

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В МЕТОДЕ НЕРАЗРУШАЮЩЕГО ТЕПЛОФИЗИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ. СТАДИЯ ОСТЫВАНИЯ

Н. П. Жуков, Н. Ф. Майникова

*Кафедра «Энергообеспечение предприятий и теплотехника»;
ФГБОУ ВПО «ТГТУ»; teplotehnika@nnn.tstu.ru*

Ключевые слова: адекватность; моделирование; неразрушающий контроль; сферическое полупространство; температурное поле; теплофизические свойства; численное исследование.

Аннотация: Исследована адекватность математической модели распространения тепла в сферическом полупространстве реальному тепловому процессу на стадии остывания в методе неразрушающего теплофизического контроля. Установлено, что время до момента отключения плоского круглого нагревателя необходимо задавать в зависимости от теплопроводности исследуемого материала. Предложен критерий, позволяющий найти температуру нагревателя, при которой необходимо закончить стадию нагрева. Определено соотношение радиусов круглого плоского и сферического поверхностного нагревателей, при котором температурные поля на стадии остывания будут близкими.

Обозначения	
a – температуропроводность, $\text{м}^2/\text{с}$;	ρ – плотность, $\text{кг}/\text{м}^3$;
q – плотность теплового потока, $\text{Вт}/\text{м}^2$;	τ – время, с.
$R_{\text{пл}}$ – радиус плоского нагревателя, м;	
R – радиус сферического нагревателя, м;	
T – температура, К;	
λ – теплопроводность, $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$;	
$c\rho$ – объемная теплоемкость, $\text{Дж}/(\text{м}^3\cdot\text{К})$;	
r, z – пространственные координаты, м;	
ε – тепловая активность, $(\text{Вт}\cdot\text{с}^{0.5})/(\text{м}^2\cdot\text{К})$;	

Аббревиатуры	
ТФС – теплофизические свойства;	
НК – неразрушающий контроль;	
ИЗ – измерительный зонд;	
ПТФЭ – политетрафторэтилен;	
ПММА – полиметилметакрилат.	

Разработанный метод входит в группу методов теплового анализа и позволяет определять ТФС твердых материалов [1–3].

Измерительная схема метода представлена на рис. 1. Тепловое воздействие на исследуемое тело с равномерным начальным температурным распределением осуществляется с помощью нагревателя постоянной мощности. Нагреватель выполнен в виде тонкого диска радиуса $R_{\text{пл}}$ и встроен в подложку измерительного зонда. Подложка ИЗ выполнена из теплоизоляционного материала. Распределение температуры фиксируется тремя термоэлектрическими преобразователя-

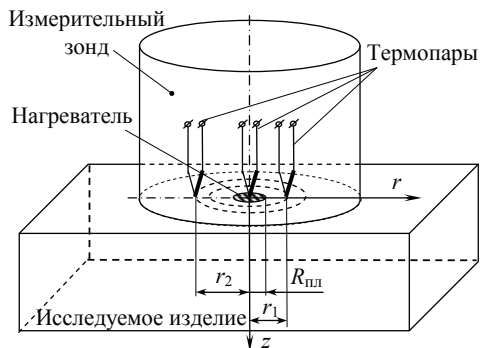


Рис. 1. Измерительная схема метода

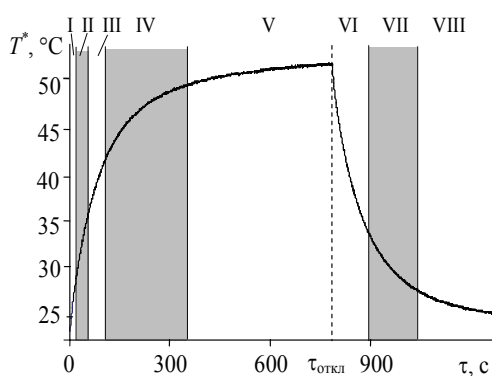


Рис. 2. Экспериментальная термограмма с выделенными рабочими участками:

T^* – температура изделия, $T^* = T_n + T$;
 T_n – начальная температура изделия из ПТФЭ

Участок I – одномерное температурное поле. Тепловые потоки, поступающие в исследуемое изделие и подложку зонда, изменяются во времени, так как нагреватель обладает инерционностью, часть тепла тратится на нагрев проводов, имеет место термическое сопротивление между нагревателем и исследуемым изделием.

Участок II – температурное поле, близкое одномерному плоскому. Процесс вышел на стадию регуляризации (тепловые потоки, поступающие в исследуемое изделие и зонд, становятся практически неизменными), что позволяет использовать для этого участка математическую модель описания теплопереноса в плоском полупространстве [2].

Участок III – двумерное температурное поле, так как нельзя пренебрегать распространением тепла в радиальном направлении. Тепловые потоки, поступающие в изделие и подложку зонда, вновь становятся переменными.

Участок IV – температурное поле, близкое одномерному полусферическому. Тепловой процесс вышел на стадию регуляризации (тепловой поток, поступающий в изделие, вновь становится практически постоянным). Это позволяет использовать математическую модель описания теплопереноса в сферическом полупространстве [4, 5].

Участок V – тепловой процесс, в котором нарушаются условия, когда исследуемое тело можно считать полуограниченным в тепловом отношении. Тепловые потоки, поступающие в изделие и подложку зонда, изменяются во времени.

Участки VI – VIII выделяются после отключения нагревателя (на стадии остывания). Участок VII соответствует теплопереносу, вышедшему на стадию регуляризации. Математическая модель описания теплопереноса в сферическом полупространстве может быть использована для его аналитического описания [4, 5]. На участках VI и VIII тепловой процесс изменяется во времени, нарушаются условия регуляризации.

Таким образом, участки II, IV и VII являются рабочими. Математические модели, описывающие термограммы на данных участках, использованы в разработанном методе НК [4]. Распространение тепла в плоском и сферическом полупространствах, адекватность математических моделей реальным процессам при нагреве показаны в работах [1, 5 – 7].

Рассмотрим стадию остывания, реализуемую в методе, и определим условия адекватности модели распространения тепла реальному теплопереносу.

ми, один из которых расположен на оси нагревателя, два других – на расстояниях r_1 и r_2 от оси в плоскости контакта подложки с изделием.

При рассмотрении характера изменения теплового потока, поступающего в изделие, на каждой из трех экспериментальных термограмм выделено несколько участков, на которых в соответствующие интервалы времени тепловой процесс проходит стадии регуляризации.

Для термограммы (рис. 2), зафиксированной центральной термопарой на изделии из ПТФЭ, характерны восемь участков [1].

Для получения математической модели, описывающей процесс распределения тепла в исследуемой системе на стадии остывания, плоский круглый нагреватель постоянной мощности заменен эквивалентным ему сферическим поверхностным [1 – 3]. При этом принималось допущение о том, что конечное распределение температуры в математической модели теплопереноса от поверхностного сферического нагревателя после окончания действия источника тепла будет близко стационарному [4, 5]. Так как в реальном эксперименте используется круглый плоский нагреватель, то необходимо определить продолжительность стадии нагрева и соотношение радиусов $R_{пл}$ и R , при котором температурные поля на стадии остывания, создаваемые круглым плоским и сферическим поверхностным нагревателями будут близкими.

Ранее показано, что соотношение радиусов, при котором температурное поле, создаваемое при нагреве круглым плоским и сферическим поверхностным источниками постоянной мощности, будет идентично и равно $R = R_{пл}/2$. Данное соотношение имеет место при локальной регуляризации тепловых потоков в ограниченной зоне системы «изделие – зонд», то есть справедливо только для участка IV термограммы. Если отключение нагревателя происходит на участке V термограммы, где тепловой процесс не находится в стадии регуляризации, то соотношение радиусов $R_{пл}$ и R изменится, так как отношение теплового потока в любой точке тела к потоку тепла на его поверхности будет зависеть от времени.

Определение условий адекватности тепловых процессов проводилось следующим образом. Подбирались такие значения радиуса сферического поверхностного нагревателя и продолжительности стадии нагрева, чтобы температурное поле, полученное с использованием численного моделирования двумерных полей методом конечных элементов (с помощью пакета ELCUT [8]) на рабочем участке при остывании было идентично температурному полю, построенному с использованием полученной ранее математической модели [1]:

$$T(R, \tau) = \frac{2qR^2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{\sqrt{\pi}(\lambda_1 + \lambda_2)^2 \sqrt{\tau}}. \quad (1)$$

Порядок действий проиллюстрируем следующим примером.

Пример. Термограммы, представленные на рис. 3 и 4, построены с использованием численного моделирования методом конечных элементов и по модели (1) при следующих условиях: $q = 10000 \text{ Вт/м}^2$; $R_{пл} = 0,004 \text{ м}$; $R = 0,00141 \text{ м}$; $\varepsilon_1 = 743,47 \text{ Вт}\cdot\text{с}^{0,5}\cdot\text{м}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$; $\lambda_1 = 0,27 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$; $\varepsilon_2 = 42,2 \text{ Вт}\cdot\text{с}^{0,5}\cdot\text{м}^{-2}\cdot\text{К}^{-1}$; $\lambda_2 = 0,028 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$; продолжительность стадии нагрева – 380 с. Исследуемый материал – политетрафторэтилен с теплофизическими свойствами ε_1 и λ_1 . Подложка зонда изготовлена из пенополиуретана марки «Рипор» с теплофизическими свойствами ε_2 , λ_2 ; τ_0 – время от начала стадии остывания.

На термограммах, полученных с использованием численного моделирования [8], выделены рабочие участки на стадиях нагрева и остывания.

Зависимость относительной погрешности $\delta_T = \frac{T_1 - T_2}{T_1} 100\%$ от времени

на термограммах 1 и 2 (см. рис. 4), которая обусловлена различием математических моделей распространения тепла от плоского круглого и сферического поверхностного источников тепла на стадии остывания, приведена на рис. 5. Из представленных данных видно, что для условий примера на рабочем участке VII термограммы величина $\delta_T \leq 1,5\%$.

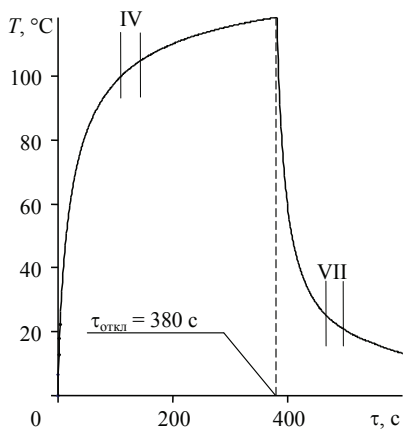


Рис. 3. Термограмма, построенная с использованием численного моделирования для исследуемого изделия из ПТФЭ

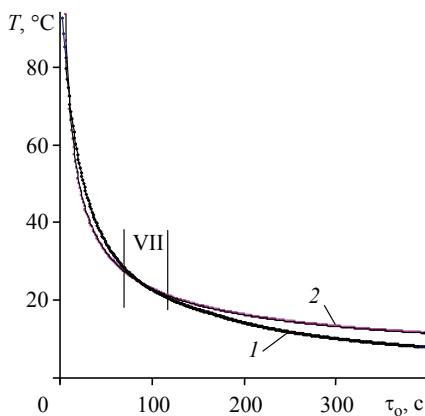


Рис. 4. Термограммы, построенные для стадии остывания системы по данным примера:

1 – плоский круглый нагреватель (численное моделирование); 2 – сферический поверхностный нагреватель, расчеты выполнены с использованием математической модели (1)

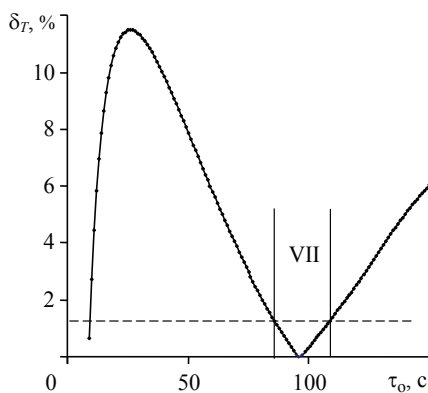


Рис. 5. Зависимость $\delta_T = f(\tau_о)$, построенная по термограммам 1, 2 рис. 4

В результате анализа данных, представленных на рис. 1 – 5, сделан вывод о том, что необходимое время до момента отключения плоского круглого нагревателя необходимо устанавливать в зависимости от ТФС материала рассматриваемого изделия.

Имитационное моделирование, результаты которого сведены в таблицу, показало, что необходимое время до момента отключения нагревателя наиболее существенно зависит от теплопроводности материала исследуемого изделия.

В таблице представлены результаты опытов при имитационном моделировании теплового процесса в системе «изделие – зонд» на стадии остывания, для которых $\delta_T \leq 3\%$. При имитационном моделировании варьировали плотность теплового потока q и ТФС изделия.

Соотношение радиусов нагревателей $R_{пл}$ и R , согласно уравнению (1),

$$R = \frac{R_{пл}}{2\sqrt{2}}. \quad (2)$$

Продолжительность стадии нагрева $\tau_{откл}$ подбиралась так, чтобы температурное поле, полученное с использованием численного моделирования от плоского круглого нагревателя на рабочем участке термограммы, было близко температурному полю, построенному по модели сферического полупространства (1) ($\delta_T \leq 3\%$). Стационарное распределение температуры, с учетом соотношения $R = R_{пл}/2\sqrt{2}$ на оси нагревателя, для опытов, условия и результаты которых представлены в таблице, нашли из уравнения [4]

$$T_{ст} = \frac{qR_{пл}}{\sqrt{2}(\lambda_1 + \lambda_2)},$$

где $T_{ст}$ – конечное (максимальное) значение температуры материала исследуемого объекта (соответствует стационарной стадии).

Определение критерия K при имитационном моделировании теплопереноса в системе «изделие – зонд» на стадии остывания

Материал исследуемого изделия	q	$R_{пл}$	ε_1	λ_1	ε_2	λ_2	$T_{откл}^*$ °С	$\tau_{откл}^*$ с	$T_{ст}^*$ °С	K
Асбест	5000	0,004	241,5	0,110	42,2	0,028	121,0	240	102,479	0,847
ПММА			557,1	0,195			148,4	370	126,835	0,854
ПТФЭ			743,5	0,270			118,3	380	101,742	0,860
Текстолит			764,9	0,300			100,0	277	86,233	0,862
Гипс			675,9	0,430			70,8	100	61,756	0,872
Стекло ТФ			20000	848,3			0,699	87,0	80	77,811

Значение температуры материала исследуемого изделия, при достижении которой необходимо отключить плоский нагреватель, определяли исходя из следующих соображений. Был предложен критерий K (рис. 6), с помощью которого определяется оптимальная температура отключения $T_{откл}$ источника тепла.

Запишем модель (1)

$$T(R_{пл}, \tau) = \frac{q(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)R_{пл}^2}{4(\lambda_1 + \lambda_2)^2 \sqrt{\pi} \sqrt{\tau}} \quad (3)$$

В результате проведенного регрессионного анализа, учитывая, что зависимость $K = f(\lambda_1)$ линейная, получено уравнение

$$K = 0,8388 + 0,0793\lambda_1 \quad (4)$$

Таким образом, если по окончании участка IV термограммы определить значение коэффициента теплопроводности материала исследуемого изделия λ_1 (что предусматривается разработанным способом определения ТФС [1]), а затем вычислить значение критерия K , то можно найти температуру нагревателя $T_{откл}$, при которой необходимо закончить стадию нагрева

$$T_{откл} = \frac{T_{ст}}{K} \quad (5)$$

Сравнение термограмм, построенных по моделям распространения тепла от плоского круглого и сферического поверхностного нагревателей, позволяет утверждать, что термограмма, построенная по модели сферического полупространства на стадии остывания, описывается уравнением

$$T(R_{пл}, \tau) = \frac{qR_{пл}^2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{4\sqrt{\pi}(\lambda_1 + \lambda_2)^2 \sqrt{\tau}} \quad (6)$$

Полученное уравнение (6) подтверждает высказанные авторами положения.

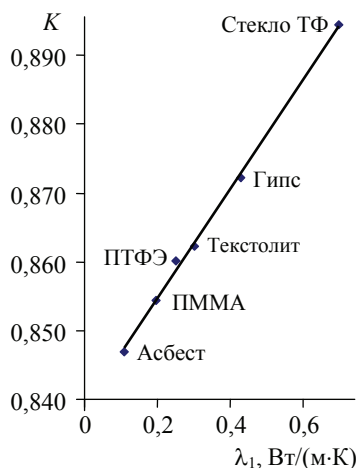


Рис. 6. Значение критерия K в зависимости от коэффициента теплопроводности материала исследуемых изделий λ_1 (см. таблицу)

Выводы

1. Рассмотрена стадия остывания, реализуемая в многомодельном методе неразрушающего определения теплофизических свойств материалов, и определены условия адекватности математической модели распространения тепла реальному теплопереносу.

2. Определение условий адекватности тепловых процессов проводилось следующим образом: подбирались такие значения радиуса сферического поверхностного нагревателя и продолжительности стадии нагрева, чтобы температурное поле, полученное с использованием численного моделирования двумерных полей методом конечных элементов, на рабочем участке термограммы при остывании было идентично температурному полю, построенному с использованием математической модели.

3. Для определения продолжительности стадии нагрева установлено, что время отключения плоского круглого нагревателя необходимо задавать в зависимости от теплопроводности исследуемого материала.

4. Значение теплопроводности материала исследуемого изделия следует определять по окончании участка IV термограммы.

5. Определен критерий, вычисление которого позволяет найти температуру нагревателя, при которой необходимо закончить стадию нагрева.

6. Определено соотношение радиусов круглого плоского и сферического поверхностного нагревателей, при котором температурные поля на стадии остывания будут близкими.

Список литературы

1. Жуков, Н. П. Многомодельные методы и средства неразрушающего контроля теплофизических свойств материалов и изделий / Н. П. Жуков, Н. Ф. Майникова. – М. : Машиностроение-1, 2004. – 288 с.

2. Zhukov, N. P. Multimodel Method of Nondestructive Determination of the Thermophysical Properties of Solid Materials / N. P. Zhukov, N. F. Mainikova // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2005. – Vol. 76, No. 6. – P. 1104 – 1112.

3. Многомодельный метод неразрушающего определения теплофизических свойств твердых материалов / Н. П. Жуков [и др.] // Инженер.-физ. журн. – 2012. – Т. 85, № 1. – С. 188 – 194.

4. Лыков, А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – М. : Высшая школа, 1967. – 599 с.

5. Теплофизические измерения и приборы / Е. С. Платунов [и др.] ; под общ. ред. Е. С. Платунова. – Л. : Машиностроение, 1986. – 256 с.

6. Определение условий адекватности модели распределения тепла в плоском полупространстве реальному процессу при теплофизическом контроле / Н. Ф. Майникова [и др.] // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2006. – Т. 12, № 3А. – С. 610 – 616.

7. Моделирование теплопереноса в методе неразрушающего теплофизического контроля. Часть I. Стадия нагрева / Н. Ф. Майникова [и др.] // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2007. – Т. 13, № 1А. – С. 39 – 45.

8. ELCUT: Моделирование двумерных полей методом конечных элементов. Версия 5.1. Руководство пользователя / Производств. кооператив TOP. – СПб. : Производств. кооператив TOP, 2003. – 249 с.

Heat Transfer Simulation in Non-Destructive Thermophysical Testing. The Stage of Cooling

N. P. Zhukov, N. F. Mainikova

Department "Enterprise Power Supply and Thermal Engineering", TSTU;
teplotehnika@nnn.tstu.ru

Keywords: non-destructive testing; numerical investigation; simulation; spherical semispace; temperature field; thermophysical properties; validity.

Abstract: We investigated the adequacy of the mathematical model of heat propagation in spherical semispace to the real thermal processes in the cooling stage in the method of non-destructive thermal testing. It was found that the switch-off time of a flat round heater should be fixed according to heat transfer parameters of the investigated material. The criterion of finding the heater temperature sufficient to switch it off was suggested. Radius correlation of a flat round heater and a spherical surface heater when temperature fields on the cooling stage will be equal was defined.

References

1. Zhukov N.P., Mainikova N.F. *Mnogomodel'nye metody i sredstva nerazrushayushchego kontrolya teplofizicheskikh svoystv materialov i izdelii* (The multi-methods and means of nondestructive kontrolya thermo-physical properties of materials and products), Moscow: Mashinostroenie-1, 2004, 288 p.
2. Zhukov N.P., Mainikova N.F. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2005, vol. 76, no. 6, pp. 1104-1112.
3. Zhukov N.P., Mainikova N.F., Rogov I.V., Pudovkina E.V. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2012, vol. 85, no. 1, pp. 203-209.
4. Lykov A.V. *Teoriya teploprovodnosti* (The theory of thermal conductivity), Moscow: Vysshaya shkola, 1967, 599 p.
5. Platonov E.S., Buravoi S.E., Kurepin V.V., Petrov G.S. *Teplofizicheskie izmereniya i pribory* (Thermophysical measurement and instrumentation), Leningrad: Mashinostroenie, 1986, 256 p.
6. Mainikova N.F., Zhukov N.P., Balashov A.A., Nikulin S.S. *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2006, vol. 12, no. 3A, pp. 610-616.
7. Mainikova N.F., Zhukov N.P., Chekh A.S., Nikulin S.S. *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2007, vol. 13, no. 1A, pp. 39-45.
8. Proizvodstvennyi kooperativ TOR. *ELCUT: Modelirovanie dvumernykh polei metodom konechnykh elementov. Versiya 5.1. Rukovodstvo pol'zovatelya* (Simulation of two-dimensional field using finite element method. Version 5.1. User Manual), St. Petersburg: Proizvodstvennyi kooperativ TOR, 2003, 249 p.

Modellierung der Wärmeübertragung in der Methode der nichtzerstörenden wärmephysikalischen Kontrolle. Das Stadium des Abkühlens

Zusammenfassung: Es ist die Adäquatheit des mathematischen Modells der Verbreitung der Wärme im sphärischen Halbraum dem realen thermischen Prozess auf dem Stadium des Abkühlens in der Methode der nichtzerstörenden wärmephysikalischen

Kontrolle untersucht. Es ist bestimmt, dass man die Zeit bis zur Abschaltung des flachen runden Erhitzers je nach der Wärmeleitfähigkeit des untersuchten Materials feststellen muss. Es ist das Kriterium, das die Temperatur des Erhitzers zu finden zulässt, bei der man das Stadium der Erwärmung beenden muss, vorgeschlagen. Es ist das Verhältnis der Radien der runden flachen und sphärischen oberflächlichen Erhitzer bestimmt, bei dem die Temperaturfelder auf dem Stadium des Abkühlens nah werden.

**Modélage du transfert de masse dans la méthode
du contrôle non destructif thermophysique.
Stade du refroidissement**

Résumé: Est étudiée l'adéquation du modèle mathématique de la répartition de la chaleur dans un demi-espace sphérique au processus thermique réel au stade du refroidissement dans la méthode du contrôle non destructif thermophysique. Est établi que le temps précédant le moment de l'arrêt de réchauffeur rond doit être établi compte tenu de la conductibilité de chaleur du matériel étudié. Est proposé le critère permettant de trouver la température de réchauffeur pendant laquelle il faut terminer le stade de chauffage. Est définie la relation des rayons des réchauffeurs, celui qui est rond et plat et celui qui est sphérique, lors de laquelle les champs de température au stade du refroidissement seront proches.

Авторы: *Жуков Николай Павлович* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Энергообеспечение предприятий и теплотехника»; *Майникова Нина Филипповна* – доктор технических наук, профессор кафедры «Энергообеспечение предприятий и теплотехника», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».

Рецензент: *Глинкин Евгений Иванович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Биомедицинская техника», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».
