

## ВЛИЯНИЕ ВЛАЖНОСТИ СЫПУЧИХ СРЕД НА ИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ В РАБОЧЕМ ОБЪЕМЕ СМЕСИТЕЛЯ С ПОДВИЖНОЙ ЛЕНТОЙ

А. Б. Капранова, М. Н. Бакин, И. И. Верлока, А. И. Зайцев

*Кафедра «Теоретическая механика»,  
ФГБОУ ВПО «Ярославский государственный технический университет»,  
г. Ярославль; kapranova\_anna@mail.ru*

**Ключевые слова:** барабанно-ленточный смеситель; била; влажность; сыпучие компоненты; угол распыливания; фазовый объем; функция распределения.

**Аннотация:** С учетом влажности смешиваемых компонентов предложен стохастический метод определения дифференциальных функций распределения для частиц потоков сыпучих материалов при срыве с бил, закрепленных по винтовой линии на поверхности барабана, по углу распыливания. Согласно стохастическому подходу для описания указанной технологической операции применяется теория ударных взаимодействий дисперсных систем. Выполнен анализ указанных функций с примерами расчета их параметров при смешивании сыпучих сред двух сортов – манной крупы и природного песка. Теоретически установлено, что с учетом вращательной части движения частиц смешиваемых компонентов при оценке их стохастических энергий в разреженных потоках максимальный угол рассеивания частиц существенным образом зависит от шага винтовой линии, вдоль которой закреплены била на поверхности барабана. Полученные результаты могут быть использованы для оценки качества получаемой смеси, в том числе при порционном внесении в смесь одного из компонентов, например с объемно-весовым соотношением 1:10 и более.

---

### Введение

Смешивание зернистых компонентов относится к одному из наиболее распространенных процессов переработки сыпучих материалов, часто осложненных необходимостью получения качественной смеси из влажных или склонных к агломерации составов. Особое внимание вызывают проблемы порционного смешивания сыпучих компонентов, например, при получении зернистых смесей с соотношением компонентов 1:10 и более вследствие их широкого применения в различных отраслях промышленности – в стекольном производстве, для формирования дорожных покрытий, пищевых добавок и т. п. Однако в настоящее время используемые для данных целей смесители работают в основном в периодическом режиме. Расширяющиеся запросы производства указанного назначения диктуют необходимость проектирования аппаратов с непрерывным принципом действия, в том числе, при смешивании сыпучих компонентов на подвижной ленте [1] с обеспечением их непрерывного весового дозирования [2]. Обеспечение соответствующей теоретической базы позволит разработать инженерные методы расчета новых валково-ленточных смесителей. Как показали предварительные исследова-

ния современного состояния проблемы моделирования для процесса смешивания сыпучих сред на подвижной ленте, наиболее эффективными методами являются стохастические [3].

### Учет влажности смешиваемых компонентов в стохастическом описании поведения их потоков

Эффективное решение задачи получения увлажненных зернистых смесей с соотношением компонентов 1:10 и более возможно при использовании барабанно-ленточного смесителя с гибкими элементами, расположенными по винтовой линии на поверхности барабанов [4]. Прохождение бил в зазоре между вращающимися барабанами и горизонтальной движущейся лентой обеспечивает подъем частиц смешиваемых компонентов и их хаотическое движение в рабочем объеме смесителя.

Учет влажности зернистых материалов при их смешивании в указанном устройстве может быть произведен при моделировании данной технологической операции стохастическим методом на основе теории ударных процессов в дисперсных системах [5]. Пусть движение каждого потока зернистого материала, состоящего из частиц сферической формы массой

$$m_{iv} = 6^{-1} \pi k_{wi} \rho_{Ti} d_{Si}^3, \quad (1)$$

описывается в фазовом пространстве с элементом вида

$$d\Omega'_i = dd_{Si} \prod_{j=1}^{n_b} dv_{xij} dv_{yij} = -\omega^2 dd_{Si} \prod_{j=1}^{n_b} r_{ij} dr_{ij} d\theta_{ij}, \quad (2)$$

где индекс  $i$  соответствует условному номеру смешиваемого материала,  $i = 1, \dots, n_k$ ; индекс  $j$  – номеру деформированного гибкого элемента в первой четверти отсчета угловой координаты полярной системы,  $j = 1, \dots, n_b$ ;  $k_{wi}$  – параметр, учитывающий отношение масс влажной и невлажной частицы, (кг·м)/рад;  $\rho_{Ti}$  – истинная плотность вещества данного компонента, кг/м<sup>3</sup>;  $d_{Si}$  – диаметр сферической частицы, м;  $\omega$  – угловая скорость вращения барабана, рад/с.

Здесь с учетом приближения о сравнимости кинематических характеристик (в частности,  $v_{xyij}$  или  $v_{r\theta ij}$  проекций на поперечную плоскость вращающегося барабана скоростей движения частиц  $i$ -го компонента смеси при их отрыве от конца  $j$ -го била в декартовой или полярной системах координат) выражение (2) может быть записано в форме

$$d\Omega_{ij} = dd_{Si} d\Gamma_j = -\omega^2 dd_{Si} r_j dr_j d\theta_j. \quad (3)$$

Аналогично развитому в работах [4 – 6] подходу стохастическая энергия  $E_{ij}$  смешиваемых зернистых компонентов рассчитывается согласно энергиям ее поступательного и вращательного движений [5], случайного характера момента импульсов частицы при срыве с била [6], а также энергии этой частицы при упругом взаимодействии с биллом, угловой коэффициент жесткости которого равен  $k_u$  [7]

$$E_{ij} = m_{iv} v_{r\theta ij}^2 / 2 + 5m_i (h_j^2 v_{r\theta ij})^2 / (2d_{Si}^2) + k_u \theta_j^2 / 2, \quad (4)$$

Заметим, что поиск  $E_{ij}$  зависит от вида моделируемого уравнения винтовой линии  $r_s(\theta_j)$  в указанной поперечной плоскости, как геометрическое местоположение проекций концов бил на эту плоскость, когда кратчайшее расстояние от вектора скорости частицы  $\vec{v}_{r\theta ij}$  в полярной системе координат до оси вращения барабана равно

$$h_j = [r_s(\theta_j)]^2 \left\{ [r_s(\theta_j)]^2 + R_0^2 \right\}^{-1/2}, \quad (5)$$

где  $R_0 = 2h_s(l_b - h_0)L_b^{-1}$ ;  $h_s$  – шаг винтовой линии на цилиндрической поверхности барабана, м;  $L_b$  – длина барабана, м;  $l_b$  – длина била, м;  $h_0$  – высота валково-ленточного зазора, м.

Следовательно, распределение частиц разреженного потока, описываемое [4] с помощью выражения  $dN_{ij} = A_{ij} \exp(-E_{ij}/E_{0ij}) d\Omega_{ij}$  с параметром нормировки  $A_{ij}$ , по углу распыливания частиц  $\alpha_j$  в поперечной плоскости вращению барабана определяется выражением

$$F_i(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n_b}) = \prod_{j=1}^{n_b} f_{ij}(\alpha_j), \quad (6)$$

когда

$$f_{ij}(\alpha_j) = N_{ij}^{-1} dN_{ij}/d\alpha_j, \quad (7)$$

или согласно (3), (4) соответствует функциям

$$f_{ij}(\alpha_j) = w_{2ij} \left\{ \left[ \operatorname{erf} \left( w_{1ij}^2 [1 + g_3(\alpha_j + \varphi_j)] \right)^2 \right] - \operatorname{erf} \left( w_{1ij}^2 \right) \right\} \times \\ \times \exp \left[ -k_u (2E_{0ij})^{-1} (\alpha_j + \varphi_j) \right], \quad (8)$$

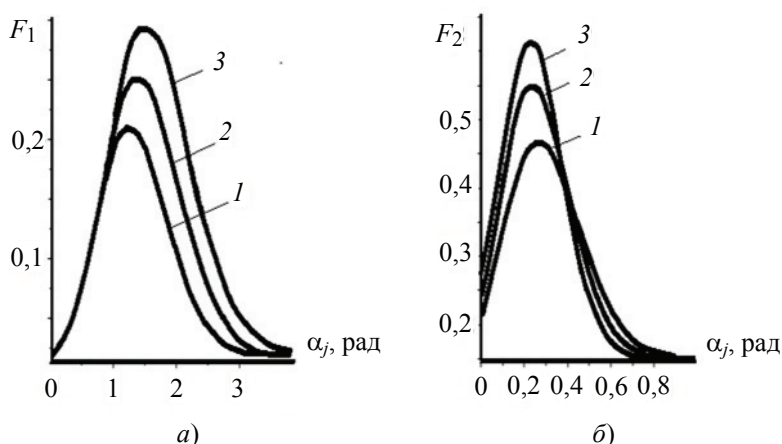
где коэффициенты  $g_3 = R_0(r_b + h_0)^{-1}$ .

Здесь параметры  $w_{1ij}$  и  $w_{2ij}$  зависят от конструктивных и режимных характеристик барабанно-ленточного смесителя, а также физико-механических свойств смешиваемых компонентов.

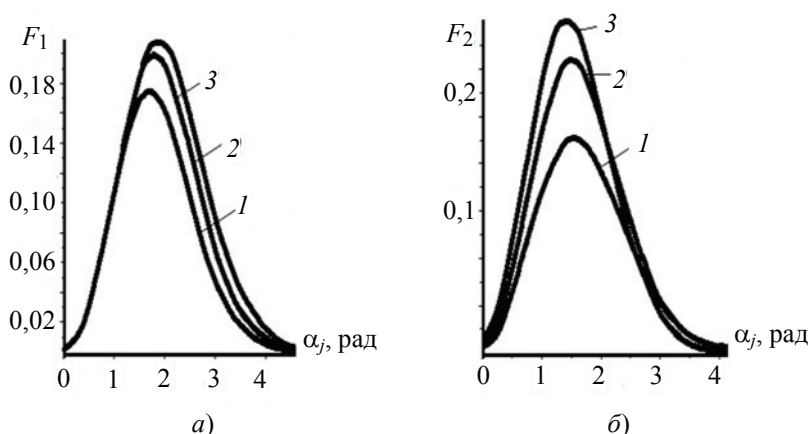
### Анализ дифференциальных функций распределения для частиц смешиваемых потоков с примером расчета их параметров

В частности, приведем примеры расчета  $F_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$  для двух сыпучих компонентов ( $n_k = 2$ ) при следующих значениях (рис. 1, 2) параметров: конструктивных –  $r_b = 3,0 \cdot 10^{-2}$  м;  $l_b = 4,5 \cdot 10^{-2}$  м;  $h_s = (1,6 - 3,0) \cdot 10^{-2}$  м;  $L_b = 1,85 \cdot 10^{-1}$  м;  $k_u = 5,0 \cdot 10^{-4}$  (кг·м)/рад при  $n_b = 3$  – числе бил (  $j = 1, \dots, n_b$  ) с поворотом барабана на угол  $\pi/2$  рад; режимных – в диапазонах изменения  $h_0 = (2, 0 \dots 3, 0) \cdot 10^{-2}$  м;  $\omega = (47 \dots 53)$  рад/с. Физико-механические характеристики каждого из смешиваемых материалов соответственно равны – для манной крупы ГОСТ 7022–97 ( $i = 1$ ):  $d_{S1} = 4,0 \cdot 10^{-4}$  м;  $\rho_{T1} = 1,440 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $k_{W1} = (1,0 \dots 1,4)$  и для природного песка ГОСТ 8736–93 ( $i = 2$ ):  $d_{S2} = 1,5 \cdot 10^{-4}$  м;  $\rho_{T2} = 1,525 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $k_{W2} = (1,0 \dots 1,4)$ .

Анализ графиков для функций  $\Phi_1(\alpha_j, \omega)$  и  $\Phi_2(\alpha_j, \omega)$  в случае  $h_s = 3,0 \cdot 10^{-2}$  м;  $\omega = 47,12$  рад/с при различных влажностях (рис. 1) показывает, что для песка с ростом массы его частиц за счет увлажнения их поверхности в 1,4 раза (кривые 1 и 3, см. рис. 1, б) наблюдается уменьшение максимального значения угла распыливания в 1,2 раза и некоторое сужение дисперсионного интервала.



**Рис. 1.** Зависимости  $F_1(\alpha_j)$  и  $F_2(\alpha_j)$  для манной крупы ГОСТ 7022–97 (а) и природного песка ГОСТ 8736–93 (б) при режимных параметрах  $h_s = 3,0 \cdot 10^{-2}$  м;  $\omega = 47,12$  рад/с и различных степенях их влажности:  
 $1 - k_{wi} = 1,0$ ;  $2 - k_{wi} = 1,2$ ;  $3 - k_{wi} = 1,4$



**Рис. 2.** Зависимости  $F_1(\alpha_j)$  и  $F_2(\alpha_j)$  для манной крупы ГОСТ 7022–97 (а) и природного песка ГОСТ 8736–93 (б) при режимных параметрах  $h_s = 1,6 \cdot 10^{-2}$  м;  $\omega = 52,36$  рад/с и различных степенях их влажности:  
 $1 - k_{wi} = 1,0$ ;  $2 - k_{w1} = 1,142$ ;  $k_{w2} = 1,074$ ;  $3 - k_{wi} = 1,2$

Аналогичная картина прослеживается при  $h_s = 1,6 \cdot 10^{-2}$  м;  $\omega = 52,36$  рад/с; (рис. 2), когда увеличение массы частиц песка в 1,2 раза (кривые 1 и 3, см. рис. 2, б) приводит к снижению максимального значения угла распыливания для второго компонента (природного песка ГОСТ 8736–93)  $\alpha_{j \max}^{(2)}$  в 1,15 раза.

Для манной крупы ГОСТ 7022–97 характер поведения частиц несколько другой – с ростом увлажнения составляющих этот сыпучий компонент приобретает отклонение на бóльший угол по сравнению с менее влажным вне зависимости от значений шага навивки гибких элементов  $h_s$  (кривые 1 и 3, см. рис. 1, а и 2, а). Это объясняется двумя причинами: 1) слипаемость изначально более крупных частиц манной крупы приводит к достижению бóльшего углового разлета их со-

ставляющих при разрушении временных механических связей между их поверхностями; 2) увлажнение частиц манной крупы приводит к росту их массы и эффект вращательного движения частиц становится более существенным, что и учтено в выражении (4) для стохастической энергии каждой частицы смешиваемых компонентов.

Таким образом, построенная модель смешивания в его рабочем объеме барабанно-ленточного аппарата с расположением бил по винтовой линии в поперечной плоскости вращения барабана имеет следующие особенности: применима при смешивании нескольких сыпучих компонентов без традиционного деления на ключевой и транспортирующий материалы; определяет дифференциальные функции распределения смешиваемых компонентов и смеси по углам распространения потоков с учетом формы твердых частиц и их возможной влажности. Заметим, что описание поведения одиночных частиц при входе в слой сыпучей смеси рассматривается в работах [8, 9].

Приведенные результаты моделирования позволяют: сформировать дифференциальную функцию распределения смешиваемых компонентов в продольной плоскости движения частиц их разреженных потоков по другим координатам –  $x$  и  $z$ ; провести оценку качества смеси.

### Заключение

Предложенное стохастическое описание распределения смешиваемых компонентов в рабочем объеме барабанно-ленточного аппарата выполнено с учетом влажности зернистых материалов. При этом теоретически установлено, что с учетом вращательной части движения частиц смешиваемых компонентов при оценке их стохастических энергий в разреженных потоках максимальный угол рассеивания частиц существенным образом зависит от шага винтовой линии, вдоль которой закреплены била на поверхности барабана. В частности при снижении указанного шага в 1,88 раза наблюдается эффект сближения дифференциальных функций распределения для усредненных потоков компонентов с размерами частиц, отличающимися в 2,7 раза, при изменении отношения значений их максимальных углов распыливания  $\alpha_{j\max}^{(1)} / \alpha_{j\max}^{(2)}$  от 5 до 1,1 ед., что позволяет теоретически выявить условия наиболее качественного смешивания указанных сыпучих компонентов.

Полученные результаты в соответствии с выражениями (6)–(8) для полной дифференциальной функции распределения сыпучих компонентов по углам распыливания для каждого  $j$ -го деформированного била ( $j = 1, \dots, n_b$ ), установленно по винтовой линии на поверхности вращающихся барабанов аппарата, позволяют оценить один из основных показателей качества смеси – коэффициент ее неоднородности [10].

### Список литературы

1. Бакин, М. Н. Современные аппараты с подвижной лентой для смешивания сыпучих материалов [Электронный ресурс] / М. Н. Бакин, А. Б. Капранова, И. И. Верлока // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 5(ч. 4). – С. 687–691. – Режим доступа : [www.rae.ru/fs/?section=content&op=show\\_article&article\\_id=10003246](http://www.rae.ru/fs/?section=content&op=show_article&article_id=10003246) (дата обращения: 25.02.2015).

2. Явник, П. М. Моделирование процесса непрерывного весового дозирования / П. М. Явник, С. В. Першина, В. Ф. Першин // Вестн. Тамб. гос. техн. университета. – 2012. – Т. 18, № 4. – С. 912 – 916.
3. Бакин, М. Н. Современные методы математического описания процесса смешивания сыпучих материалов [Электронный ресурс] / М. Н. Бакин, А. Б. Капранова, И. И. Верлока // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 5(ч. 5). – С. 923 – 927. – Режим доступа : [www.rae.ru/fs/?section=content&op=show\\_article&article\\_id=10003287](http://www.rae.ru/fs/?section=content&op=show_article&article_id=10003287) (дата обращения: 25.02.2015).
4. Бакин, М. Н. Исследование распределения сыпучих компонентов в рабочем объеме барабанно-ленточного смесителя [Электронный ресурс] / М. Н. Бакин, А. Б. Капранова, И. И. Верлока // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 5(ч. 5). – С. 928 – 933. – Режим доступа : [www.rae.ru/fs/?section=content&op=show\\_article&article\\_id=10003288](http://www.rae.ru/fs/?section=content&op=show_article&article_id=10003288) (дата обращения: 25.02.2015).
5. Зайцев, А. И. Ударные процессы в дисперсно-пленочных системах / А. И. Зайцев, Д. О. Бытев. – М. : Химия, 1994. – 176 с.
6. Исследование ударного смешивания твердых дисперсных сред при вторичных столкновениях частиц / А. Б. Капранова [и др.] // Изв. ВУЗов. Химия и хим. технология. – 2013. – Т. 56, № 6. – С. 83 – 85.
7. Лебедев, А. Е. Математическая модель механики движения сыпучих материалов в разреженных потоках аппаратов с эластичными рабочими элементами / А. Е. Лебедев, А. И. Зайцев, А. Б. Капранова, И. О. Кузьмин // Изв. ВУЗов. Химия и химическая технология. – 2009. – Т. 52, № 5. – С. 111 – 113.
8. Капранова, А. Б. Исследование этапа ударного входа одиночной частицы в неподвижный слой сыпучей среды / А. Б. Капранова, А. А. Петров, А. И. Зайцев // Изв. ВУЗов. Химия и хим. технология. – 2013. – Т. 56, № 9. – С. 109 – 111.
9. Моделирование процесса образования кратера в слое сыпучей среды после удара одиночной частицы / А. Б. Капранова [и др.] // Изв. ВУЗов. Химия и хим. технология. – 2013. – Т. 56, № 10. – С. 119 – 121.
10. Оценка коэффициента неоднородности зернистой смеси в объеме барабанно-ленточного устройства / А. Б. Капранова [и др.] // Изв. ВУЗов. Химия и хим. технология. – 2014. – Т. 57, № 9. – С. 104 – 106.

---

## Influence of Particles Humidity on their Distribution in the Working Volume of a Blender with a Moving Ribbon

A. B. Kapranova, M. N. Bakin, I. I. Verloka, A. I. Zaitsev

*Department "Theoretical Mechanics",  
Yaroslavl State Technical University;  
kapranova\_anna@mail.ru*

**Keywords:** beaters; distribution function; drum-ribbon blender; humidity; loose components; mixing; phase volume; spraying angle.

**Abstract:** Given the humidity of the blend components we proposed a stochastic method for determining the differential distribution functions of particles mixed flows of bulk materials at the disruption from beaters enshrined in a helical line on the drum surface, the angle of atomization. According to the stochastic approach for the description of the specified process step, we applied the theory of shock interaction of disperse systems. The analysis of the mentioned functions was performed and illustrated by the examples of calculation of the parameters during mixing of the bulk solids of two

sorts – farina and natural sand. Taking into account the rotational motion of the particles of the components to be mixed, and assessing their energies in stochastic flow dilution, we found that the maximal angle of particles dispersion depended on twist of the line along which the beaters were fastened to the drum's surface. The results can be used to assess the quality of the granular mixture, including when making a batch in a mixture of one of the components, for example, with volume-weight correlation 1:10 and more.

### References

1. [www.rae.ru/fs/?section=content&op=show\\_article&article\\_id=10003246](http://www.rae.ru/fs/?section=content&op=show_article&article_id=10003246) (assecced 25 February 2015).
2. Yavnik P.M., Pershina S.V., Pershin V.F. *Transactions of the Tambov State Technical University*, 2012, vol. 18, no. 4, pp. 912-916.
3. [www.rae.ru/fs/?section=content&op=show\\_article&article\\_id=10003287](http://www.rae.ru/fs/?section=content&op=show_article&article_id=10003287) (assecced 25 February 2015).
4. [www.rae.ru/fs/?section=content&op=show\\_article&article\\_id=10003288](http://www.rae.ru/fs/?section=content&op=show_article&article_id=10003288) (assecced 25 February 2015).
5. Zaitsev A.I., Bytev D.O. *Udarnye protsessy v dispersno-plenochnykh sistemakh* (Shock processes in dispersed-film systems), Moscow: Khimiya, 1994, 176 p.
6. Kapranova A.B., Bakin M.N., Lebedev A.E., Zaitsev A.I. *Izvestiya VUZov. Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya*, 2013, vol. 56, no. 6, pp. 83-85.
7. Lebedev A.E., Zajcev A.I., Kapranova A.B., Kuz'min I.O. *Izv. VUZov. Himija i himicheskaja tehnologija*, 2009, vol. 52, no. 5, pp. 111-113.
8. Kapranova A.B., Petrov A.A., Zaitsev A.I. *Izvestiya VUZov. Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya*, 2013, vol. 56, no. 9, pp. 109-111.
9. Kapranova A.B., Petrov A.A., Bakin M.N., Zaitsev A.I. *Izvestiya VUZov. Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya*, 2013, vol. 56, no. 10, pp. 119-121.
10. Kapranova A.B., Bakin M.N., Lebedev A.E., Zaitsev A.I. *Izvestiya VUZov. Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya*, 2014, vol. 57, no. 9, pp. 104-106.

---

## Einfluss der Feuchtigkeit der streubaren Umgebungen auf ihre Verteilung im Arbeitsumfang des Mischers mit dem beweglichen Band

**Zusammenfassung:** Unter Berücksichtigung der Feuchtigkeit der gemischten Komponenten ist die stochastische Methode der Bestimmung der Differentialfunktionen der Verteilung für die Teilchen der gemischten Ströme der streubaren Materialien bei der Vereitelung von den Schläger, die t nach der Schraubenlinie auf der Oberfläche der Trommel gefestigt sind, nach dem Winkel des Sprühens. Laut dem stochastischen Herangehen für die Beschreibung der angegebenen technologischen Operation die Theorie der Stosswechselwirkungen der dispersen Systeme verwendet. Es ist die Analyse der angegebenen Funktionen mit den Beispielen der Berechnung ihrer Parameter bei der Vermischung der streubaren Umgebungen zwei Sorten – des Grießes und des natürlichen Sandes erfüllt. Es ist theoretisch bestimmt, dass unter Berücksichtigung des drehenden Teiles der Bewegung der Teilchen der gemischten Komponenten bei ihrer Einschätzung der stochastischen Energien in den entladenen Ströme der maximale Winkel der Streuung der Teilchen vom Schritt der Schraubenlinie in der wesentlichen Weise abhängt, entlang der gefestigt sind schlug auf der Oberfläche der Trommel. Die bekommenen Ergebnisse können für die Einschätzung der Qualität der bekommenen Mischung verwendet sein, Einschließlich, bei der Portionseintragung in die Mischung einen der Komponenten, zum Beispiel, vom räumlich-Waageverhältnis 1:10 und mehr.



## **Influence de l'humidité des milieux pulvérilents sur leur répartition dans un volume de travail de mélangeur avec une bande mobile**

**Résumé:** Est proposée une méthode stochastique de la définition des fonctions différentielles de la répartition pour les particules des courants mélangés des matériaux pulvérilents compte tenu de l'humidité des composants. Suivant une approche stochastique pour la définition de l'opération mentionnée est employée la théorie des interactions de choc des systèmes de dispersion. Est effectuée l'analyse des fonctions indiquées avec les exemples du calcul de leurs paramètres. Les résultats reçus peuvent être utilisés pour l'estimation de la qualité du mélange y compris lors de l'addition par portions dans le mélange d'un des composants avec la relation volume-poids 1:10 et plus.

---

**Авторы:** *Капанова Анна Борисовна* – доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры «Теоретическая механика»; *Бакин Михаил Николаевич* – соискатель кафедры «Теоретическая механика»; *Верлока Иван Игоревич* – аспирант кафедры «Теоретическая механика»; *Зайцев Анатолий Иванович* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Теоретическая механика», ФГБОУ ВПО «Ярославский государственный технический университет», г. Ярославль.

**Рецензент:** *Петерсон Станислав Антонович* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Сопротивление материалов», ФГБОУ ВПО «Ярославский государственный технический университет», г. Ярославль.

---