

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТРАНСПОРТИРОВАНИЯ ВОДЯНОГО ПАРА

Е. Н.Туголуков<sup>1</sup>, Е. С. Егоров<sup>2</sup>

*Кафедры: «Техника и технологии производства нанопродуктов» (1),  
«Компьютерно-интегрированные системы в машиностроении» (2),  
ФГБОУ ВПО «ТГТУ»; geniaegorov@mail.ru*

**Ключевые слова:** паропровод; реальные газы; тепловые потери; теплоизоляция; термодинамические параметры; фазовые переходы.

**Аннотация:** Разработана математическая модель транспортирования перегретого и насыщенного водяного пара в системе пароснабжения промышленного предприятия, отличающаяся от существующих способом формирования уравнений состояния. В модели учтены изменение теплопроводности материала теплоизоляционного покрытия, величина провисания теплоизоляции; потери тепла на неизолированных элементах трубопроводной арматуры.

---

Отличительной особенностью разработанной модели транспортирования водяного пара является использование вместо традиционных уравнений состояния аппроксимационных зависимостей, полученных обработкой экспериментальных данных для компонентов рабочего тела [1].

В настоящее время накоплен значительный экспериментальный материал по свойствам веществ, представленный во многих справочниках и их электронных аналогах [2], например, справочник Н. Б. Варгафтика, выдержавший множество изданий [3, 4], электронные базы данных по теплофизическим свойствам веществ [5 – 7]. Современный уровень развития вычислительной техники позволяет получать прямой доступ к ним посредством использования облачных серверов [8].

Неформализованная постановка задачи расчета параметров транспортируемого вещества в трубопроводе формулируется следующим образом: определить параметры рабочего тела в трубопроводе с учетом возможных фазовых переходов, наличия местных и распределенных гидравлических сопротивлений, неиспользуемых отводов от основного трубопровода, теплообмена с конструктивными элементами, потерь тепла и утечек через уплотнения.

При разработке математической модели приняты следующие допущения:

- в течение рассматриваемого интервала времени теплофизические характеристики транспортируемого вещества и температуры конструктивных элементов, контактирующих с рабочим телом, считаются неизменными;
- жидкая фракция рабочего тела несжимаема;
- коэффициент теплоотдачи от конструктивного элемента к рабочему телу не зависит от формы поверхности и ее ориентации в пространстве;
- трубопровод в элементарной области имеет постоянное сечение.

При расчете изменения параметров пара на участке трубопровода учитываются следующие факторы: длина и диаметр трубопровода; расход, начальные давление и температура пара; толщина теплоизоляционного покрытия и величина его провисания; потери давления и температуры пара на местных и распределенных сопротивлениях; потери тепла через опоры трубопровода и на открытых элементах трубопроводной арматуры; температура и скорость воздуха.

В связи с большим количеством факторов и явлений, подлежащих учету, данная задача разбита на подзадачи, что позволило, последовательно усложняя систему уравнений, составить достаточно полную модель процесса транспортирования водяного пара. Выделены следующие подзадачи: определение фазового состава потока; изменение температурного поля движущегося потока; процесс теплообмена с конструкционными элементами; расчет гидродинамических параметров движущегося потока; расчет термодинамических параметров рабочего тела.

Изменение фазового состава потока и его теплосодержание определяются на основе уравнений сохранения энергии:

– изменение теплосодержания газа

$$Q_g = C_v(T + \Delta T, P + \Delta P)(T + \Delta T)(m_g - m_f - m_u) - C_v(T, P)Tm_g, \quad (1)$$

– изменение теплосодержания жидкой фазы

$$Q_l = C_l(T + \Delta T, P + \Delta P)(T + \Delta T)(m_l - m_f - m_{lu}) - C_l(T, P)Tm_l, \quad (2)$$

где  $P, V, T$  – текущие давление, объем и температура;  $m_g, m_f, m_u, m_l, m_{lu}$  – текущие массы газа; рабочего тела, совершившего фазовый переход; газообразного рабочего тела, вытесненного в дополнительное пространство; жидкой фазы; жидкой фазы, вытесненной в дополнительное пространство соответственно;  $\Delta P, \Delta T$  – изменения давления и температуры, вызванные изменением объема  $V$ ;  $C(T), C(P)$  – теплоемкости газовой и жидкой фаз при температуре  $T$  и давлении  $P$  (здесь и далее размерность всех величин дана в системе СИ).

Удельная теплота фазового перехода

$$Q_f = r \left( T + \frac{\Delta T}{2} \right) m_f, \quad (3)$$

где  $r$  – удельная теплота парообразования.

Стационарное температурное поле потока, движущегося в режиме идеально-го вытеснения по каналу постоянного сечения, описывается уравнением

$$\frac{dt(x)}{dx} + Kt(x) = S, \quad (4)$$

$$K = \frac{\alpha \Pi}{Gc}, \quad S = \frac{\alpha \Pi t_F}{Gc}, \quad (5)$$

где  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи от стенки канала к пару;  $x$  – пространственная координата по направлению движения потока;  $t(x)$  – текущая температура потока;  $G$  – массовый расход пара;  $c$  – теплоемкость пара;  $\Pi$  – омываемый периметр канала;  $t_F$  – температура стенки трубопровода.

Стационарное температурное поле теплоизолированной стенки трубопровода, имеющей форму неограниченного двухслойного полого цилиндра, описывается уравнениями:

$$\frac{\partial^2 S_i(r_i)}{\partial r_i^2} + \frac{1}{r_i} \frac{\partial S_i(r_i)}{\partial r_i} = 0, \quad i = 1, 2, \quad R_{i-1} \leq r_i \leq R_i; \quad (6)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial S_1(R_0)}{\partial r_1} - \alpha_1 (S_1(R_0) - t_{c1}) = 0; \quad (7)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial S_2(R_2)}{\partial r_2} + \alpha_2 (S_2(R_2) - t_{c2}) = 0; \quad (8)$$

$$S_1(R_1) = S_2(R_1); \quad \lambda_1 \frac{\partial S_1(R_1)}{\partial r_1} = \lambda_2 \frac{\partial S_2(R_1)}{\partial r_2}. \quad (9)$$

где  $\alpha_1, \alpha_2$  – коэффициенты теплоотдачи от поверхностей трубопровода к паровому потоку и окружающей среде;  $\lambda_1, \lambda_2$  – теплопроводность материалов трубопровода и теплоизоляции;  $t_{c1}, t_{c2}$  – температуры пара и окружающей среды.

Изменение температуры пара, вызванное изменением давления, определяется по формуле:

$$\Delta t = (t_p + 273) \left( 1 - \frac{\Delta P}{P_p} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 273, \quad (10)$$

где  $\Delta t, \Delta P$  – перепады температуры и давления соответственно;  $t_p, P_p$  – начальные температура и давление пара;  $k$  – показатель адиабаты.

В зависимости от поставленной задачи, на основе заранее подготовленных таблиц экспериментальных данных составляются зависимости основных термодинамических параметров от температуры и давления в рабочей области [9].

В связи с тем, что в данной работе рассматриваются варианты транспортирования как перегретого, так и насыщенного водяного пара, проанализированы таблицы справочных данных для водяного пара. Приведем пример формальной аппроксимации (без учета физических размерностей величин, входящих в расчетные формулы) теплофизических характеристик насыщенного водяного пара как функции численных значений температуры  $t$ , °C, или давления  $P$ , атм, при  $120 < t < 230$  °C:

– давление

$$P(t) = \exp(4,857 \ln(t) + 126/t - 23,6); \quad (11)$$

– температура

$$t(P) = \exp(-0,07755/\exp(P) + 0,2444 \ln(P) + 4,6251); \quad (12)$$

– удельный объем

$$v(t) = 1/\rho(t) = \exp(4,708 \ln(t) + 138,16/t - 23,5277); \quad (13)$$

– теплота парообразования

$$r(t) = \left( 2,318810^{-6} t^2 + 0,41954 \right)^{-1} \cdot 10^6. \quad (14)$$

При решении данной задачи для насыщенного пара сложности не возникает, и нет необходимости в использовании уравнения состояния для идеального газа. Зависимости давления от температуры берутся непосредственно из экспериментальных данных.

Если начальное состояние газа не соответствует состоянию насыщения, то необходима дополнительная зависимость. Это либо уравнение Клайперона–

Менделеева или его аналог, либо полученные путем обработки экспериментальных данных аппроксимационные зависимости удельного объема пара от давления и температуры.

**Заключение.** Разработана математическая модель процесса изменения параметров перегретого и насыщенного водяного пара на участке паропровода, отличающаяся от существующих использованием полученных на основе справочных данных аппроксимационных зависимостей в качестве уравнений состояний.

С использованием методики [10] и программного комплекса [11] проведена апробация предложенного подхода на примере расчета сети паропроводов ОАО «Пигмент», г. Тамбов. Расхождение результатов расчета температуры по участкам паропровода с экспериментальными данными не превышает 5 %.

#### *Список литературы*

1. Егоров, Е. С. Подход к моделированию термодинамических процессов с использованием параметров реальных газов / Е. С. Егоров, Е. Н. Туголуков // Математические методы в технике и технологиях. ММТТ-25 : сб. тр. XXV Междунар. науч. конф., г. Саратов, 24 – 26 апреля 2012 г., г. Волгоград, 28 – 31 мая 2012 г., г. Харьков, 2 – 4 октября 2012 г. / Волгоград. гос. техн. ун-т. – Саратов, 2012. – Т. 8. – С. 106 – 108.

2. Егоров, Е. С. Обзор информационных систем по свойствам веществ / Е. С. Егоров, Е. Н. Туголуков // Тепловые процессы в технике. – 2014. – Т. 6, № 10. – С. 434 – 440.

3. Варгафтик, Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей / Н. Б. Варгафтик. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1972. – 721 с.

4. Vargaftik, N. B. Handbook of Physical Properties of Liquids and Gases. Pure Substances and Mixture / N. B. Vargaftik, Yu. K. Vinogradov, V. S. Yargin. – New York : Begel House, 1996. – 1358 p.

5. Lemmon, E. W. REFPROP – Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties / E. W. Lemmon, M. L. Huber, M. O. McLinden // CD ROM of the Seventeenth Symp. on Thermophys. Prop. – Boulder, Colorado, USA, 2009. – 599 p.

6. Александров, А. А. Web-версия справочника. Теплофизические свойства рабочих веществ теплоэнергетики [Электронный ресурс] / А. А. Александров, К. А. Орлов, В. Ф. Очков. – Режим доступа : <http://twm.mpei.ac.ru/rbtp/index.html> (дата обращения: 03.04.2015).

7. NIST Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties Database (REFPROP): Version 9.1 [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.nist.gov/srd/nist23.cfm> (дата обращения: 03.04.2015).

8. «Облачный» сервис по свойствам рабочих веществ для теплотехнических расчетов / В. Ф. Очков [и др.] // Теплоэнергетика. – 2012. – № 7. – С. 79 – 86.

9. Коновалов, В. И. О возможностях использования точных, интервальных и приближенных аналитических методов в задачах тепло- и массопереноса в твердых телах / В. И. Коновалов, Е. Н. Туголуков, Н. Ц. Гатапова // Вестн. Тамб. гос. техн. университета. – 1995. – Т. 1, № 1–2. – С. 75 – 90.

10. Туголуков, Е. Н. Методика математического моделирования термодинамических процессов поршневого компрессора / Е. Н. Туголуков, Е. С. Егоров // Вестн. Астрахан. гос. техн. университета. Сер.: Управление, вычислительная техника и информатика. – 2014. – № 1. – С. 45 – 53.

11. Свидетельство № 2014614061 о регистрации программы для ЭВМ. Программа математического моделирования термодинамических процессов с учетом параметров реальных газов / Егоров Е. С., Туголуков Е. Н. (РФ) ; опубл. 02.07.2014.

## Mathematical Modeling of Water Vapor Transfer

E. N. Tugolukov<sup>1</sup>, E. S. Egorov<sup>2</sup>

*Departments: "Technology of Nanoproduction" (1),  
"Computer-Integrated Systems in Mechanical Engineering" (2), TSTU;  
geniaegorov@mail.ru*

**Keywords:** heat insulation; heat loss; phase transitions; real gases; thermodynamic parameters; vapor line;

**Abstract:** The paper describes a mathematical model of superheated and saturated water vapor transfer in the steam supply system of an industrial enterprise; the proposed model differs from the existing ones by the method of forming the equations of state. The model takes into account the change in conductivity of heat-insulating coating, thermal insulation sagging, heat loss on bare elements of pipe fittings.

### References

1. Egorov E.S., Tugolukov E.N. *Matematicheskie metody v tekhnike i tekhnologiyakh. MMTT-25* (Mathematical methods in engineering and technology. MMTT-25), Collection of works XXV International Conference, Saratov, 24-26 April 2012, Volgograd, 28-31 May 2012, Kharkiv, 2-4 October 2012, Saratov, 2012, vol. 8, pp. 106-108.
2. Egorov E.S., Tugolukov E.N. *Teplovye protsessy v tekhnike*, 2014, vol. 6, no. 10, pp. 434-440.
3. Vargaftik N.B. *Spravochnik po teplofizicheskim svoistvam gazov i zhidkostei* (Handbook on thermophysical properties of gases and liquids), Moscow: Nauka, 1972, 721 p.
4. Vargaftik N.B., Vinogradov Yu.K., Yargin V.S. *Handbook of physical properties of liquids and gases. Pure substances and mixture*, New York: Begel House, 1996, 1358 p.
5. Lemmon E.W., Huber M.L., McLinden M.O. CD ROM of the Seventeenth Symp. on Thermophys. Prop., Boulder, Colorado, USA, 2009, 599 p.
6. <http://twf.mpei.ac.ru/rbtp/index.html> (assecced 3 April 2015).
7. <http://www.nist.gov/srd/nist23.cfm> (assecced 3 April 2015).
8. Ochkov V.F., Orlov K.A., Frenkel' M.L., Ochkov A.V., Znamenskii V.E. *Thermal Engineering*, 2012, no. 7, pp. 79-86.
9. Konovalov V.I., Tugolukov E.N., Gatapova N.Ts. *Transactions of the Tambov State Technical University*, 1995, vol. 1, no. 1-2, pp. 75-90.
10. Tugolukov E.N., Egorov E.S. *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika*, 2014, no. 1, pp. 45-53.
11. Egorov E.S., Tugolukov E.N. *Programma matematicheskogo modelirovaniya termodinamicheskikh protsessov s uchetom parametrov real'nykh gazov* (The program of mathematical modeling of thermodynamic processes within the parameters of real gases), Russian Federation, 2014, Certificate of state registration of computer programs 2014614061.

---

### Mathematische Modellierung des Prozesses des Transportierens des Wasserdampfes

**Zusammenfassung:** Es ist das sich von den anderen durch die Methode der Formierens der Zustandgleichungen unterscheidende mathematische Modell des Transportierens des überwärmten und übersättigten Wasserdampfes im System der

Dampfversorgung des industriellen Betriebes erarbeitet. Im Modell sind die Veränderung der Wärmeleitfähigkeit des Stoffes der Wärmedämmungdeckung; die Größe der Senkung der Wärmedämmung; die Verluste der Wärme auf den nichtisolierten Elementen der Rohrleitarmatur berücksichtigt.

---

### **Modélage mathématique du processus du transport de la vapeur d'eau**

**Résumé:** Est élaboré le modèle mathématique du transport de la vapeur d'eau rechauffée et saturée dans le système d'alimentation de la vapeur d'une entreprise industrielle qui se diffère par un moyen de la formation des équations de l'état. Dans le modèle est pris en compte le changement de la conductibilité de la chaleur de la matière du revêtement thermoisolant, la valeur du fléchissement de la thermoisolation; les pertes de la chaleur sur les éléments nus des accessoires de tuyauterie.

---

**Авторы:** *Туголуков Евгений Николаевич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Техника и технологии производства нанопродуктов»; *Егоров Евгений Сергеевич* – аспирант кафедры «Компьютерно-интегрированные системы в машиностроении», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».

**Рецензент:** *Литовка Юрий Владимирович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Системы автоматизированной поддержки принятия решений», ФГБОУ ВПО «ТГТУ».

---