

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НАГРЕВАНИЯ ВОЗДУХА КОНДЕНСИРУЮЩИМСЯ ПАРОМ В ДВУХТРУБНОМ ТЕПЛООБМЕННИКЕ

А. Б. Голованчиков¹, С. Б. Воротнева¹, Н. А. Дулькина²

*Кафедра «Процессы и аппараты химических и пищевых производств»,
ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технический университет» (1);
ФГУП «Всероссийский научно-исследовательский институт авиационных
материалов» (2), г. Волгоград; pahp@vstu.ru*

Ключевые слова: аналитическое решение; граничное условие; двухтрубный теплообменник; продольная теплопроводность; тепловой баланс; число Пекле.

Аннотация: На основании элементарного теплового баланса выведено уравнение зависимости влажности конденсирующего пара и температуры нагреваемого воздуха с учетом продольной теплопроводности и представлено новое граничное условие для градиента температуры воздуха на выходе из двухтрубного теплообменника. Получено аналитическое решение дифференциального уравнения второго порядка, определяющего зависимость температуры воздуха по длине труб. Проведены сравнительные расчеты параметров теплообменников для различных структур потоков теплоносителей: идеального вытеснения, смешения и с учетом продольной теплопроводности, которые показали, что расчет по типовому алгоритму (идеальному вытеснению) при значениях числа Пекле $Pe < 12$ приводит к заниженным величинам поверхности теплопередачи и длины теплообменника.

Существующие алгоритмы расчетов двухтрубных теплообменников предполагают наличие двух крайних случаев: отсутствие продольной теплопроводности $\lambda_\ell \rightarrow 0$, $Pe = vL/a_\ell \rightarrow \infty$ – идеальное вытеснение; $\lambda_\ell \rightarrow \infty$, $Pe = vL/\lambda_\ell \rightarrow 0$ – идеальное смешение. В реальных теплообменниках структуру потока целесообразно описывать с учетом продольной теплопроводности по аналогии с массообменными аппаратами и реакторами, где она учитывается продольной диффузией [1 – 7].

Составим элементарный тепловой баланс для сечений *I-I* и *II-II*, расположенных на расстоянии $d\ell$ друг от друга (рис. 1). Пар не меняет свою температуру t_d , но, конденсируясь, увеличивает влажность W , а воздух, двигаясь со скоростью v , изменяет температуру t за счет теплопередачи и скорости продольной теплопроводности v_t . Тогда получаем

$$Gc_p t + G_d r_d W + v_t S = Gc_p \left(\left(t + \frac{dt}{d\ell} d\ell \right) + G_d r_d \left(W + \frac{dW}{d\ell} d\ell \right) + \left(v_t + \frac{dv_t}{d\ell} d\ell \right) S \right).$$

После алгебраических преобразований с учетом модифицированного уравнения продольной теплопроводности, аналогичного первому закону Фурье-Кирхгофа [1, 2]

$$v_t = -\lambda_\ell \frac{dt}{d\ell}, \quad (1)$$

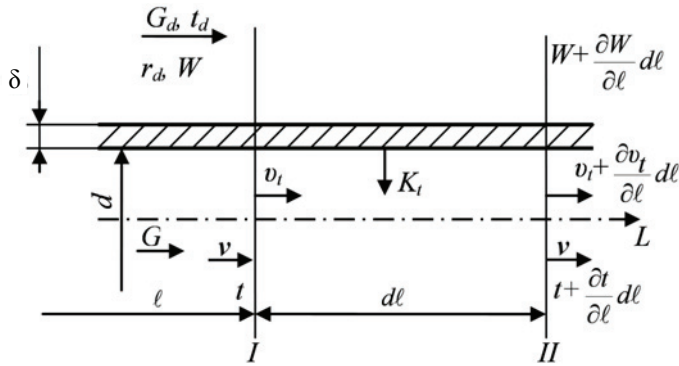


Рис. 1. К выводу дифференциальных уравнений теплового баланса и теплопередачи с учетом продольной теплопроводности

получаем дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами

$$S\lambda_l \frac{d^2 t}{d\ell^2} = Gc_p \frac{dt}{d\ell} - G_d r_d \frac{dW}{d\ell}$$

или при переходе в безразмерный вид по координате ℓ , $x = \ell/L$

$$\frac{d^2 t}{dx^2} = \text{Pe} \frac{dt}{dx} - \left(\frac{G_d}{G} \right) \left(\frac{r_d}{c_p} \right) \text{Pe} \frac{dW}{dx},$$

где $a_\ell = \lambda_\ell / c_p \rho$ – коэффициент продольной теплопроводности.

Проинтегрируем по параметрам t и W последнее уравнение

$$\int_{t_0}^t \frac{d^2 t}{dx^2} dx = \text{Pe} \int_{t_0}^t \frac{dt}{dx} dx - \text{Pe} \left(\frac{G_d}{G} \right) \left(\frac{r_d}{c_p} \right) \int_0^W \frac{dW}{dx} dx$$

и, обозначив градиент температуры $g = dt/dx$, получим уравнение связи влажности и температуры воздуха

$$g - g_0 = \text{Pe}(t - t_0) - \text{Pe} \left(\frac{G_d}{G} \right) \left(\frac{r_d}{c_p} \right) W$$

или с учетом граничного условия на входе [1 – 3]:

$$x = 0, t_n = t_0 - \frac{1}{\text{Pe}} g_0, \quad (2)$$

$$g = \text{Pe}(t - t_n) - \text{Pe} \left(\frac{G_d}{G} \right) \left(\frac{r_d}{c_p} \right) W. \quad (3)$$

Так как уравнение интегрального теплового баланса имеет вид

$$G_d r_d = Gc_p (t_k - t_n), \quad (4)$$

когда $W = 1$ и $t = t_k$, то есть весь пар превращается в конденсат, то

$$g_k = \text{Pe}(t_k - t_n) - \text{Pe} \frac{G_d r_d}{Gc_p}.$$

Совместное решение последних двух уравнений приводит к граничному условию на выходе для градиента температуры:

$$x = 1, g_k = 0. \quad (5)$$

Выведем дифференциальное уравнение теплового баланса для нагреваемого воздуха с учетом передачи тепла от конденсирующегося пара за счет теплопередачи (см. рис. 1)

$$Gc_p t + v_t S + K_t \pi (d + \delta) d \ell (t_d - t) = Gc_p \left(t + \frac{dt}{d\ell} d\ell \right) + \left(v_t + \frac{dv_t}{d\ell} d\ell \right) S,$$

которое с учетом уравнения (1), нормировки по длине и вышеприведенных обозначений числа Пекле Pe и коэффициента продольной теплопроводности a_t принимает вид

$$\frac{d^2 t}{dx^2} = Pe \frac{dt}{dx} - \frac{4(d + \delta)\tau K_t}{d^2 c_p \rho} (t_d - t). \quad (6)$$

После замены переменных $y = t_d - t$ получаем однородное дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - Pe \frac{dy}{dx} - qy = 0,$$

где $q = \frac{4Pe(d + \delta)\tau}{d^2 c_p \rho} K_t$, которое имеет аналитическое решение в виде [8]

$$t = t_d + C_1 e^{\eta_1 x} + C_2 e^{\eta_2 x}, \quad (7)$$

где

$$\eta_{1,2} = \frac{Pe}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{Pe}{2}\right)^2 + q}, \quad (8)$$

а постоянные интегрирования C_1 и C_2 находятся из граничных условий (2) и (5).

Ниже представлен алгоритм расчета зависимости температуры нагреваемого воздуха от относительной длины.

Первый блок формул традиционный и связан со стандартными расчетами параметров двухтрубного теплообменника как идеального вытеснителя, прежде всего расхода греющего пара, коэффициентов теплопередачи и среднего времени пребывания τ_g . Профиль температур воздуха по длине двухтрубного теплообменника найдем из уравнения (6), приняв $Pe = 0$.

Тогда

$$\frac{dt}{dx} = \frac{4(d + \delta)\tau_g}{d^2 c_p \rho} K_t (t_d - t)$$

и после разделения переменных и интегрирования получим среднее время пребывания нагреваемого воздуха во внутренней трубе

$$\tau_g = \frac{c_p \rho d^2}{4K_t (d + \delta)} \ln \left(\frac{t_d - t_n}{t_d - t_k} \right), \quad (9)$$

а длину $\ell_r = \tau_g v$.

Второй блок расчетов:

1) задаемся временем пребывания $\tau_d > \tau_g$, например, повышаем его на каждой ступени расчета на 1 %;

2) для каждого τ_d определяем q , а по формулам (8) корни характеристического уравнения r_1 и r_2 ;

3) постоянные интегрирования C_1 и C_2 находим из граничных условий на выходе: $x = 1$, $t = t_k$ и с учетом уравнения (7)

$$t_k = t_d + C_1 e^{\eta_1} + C_2 e^{\eta_2}. \quad (10)$$

Взяв производную по x от уравнения (7), получаем

$$g = \frac{dt}{dx} = C_1 r_1 e^{r_1 x} + C_2 r_2 e^{r_2 x}, \quad (11)$$

которое с учетом граничного условия (5) принимает вид

$$0 = C_1 r_1 e^{r_1} + C_2 r_2 e^{r_2}. \quad (12)$$

Из совместного решения (10) и (11) получаем алгебраические выражения

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= (t_k - t_d) \exp(-r_1) / (1 - (r_1/r_2)); \\ C_2 &= -C_1 \exp(r_1 - r_2) (r_1/r_2); \end{aligned} \right\}$$

4) по формулам (7) и (11) проводим расчеты для $x = 0$

$$\left. \begin{aligned} t_0 &= t_d + C_1 + C_2; \\ g_0 &= C_1 r_1 + C_2 r_2 \end{aligned} \right\}$$

и сравниваем $t_{nr} = t_0 - (g_0/Pe)$ с t_n . Если они отличаются по абсолютной величине не более заданного значения, например

$$\delta = \left| \frac{t_{nr} - t_n}{t_n} \right| 100 \% < 1 \%, \quad (13)$$

то расчеты заканчиваем, если последнее условие не выполняется, то увеличиваем τ_d на 1 % и повторяем пункты 2 – 4 до выполнения условия (13).

В таблице 1 приведены исходные и справочные данные, табл. 2 – основные расчетные параметры двухтрубного теплообменника для нагревания дутьевого воздуха котельных конденсирующим паром, причем результаты расчетов приведены в сравнении модели продольной теплопроводности при $Pe = 7,2$ с идеальным вытеснением $Pe \rightarrow \infty$ ($\lambda_\ell \rightarrow 0$) и идеальным смешением $Pe \rightarrow 0$ ($\lambda_\ell \rightarrow \infty$).

Таблица 1

Исходные и справочные данные

Наименование параметра	Размерность	Обозначение	Величина
1	2	3	4
Исходные данные			
Производительность по нагреваемому воздуху, движущемуся во внутренней трубе	кг/ч	G	25
Начальная температура нагреваемого воздуха	°C	t_n	20
Конечная температура нагреваемого воздуха	°C	t_k	150
Справочные данные [9, 10]			
Температура греющего насыщенного водяного пара	°C	t_d	169,6
Удельная теплота конденсации	кДж/кг	r_d	2057
Плотность конденсата	кг/м ³	ρ_d	897
Динамическая вязкость конденсата	Па·с	μ_d	$2,1 \cdot 10^{-4}$
Теплопроводность конденсата	Вт/(м·К)	λ_d	0,679
Давление насыщенного водяного пара	атм	p_d	8

Продолжение табл. 1

1	2	3	4
Теплоемкость нагреваемого воздуха при средней температуре	Дж/(кг·К)	c_p	1040
Теплопроводность воздуха при средней температуре	Вт/(м·К)	λ	$3,6 \cdot 10^{-2}$
Вязкость воздуха при 0 °С	Па·с	μ_0	$1,946 \cdot 10^{-5}$
Температурный коэффициент вязкости воздуха	К ⁻¹	a	$1,3 \cdot 10^{-3}$
Коэффициент объемного расширения воздуха	К ⁻¹	β	$3,66 \cdot 10^{-2}$
Внутренний диаметр внутренней трубы	м	d	$6,5 \cdot 10^{-2}$
Толщина стенки трубы	м	δ	$5 \cdot 10^{-3}$
Теплопроводность стальной стенки	Вт/(м·К)	λ_w	46,2
Термическое сопротивление отложений	(Вт/(м ² ·К)) ⁻¹	r_s	$4 \cdot 10^{-4}$

Таблица 2

Основные расчетные параметры двухтрубного теплообменника

Наименование параметра	Размерность	Обозначение	Величина		
			и.в.*	Re = 7,2	и.с.*
1	2	3	4	5	6
Расход греющего пара	кг/ч	G_d	1,69	1,69	1,69
Средняя движущая сила теплопередачи	°С	Δt	64	55,3	19,6
Средняя температура нагреваемого воздуха	°С	t_s	105,6	114,3	150
Удельная тепловая мощность	Вт/м ²	q	699,2	597	208,5
Коэффициент теплопередачи	Вт/(м ² ·К)	K_t	10,9	10,8	10,63
Число Рейнольдса воздуха	–	Re	6096,4	6028	5754,2
Скорость воздуха при средней температуре	м/с	v	2,25	2,3	2,51
Длина теплообменника	м	ℓ_r	6,23	7,61	21,1
Температура воздуха на входе	°С	t_0	20	51	150
Скачок температуры нагреваемого воздуха на входе	°С	Δt_0	0	31	130
Градиент температуры нагреваемого воздуха на входе	°С	g_0	313,2	236,2	0

1	2	3	4	5	6
Среднее время пребывания нагреваемого воздуха в центральной трубе	с	τ	2,77	3,3	8,41
Коэффициенты расчетного уравнения (7)	–	q	–	9,2	–
	–	r_1	–	–2	–
	–	r_2	–	18,4	–
	°С	C_1	–	$-3,54 \cdot 10^{-4}$	–
	°С	C_2	–	–118,96	–

* и.в. – идеальный вытеснитель; и.с. – идеальный смеситель

Очевидно, что при $Pe = 7,2$ с учетом продольной теплопроводности длина теплообменника и соответственно его теплопередающая поверхность должна быть увеличена на 20 % по сравнению с идеальным вытеснителем, когда $Pe \rightarrow \infty$, а скачок температуры на входе составит 31 °С. На рисунке 2 представлены графики изменения температуры t нагреваемого воздуха по длине двухтрубного теплообменника ℓ , где продольная теплопроводность сначала имеет высокую скорость нарастания температуры по длине, а затем данная скорость замедляется вплоть до нуля при $\ell = 7,6$.

Рассчитаны зависимости длины ℓ_r двухтрубного теплообменника и температуры на входе t_0 от числа Пекле продольной теплопроводности (рис. 3).

Результаты расчетов показали, что при $Pe > 12$ увеличение длины теплообменника с продольной теплопроводностью по сравнению с типовым расчетом, соответствующим идеальному вытеснению, не превышает 10 % и теплообменник можно считать по типовому алгоритму. Однако при уменьшении числа Пекле $Pe < 12$ расчет может приводить к значительному занижению поверхности и дли-

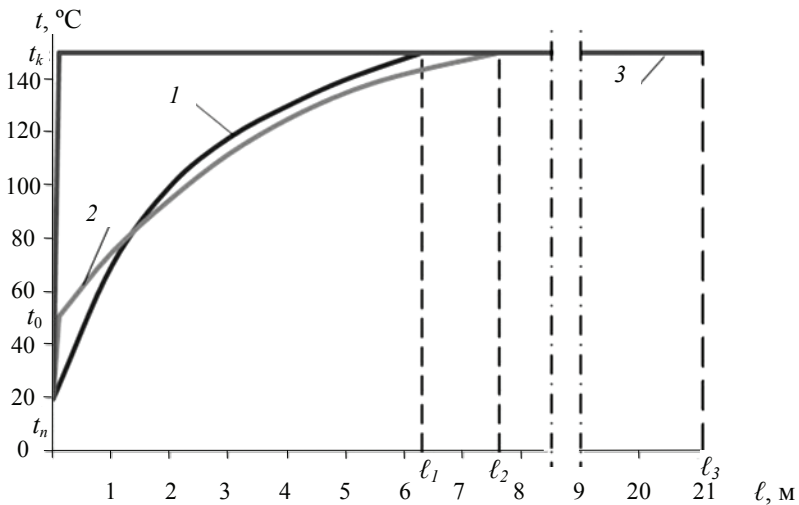


Рис. 2. Профили температур нагреваемого воздуха по длине двухтрубного теплообменника:

1 – идеальный вытеснитель, $Pe \rightarrow \infty$; 2 – с учетом продольной теплопроводности, $Pe = 7, 2$; 3 – идеальный смеситель, $Pe \rightarrow 0$

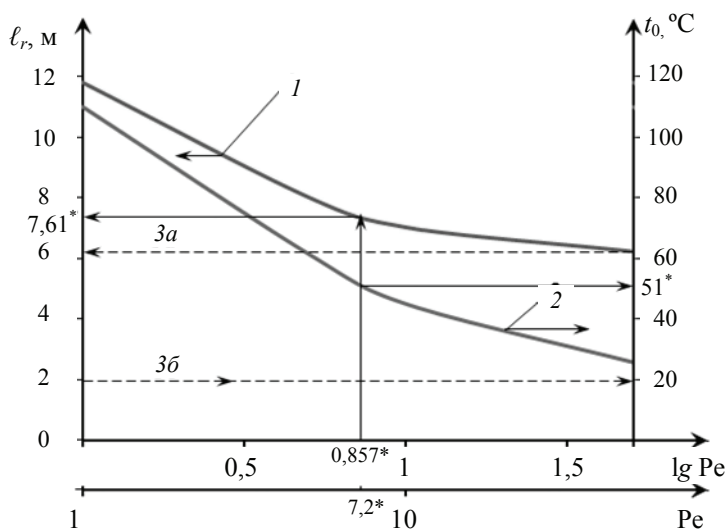


Рис. 3. Зависимость длины (1) двухтрубного теплообменника и входной температуры нагреваемого воздуха (2) от числа Пекле: 3а – длина идеального вытеснителя; 3б – входная температура воздуха в идеальном вытеснителе; * – параметры при $Pe = 7,2$

ны при использовании типового алгоритма. При $Pe = 1$ необходимая длина увеличивается с 6,2 до 11,8 м, то есть более, чем на 90 %, а температура на выходе t_0 за счет обратной продольной теплопроводности с 20 до 110 °С, то есть в 5,5 раз.

Список литературы

1. Левеншпиль, О. Инженерное оформление химических процессов / О. Левеншпиль ; под ред. М. Г. Слинько. – М. : Химия, 1969. – 624 с.
2. Кафаров, В. В. Методы кибернетики в химии и химической технологии / В. В. Кафаров. – М. : Химия, 1985. – 379 с.
3. Полянин, А. Д. Реакционно-диффузионные уравнения с задержкой по времени / А. Д. Полянин, А. И. Журов, А. В. Вязьмин // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2015. – Т. 21, № 1. – С. 71 – 77.
4. Влияние структуры потоков на эффективность конвективного теплообмена в трубчатых аппаратах / В. П. Захаров [и др.] // Теорет. основы хим. технологии. – 2004. – Т. 38, № 5. – С. 528 – 531.
5. Бобылев, В. Н. Тепловой расчет подогревателя с учетом структуры потока теплоносителя / В. Н. Бобылев // Хим. пром-ть сегодня. – 2009. – № 7. – С. 45 – 50.
6. Efficient Surfaces for Heat Exchangers Fundamentals and design / E. K. Kalinin, [et al.]. – New York; Wallingford : Begell House, 2002. – XIX. – 392 p.
7. Голованчиков, А. Б. Моделирование гидромеханических и тепломассообменных процессов в аппаратах и реакторах : монография / А. Б. Голованчиков, Н. А. Дулькина, Ю. В. Аристова ; ВолгГТУ. – Волгоград, 2013. – 140 с.
8. Выгодский, М. Я. Справочник по высшей математике / М. Я. Выгодский. – 8-е изд. – М. : Наука, 1966. – 870 с.
9. Павлов, К. Ф. Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии : учеб. пособие для вузов / К. Ф. Павлов, П. Г. Романков, А. А. Носков ; под ред. чл.-кор. АН России П. Г. Романкова. – 10-е изд., перераб. и доп. – М. : Альянс, 2013. – 576 с.
10. Мищенко, К. П. Краткий справочник физико-химических величин / К. П. Мищенко, А. А. Равдель. – 7-е изд., испр. – Л. : Химия, 1974. – 200 с.

Simulation of Heating Air in Double-Pipe Enclosed Heat Exchanger Using Condensing Vapor

A. B. Golovanchikov¹, S. B. Vorotneva¹, N. A. Dul'kina²

Department of Processes and Devices of Chemical and Food Production, Volgograd State Technical University (1); All-Russian Research Institute of Aviation Materials (2), Volgograd; pahp@vstu.ru

Keywords: analytical solution; double-pipe enclosed heat exchanger; heat balance; limiting condition; Peclet number; longitudinal thermal conduction.

Abstract: We derived the dependence equation of moisture condensing vapor and the heated air temperature given the longitudinal thermal conduction on the basis of the elementary heat balance, and obtained a new limiting condition for the temperature gradient of air at the output of the double-pipe enclosed heat exchanger. We obtained an analytical solution of the differential equation of the second order, which determines the dependence of the air temperature along the length of the pipes. We carried out the comparative calculations of heat exchangers parameters for different flow structures of heat carriers: plug flow, perfect mixing and flow of the longitudinal thermal conductivity. The calculation according standard algorithms (plug flow) in the Peclet number $Pe < 12$ leads to underestimation of the values of the heat transfer surface and the length of the heat exchanger.

References

1. Levenshpil' O. *Inzhenernoe oformlenie khimicheskikh protsessov* [Engineering design of chemical processes], Moscow: Khimiya, 1969, 624 p. (In Russ.)
2. Kafarov V.V. *Metody kibernetiki v khimii i khimicheskoi tekhnologii* [Cybernetics methods in chemistry and chemical engineering], Moscow: Khimiya, 1985, 379 p. (In Russ.)
3. Polyanin A.D., Zhurov A.I., Vyaz'min A.V. [Time-Delayed Reaction-Diffusion Equations], *Transactions of Tambov State Technical University*, 2015, vol. 21, no. 1, pp. 71-77. (In Russ., abstract in Eng.)
4. Zakharov V.P., Minsker K.S., Berlin A.I., Shevlyakov F.B. [Effect of the flow pattern on the convective heat transfer efficiency in tubular apparatuses], *Teoreticheskie osnovy khimicheskoi tekhnologii* [Theoretical Foundations of Chemical Engineering], 2004, vol. 38, no. 5, pp. 528-531. (In Russ., abstract in Eng.)
5. Bobylev V.N. [Thermal design of the heater, taking into account the structure of the coolant flow], *Khimicheskaya promyshlennost' segodnya* [Chemical Industry Today], 2009, no. 7, pp. 45-50. (In Russ.)
6. Kalinin E.K., Dreitser G.A., Kopp I.Z., Myakotchin A. S. *Efficient Surfaces for Heat Exchangers Fundamentals and design*, New York; Wallingford: Begell house, 2002, XIX, 392 p.
7. Golovanchikov A.B., Dul'kina N.A., Aristova Yu.V. *Modelirovanie gidromekhanicheskikh i teplomas-soobmennykh protsessov v apparatakh i reaktorakh* [Modeling of hydro and heat and mass transfer processes in devices and reactors], Volgograd: VolgGTU, 2013, 140 p. (In Russ.)
8. Vygodskii M.Ya. *Spravochnik po vysshei matematike* [Directory of higher mathematics], Moscow: Nauka, 1966, 870 p. (In Russ.)
9. Pavlov K.F., Romankov P.G., Noskov A.A. *Primery i zadachi po kursu protsessov i apparatov khimiche-skoi tekhnologii: ucheb. posobie dlya vuzov* [Examples

and problems at the rate of processes and devices of chemical engineering: a textbook for high schools], Moscow: Al'yans, 2013, 576 p. (In Russ.)

10. Mishchenko K.P., Ravdel' A.A. *Kratkii spravochnik fiziko-khimicheskikh velichin* [Quick Reference physico-chemical variables], Leningrad: Khimiya, 1974, 200 p. (In Russ.)

Modellierung des Prozesses des Lufterwärmens von dem kondensierenden Dampf im Doppelrohrwärmeübertrager

Zusammenfassung: Aufgrund des elementaren thermischen Bilanzen ist die Gleichung der Abhängigkeit der Feuchtigkeit des kondensierenden Dampfes und der Temperatur der erwärmenden Luft mit Rücksicht auf die Längswärmeleitfähigkeit herausgeführt und es ist die neue Grenzbedingung für den Gradienten der Lufttemperatur auf dem Ausgang aus dem Doppelrohrwärmeübertrager erhalten. Es ist die analytische Lösung der Differentialgleichung der II. Ordnung, die die Abhängigkeit der Lufttemperatur nach der Länge der Rohre bestimmt, erhalten. Es sind die vergleichenden Berechnungen der Parameter der Wärmeüberträger für die verschiedenen Strukturen der Ströme der Wärmeträger durchgeführt: der idealen Verdrängung, der Vermischung und unter Berücksichtigung der Längswärmeleitfähigkeit, die gezeigt haben, dass die Berechnung nach dem typisierten Algorithmus (der idealen Verdrängung) bei den Bedeutungen der Zahl von Peclet $Pe < 12$ zu den unterbewerteten Größen der Oberfläche der Wärmeübertragung und der Länge des Wärmeübertragers bringt.

Modélisation du processus du réchauffement de l'air par le vapeur condensant dans l'échangeur de chaleur à deux tubes

Résumé: A la base de la balance thermique élémentaire est déduite l'équation de la dépendance de l'humidité du vapeur condensant et de la température de l'air chauffé en tenant compte de la conductivité thermique longitudinale; est reçue une nouvelle condition de limite pour le gradient de la température de l'air à la sortie de l'échangeur de chaleur à deux tubes. Est reçue la solution analytique de l'équation différentielle de II ordre définissant la dépendance de la température de l'air le long des tubes. Sont mentionnés les calculs comparatifs des paramètres d'échangeurs de chaleur pour de différentes structures des courants des échangeurs de chaleur.

Авторы: *Голованчиков Александр Борисович* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Процессы и аппараты химических и пищевых производств»; *Воротнева Светлана Борисовна* – аспирант кафедры «Процессы и аппараты химических и пищевых производств», ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технический университет»; *Дулькина Наталия Александровна* – ученый секретарь научно-технического совета, ФГУП «Всероссийский научно-исследовательский институт авиационных материалов», г. Волгоград.

Рецензент: *Фоменков Сергей Алексеевич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Системы автоматизированного проектирования и поискового конструирования», ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технический университет», г. Волгоград.