УДК 531.3
DOI: 10.17277/vestnik.2015.03.pp.513-518

ВЛИЯНИЕ ДИНАМИКИ НАГРУЖЕНИЯ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ УПРУГОВЯЗКИХ МАТЕРИАЛОВ

О. В. Ломакина, В. И. Галаев

Кафедра «Техническая механика и детали машин», ФГБОУ ВПО «ТГТУ»; lomakinaolga@mail.ru

Ключевые слова: амплитуда; вязкость; деформация; динамическая модель; жесткость; колебания; резонанс; частота.

Аннотация: Проведены аналитические исследования по установлению зависимости динамических характеристик упруговязкого материала от режима его нагружения. За основу описания процесса деформирования материала принята реологическая модель с линейными упруговязкими элементами, учитывающая его величину и скорость деформации и дающая качественно верную картину деформации материала в практических приложениях при инженерных расчетах. Метод определения упруговязких характеристик материала основан на исследовании динамических свойств механической системы, содержащей образец материала, работающий на сжатие. Реализуемые при этом жесткость и вязкость материала установлены по амплитудно-частотной и фазочастотной характеристикам указанной механической системы.

Поведение упруговязких материалов при их обработке зависит от продолжительности, скорости нагружения и других факторов. Так, например, при строгании повышение скорости подачи кожевенного полуфабриката снижает качество его обработки, что не является следствием лишь изменения геометрических условий резания полуфабриката.

Колебания рабочих органов машин, предназначенных для обработки упруговязкого материала, оказывают на него динамическое воздействие и изменяют физико-механические характеристики материала. Эти характеристики зависят от амплитуды и частоты воздействия, то есть режима нагружения и отличаются от характеристик, полученных в статических условиях. Поэтому их значения условны, если они не связываются с характером усилий, вызывающих напряженно-деформированное состояние материала.

При определении физико-механических характеристик материала необходимо указывать кинематические и динамические параметры вибрационного режима его нагружения. При быстром процессе нагружения материала должны учитываться скорости его деформаций и напряжений, так как при этом есть качественное отличие от деформирования при малых скоростях, а поэтому и физико-механические характеристики будут иными [1].

В данной работе приводится метод определения упруговязких характеристик материала, основанный на исследовании динамических свойств механической системы, одним из элементов которой является образец материала, работающий на сжатие и находящийся под воздействием гармонического возмущения. Использование амплитудно-частотной и фазочастотной характеристик этой системы, которые могут быть установлены экспериментально, дает возможность определения по ним величин реализуемых жесткости и вязкости материала.

При описании процесса деформирования сжатия образца материала принимается реологическая модель с линейно-упруговязкими элементами, описываемая дифференциальной зависимостью [2]

$$\sigma = E(\omega, A)\,\varepsilon + \mu(\omega, A)\,\dot{\varepsilon}\,, \tag{1}$$

где σ – напряжение в образце, Н/м^2; $E(\omega, A)$, $\mu(\omega, A)$ – модуль упругости и коэффициент вязкости, завясящие от частоты вибрационного процесса ω и амплитуды A изменения деформации образца материала соответственно, кг/(м·с); ε –относительная деформация сжатия; $\dot{\varepsilon}$ – скорость изменения деформации образца, с$^{-1}$.

Представление о материале как об упруговязкой среде позволяет, используя теорию упруговязких деформируемых сред, отразить математически связь между напряжениями и деформациями. Зависимость (1) применяется в практических приложениях при инженерных расчетах, а механическая модель дает качественно верную картину деформации упруговязких материалов.

Расчетная динамическая модель для определения упруговязких характеристик материала представлена на рисунке: *1* – упругие элементы, обеспечивающие поджатие образца материала, находящегося на вибростоле *6*; *2* – упругие элементы, назначением которых является снижение усилия, передаваемого на вибростол *6* от упругих элементов *1*, в целях снижения его влияния на заданный закон движения вибростола; *3* – образец материала, который находится на вибростоле *6*, получающем заданное движение от электродинамического вибратора *7*; *4* – выступы (колки), через которые взаимодействует с образцом масса *5*, создающая на него инерционную нагрузку.

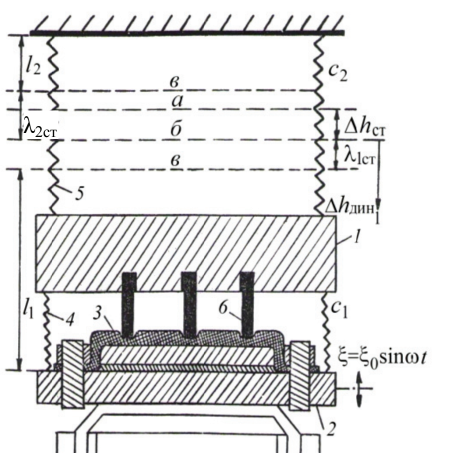

Схема исследуемой механической системы

Частота и амплитуда колебаний вибростола может регулироваться от блока управления вибростенда, при этом частотный интервал рассматриваемой системы может быть увеличен за счет изменения величин массы *5* и жесткостей упругих элементов *1* и *2*. Выбор формы образца, его размеров, а также режима нагружения диктуется соображениями обеспечения условий, имитирующих реальные условия его нагружения при обработке, и требованиями к проведению механических испытаний, которые заключаются в отборе образцов, комплектовке и контроле их качества.

Дифференциальное уравнение движения массы *5* имеет вид

$$m y_1 = -\frac{\mu(\omega, A)\dot{y}_1 S}{h} - E(\omega, A)\frac{(h_{\text{ст}} + y_1)S}{h} - c_1(y_1 - \xi - \lambda_1) -$$
$$- c_2(y_1 + \lambda_2) + \frac{\mu(\omega, A)\dot{\xi} S}{h} + E(\omega, A)\frac{\xi S}{h} + mg, \qquad (2)$$

где h – толщина образца материала, м; $h_{\text{ст}}$ – статическая деформация сжатия образца, м; y_1 – абсолютное динамическое смещение массы *5*, м; λ_1, λ_2 – статическая деформация упругих элементов *1* и *2* соответственно, м; c_1, c_2 – общая жесткость упругих элементов *1* и *2* соответственно, Н/м; ξ – амплитуда кинематического возбуждения, м; S – площадь контакта образца полуфабриката (нагруженная площадь) с колками *4*, м^2.

В положении равновесия имеем соотношение

$$c_1\lambda_1 - c_2\lambda_2 + mg - \frac{E_{\text{ст}} h_{\text{ст}} S}{h} = 0, \qquad (3)$$

где $E_{\text{ст}} = E_{\text{ст}}(\varepsilon_{\text{ст}})$ – статический модуль упругости, $\varepsilon_{\text{ст}} = \frac{h_{\text{ст}}}{h}$.

Уравнение (2) с учетом соотношения (3) запишем в виде

$$m\ddot{y}_1 + \frac{\mu(\omega, A)\dot{y}_1 S}{h} + \left[E(\omega, A)\frac{S}{h} + c_1 + c_2\right] y_1 = \frac{\mu(\omega, A)\dot{\xi} S}{h} + \left[E(\omega, A)\frac{S}{h} + c_1\right]\xi +$$
$$+ [E_{\text{ст}} - E(\omega, A)]\frac{S h_{\text{ст}}}{h} = 0. \qquad (4)$$

Для определения частного решения уравнения (4), описывающего стационарное периодическое движение массы *5* с частотой ω, используем метод комплексных амплитуд [3]. В рассмотрение вводится комплексная величина $\bar{y}_1$, действительная часть которой совпадает с y_1, то есть $\operatorname{Re}\bar{y}_1 = y_1$.

Зависимость кинематического возбуждения от времени представим в комплексной форме

$$\bar{\xi} = \bar{\xi}_0 e^{i\omega t},$$

где $\bar{\xi} = -i\xi_0$. Тогда $\xi = \operatorname{Re}\bar{\xi} = \xi_0 \sin\omega t$. Решение y_1 представим в виде

$$\bar{y}_1 = \bar{A}_1 e^{i\omega t} + \bar{y}_2.$$

В соответствии с дифференциальным уравнением относительно $\bar{y}_1$, которое имеет такой же вид, что и уравнение (4) относительно y_1, получаем комплексную амплитуду вынужденных колебаний

$$\bar{A}_1 = A_1 e^{-i\left(\frac{\pi}{2} + \psi_1\right)} = \bar{A}_2 e^{-i\psi_1},$$

где $\bar{A}_2 = -iA_1$, A_1 – амплитуда колебаний массы *5*; ψ_1 – сдвиг фаз между перемещениями массы *5* и вибростола *6*,

$$A_1 = \frac{\xi_0\sqrt{[c_0(\omega, A) + c_1]^2 + b_0(\omega, A)^2\omega^2}}{\sqrt{\left[c_0(\omega, A) + c_1 + c_2 - m\omega^2\right]^2 + b_0(\omega, A)^2\omega^2}}, \qquad (5)$$

$$\operatorname{tg}\psi_1 = \frac{b_0(\omega, A)\left(m\omega^2 - c_2\right)\omega}{[c_1 + c_0(\omega, A)]\left[c_1 + c_2 + c_0(\omega, A) - m\omega^2\right] + b_0(\omega, A)^2\omega^2}, \qquad (6)$$

где $c_0(\omega, A) = \frac{E(\omega, A)S}{h}$, $b_0(\omega, A) = \frac{\mu(\omega, A)S}{h}$.

Величины $c_0(\omega, A)$ и $b_0(\omega, A)$ характеризуют соответственно динамические упругие и демпфирующие свойства образца материала, которые реализуются при указанных выше условиях его нагружения.

Частное решение y_2 уравнения (4), соответствующее смещению центра колебаний массы 5 относительно положения статического равновесия, равно

$$y_2 = \operatorname{Re} \bar{y}_2 = \frac{c_{\text{ст}} - c_0(\omega, A) h_{\text{ст}}}{c_0(\omega, A) + c_1 + c_2}, \tag{7}$$

где $c_{\text{ст}} = \frac{E_{\text{ст}} S}{h}$.

Таким образом, смещение массы *5* представляется в виде

$$y_1 = A_1 \sin(\omega t - \psi_1) + y_2 .$$

Изменение деформации сжатия образца в зависимости от времени

$$y_3 = A_1 \sin(\omega t - \psi_1) - \xi_0 \sin \omega + h_{\text{ст}} + y_2 .$$

Амплитуда A колебаний деформации образца

$$A = \frac{\left|c_2 - m\omega^2\right| \xi_0}{\sqrt{\left[c_0(\omega, A) + c_1 + c_2 - m\omega^2\right]^2 + b_0(\omega, A)^2 \omega^2}} . \tag{8}$$

С учетом формул (7), (8) для деформации y_3 получим

$$y_3 = A \sin(\omega t - \psi_3) + \frac{(c_{\text{ст}} + c_1 + c_2) h_{\text{ст}}}{c_0(\omega, A) + c_1 + c_2},$$

где ψ_3 – сдвиг фаз между деформацией образца и смещением вибростола *6*, определяемый по формуле

$$\operatorname{tg}\psi_3 = \frac{b_0(\omega, A)\omega}{c_0(\omega, A) + c_1 + c_2 - m\omega^2} .$$

Следует отметить, что в рассматриваемом случае определить коэффициент $b_0(\omega, A)$ по ширине $\Delta\omega$ пика амплитудно-частотной характеристики массы *5* при амплитуде колебаний, составляющей определенную часть от резонансной, не представляется возможным, так как получение соответствующей зависимости предполагает, что коэффициенты жесткости и демпфирования упругой колебательной системы не зависят от частоты и амплитуды колебаний [4].

Влияние сил демпфирования на величину амплитуды вынужденных колебаний проявляется в наибольшей степени вблизи резонансных режимов. Демпфирующие свойства механической системы определяют амплитуду ее колебаний на резонансе; они могут быть установлены более точно именно на этом режиме в сравнении с их определением на других, нерезонансных режимах. В соответствии с указанным, жесткость $c_0(\omega, A)$ целесообразно определить из соотношения

$$c_0(\omega, A) + c_1 + c_2 - m\omega^2 = 0 . \tag{9}$$

Учитывая формулы (5), (6) и (8) получим

$$A_1 = \frac{\sqrt{\left(m\omega^2 - c_2\right)^2 + b_0(\omega, A)^2 \omega^2 \xi_0}}{\omega b_0(\omega, A)}; \tag{10}$$

$$\mathrm{tg}\psi_1 = \frac{m\omega^2 - c_2}{b_0(\omega, A)\omega}; \tag{11}$$

$$A = \sqrt{A_1^2 - \xi_0^2}. \tag{12}$$

Из соотношения (10) определена величина коэффициента демпфирования:

$$b_0(\omega, A) = \frac{\left|m\omega^2 - c_2\right|}{\omega\sqrt{\left(A_1/\xi_0\right)^2 - 1}}. \tag{13}$$

Амплитуда изменения деформации образца материала, соответствующая коэффициентам $c_0(\omega, A)$, $b_0(\omega, A)$ определяется в соответствии с равенством (12).

Целесообразность подобных исследований как теоретических, так и экспериментальных, обусловлена задачами проектирования рабочих органов машин, назначением которых является обработка упруговязких материалов. При решении указанных задач должны учитываться свойства материала, что позволяет реализовывать режимы нагружения, обеспечивающие стабильность качества обработки.

Список литературы

1. Бидерман, В. Л. Теория механических колебаний / В. Л. Бидерман. – М. : Высш. шк., 1980. – 408 с.
2. Гуль, В. Е. Структура и механические свойства полимеров / В. Е. Гуль, В. Н. Кулезнев. – М. : Высш. шк., 1979. – 352 с.
3. Коловский, М. З. Нелинейная теория виброзащитных систем / М. З. Коловский. – М. : Наука, 1966. – 318 с.
4. Колтунов, М. А. Ползучесть и релаксация / М. А. Колтунов. – М. : Высш. шк., 1976. – 277 с.

Influence of Loading Dynamics on the Characteristics of Elastoviscous Materials

O. V. Lomakina, V. I. Galaev

Department «Engineering Mechanics and Machine Parts», TSTU; lomakinaolga@mail.ru

Keywords: amplitude; frequency; dynamic model; deformation; oscillations; resonance; rigidity; viscosity.

Abstract: The article presents the analytical studies on determination of dependence of dynamic characteristics of elasticviscous materials on the mode of its loading. A rheological model with linear elastic viscous elements was taken as the basis for the description of the process of material deformation, at the same time we considered its size and the rate of deformation and gave a qualitatively correct picture of the material deformation in practical applications in engineering calculations. The method of determining the elasticviscous characteristics of the material is based on the study of the dynamic properties of the mechanical system containing a sample material that works in compression. Implemented in this case rigidity and viscosity of the material are determined by the amplitude-frequency and phase-frequency characteristics of the mechanical system stated above.

References

1. Biderman V. L. *Teoriya mekhanicheskikh kolebanii* (Theory of the mechanical fluctuations), M. : Higher school, 1980, 408 p.
2. Gul V.E. *Struktura i mekhanicheskie svoistva polimerov* (Structure and the mechanical properties of the polymers), M. : Higher school, 1979, 352 p.
3. Kolovskiy M.Z. *Nelineinaya teoriya vibrozashchitnykh sistem* (Nonlinear theory of vibration-shielding systems), M. : Science, 1966, 318 p.
4. Koltunov M.A. *Polzuchest' i relaksatsiya* (Creep and the relaxation), M. : Higher school, 1976, 277 p.

Einfluss der Dynamik des Aufladens auf die Charakteristiken der elastischzäheren Stoffe

Zusammenfassung: Es sind die analytischen Untersuchungen nach der Feststellung der Abhängigkeit der dynamischen Charakteristiken des elastischzäheren Stoffes von dem Regime seines Aufladens durchgeführt. Als Grundlage der Beschreibung des Prozesses der Deformierung des Stoffes ist das rheologische Modell mit den linearen elastischzäheren Elementen genommen. Es berücksichtigt seine Gröβe und die Geschwindigkeit der Deformierung und gibt ein qualitativrichtiges Bild der Deformierung des Stoffes in den praktischen Verwendungen bei den Ingenieurberechnungen zu. Die Methode der Bestimmung der elastischzäheren Charakteristiken des Stoffes ist auf der Untersuchung der dynamischen Eigenschaften des mechanischen Systems, das auf die Kompression arbeitendes Stoffmuster enthält, gegründet. Die dabei realisierenden Härte und Viskosität des Stoffes sind nach den Amplitudefrequenz- und Phasefrequenzcharakteristiken dieses mechanischen Systems festgestellt.

Influence de la dynamique de la charge sur les caractéristiques des matériaux élastiques et visqueux

Résumé: Sont effectuées les études analytiques sur l’établissement de la dépendance des caractéristiques dynamiques du matériel élastique et visqueux du régime de la charge. Comme base de la description du processus de la déformation du matériel est pris le modèle rhéologique avec les éléments linéaires élastiques et visqueux, tenant compte de sa grandeur et de la vitesse de la déformation et représentant une image qualitativement correcte de la déformation dans les applications pratiques lors des calculs d’ingénieur. La méthode de la définition des caractéristiques des matériaux élastiques et visqueux est fondée sur les études des propriétés dynamiques du système mécanique, contenant un échantillon fonctionnant sur la contraction. L’élasticité et la viscosité sont établies par les caractéristiques indiquées dans le système mécanique.

Авторы: ***Ломакина Ольга Викторовна*** – кандидат педагогических наук, доцент кафедры «Техническая механика и детали машин»; ***Галаев Валентин Иванович*** – кандидат технических наук, доцент кафедры «Техническая механика и детали машин», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».

Рецензент: ***Уколов Андрей Александрович*** – доктор технических наук, профессор кафедры «Высшая математика», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».