

РАЗМЕРНОЕ КВАНТОВАНИЕ В ПОДЗАТВОРНОМ СЛОЕ ПОЛЕВОЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СТРУКТУРЫ

А. П. Королев, В. А. Ершов

Кафедра «Материалы и технология», ФГБОУ ВПО «ТГТУ»;
korolevanpal@yandex.ru

Ключевые слова: квантовая яма; полевая полупроводниковая структура; размерное квантование; уравнение Шредингера; электроны; энергетические уровни.

Аннотация: Рассмотрены условия квантования энергии электронов проводимости, факторы, определяющие параметры квантовой ямы под затвором полевой структуры в полупроводнике, и распределение разрешенных энергетических уровней в квантовой яме. Приведены выражения для расчета разрешенных значений энергии, которыми могут обладать электроны проводимости в подзатворной области структуры. Проведенные теоретические исследования и вывод выражения для концентрации электронов проводимости в полупроводнике под затвором позволяют получить математическую модель, связывающую напряжение на затворе полевой структуры с величинами, зависящими от явления размерного квантования в подзатворной области полупроводниковой полевой структуры.

В приборах контроля теплофизических характеристик окружающей среды и материалов перспективными для использования в качестве первичных измерительных преобразователей являются полупроводниковые полевые структуры. Предложенный преобразователь [1] представляет собой структуру металл – оксид кремния – монокристаллический полупроводник n -типа с областями стока и истока того же типа проводимости, что и подложка (рис. 1). При таком сочетании слоев преобразователь является управляемым полевым резистором.

В электрическом поле, созданном положительным потенциалом на затворе в структуре на границе раздела $\text{Si} - \text{SiO}_2$, образуется слой, обогащенный основными носителями заряда – электронами. При небольшом потенциале на затворе электроны в подзатворной области двигаются в направлении поля между истоком

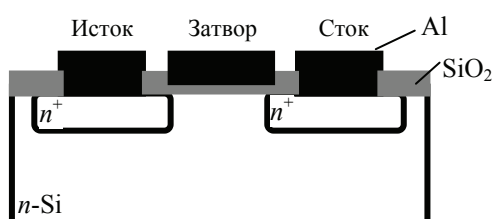


Рис. 1. Полевая структура на монокристаллическом кремнии n -типа

и стоком свободно с непрерывным спектром энергий [2]. Но при некотором (в зависимости от геометрических параметров структуры) более высоком потенциале на затворе в этой структуре в приповерхностном слое полупроводника образуется двумерная квантовая яма, разрешенные уровни которой могут быть заселены электронами проводимости. Одна граница

этой ямы – поверхность полупроводника под диэлектриком, другая – дно области обогащения основными носителями заряда (рис. 2). В этом случае классическое описание энергетических состояний в полупроводнике без учета квантования является неточным. Необходимо внести поправки на квантование энергии электронов проводимости.

Согласно искривлению энергетических зон, квантовая яма аппроксимируется с треугольной, которая является частным случаем прямоугольной квантовой ямы. По мере увеличения изгиба зон сужение потенциальной ямы ведет к возникновению размерного квантования энергии и увеличению расстояний между разрешенными уровнями в квантовой яме.

Для появления квантоворазмерных состояний по законам квантовой механики необходимо выполнение следующего условия – расстояние между соседними разрешенными уровнями энергии должно значительно превышать значение тепловой энергии [3]

$$E_{n+1} - E_n \gg kT. \quad (1)$$

При достаточно больших напряжениях на затворе, когда наблюдается обогащение подзатворной области основными носителями – электронами – их можно считать вырожденным электронным газом, характеризуемым энергией Ферми. В таком случае расстояние между соседними разрешенными уровнями не меньше энергии Ферми [3]

$$E_{n+1} - E_n \geq E_F, \quad (2)$$

где E_F – энергия Ферми для вырожденного газа. Так как тепловая энергия kT гораздо меньше энергии Ферми, то при выполнении условия (2) справедливо и условие (1). Если существуют условия (1) и (2), – распространение электронов как волн следует описывать уравнением Шредингера с учетом квантования энергии, а не по законам классической физики.

В рабочем режиме полевой структуры, когда на сток подано положительное напряжение при нулевом потенциале на истоке [1], электрическое поле F направлено от истока к стоку. Потенциальная энергия $U(x)$ электрона, движущегося в этом электрическом поле и находящегося в квантовой яме шириной W под затвором,

$$U(x) = eFx + \text{const}, \text{ при } 0 < x < W. \quad (3)$$

Уравнение Шредингера [4], описывающее распространение электронов между истоком и стоком под затвором, учитывая выражение (3), записывается в следующем виде

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \psi''(x) + eFx\psi(x) = E\psi(x), \quad (4)$$

где \hbar – постоянная Планка; m^* – эффективная масса электрона; $\psi^*(x)$ – волновая функция.

Решение можно получить с помощью теории возмущений [4] путем последовательного приближения.

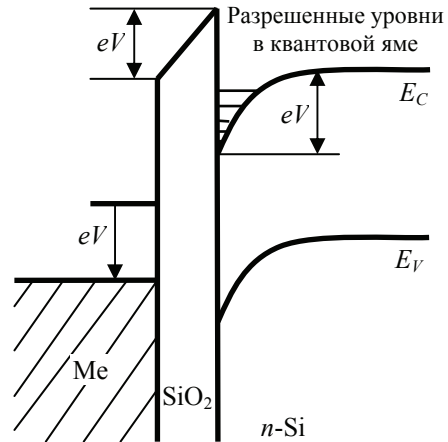


Рис. 2. Энергетическая диаграмма полевой структуры

В первом приближении решение

$$E_m^{(1)} = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\pi}{W} \right)^2 m^2 + 0,5eFW, \quad (5)$$

где E_m – разрешенное значение энергии для электрона и $m = 1, 2, 3 \dots$

Во втором приближении

$$E_m^{(2)} = E_m^{(0)} + 0,5eFW - 1,08 \cdot 10^{-2} \frac{(eFW)^2}{E_1^{(0)}}, \quad (6)$$

$$\text{где } E_m^{(0)} = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\pi}{W} \right)^2 m^2.$$

Для количественного описания электрофизических процессов, протекающих в полупроводниковой структуре, необходимо выразить концентрацию электронов проводимости, энергия которых лежит в заданном интервале

$$n = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \rho(E) f_0(E) dE, \quad (7)$$

где $f_0(E)$ – функция распределения Ферми-Дирака, $\rho(E) = \frac{dN(E)}{dE}$ – функция плотности состояний.

Число состояний $N(E)$ с энергией от E_{\min} до E согласно определению [5] выражается зависимостью

$$N(E) = \sum_m \theta(E - E_m),$$

где функция Хевисайда $\theta(x) = 0$ при $x < 0$ и $\theta(x) = 1$ при $x > 0$.

Следовательно, зависимость (7) после преобразований для двумерных систем в случае количества масс m подзон

$$n_{2D} = \frac{m^*}{\pi \hbar^2 W} \sum_m \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} f_0(E) \theta(E - E_m) dE.$$

Отсюда

$$n_{2D} = N_C \sum_m \ln \left(1 + \exp \frac{E_F - E_i}{kT} \right),$$

где $N_C = \frac{m^* kT}{\pi \hbar^2 W}$ – эффективная плотность состояний в зоне проводимости.

Для вырожденного «газа», которым являются электроны под затвором в режиме сильного обогащения, когда $\frac{E_F - E_i}{kT} \gg 1$, концентрация электронов в двумерной системе

$$n_{2D} = \frac{N_C}{kT} \sum_{m=1}^{m_0} (E_F - E_i m^2),$$

где m_0 – целая часть от $\sqrt{\frac{E_F}{E_i}}$.

Выполнив суммирование по m получим

$$n_{2D} = \frac{m^*}{\pi \hbar^2 W} m_0 \left[E_F - E_i \frac{(m_0 + 1)(2m_0 + 1)}{6} \right]. \quad (8)$$

Это уравнение дает зависимость концентрации двумерного электронного газа от ширины W канала и энергии.

Плотность электронов проводимости под затвором с точки зрения классических представлений вычисляется следующим образом [2]

$$n_S^{2D} = \frac{\varepsilon_d}{4\pi e d} V_3, \quad (9)$$

где ε_d – диэлектрическая проницаемость диэлектрика; d – толщина подзатворного диэлектрика; V_3 – напряжение на затворе.

Для того чтобы описать электрофизические параметры полевой структуры с учетом размерного квантования в подзатворном слое приравняем выражения (8) и (9): $n^{2D} = n_S^{2D}$, и, учитывая (6), получим

$$\frac{\varepsilon_d}{4qd} V_3 = \frac{m^*}{\hbar^2 W} m_0 \left[E_F - \frac{1}{6} \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{2mW^2} m^2 + 0,5qFW - 2,1610^{-2} \left(\frac{eF}{\hbar \pi m} \right)^2 mW^4 \right) (m_0 + 1)(2m_0 + 1) \right].$$

Выразив из предыдущей формулы напряжение на затворе получаем связь данной величины с толщиной подзатворного диэлектрика d , напряженностью электрического поля F и величинами, описывающими эффект квантования в полевой структуре, работающей в режиме насыщения основными носителями заряда в подзатворной области:

$$V_3 = \frac{4qdm^*}{\hbar^2 W} m_0 \left[E_F - \left(\frac{\hbar^2 \pi^2}{2mW^2} m^2 + 0,5qFW - 2,1610^{-2} \frac{(eF)^2 mW^4}{\hbar^2 \pi^2 m^2} \right) \frac{(m_0 + 1)(2m_0 + 1)}{6} \right];$$

$$E_m^{(2)} = E_m^{(0)} + 0,5eFW - 1,0810^{-2} \frac{(eFW)^2}{E_1^{(0)}};$$

$$E_m^{(0)} = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\pi}{W} \right)^2 m^2.$$

В результате проведенных теоретических исследований получены математические зависимости для расчета электрофизических параметров полевой полупроводниковой структуры с учетом квантования энергии, которой могут обладать носители заряда в подзатворной области структуры. Таким образом, в приведенных математических выражениях используются параметры, которые не участвуют при описании электрофизических процессов в полупроводнике законами классической физики.

Список литературы

1. Korolev, A. P. Solid State Primary Initial Transformer Design for Heat Values Measurement / A. P. Korolev, V. P. Shelochvostov, V. N. Chernyshov // Вест. Тамб. гос. техн. ун-та. – 1999. – Т. 5, № 4. – С. 536 – 542.
2. Брусенцов, Ю. А. Исследование электрофизических процессов в полевых полупроводниковых структурах для измерения теплофизических характеристик / Ю. А. Брусенцов, А. П. Королев, А. В. Озаренко // Вест. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2006. – Т. 12, № 1. – С. 122 – 128.
3. Парфенов, В. В. Квантово-размерные структуры в электронике: оптоэлектроника (элементы теории, руководство и задания к лабораторным работам): метод. пособ. для студентов физ. факультета / В. В. Парфенов. – Казань : КазГУ, 2007. – 16 с.

4. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика. Квантовая механика (нерелятивистская теория) / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – 4-е изд. перераб. – М. : Наука, 1989. – Т. 3. – 768 с.

5. Борисенко, С. И. Физика полупроводниковых наноструктур : учеб. пособие / С. И. Борисенко. – Томск : Изд-во Томского политехн. университета, 2010. – 115 с.

Size Quantization in Under the Gate Region of Field-Effect Semiconductor Structures

A. P. Korolev, V. A. Ershov

*Department “Materials and Technology”, TSTU;
korolevanpal@yandex.ru*

Keywords: electrons; energy levels; field-effect semiconductor structure; quantum well; Schrödinger equation; size quantization.

Abstract: Semiconductor structures are commonly used in electronic engineering to create primary measuring transducers of devices for nondestructive testing of different environmental parameters and substances. Field-effect semiconductor structures are perspective for use as well. In these structures, while solving number of tasks, charge transfer processes must be considered taking into account energy quantization of carriers. Energy carriers that are responsible for electrical transfer in under the gate region of the semiconductor structure, with a big potential on a gate can be found in a quantum well on a different discreet levels of energy. This article considers the conditions of energy quantization of the conduction electrons, the factors that determine parameters of a quantum well in the under the gate region of field semiconductorstructure and distribution of allowed energy levels in the quantum well. In the article, the author give the equations which are used to find allowed energy states with conduction electrons in the under the gate region of the structure. The theoretical study and derivation of the equation for concentration of the conduction electrons in a semiconductor in the under the gate region allow obtaining a mathematical model relating the voltage on the gate of the field structure with the values depending on the size quantization effects in the under the gate region of the semiconductor field structure.

References

1. Korolev A.P., Shelochvostov V.P., Chernyshov V.N. [Solid State Primary Initial Transformer Design for Heat Values Measurement], *Transactions of the Tambov State Technology University*, 1999, vol. 5, no. 4, pp. 536-42. (In Russ., abstract in Eng.)

2. Brusentsov Yu.A., Korolev A.P., Ozarenko A.V. [Investigation of electrophysical processes in the field of semiconductor structures for measuring the thermal characteristics], *Transactions of the Tambov State Technology University*, 2006, vol. 12, no. 1, pp. 122-128. (In Russ., abstract in Eng.)

3. Parfenov V. V. *Kvantovo-razmernye struktury v elektronike: optoelektronika (elementy teorii, rukovodstvo i zadaniya k laboratornym rabotam)*. [Quantum-size structures in electronics: Optoelectronics (elements of the theory, leadership and job for laboratory work)], Kazan': KazGU, 2007, 16 p. (In Russ.)

4. Landau L.D., Lifshits E.M. *Teoreticheskaya fizika. Kvantovaya mekhanika (nerelevativistskaya teoriya)* [Theoretical physics. Quantum mechanics (nonrelativistic theory)], Moscow: Nauka, 1989, vol. 3, 768 p. (In Russ.)

5. Borisenko S.I. *Fizika poluprovodnikovyykh nanostruktur: uchebnoe posobie* [Physics of Semiconductor Nanostructures: a tutorial], Tomsk: Izdatel'stvo Tomskogo politekhnicheskogo universiteta, 2010, 115 p. (In Russ.)

Dimensionale Quantisierung in der Untersperrschicht der Feldhalbleiterstruktur

Zusammenfassung: Es sind die Bedingungen der Quantisierung der Energie der Elektronen der Leitungsfähigkeit; die Faktoren, die die Parameter der Quantengrube unter der Sperrvorrichtung der Feldstruktur im Halbleiter bestimmen und die Verteilung der erlaubten energetischen Niveaus in der Quantengrube betrachtet. Es werden die Formel für die Berechnung der erlaubten Bedeutungen der Energie, über die die Elektronen der Leitungsfähigkeit im Untersperrgebiet der Struktur verfügen können, angeführt. Die durchgeführten theoretischen Forschungen und die Schlussfolgerung des Formels für die Konzentration der Elektronen der Leitungsfähigkeit im Halbleiter unter der Sperrvorrichtung lassen zu, das mathematische Modell zu erhalten, das die Anstrengung auf der Sperrvorrichtung der Feldstruktur mit den Größen verbindet, die von der Erscheinung der dimensional Quantisierungen im Untersperrgebiet der Halbleiterfeldstruktur anhängen.

Quantification dimensionnelle dans la couche sous culasse de la structure extérieure du semi-conducteur

Résumé: Sont examinées les conditions de la quantification de l'énergie des électrons de la conductibilité, les facteurs qui déterminent les paramètres de la fosse quantique sous la culasse de la structure extérieure du semi-conducteur et de la distribution des niveaux autorisés d'énergie dans la fosse quantique. Sont citées des expressions pour le calcul des valeurs autorisées de l'énergie que peuvent avoir des électrons de conductibilité dans le domaine extérieur de la structure. Les études théoriques et la conclusion sur l'expression de la concentration des électrons de conductibilité dans le semi-conducteur permettent d'obtenir un modèle mathématique qui lie la tension sur la culasse de la structure extérieure avec des valeurs dépendant du phénomène de la quantification dimensionnelle dans la couche sous culasse de la structure extérieure du semi-conducteur.

Авторы: *Королев Андрей Павлович* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Материалы и технология»; *Ершов Вячеслав Андреевич* – студент, ФГБОУ ВПО «ТГТУ».

Рецензент: *Данилов Станислав Николаевич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Радиотехника», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».