien warden die Wellen- und Metallbandstrukturen verwendet.

Quasioptique de gradient des fréquences ultra-hautes

Résumé: Est étudié expérimentalement le courant des ondes électromagnétiques ($\lambda = 3,2$ cm) dans l'approximation quasioptique à travers les appareils informes: prismes, lentilles, pseudolentilles, etc. En qualité des milieux informes sont utilisées les structures d'ondes et de bandes métalliques.

Автор: *Ломакина Ольга Владимировна* – кандидат педагогических наук, доцент кафедры «Техническая механика и детали машин», ФГБОУ ВО «ТГТУ».

Рецензент: *Дмитриев Олег Сергеевич* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Физика», ФГБОУ ВО «ТГТУ».
