

**ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ  
ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКОГО МУАРА**

**В. М. Иванов<sup>1</sup>, С. Фофана<sup>1</sup>, А. В. Лановая<sup>2</sup>,  
Н. П. Моторина<sup>1</sup>, Е. О. Федосова<sup>1</sup>**

*Кафедры: «Электроэнергетика» (1); «Высшая математика» (2),  
ФГБОУ ВО «ТГТУ»; IVM-tstu@mail.ru*

**Ключевые слова:** магнитные поля рассеяния; проводящая среда с дефектами структуры; электронно-оптический муар.

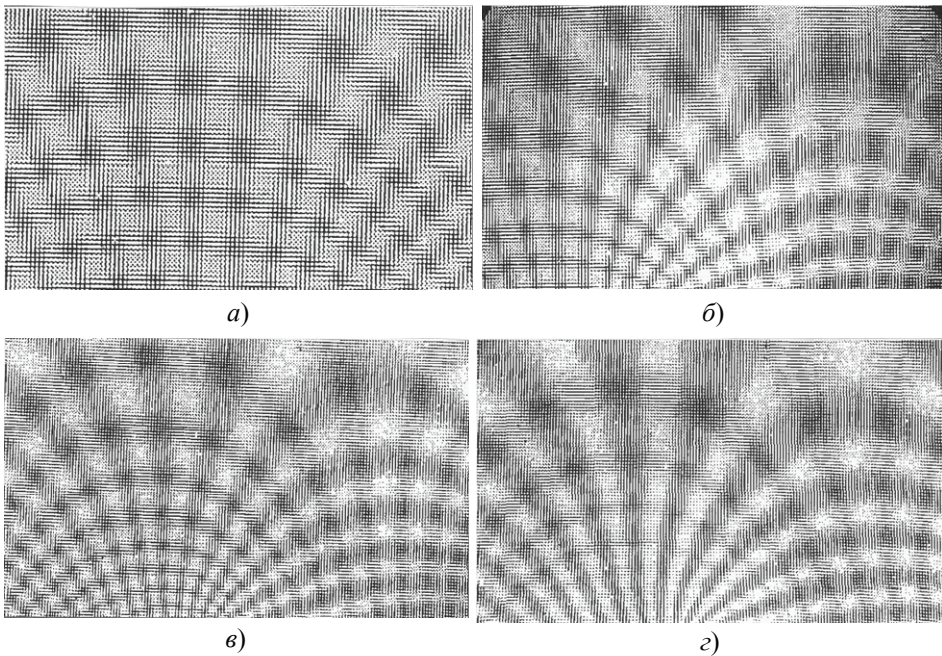
**Аннотация:** Рассмотрены электронно-оптические муаровые узоры, представляющие собой сложный полигон, содержащий спектр критериев по степени искажения силовых линий электрического и магнитного полей, явные из них выражены нарушением симметрии и изменением фрактальности. Предложены некоторые физические основы получения электронно-оптических муаровых картин на объектах генерации электрических и магнитных полей в малых объемах. Такими объектами могут быть отверстия и вырезы разной остроты в металлических пластинах, которые моделируют генетические, структурные и технологические дефекты в проводниках.

---

В радиоэлектронике и вычислительной технике все чаще применяются узлы и объекты, которые рождаются уже с готовыми и сформированными выходными параметрами. В совокупности их работа в электромагнитных полях, собственных и внешних, оказывает существенное влияние на функциональные возможности радиоэлектронных приборов и изделий. Чтобы контролировать такие изделия по выходным характеристикам, следует применять методы измерений электрических и магнитных величин в малых объемах. Традиционные методы не подходят из-за соизмеримости датчиков и самих объектов.

При изучении эффектов концентрации электрических и магнитных полей вокруг дефектов в проводниках и диэлектриках применяется теневой электронно-оптический метод муаровых полос, позволяющий визуализировать силовые и эквипотенциальные линии поля с помощью пучка электронов, разносторонне отклоняющегося обобщенной силой Лоренца и проходящего через растровую сетку на экран электронного микроскопа (рис. 1) [1].

Перемещения и деформации в механическом поле напряжений можно оценивать с помощью муаровых узоров, сформированных при наложении искаженной сетки на неискаженную в процессе действия силовых нагрузок [2]. Причем привлекательность муаровой интерферометрии на дифракционных решетках состоит в том, что измерение можно делать в широком диапазоне спектра переме-



**Рис. 1. Муаровые узоры на магнитном поле плоского проводника при неизменном токе на различных пластинах:**  
*a* – бездефектной; *б* – с центральным отверстием;  
*в* – краевой трещиной; *г* – залеченной трещиной

щений, который контролируется и связан с ячеистым размером решетки или рас-тра. Такой принцип используют при измерении и визуализации электрических и магнитных полей. Основанием для этого служат разные смещения пучка электронов в магнитном и электрическом полях, обусловленные обобщенной силой Лоренца. Появление муаровой картины на экране электронного микроскопа обусловлено наличием в его колонне возмущающего поля, а физико-математическое моделирование явления позволяет отобразить картину силовых линий поля и его количественную характеристику [3].

Рассмотрим две параллельные сетки с частотой  $f_1$  и  $f_2$  вдоль оси  $x$ . Допустим, что прозрачность каждой из сеток меняется по синусоидальному закону:

$$\begin{aligned} T_1(x) &= t_0(1 + A_1 \cos 2\pi f_1 x); \\ T_2(x) &= t_0(1 + A_2 \cos 2\pi f_2 x), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $t_0$  – средняя прозрачность двух сеток;  $A_1$  и  $A_2$  – амплитуда сеток, обусловленная контрастностью каждой сетки. Результирующая прозрачность, исходя из суперпозиции этих двух функций, задается их произведением

$$\begin{aligned} T(x) &= T_1(x)T_2(x) = t_0^2(1 + A_1 \cos 2\pi f_1 x + A_1 A_2 \cos 2\pi f_1 x \cos 2\pi f_2 x) = \\ &= t_0^2 \left( 1 + A_1 \cos 2\pi f_1 x + A_2 \cos 2\pi f_2 x + \frac{A_1 A_2}{2} \cos 2\pi(f_1 + f_2)x + \right. \\ &\quad \left. + \frac{A_1 A_2}{2} \cos 2\pi(f_1 - f_2)x \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\frac{A_1 A_2}{2} \cos 2\pi(f_1 - f_2)x$  – муаровая картина, определяющая муаровую частоту  $f = f_1 - f_2$ .

Если одна из сеток каким-либо образом деформируется и ложится на недеформированную сетку (эталон), то появляются муаровые полосы, которые представляют собой линии равных смещений вдоль направления  $x$  с частотой следования, определяемой муаровой частотой.

Между двумя соседними полосами, белыми или черными (пучностями или узлами), смещение равно шагу эталонной сетки, а деформацию вдоль оси  $x$  можно вычислить по формуле [3]

$$\Delta_x = \frac{u}{l} = \frac{na}{l}, \quad (3)$$

где  $u$  – результирующее смещение в исследуемой области;  $n$  – число полос внутри исследуемой области;  $a$  – шаг сетки или ее период, обратный муаровой частоте;  $l$  – длина исследуемой области, которая в рассматриваемом направлении  $x$  называется базисной.

Следует отметить, что устойчивая муаровая картина на базисной длине выглядит рядом явно выраженных черных и белых полос из-за увеличения интерференционной контрастности (см. рис. 1). Это обстоятельство нуждается в дальнейшей компьютерной обработке муаровых картин при подсчете темных и светлых пикселей, в некоторых контрастных случаях избегая фильтрации.

При анализе явления интерференции, когда интенсивность суперпозиции двух волн не равна их сумме, рассмотрим две монохроматические волны, представляемые электрической составляющей:

$$\begin{aligned} E_1(x) &= A_1 \cos(\omega t - \varphi_1); \\ E_2(x) &= A_2 \cos(\omega t - \varphi_2), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\omega$  – частота;  $\varphi_1, \varphi_2$  – начальные фазы составляющих  $E_1$  и  $E_2$ .

В комплексной форме:

$$\begin{aligned} \dot{E}_1(x) &= \dot{A}_1 e^{-j\omega t} = A_1 e^{-(j\omega t - \varphi_1)}; \\ \dot{E}_2(x) &= \dot{A}_2 e^{-j\omega t} = A_2 e^{-(j\omega t - \varphi_2)}. \end{aligned} \quad (5)$$

При интерференции волн возникает результирующее поле в точке  $m$

$$\dot{E}(x) = \dot{E}_1(x) + \dot{E}_2(x) = (\dot{A}_1 + \dot{A}_2) e^{-j\omega t}. \quad (6)$$

Мощность излучения или интенсивность световой волны задается произведением комплексной и сопряженной амплитуд

$$\dot{I}(m) = \dot{A}(m) A^*(m). \quad (7)$$

Интенсивность максимальна в пучностях, когда волны совпадают по фазе  $\varphi_1 = \varphi_2$  и минимальна в узлах, когда фазы противоположны  $\varphi_1 = \varphi_2 \pm \pi$ , то есть:

$$\begin{aligned} I_{\max} &= (A_1 + A_2)^2 = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2; \\ I_{\min} &= (A_1 - A_2)^2 = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом появляются интерференционные полосы. Их контраст можно определить через коэффициент видимости  $V$

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}. \quad (9)$$

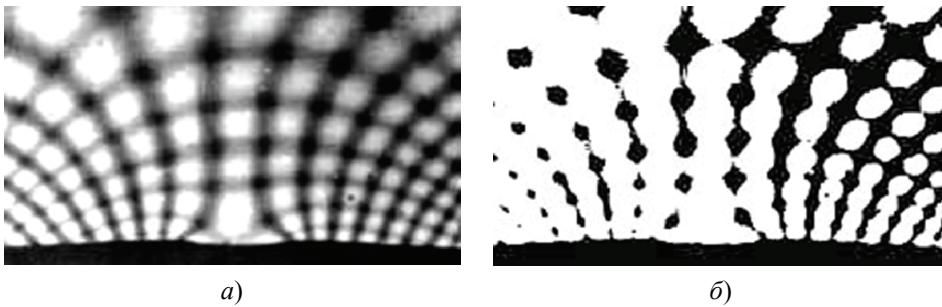


Рис. 2. Изображение муаровой картины до фильтрации (а), после фильтрации (б)

Коэффициент видимости всегда  $V \geq 1$ , когда  $I_1 = I_2 = I_0$ . Подставляя в уравнение (7), получим

$$I(m) = I_0(1 + V \cos(\varphi_1 - \varphi_2)). \quad (10)$$

Таким образом, в пучностях интенсивность полос максимальна и при равных волновых интенсивностях излучения вдвое превышает каждую из них. Поэтому контраст черноты на муаровых картинах наибольший. По той же причине в узлах появляются белые полосы. В целом, если картина муара включает серые цвета, близкие как к черному, так и белому, следует обстоятельно провести операцию фильтрации, исключая эти цветовые оттенки. Тогда муаровую картину можно обрабатывать согласно формуле (3), так как выполняются условия (2) и (10).

Экспериментально это подтверждается муаровой картиной магнитного поля плоского проводника с центральным отверстием, на которой степень искажения полос моделирует концентрацию поля в малом объеме (рис. 2, а). Машинная обработка картины позволяет выявить 256 оттенков черного и белого цветов, а соответствующая фильтрация изображения, выполненная по методике работы [4], оставляет на этой картине только черные и белые полосы (рис. 2, б). Такая операция необходима для точного определения перемещения, вызванного силой Лоренца [5], по которой с совместным решением (3) находится напряженность магнитного поля в малом объеме.

Отметим, что фильтрация муаровых картин увеличивает точность и объективность результатов, полнее извлекает информацию из экспериментальных данных и повышает темпы научных исследований [6].

#### Список литературы

1. Исследование магнитного поля проводника с трещиной по электронно-оптическим муаровым картинам / В. М. Иванов [и др.] // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2007. – Т. 13, № 2. – С. 574 – 577.
2. Дюрелли, А. Анализ деформаций с использованием муара / А. Дюрелли, В. Паркс. – М. : Мир, 1974. – 356 с.
3. Иванов, В. М. Электронно-оптический муар в исследовании электрических и магнитных полей / В. М. Иванов, С. Фофана // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2014. – Т. 20, № 1. – С. 117 – 128.
4. Электронно-оптическое муаровое моделирование процессов концентрации энергии в плоском проводнике с током на дефекте в виде трещины / В. М. Иванов [и др.] // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2002. – Т. 8, № 4. – С. 633 – 637.
5. Разрушение дефектных проводников с током в магнитном поле / А. В. Лановая [и др.] // Известия РАН. Сер. : Физическая. – 2008. – Т. 72, № 9. – С. 1341 – 1343.

6. Иванов, В. М. Диагностика электротехнических материалов по электронно-оптическим муаровым картинам / В. М. Иванов, С. Фофана // Вестн. Тамб. университета. Сер. : Естественные и техн. науки. – 2013. – Т. 18, № 4 – 2. – С. 1936.

---

## Physical Model of Electron-Optical Moire

V. M. Ivanov<sup>1</sup>, S. Fofana<sup>1</sup>, A. V. Lanovaya<sup>2</sup>,  
N. P. Motorina<sup>1</sup>, E. O. Fedosova<sup>1</sup>

*Departments: "Power Engineering" (1); "Higher Mathematics" (2)  
TSTU; IVM-tstu@mail.ru*

**Keywords:** conducting medium with structural defects; electron-optical moiré; scattering magnetic fields.

**Abstract:** The electro-optical moiré patterns have to meet a range of criteria on the degree of distortion of the field lines of electric and magnetic fields. The distinct ones have symmetry breaking and fractal changes. We propose physical fundamentals of electro-optical moiré patterns on the objects generating electric and magnetic fields in small volumes. Such objects include holes and notches of varying severity in metal plates, which model genetic, structural and technological defects in conductors.

### References

1. Ivanov V.M., Lanovaya A.V., Pechagin E.A., Vinokurov E.B., Manushkin A.A. [Research into Magnetic Field of Cracked Conductor by Electronic Optical Moire Images], *Transactions of Tambov State Technical University*, 2007, vol. 13, no. 2, pp. 574-577. (In Russ., abstract in Eng.)
2. Dyurelli A., Parks V. *Analiz deformatsii s ispol'zovaniem muara* [Analysis of deformations using moire], Moscow: Mir, 1974, 356 p. (In Russ.)
3. Ivanov V.M., Fofana S. [Electro-Optical Moiré in the Study of Electric and Magnetic Fields], *Transactions of Tambov State Technical University*, 2014, vol. 20, no. 1, pp. 117-128. (In Russ., abstract in Eng.)
4. Ivanov V.M., Baryshev G.A., Baranov A.V., Pechagin E.A. [Electronic Optical Moire Modeling of Energy Concentration Processes in Flat Conductor with Current on Crack-Shaped Defect], *Transactions of Tambov State Technical University*, 2002, vol. 8, no. 4, pp. 633-637. (In Russ., abstract in Eng.)
5. Lanovaya A.V., Ivanov V.M., Lozenkov A.A., Pluzhnikova T.N. [Destruction of defective conductors with a current in a magnetic field], *Izvestiya RAN. Ser. : Fizicheskaya* [Bulletin of the Russian Academy of Sciences : Physics], 2008, vol. 72, no. 9, pp. 1341-1343. (In Russ., abstract in Eng.)
6. Ivanov V.M., Fofana S. [Testing Of Electrotechnical Materials on Electron Optical Moire Pictures], *Vest. Tamb. universiteta. Seriya : Estestvennye i tekhn. nauki* [Tambov University Reports. Series : Natural and Technical Sciences], 2013, vol. 18, no. 4-2, p. 1936. (In Russ., abstract in Eng.)

---

## Physikalisches Modell des elektronenoptischen Moires

**Zusammenfassung:** Die elektronenoptischen Moiremuster stellen den komplizierten Übungsplatz dar, der das Spektrum der Kriterien nach den Stufen der Entstellung der Kraftlinien der elektrischen und magnetischen Felder enthält, die



offenbaren von ihnen sind vom Verstoß der Symmetrie und der Veränderung der Fraktalität geäußert. Es sind einige physikalischen Grundlagen des Erhaltens der elektronenoptischen Moireebilder auf den Objekten der Erzeugung der elektrischen und magnetischen Felder in den kleinen Umfängen angeboten. Als solche Objekte können die Öffnungen und die Ausschnitte verschiedenen Witzes in den metallischen Platten sein, die die genetischen, strukturellen und technologischen Defekte in den Schaffnern modellieren.

---

### **Modèle physique de la moire électro-optique**

**Résumé:** Les motifs de la moire électro-optiques présente un polygone complexe contenant un éventail de critères de mesure de la déviation des lignes de force du champ électrique et magnétique, les déviations évidentes sont exprimées par la violation de la symétrie et le changement de la fractalité. Sont proposées quelques bases physiques de l'obtention des images de moire électro-optiques sur les objets de la génération de champs électriques et magnétiques dans de petites quantités. De tels objets peuvent être des trous et des découpes de différentes acuités dans les plaques métalliques qui modélisent des défauts génétiques, structurels et technologiques dans les conducteurs.

---

**Авторы:** *Иванов Владимир Михайлович* – кандидат физико-математических наук, профессор кафедры «Электроэнергетика»; *Фофана Синду* – соискатель кафедры «Электроэнергетика»; *Лановая Анна Владимировна* – кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры «Высшая математика»; *Моторина Наталья Петровна* – кандидат педагогических наук, доцент кафедры «Электроэнергетика»; *Федосова Екатерина Олеговна* – магистрант, ФГБОУ ВО «ТГТУ».

**Рецензент:** *Федоров Виктор Александрович* – доктор физико-математических наук, профессор института математики, естествознания и информационных технологий, ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный университет имени Г. Р. Державина».

---