

МЕТОД ДЕДУКТИВНОГО ВЫВОДА ВСЕХ СЛЕДСТВИЙ

М. Л. Долженкова, Г. А. Чистяков

*Кафедра «Электронные вычислительные машины»,
ФГБОУ ВО «Вятский государственный университет», г. Киров
maryid@mail.ru*

Ключевые слова: вывод логических следствий; дизъюнкт; схема вывода; штрих-функция.

Аннотация: Приведена формальная постановка задачи логического вывода всех следствий – множества утверждений, выводимых из посылок и описывающих текущее состояние объекта наблюдения. Определена штрих-функция и процедура вывода на базе операции деления дизъюнктов. Предложен метод, позволяющий решить сформулированную задачу с построением схемы логического вывода. Применение метода проиллюстрировано примером в исчислении высказываний.

Одним из основных направлений применения искусственного интеллекта является моделирование рассуждений, которое позволяет эффективно решать задачи в различных прикладных областях. В настоящее время ни одна из сфер человеческой деятельности не обходится без составления прогноза, при этом используются как краткосрочные, так и долгосрочные прогнозы. Прогнозирование предполагает предсказание следующих состояний объекта исследования или нахождение альтернативных путей его развития.

В связи с этим особенный интерес представляет задача вывода логических следствий, представляющих собой скрытую информацию об объекте наблюдения и позволяющих определять все возможные траектории изменения его состояния в будущем.

Формальная постановка задачи. Задачу логического вывода всех следствий (литералов без инверсий) можно сформулировать следующим образом. Имеются исходные непротиворечивые посылки, заданные в виде множества дизъюнктов $M^{\wedge} = \{D_1, D_2, \dots, D_l\}$, $M^{\wedge} \neq \emptyset$. При этом каждый дизъюнкт содержит один литерал без инверсии. Множество M^{\wedge} включает подмножество однолитеральных дизъюнктов M^F – фактов. Также имеется множество новых фактов $m^F = \{L_1, L_2, \dots, L_p, \dots, L_p\}$, $m^F \neq \emptyset$. Требуется:

– определить множество следствий M^S и семейство множеств следствий $s^H = \{s_1, s_2, \dots, s_h, \dots, s_H\}$, в котором множество следствий s_h содержит следствия, выводимые с помощью множества посылок M^h ($M^h \subseteq M^{\wedge}$) из семейства множеств следствий $\{s_0, s_1, \dots, s_{h-1}\} : \{s_0, s_1, \dots, s_{h-1}\}, M^h \Rightarrow s_h$ и $s_0 = M^F \cap m^F$;

– сформировать описание схемы логического вывода $G^H = \{g_1, g_2, \dots, g_h, \dots, g_H\}$, где g_h – множество литералов, полученных при формировании описания схемы на h -м шаге вывода. Формальное определение схемы логического вывода дано в работе [1];

– выделить подмножество конечных следствий $s^+ \subseteq M^S$ (однолитеральных дизъюнктов, из которых не выводимы новые следствия).

Штрих-функция и процедура вывода всех следствий. Метод решения сформулированной задачи базируется на вспомогательной функции для нумерации дизъюнктов Z (штрих-функция) и специальной процедуре вывода всех следствий W'' .

Штрих-функция $Z: S \rightarrow S$, где S – задаваемое регулярным выражением $[1-9][0-9]^*|0^*$ множество строк (неотрицательные числа без ведущих нулей, возможно, с одним или более штрихом), может быть определена как $Z(x) = x'$, где x – строковое представление номера дизъюнкта D_x , например, $Z(2) = 2'$, а $Z(2') = 2''$.

Процедура вывода W'' представима в виде семерки $\langle M, R, p, M_1, R_1, s, g \rangle$, в которой:

– $M = \{D_1, D_2, \dots, D_i, \dots, D_I\}$ – множество исходных дизъюнктов;
 $D_i = L_1^i \vee L_2^i \vee \dots \vee L_j^i \vee \dots \vee L_{J_i}^i$ – дизъюнкт i -й секвенции, состоящий из литералов $L_j^i \in \{L_j^i(k,+), L_j^i(+,k)\}$ [2];

– $R = L_1 \vee L_2 \vee \dots \vee L_k \vee \dots \vee L_K$ – выводимый дизъюнкт, состоящий из литералов $L_k \in \{L_k(j,+), L_k(+,j)\}$ ранее полученных следствий;

– $p \in \{0, 1\}$ – признак продолжения вывода (при $p = 0$ дальнейший вывод возможен, при $p = 1$ – нет);

– M_1 – новое множество исходных дизъюнктов;

– R_1 – новый выводимый дизъюнкт;

– $s = \{L(j,+); L \in A, j \in N\}$ – новое множество следствий (A – множество литералов в исходных посылках; N – номера дизъюнктов исходных посылок), выведенных из ранее полученных следствий и исходных посылок;

– $g = \{L(j,k); L \in A, j, k \in N\}$ – множество частных, описывающее часть схемы логического вывода, сформированную процедурой.

Предполагается, что $M \neq \emptyset$, $J_i, K \geq 1$ ($i = 1, \dots, I$). Если указанные условия не выполняются, то принимается $p = 1$, $s = \emptyset$ и осуществляется переход в конец процедуры. Процедура состоит из следующих действий.

1. Определяется начальное множество частных и остатки. Производится обобщенное деление дизъюнктов исходных посылок на дизъюнкт R : $D_i \% R = \langle \alpha_i, b_i \rangle, i = 1, \dots, I$ [2]. Образуется начальное множество частных:

$$g^* = \bigcup_{k \in n} \alpha_k, \text{ где } \alpha_k = \tilde{D}_k \cap \tilde{d}, n - \text{множество номеров исходных дизъюнктов,}$$

для которых получены остатки, отличные от единицы. Если все остатки b_i равны единице, то дальнейший вывод невозможен, принимается $p = 1$, $g = s = \emptyset$ и производится переход к пункту 6. В противном случае принимается $M_1 = \emptyset$.

2. Корректируются множество частных и остатки. Проверяется наличие фактов в исходных посылках. Если фактов нет, то принимается $B_k = b_k$, и выполняется следующий пункт. Иначе остатки b_k делятся на вспомогательный дизъюнкт r , составленный из литералов фактов: $b_k \% r = \langle \alpha'_k, b'_k \rangle, k \in n$. Формируются упрощенные остатки: $B_k = b_k$, если $b'_k = 1$ и $B_k = b'_k$ – в противном случае. Дизъюнкты-остатки B_k , содержащие литералы с инверсией, исключаются из множества остатков и добавляются в множество исходных посылок M_1 , при этом к номеру дизъюнкта применяется штрих-функция, а в литералах дизъюнкта $L(k,+)$ и $L(+,k)$ индекс k заменяется на $Z(k)$. Если будут исключены все остатки, то дальнейший вывод невозможен, принимается $p = 1, s = \emptyset$ и производится переход к пункту 6. Иначе корректируется множество частных: $g = g^* \cup \bigcup_{k \in n} \alpha'_k$.

3. Формируется множество следствий. Во множество s следствий включаются литералы однолитеральных остатков B_i , содержащих литералы без инверсии.

4. Формируется новый выводимый дизъюнкт. Выводимый дизъюнкт R_1 представляет собой дизъюнкцию литералов множества следствий s .

5. Корректируется множество исходных дизъюнктов. Из множества исходных дизъюнктов исключаются дизъюнкты, имевшие отличные от единицы остатки при делении их на выводимый дизъюнкт: $M_1 = M_1 \cup (M - \{D_k \mid k \in n\})$. Причем, если $M_1 = \emptyset$, то принимается $p = 1$, иначе – $p = 0$.

6. Фиксируются результаты выполнения процедуры. Если признак $p = 1$, то дальнейший вывод следствий невозможен, а если $p = 0$, то вывод может быть продолжен. При непустом множестве следствий $s \neq \emptyset$ в процессе выполнения процедуры сформированы новый выводимый дизъюнкт R_1 , новое множество исходных дизъюнктов M_1 , а также множество частных g .

Метод логического вывода всех следствий. Шаги метода вывода всех следствий совпадают с шагами метода дедуктивного вывода следствий, предложенного в работе [3], за тем исключением того, что вместо процедуры вывода V'' следует применять процедуру W'' .

Пусть через h обозначен номер шага вывода, а через P – общий признак продолжения вывода ($P = 0$ – продолжение вывода возможно, $P = 1$ – продолжение вывода невозможно). Тогда вывод всех следствий производится путем последовательного применения процедуры W'' , причем исходными данными для процедуры $(i+1)$ -го шага являются полученные на i -ом шаге результаты. Описание метода может быть представлено в следующем виде.

1. Определение начальных значений. Принять $h = 1$, установить начальное значение общего признака продолжения вывода $P_0 = 0$ и семейства множеств частных, описывающих схему вывода следствий $G^0 = \emptyset$. Определить $M_1 = M \wedge \neg M^F$ и начальное множество следствий $s_0 = M^F \cap m^F$, принять $s^0 = \{s_0\}$. Из литералов множества новых фактов m^F и литералов фактов исходных посылок M^F сформировать выводимый дизъюнкт R_1 и вспомогательный дизъюнкт r соответственно.

2. Выполнение h -й процедуры вывода

$$W'' = \langle M_h, R_h, p_h, M_{h+1}, R_{h+1}, s_h, g_h \rangle.$$

3. Формирование семейств множеств следствий и множеств частных и проверка признаков. Сформировать семейство множеств следствий $s^h = s^{h-1} \cup \{s_h\}$ и семейство множеств частных $G^h = G^{h-1} \cup \{g_h\}$. Вычислить значение общего признака продолжения вывода $P_h = P_{h-1} \vee p_h$. Если $P_h = 0$, то вывод продолжается: h увеличивается на единицу и производится переход к пункту 2, иначе вывод завершается $h = H$.

Полученные следствия содержатся в семействе множеств s^H , а общее множество следствий образуется путем объединения множеств семейства s^H : $M^S = s_0 \cup s_1 \cup s_2 \cup \dots \cup s_H$. Описание схемы вывода следствий G^+ получается в результате добавления к семейству множеств частных G^H множества конечных следствий s^+ : $G^+ = G^H \cup \{s^+\}$. Множество конечных следствий определяется следующим образом: $s^+ = (M^g \circ M^S) - M^g$, где $M^g = g_1 \cup g_2 \cup \dots \cup g_h$, а особенностью операции специального объединения множеств литералов $M^g \circ M^S$ является поглощение литерала $L(j,+) \in M^S$ литералом $L(j,k) \in M^g$.

Формирование схемы. Построение схемы вывода всех следствий осуществляется аналогично построению схемы логического вывода [1]. Кроме того, необходимо последовательно соединить дугами одноименные вершины, к номерам которых была применена штрих-функция $\{x, x', x'', \dots\}$. Такие дуги следует помечать конъюнкцией входящих в предшествующую вершину литералов.

Пример дедуктивного вывода всех следствий. Пусть исходные посылки заданы множеством секвенций:

- | | | |
|--------------------------|-------------------------|------------------------|
| 1) ABCD \rightarrow I; | 4) EGH \rightarrow J; | 7) J \rightarrow C; |
| 2) FG \rightarrow K; | 5) I \rightarrow G; | 8) HB \rightarrow L; |
| 3) AF \rightarrow E; | 6) J \rightarrow B; | 9) L \rightarrow D. |

Необходимо определить, какие следствия можно вывести из фактов $m^F = \{A, F, H\}$.

Представим посылки в виде дизъюнктов:

- | | |
|--|--|
| $D_1 = A(+,1) \vee B(+,1) \vee C(+,1) \vee D(+,1) \vee I(1,+)$; | $D_6 = J(+,6) \vee B(6,+)$; |
| $D_2 = F(+,2) \vee G(+,2) \vee K(2,+)$; | $D_7 = J(+,7) \vee C(7,+)$; |
| $D_3 = A(+,3) \vee F(+,3) \vee E(3,+)$; | $D_8 = H(+,8) \vee B(+,8) \vee L(8,+)$; |
| $D_4 = E(+,4) \vee G(+,4) \vee H(+,4) \vee J(4,+)$; | $D_9 = L(+,9) \vee D(9,+)$; |
| $D_5 = G(5,+)$; | |

Представим в виде дизъюнктов факты, из которых требуется определить следствия: $D_{10} = A(10,+)$; $D_{11} = F(11,+)$; $D_{12} = H(12,+)$.

Определим начальные значения $M^\wedge = \{D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_7, D_8, D_9\}$, $m^F = \{D_{10}, D_{11}, D_{12}\}$, $h = 1$, $P_0 = 0$, $G^0 = \emptyset$. Определим $M_1 = M^\wedge - M^F = \{D_1, D_2, D_3, D_4, D_6, D_7, D_8, D_9\}$ и $s_0 = M^F \cap m^F = \emptyset$. Примем $s^0 = \{s_0\} = \emptyset$. Сформируем выводимый дизъюнкт $R_1 = A(10,+) \vee F(11,+) \vee H(12,+)$ и вспомогательный дизъюнкт $r = G(5,+)$.

Процесс логического вывода потребует шесть шагов. Результаты выполнения процедур W^n представлены в таблице.

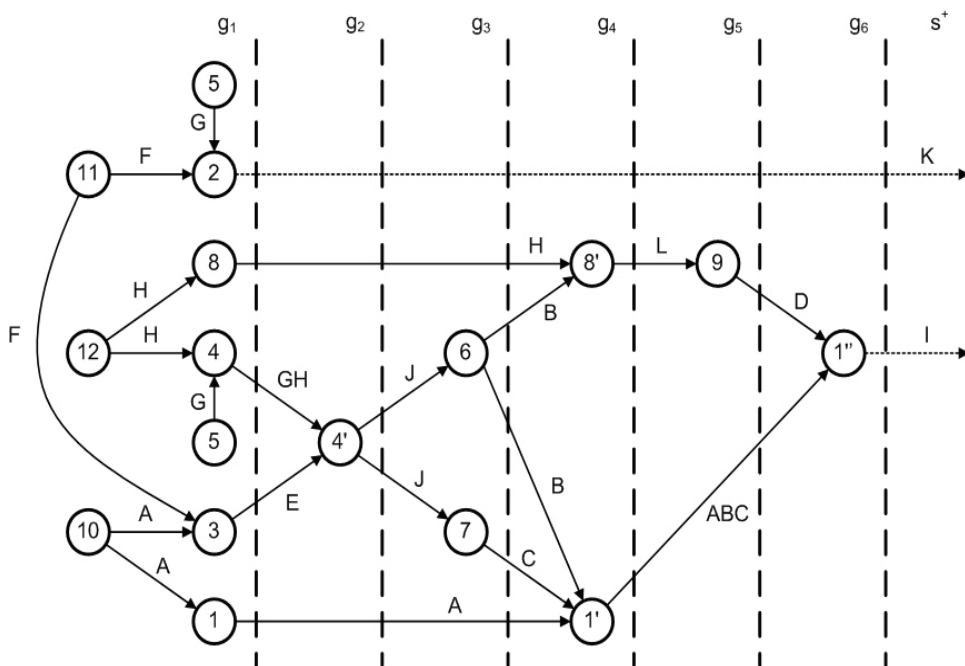
**Промежуточные результаты дедуктивного вывода
всех следствий по шагам**

Шаг	M	R	Результаты
1	D ₁ , D ₂ , D ₃ , D ₄ , D ₆ , D ₇ , D ₈ , D ₉	A(10,+) \vee F(11,+) \vee H(12,+)	B ₁ = B(+,1) \vee C(+,1) \vee D(+,1) \vee I(1,+) B ₂ = K(2,+) B ₃ = E(3,+) B ₄ = E(+,4) \vee J(4,+) B ₈ = B(+,8) \vee L(8,+) Остатки B ₁ , B ₄ , B ₈ помещаются в множество M ₁ как D ₁ , D ₄ , D ₈ соответственно. g ₁ = {A(10,1), F(11,2), G(5,2), A(10,3), F(10,3), G(5,4), H(12,4), H(11,8)} s ₁ = {K(2,+), E(3,+)} P = 0
2	D _{1'} , D _{4'} , D ₆ , D ₇ , D _{8'} , D ₉	K(5,+) \vee E(3,+)	B _{4'} = J(4',+) g ₂ = {E(3,4')} s ₂ = {J(4',+)} P = 0
3	D _{1'} , D ₆ , D ₇ , D _{8'} , D ₉	J(4',+)	B ₆ = B(6,+) B ₇ = C(7,+) g ₃ = {J(4',6), J(4',7)} s ₃ = {B(6,+), C(7,+)} P = 0
4	D _{1'} , D _{8'} , D ₉	B(6,+) \vee C(6,+)	B _{1'} = D(+,1') \vee I(1',+) B _{8'} = L(8',+) Остаток B _{1'} помещается в множество M ₁ как D _{1''} . g ₄ = {B(6,1'), C(7,1'), B(6,8')} s ₄ = {L(8',+)} P = 0
5	D _{1''} , D ₉	L(8',+)	B ₉ = D(9,+) g ₅ = {L(8',9)} s ₅ = {D(9,+)} P = 0
6	D _{1''}	D(9,+)	B _{1''} = I(1'',+) g ₆ = {D(9,1'')} s ₆ = {I(1'',+)} P = 1, так как M ₁ = \emptyset

Полученные следствия содержатся в семействе множеств s^6 , а общее множество следствий образуется путем объединения множеств семейства s^6 :
 $M^S = \{K, E, J, B, C, L, D, I\}$.

Описание схемы вывода следствий G^+ получается в результате добавления к семейству множеств частных G^6 множества конечных следствий $s^+ = \{K(2,+), I(1'',+)\}$.

На рисунке представлена полученная схема вывода всех следствий.



Построение схемы вывода всех следствий

Таким образом, результатом вывода является семейство множеств следствий $s^6 = \{\{K, E\}, \{J\}, \{B, C\}, \{L\}, \{D\}, \{I\}\}$. В процессе вывода получено восемь различных следствий: $M^S = \{K, E, J, B, C, L, D, I\}$. Следствия K и I являются конечными, так как дальнейший вывод из них невозможен.

Анализ метода. Отличие предлагаемого метода от дедуктивного вывода следствий может быть проиллюстрировано на следующем примере. Пусть имеются исходные секвенции $AB \rightarrow D$, $A \rightarrow C$, $C \rightarrow B$. Необходимо определить следствия, выводимые из множества новых фактов $m^F = \{A\}$. Дедуктивный метод вывода следствий сообщит о выводимости следствий B и C. Предлагаемый же метод обнаружит три выводимых следствия – B, C и D. Указанное отличие объясняется тем, что метод оперирует не только промежуточными следствиями, полученными на предыдущем шаге, но и промежуточными следствиями, полученными ранее.

С точки зрения построения схемы, метод приводит к появлению дуг, проходящих через произвольное число ярусов.

Предложенный метод может быть применен для повышения точности составления прогнозов в специализированных системах. Метод полезен при составлении как долгосрочных, так и краткосрочных прогнозов. В последнем случае наличие фактов, выявленных на текущем шаге, является необходимым, но недостаточным условием для получения следствий, которые также могут основываться на данных, полученных гораздо раньше.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 15-01-02818 а).

Список литературы

1. Мельцов, В. Вывод следствий с построением схемы логического вывода / В. Мельцов, Д. Страбыкин // *Фундамент. исследования.* – 2013. – № 11-8. – С. 1588 – 1593.

2. Страбыкин, Д. А. Логическое прогнозирование развития ситуаций в интеллектуальных системах на основе дедуктивного вывода : монография / Д. А. Страбыкин. – Киров : Изд-во Вят. гос. ун-та, 2014. – 182 с.

3. Агалаков, Е. Метод параллельного логического вывода следствий для исчисления высказываний / Е. Агалаков, Д. Страбыкин, М. Томчук // *Программные продукты и системы.* – 2012. – № 2. – С. 142 – 144.

Method of Deductive Inference of All Consequences

M. L. Dolzhenkova, G. A. Chistyakov

*Department of Computers, Vyatka State University;
maryid@mail.ru, gennadiychistyakov@gmail.com*

Keywords: dash-function; disjunct; logical consequences inference; scheme of inference.

Abstract: A formal statement of the problem of the all consequences inference – a set of statements derivable from the messages, describing the current state of the object, has been made. Dash-function and inference procedure based on disjuncts division operation have been determined. A method to solve the formulated problem with the construction of inference scheme has been proposed. Application of the method is exemplified in the propositional calculus.

References

1. Meltsov V., Strabykin D. (2013) *Fundamentalnii issledovaniya*, no. 11-8, pp. 1588-1593.

2. Strabykin D.A. (2014) *Logicheskoe prognozirovanie razvitiya situatsiy v intellektualnih sistemah na osnove deduktivnogo vyvoda: monographiya* (Foresight evolving situation in intelligent systems based on deductive inference: monograph), Kirov: Vyatka State University, 182 p.

3. Agalakov E., Strabykin D., Tomchuk M. (2012) *Programmnyy produkt i sistema*, no. 2, pp. 142-144.

Methode der Deduktivkonsequenzen aller Folgen

Zusammenfassung: Es ist die formale Aufgabestellung der logischen Konsequenzen aller Folgen – der Menge der aus den Voraussetzungen folgernden Bestätigungen, die den laufenden Zustand des Objektes der Beobachtung beschrieben, angeführt. Es sind die Strichfunktion und die Prozedur der Konsequenten aufgrund der Operation der Verteilung der Alternativen bestimmt. Es ist die Methode, die die

formulierte Aufgabe mit dem Bau des Schemas der logischen Konsequenzen zu lösen erlaubt, vorgeschlagen. Die Anwendung der Methode ist mit dem Beispiel in der Berechnung der Aussagen illustriert.

Méthode de la sortie déductive de toutes les conséquences

Résumé: Est citée la mise formelle du problème de la sortie logique de toutes les conséquences – multitude d'affirmations déduites à partir des références décrivant l'état actuel de l'objet de l'observation. Est citée la code-fonction et la procédure de la sortie à la base de l'opération de la division des disjuncts. Est proposée la méthode permettant de résoudre le problème avec la construction du schéma de la sortie logique. L'application de la méthode est illustrée par l'exemple du calcul des affirmations.

Авторы: *Долженкова Мария Львовна* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Электронные вычислительные машины»; *Чистяков Геннадий Андреевич* – преподаватель кафедры «Электронные вычислительные машины», ФГБОУ ВО «Вятский государственный университет», г. Киров.

Рецензент: *Вечтомов Евгений Михайлович* – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Фундаментальная и компьютерная математика», ФГБОУ ВО «Вятский государственный университет», г. Киров.
